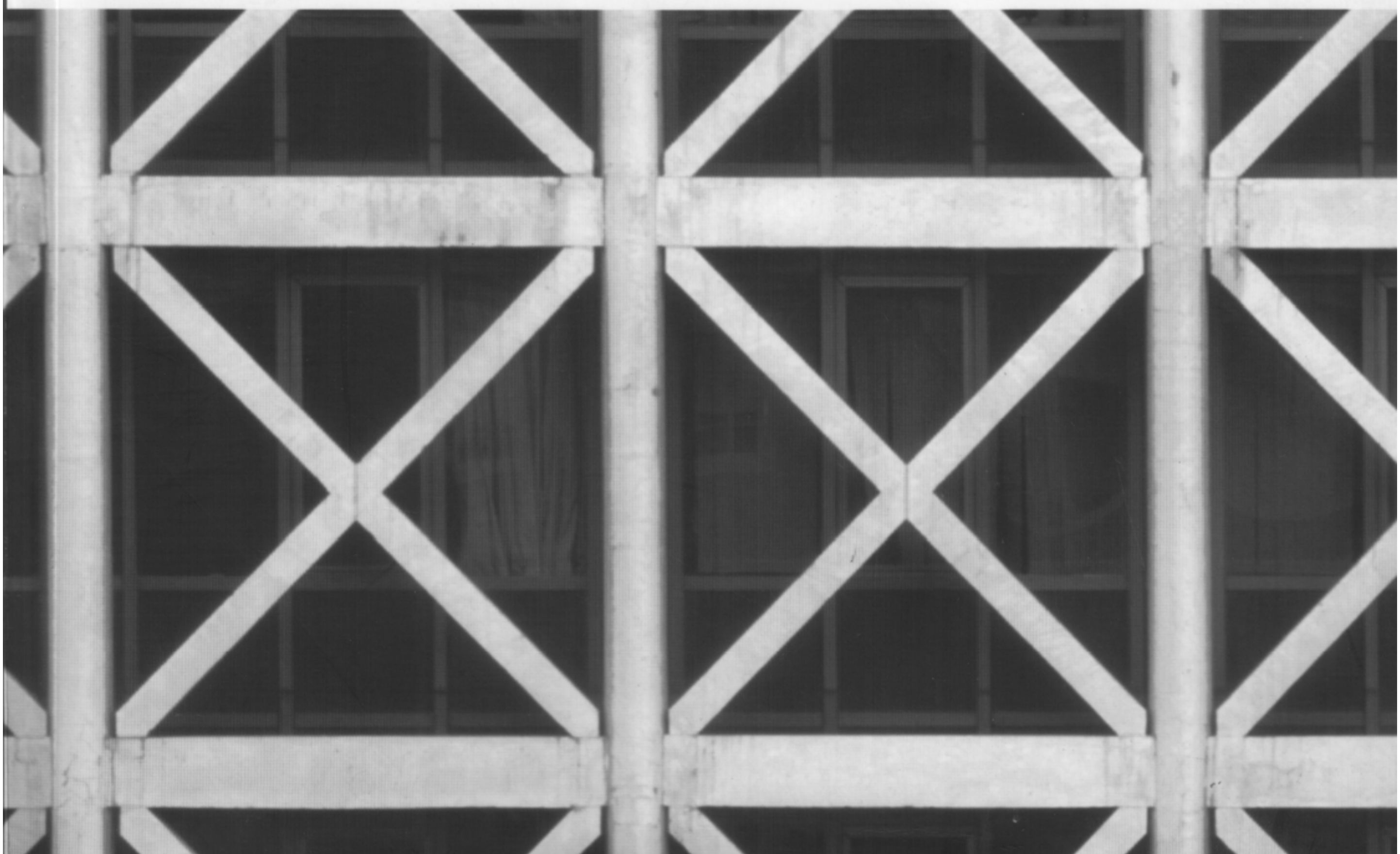
IDADE DA IMAGEM

REVISTA DE ARTE, CIÊNCIA E CULTURA DO IADE - INSTITUTO DE ARTES VISUAIS, DESIGN E MARKETING



Aquilo que nem sempre pensamos sobre a elipse é que, na construção humana a que chamamos perspectiva, não existem círculos. Se no sistema rigoroso das geometrias descritivas todos os modos se reconduzem à referencialidade da ortogonalidade, sabemos que esta relação nunca é verdadeira na nossa experiência. Dizendo isto muito simplesmente: nunca vemos círculos, só vemos elipses.

Se o objectivo da perspectiva era encontrar um modo maquínico de evocar a experiência perceptiva humana, a sua concretização foi desde logo limitada pela inerente convencionalidade.

Nunca poderemos obter uma relação verdadeiramente ortogonal entre a nossa direcção principal da visão e um plano a não ser no plano conceptual.

A elipse, enquanto conceito geométrico, corresponde à experiência sensível do círculo. As construções apresentadas nascem de um problema que amiúde surge quando, da planimetria passamos à axonometria, na representação do círculo. A axonometria como modo totalmente protocolado de representação evoca um cruzamento entre a experiência sensível e a codificação das projecções ortogonais que tende a objectualizar o que é representado.

A elipse é um círculo voluptuoso. A sua perfeição é carregada das impurezas sedutoras da complexidade dos raciocínios lógicos da sua construção.

E este não é um raciocínio elíptico.

Eduardo Côrte-Real

A ELIPSE

Luís Miguel Cotrim Mateus

Muitas vezes, em geometria, utilizam-se traçados dos quais não se conhece o significado geométrico. Sabe-se que servem para cumprir determinado propósito.

E, confiando no que nos dizem as sebentas, aplicamo-los sem os questionar e sem nos questionarmos. Pelo menos alguns de nós assim o fazem. Quer dizer, talvez todos nós o façamos!

Mas há uma altura em que, se se pretende ir mais fundo em determinados assuntos, a simples crença no que está escrito se torna insuficiente. E quando se aplica um traçado sem o perceber ou se profere uma afirmação sem a entender, a angústia instala-se.

O problema concreto que se apresenta desde há algum tempo e que me suscitava algumas interrogações operativas, tanto mais que existem para ele uma série de soluções, é o seguinte.

"Como determinar o eixo maior e o eixo menor de uma elipse definida por dois diâmetros conjugados[1]?"

Embora graficamente mais complexa, a solução que se apresenta é a que resulta das conclusões pessoais decorrentes da análise da questão, que considero divulgar dado que as coisas que se descobrem sózinho têm sempre um gosto especial.

Será apresentada uma série de desenhos explicativos dos passos sucessivos da resolução da questão.

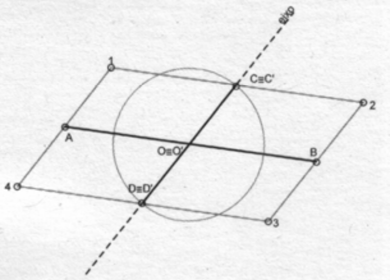
Notará o leitor que alguns traçados são dispensáveis na resolução, contudo apresentam-se como forma de facilitar o entendimento de alguns passos.

Consideremos então dois diâmetros conjugados de uma elipse da qual se pretendem os respectivos eixos maior e menor.

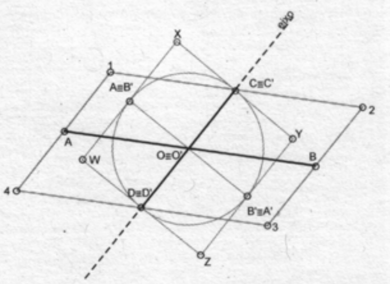
Sejam **AB** e **CD** os diâmetros conjugados de uma elipse que se intersectam no ponto **O**, sendo **[1234]** o paralelogramo circunscrito à elipse.

Há uma infinidade de transformações geométricas possíveis que podem relacionar uma circunferência inscrita num quadrado com uma elipse inscrita num paralelogramo.

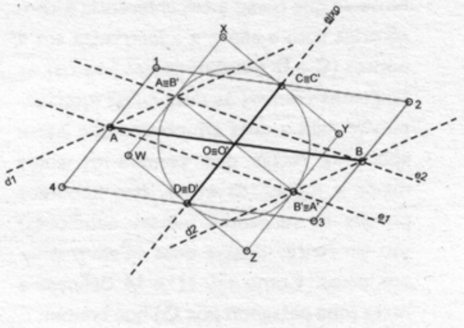
Dessas, vamos considerar duas homologias afins[2] que relacionam a circunferência de diâmetro **CD** com a elipse inscrita no paralelogramo **[1234]**.

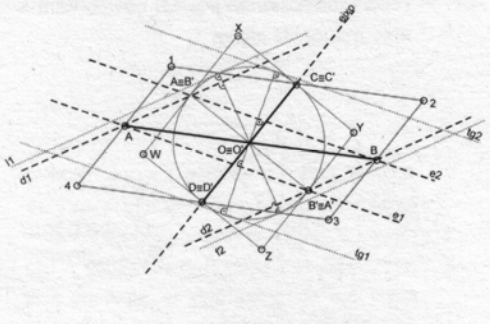


Considere-se a recta que contém o segmento **CD** como sendo o eixo de duas afinidades que transformam a circunferência de diâmetro **CD** na elipse inscrita no paralelogramo **[1234]**. Como **C**, **D** e **O** pertencem ao eixo, então coincidem com os seus homólogos **C'**, **D'** e **O'** [3].



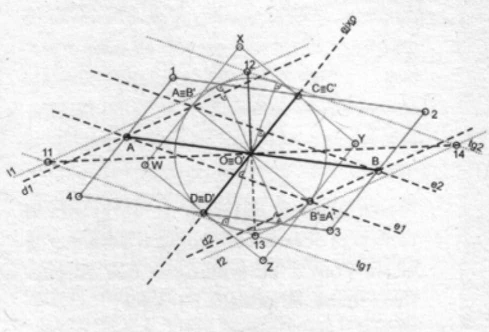
O diâmetro da circunferência que é perpendicular a **C'D'** é homólogo do diâmetro **AB** da elipse e o quadrado **[WZYX]** é homólogo do paralelogramo **[1234]**. Note-se que cada um dos extremos do diâmetro da circunferência, que é perpendicular a **C'D'**, pode ser homólogo de **A** ou de **B**. Isto significa que podemos escolher duas direcções diferentes de afinidade entre uma curva e outra



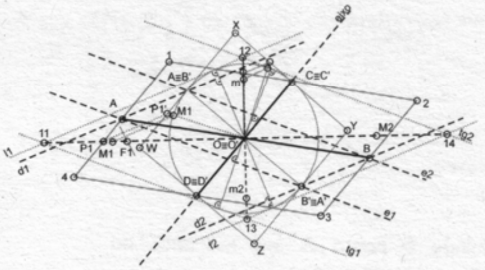


Unindo o ponto **A** aos extremos do diâmetro da circunferência, que é perpendicular a **C'D'**, obtemos as rectas **d1** e **e1**. O mesmo é aplicado ao ponto **B**, resultando nas rectas **d2** e **e2**, paralelas, respectivamente, a **d1** e **e1**. **d1** e **d2** têm a direcção de uma das afinidades e **e1** e **e2** têm a direcção da outra afinidade.

Pelo ponto **O'** conduzam-se os diâmetros da circunferência que são perpendiculares a **d1** (e **d2**) e a **e1** (e **e2**). Pelos extremos destes diâmetros conduzam-se as tangentes, **t1**, **t2**, **tg1** e **tg2**, à circunferência. **t1** e **t2** têm a direcção de uma afinidade e **tg1** e **tg2** têm a direcção da outra afinidade. Como tal, estas tangentes à circunferência são também tangentes à elipse.

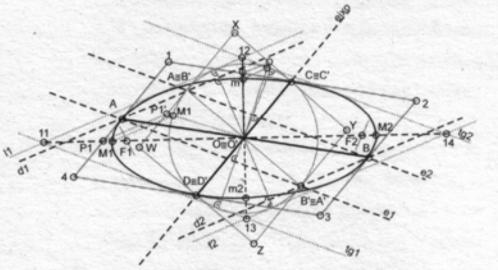


Note-se que como a circunferência é concêntrica com a elipse e a intersecta em 4 pontos (**C** e **D** são dois desses pontos), as tangentes comuns às duas linhas intersectam-se duas a duas em pontos que jazem sobre as rectas que contêm os eixos maior e menor da elipse. Isto acontece porque as tangentes (nestas condições) são simétricas duas a duas relativamente aos eixos. Como tal, **I1** e **I4** definem a recta (que passando por **O**) que contém o eixo maior da elipse e **I2** e **I3** definem a recta (que passando por **O**) que contém o eixo menor da elipse.



Seja **P1** o ponto em que a linha **I1I4** intersecta o lado **I4** do paralelogramo circunscrito à elipse. **P1'** é o homólogo de **P1** no quadrado. Unindo **P1** a **O'** determinamos a recta homóloga, no sistema da circunferência, à recta que contém o eixo maior da elipse e consequentemente, onde esta intersecta a circunferência, o ponto **M1'** que é homólogo de um dos extremos do eixo maior (o ponto **M1**). Do mesmo modo podemos determinar o outro extremo (ou por simetria) bem como os extremos do eixo menor.

SEELIPSEELIPSEELIPSEELIPSEELIPSEELIPSEELIPSEELISPEELISP



Neste último desenho é apresentado todo o processo bem como o desenho da elipse com a determinação dos respectivos focos, os pontos **F1** e **F2**.

Referências bibliográficas:

A. J. Franco de Oliveira, *Transformações Geométricas*, Universidade Aberta, 1997

Guilherme Ricca, *Geometria Descritiva – Método de Monge*, F. C. Gulbenkian, 1992

1 Dois diâmetros de uma elipse dizem-se conjugados quando as tangentes à elipse conduzidas pelos extremos de cada um deles são paralelas ao outro.

2 Designa-se por *homologia* a transformação geométrica plana que corresponde a uma relação directa e inversamente unívoca entre dois conjuntos. A homologia pode ser de centro próprio (quando as rectas que unem pontos correspondentes se cruzam num ponto próprio) ou de centro impróprio (quando as rectas que unem pontos correspondentes são paralelas). Neste último caso pode designar-se também por *homologia afim* ou simplesmente *afinidade*. Na afinidade pode falar-se em direcção da afinidade uma vez que todas as rectas que unem pontos correspondentes são paralelas.

3 Numa *afinidade*, elementos que se correspondem dizem-se *afins*, *transformados* ou *homólogos*. Elementos que coincidem com os seus correspondentes designam-se por *duplos* ou *autocorrespondentes*. São *duplos* os pontos do eixo da afinidade, o eixo da afinidade e as rectas com a direcção da afinidade.