

# ARTiTEXTOS04

URBANISMO  
ARQUITECTURA  
DESIGN  
MODA

Ana Marta Feliciano  
Ana Santos Guerreiro  
António Leite  
António Morais  
Daniel Santos de Jesus  
Fernando Bagulho  
Francisco Oliveira  
Francisco Serdoura  
Graça Bachmann  
José Manuel Fernandes  
Luís Afonso  
Luís Mateus  
Madalena Cunha Matos  
Margarida Louro  
Maria Manuela Mendes  
Mário Say Ming Kong  
Pedro Gomes Januário  
Pedro Marques de Abreu  
Rita Filipe  
Rui Barreiros Duarte  
Sofia Morgado  
Tânia Beisl Ramos



## Método prático para levantamento de fachadas de Arquitectura

Luís Miguel Cotrim Mateus

Arquitecto, Assistente da F.A.U.T.L.

lmmateus@fa.utl.pt

Para elaborar o levantamento de uma fachada várias abordagens podem ser adoptadas. Uma são mais práticas e expeditas e outras mais morosas e rigorosas, devendo sempre considerar-se a adequação dos meios aos objectivos.

O método apresentado, que em certo sentido se pode definir como um método de fotogrametria elementar, aplica-se sobretudo ao levantamento de fachadas aproximadamente planas. Tem como base operativa uma operação que recorre às propriedades da geometria projectiva aplicadas a um desenho elaborado, em ambiente de CAD, sobre uma ou mais fotografias digitais como se de 'decalque' se tratasse.

Para transformar o desenho elaborado sobre a fotografia num desenho com propriedades métricas, isto é, num desenho em que se podem medir directamente, numa dada escala, comprimentos, larguras e ângulos, foi programada uma rotina na linguagem Autolisp para correr no ambiente de trabalho do software Autocad. Esta baseia-se no teorema da geometria projectiva segundo o qual "quaisquer quatro pontos num plano  $\pi$ , não sendo três colineares, são projectivos com quaisquer quatro pontos num plano  $\pi'$ , não sendo três colineares". Este teorema não exclui que os dois planos coincidam e traduz que dada uma figura inicial num plano  $\pi$  e quatro pontos num plano  $\pi'$  que correspondam a quatro pontos conhecidos da figura inicial, é possível estabelecer os parâmetros que permitem efectuar a transformação da figura inicial, do plano  $\pi$ , na figura final, no plano  $\pi'$  (mesmo que os dois planos sejam apenas um).

Esta transformação projectiva, que se pode designar por rectificação, pode ser traduzida analiticamente por:

$$X_u = \frac{e_1 x_n + f_1 y_n + g_1}{e_0 x_n + f_0 y_n + 1}$$

$$Y_u = \frac{e_2 x_n + f_2 y_n + g_2}{e_0 x_n + f_0 y_n + 1}$$

Em que:

$X_u$  e  $Y_u$  são as coordenadas dos pontos  $P_u$  a determinar,

$x_n$  e  $y_n$  são as coordenadas dos pontos  $P_n$  conhecidos e correspondentes aos pontos  $P_u$ ,

$e_0, e_1, e_2, f_0, f_1, f_2, g_1, g_2$  são os oito parâmetros da transformação projectiva.

Deduz-se das expressões que, tal como já foi afirmado, para determinar os parâmetros da transformação são necessárias as coordenadas de quatro pontos de referência,  $P_i$ , no plano do desenho a obter, e de quatro pontos de referência,  $P'_i$ , no plano do desenho elaborado, correspondentes aos anteriores.

É de notar que a determinação dos oito parâmetros da transformação, tratada na sua generalidade, é pouco prática pois consiste em resolver um sistema não linear de oito equações a oito incógnitas, pelo que é necessário adoptar uma estratégia adequada para tornar mais expedita a operação. Contudo, se três das coordenadas dos pontos de referência  $P_i$  e três das coordenadas dos pontos de referência  $P'_i$  forem iguais a 0, então a resolução do sistema torna-se bastante simples. Como, em geral, esta condição não se cumpre à partida, considerou-se um conjunto de transformações geométricas que alteram as coordenadas dos pontos iniciais de modo a simplificar a determinação dos parâmetros da transformação projectiva, e um outro conjunto de transformações geométricas que trazem os pontos transformados à posição que se pretende.

A sequência de transformações consistiu em:

a) Aplicar uma translacção dos pontos de referência  $P_i$  ( $i = \{1,2,3,4\}$ ), de coordenadas  $X_i$  e  $Y_i$ , segundo o vector  $\overrightarrow{P_4O}$  de modo a obter os pontos  $P_{it}$ , de coordenadas  $X_{it}$  e  $Y_{it}$ , de acordo com as seguintes expressões:

$$X_{it} = X_i - X_4$$

$$Y_{it} = Y_i - Y_4$$

b) Aplicar uma translacção dos pontos de referência  $P'_i$  ( $i = \{1,2,3,4\}$ ), de coordenadas  $x_i$  e  $y_i$ , e aos pontos  $P_n$ , de coordenadas  $x_n$  e  $y_n$ , da figura  $ff$  a transformar, segundo o vector  $\overrightarrow{P'_1O}$  de modo a obter os pontos  $P'_{it}$  de coordenadas  $x_{it}$  e  $y_{it}$ , e os pontos  $P_{nt}$ , da figura  $ff_t$ , de coordenadas  $x_{nt}$  e  $y_{nt}$ , de acordo com as seguintes expressões:

$$x_{it} = x_i - x_1$$

$$y_{it} = y_i - y_1$$

$$x_{nt} = x_n - x_1$$

$$y_{nt} = y_n - y_1$$

c) Aplicar uma rotação dos pontos  $P_{it}$  em torno da origem de modo a alinhar o vector  $\overrightarrow{P_{4t}P_{3t}}$  com o eixo dos  $xx$ , obtendo os pontos  $P_{itr}$  de coordenadas  $X_{itr}$  e  $Y_{itr}$ , de acordo com as seguintes expressões:

$$X_{itr} = X_{it} \cos \alpha - Y_{it} \sin \alpha$$

$$Y_{itr} = X_{it} \sin \alpha + Y_{it} \cos \alpha$$

em que:

$$\cos \alpha = \frac{X_{3t}}{\sqrt{X_{3t}^2 + Y_{3t}^2}}$$

$$\sin \alpha = \frac{Y_{3t}}{\sqrt{X_{3t}^2 + Y_{3t}^2}}$$

d) Aplicar uma rotação dos pontos  $P'_{it}$  e aos pontos  $P_{nt}$ , da figura  $ff_t$ , em torno da origem de modo a alinhar o vector  $\overrightarrow{P'_{1t}P'_{2t}}$  com o eixo dos  $xx$ , obtendo os pontos  $P'_{itr}$  de coordenadas  $x_{itr}$  e  $y_{itr}$ , e os pontos  $P_{ntr}$ , da figura  $ff_{tr}$ , de coordenadas  $x_{ntr}$  e  $y_{ntr}$ , de acordo com as seguintes expressões:

$$x_{itr} = x_{it} \cos \beta - y_{it} \sin \beta$$

$$y_{itr} = x_{it} \sin \beta + y_{it} \cos \beta$$

$$x_{ntr} = x_{nt} \cos \alpha - y_{nt} \sin \beta$$

$$y_{ntr} = x_{nt} \sin \beta + y_{nt} \cos \beta$$

em que:

$$\cos \beta = \frac{x_{2t}}{\sqrt{x_{2t}^2 + y_{2t}^2}}$$

$$\sin \beta = \frac{y_{2t}}{\sqrt{x_{2t}^2 + y_{2t}^2}}$$

e) Determinar os parâmetros  $e'_0, e'_1, e'_2, f'_0, f'_1, f'_2, g'_1, g'_2$  da transformação projectiva que relaciona os quatro pontos  $P_{itr}$  e os quatro pontos correspondentes  $P'_{itr}$ , que, em função das novas coordenadas dos pontos de referência podem ser obtidos de acordo com as seguintes expressões:

$$g'_1 = X_{1tr}$$

$$g'_2 = Y_{1tr}$$

$$f'_2 = \frac{Y_{1tr}x_{4tr} - Y_{1tr}x_{3tr}}{x_{3tr}y_{4tr} - y_{3tr}x_{4tr}}$$

$$e'_2 = \frac{Y_{1tr}y_{3tr} - Y_{1tr}y_{4tr}}{x_{3tr}y_{4tr} - y_{3tr}x_{4tr}}$$

$$e'_1 = \frac{e'_2 X_{2tr}}{Y_{2tr}} + \frac{X_{2tr}(Y_{1tr} - Y_{2tr})}{x_{2tr}Y_{2tr}} - \frac{X_{1tr} - X_{2tr}}{x_{2tr}}$$

$$f'_1 = -\frac{e'_1 x_{4tr} + X_{1tr}}{y_{4tr}}$$

$$e'_0 = \frac{e'_2}{Y_{2tr}} + \frac{Y_{1tr} - Y_{2tr}}{x_{2tr}Y_{2tr}}$$

$$f'_0 = \frac{e'_1 x_{3tr} + f'_1 y_{3tr} + X_{1tr} - e'_0 x_{3tr} X_{3tr} - X_{3tr}}{y_{3tr} X_{3tr}}$$

f) Aplicar a transformação projectiva aos pontos  $P_{ntr}$  da figura  $ff'_{tr}$ , de coordenadas  $x_{ntr}$  e  $y_{ntr}$ , de modo a obter os pontos  $P_{utr}$  da figura  $FF'_{tr}$ , de coordenadas  $X_{utr}$  e  $Y_{utr}$ , de acordo com as seguintes expressões:

$$X_{utr} = \frac{e'_1 x_{ntr} + f'_1 y_{ntr} + g'_1}{e'_0 x_{ntr} + f'_0 y_{ntr} + 1}$$

$$Y_{utr} = \frac{e'_2 x_{ntr} + f'_2 y_{ntr} + g'_2}{e'_0 x_{ntr} + f'_0 y_{ntr} + 1}$$

g) Aplicar uma rotação aos pontos  $P_{utr}$  da figura  $FF'_{tr}$ , de coordenadas  $X_{utr}$  e  $Y_{utr}$ , em torno da origem com a mesma amplitude e sentido contrário à aplicada em c) obtendo os pontos  $P_{ut}$  da figura  $FF'_t$ , de coordenadas  $X_{ut}$  e  $Y_{ut}$ , de acordo com as seguintes expressões:

$$X_{ut} = X_{utr} \cos(-\alpha) - Y_{utr} \sin(-\alpha)$$

$$Y_{ut} = X_{utr} \sin(-\alpha) + Y_{utr} \cos(-\alpha)$$

em que:

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha = \frac{X_{3t}}{\sqrt{X_{3t}^2 + Y_{3t}^2}}$$

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha = -\frac{Y_{3t}}{\sqrt{X_{3t}^2 + Y_{3t}^2}}$$

h) Aplicar uma translacção aos pontos  $P_{ut}$  da figura  $FF_t$ , de coordenadas  $X_{ut}$  e  $Y_{ut}$ , segundo o vector  $\overline{OP_4}$  obtendo os pontos  $P_u$  da figura  $FF$ , de coordenadas  $X_u$  e  $Y_u$ , de acordo com as seguintes expressões:

$$X_u = X_{ut} + X_4$$

$$Y_u = Y_{ut} + Y_4$$

Esta seqüência de operações vem esquematizada na figura seguinte.

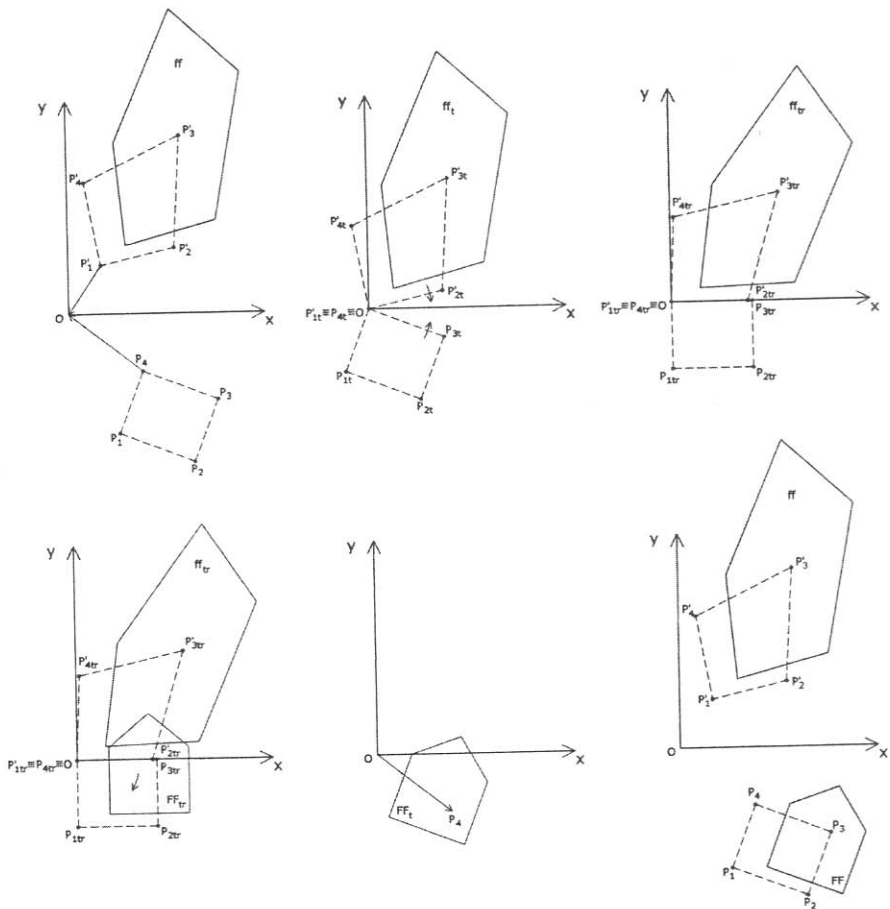


Fig. 1

Refira-se ainda que, nesta fase de desenvolvimento dos trabalhos, a rotina ainda não opera com redundância de informação, isto é, com mais que quatro pontos de referência correspondentes em cada plano, nem corrige as distorções provocadas pelo dispositivo óptico da máquina fotográfica.

De seguida apresenta-se e descreve-se um exemplo da aplicação deste método ao levantamento da fachada da Igreja de São João da Talha, Concelho de Loures.

O primeiro passo do processo consiste em trabalho de campo e tem dois momentos. Em primeiro lugar, tiram-se um conjunto de fotos digitais em que pelo menos duas, de ângulos complementares, enquadrem globalmente a fachada. Em segundo lugar, devem registar-se as coordenadas de quatro pontos, o que na prática, na maior parte dos casos, consiste em medir uma largura e uma altura que devem ser o mais abrangentes possível.

O segundo passo do processo consiste em trabalho de gabinete.

Inserem-se as fotos digitais no ambiente de trabalho do *software* Autocad e procede-se à sua vectorização.

As fotos que enquadram globalmente a fachada servem para produzir um desenho geral cujos vértices servem como pontos de referência para o registo de desenhos parcelares elaborados sobre fotos de pormenor.

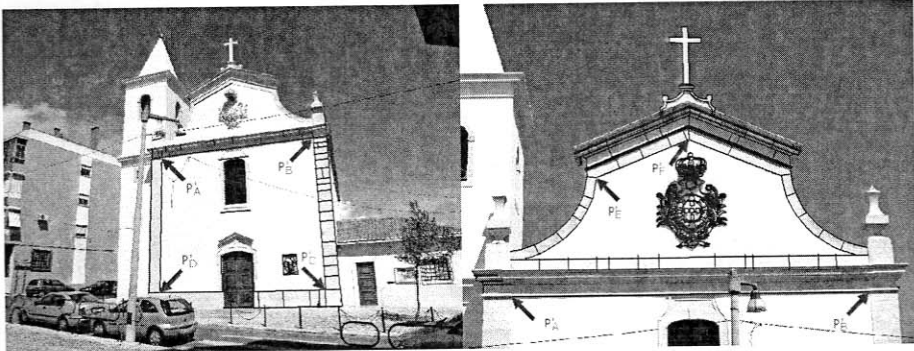


Fig. 2

Os vários desenhos parcelares devem ir sendo registados sobre um desenho geral que por fim é rectificado de acordo com as medidas tiradas em campo.



Fig. 3

Como resultado final obtém-se o alçado do edifício em que é possível efectuar medições.



Fig. 4

Na Figura 4 apresentam-se duas linhas de cotagem. A linha superior corresponde a uma medição efectuada sobre o desenho produzido através deste método. A linha inferior corresponde a medições efectuadas *in situ*. Verifica-se, pela comparação entre as medidas que figuram nas duas linhas, que as diferenças obtidas rondam  $\pm 1$  cm.

É ainda necessário proceder a mais aplicações do método para aferir com mais rigor o valor das diferenças que podem ser obtidas.

É também necessário fazer uma verificação semelhante para as alturas, que neste caso não foi efectuada. Em todo o caso assume-se que, neste caso, o erro deverá ser maior uma vez que a medida de controlo é menor que a considerada para a largura. É desejável procurar obter uma medida maior.

Contudo, pelo valor das diferenças apresentadas considera-se que a produção de levantamento de fachadas através deste método, que é bastante mais célere que o método tradicional, é bastante satisfatório para a generalidade das operações de Projecto em Arquitectura em fases de representação até à escala 1/100 ou 1/50.



Neste momento está em estudo o desenvolvimento de uma rotina que, em conjugação com a rotina apresentada, permite, apenas com recurso a medições do tipo enunciado e a fotos digitais obtidas com eixo óptico horizontal, proceder ao desenho da planta do contorno do edifício.

Este estudo enquadra-se no desenvolvimento de um método prático de levantamento de Arquitectura que se apoia, o mais possível, em fotografia digital.

### **Bibliografia**

- FEIFFER, Cesare – *Il progetto di conservazione*. Milão: Franco Angeli Libri s.r.l., 1989. 595p. ISBN 88-204-3055-X
- MAESTRI, Diego; DOCCI, Mario – *Manuale di rilevamento architettonico e urbano*. 8ª edição. Roma: Editori Laterza, 2005. 343 p. ISBN 88-420-4341-9
- MIKHAIL, Edward M.; BETHEL, James S. & MCGLONE, J. Chris – *Introduction to Modern Photogrammetry*. Nova Iorque: John Wiley & Sons, 2001. 479 p. ISBN 0-471-30924-9

A linha editorial ARTiTEXTOS, integrada no contexto das publicações promovidas pelo Centro Editorial da Faculdade de Arquitectura da Universidade Técnica de Lisboa, tem como principal âmbito e objectivo a publicação de textos sobre arquitectura, urbanismo, design e moda, produzidos pelos docentes que integram as diversas licenciaturas.

LICENCIATURAS

ARQUITECTURA  
ARQUITECTURA DE INTERIORES  
DESIGN  
DESIGN DE MODA  
GESTÃO URBANÍSTICA  
PLANEAMENTO URBANO E TERRITORIAL

MESTRADOS

ARQUITECTURA  
COR NA ARQUITECTURA  
CULTURA ARQUITECTÓNICA MODERNA E CONTEMPORÂNEA  
DESENHO URBANO E PROJECTO DO ESPAÇO PÚBLICO  
DESENVOLVIMENTO IMOBILIÁRIO  
DESIGN  
ESTUDOS DO ESPAÇO E DO HABITAR EM ARQUITECTURA  
REABILITAÇÃO DA ARQUITECTURA E NÚCLEOS URBANOS  
REGENERAÇÃO URBANA E AMBIENTAL

CURSOS DE ESPECIALIZAÇÃO

DESIGN DE COMUNICAÇÃO DE PROJECTOS  
DESIGN DE ILUMINAÇÃO  
DESIGN DE INOVAÇÃO NA ESTRATÉGIA EMPRESARIAL  
HABITAÇÃO  
RESTAURO E MANUTENÇÃO DO OBJECTO ARQUITECTÓNICO CONSTRUÍDO  
SUSTENTABILIDADE DO PROJECTO DO AMBIENTE URBANO E ARQUITECTÓNICO

DOUTORAMENTOS

ARQUITECTURA  
DESIGN  
URBANISMO



**FACULDADE DE ARQUITECTURA**  
**UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA**

Rua Sá Nogueira - Pólo Universitário da Ajuda 1349-055 Lisboa  
Telefone 213 615 000 - Fax 213 625 138 [www.fa.utl.pt](http://www.fa.utl.pt)

ISBN 978-972-97354-9-3



9 789729 735493