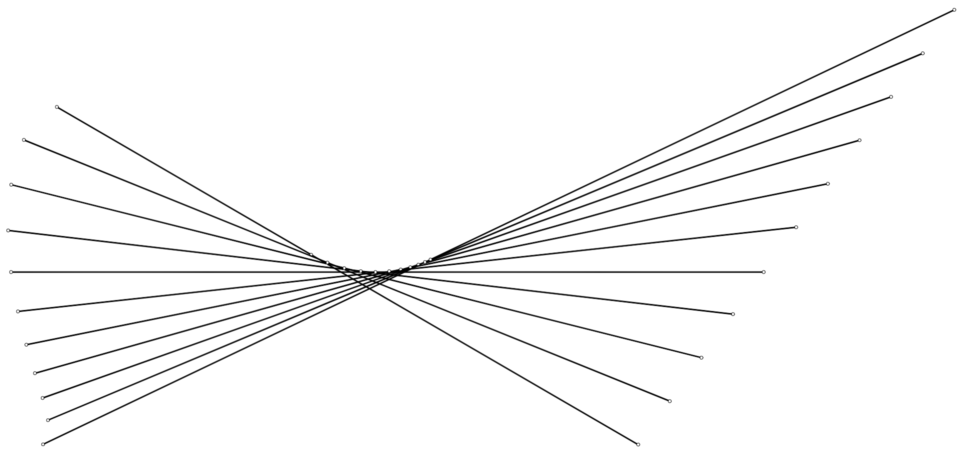
PROVAS DE APTIDÃO PEDAGÓGICA

E

CAPACIDADE CIENTÍFICA

- Relatório para uma aula prática -

INVENÇÃO E REPRESENTAÇÃO DE UMA SUPERFÍCIE REGRADA EMPENADA DEFINIDA POR TRÊS DIRECTRIZES



Faculdade de Arquitectura da Universidade Técnica de Lisboa 2004

Luís Miguel Cotrim Mateus, Assistente Estagiário Geometria Descritiva

PROVAS DE APTIDÃO PEDAGÓGICA

E

CAPACIDADE CIENTÍFICA

- Relatório para uma aula prática -

INVENÇÃO E REPRESENTAÇÃO DE UMA SUPERFÍCIE REGRADA EMPENADA DEFINIDA POR TRÊS DIRECTRIZES

Este relatório foi preparado e produzido entre Abril de 2001 e Setembro de 2004 paralelamente à actividade docente exercida como Assistente Estagiário no grupo de disciplinas de Geometria da Área Científica Desenho e Comunicação afecta à Secção de Desenho/ Geometria/ CAD, Departamento de Arquitectura.

É realizado em cumprimento do nº 1 do artigo 58º do Estatuto da Carreira Docente Universitária.

Faculdade de Arquitectura da Universidade Técnica de Lisboa 2004

Luís Miguel Cotrim Mateus, Assistente Estagiário Geometria Descritiva

ÍNDICE GERAL

Pág.

Parte 1 Enquadramento da AULA 1

1. A quem se dirige 2

2. A disciplina – Geometria Descritiva e Conceptual III 3

2.1. SUPERFÍCIES GEOMÉTRICAS – Programa desenvolvido 4

2.2. Planificação semestral por aula 4

3. Definição do espaço-tempo da AULA 8

4. Notas sobre algumas aulas prévias 9

Parte 2 A AULA 21

1. Planificação 22

1.1. Sumário 22

1.2. Objectivos 22

1.3. Conteúdos 22

1.4. Metodologias e Estratégias 23

1.4.1. Definição do enunciado do exercício 23

1.4.2. Premissas do enunciado 24

1.4.3. Tópicos sobre a resolução do exercício 24

1.4.4. Tópicos sobre a avaliação do exercício 27

1.4.5. Bibliografia específica para a aula 27

2. Concretização – Apresentação e descrição explicativa de uma possibilidade de resposta ao exercício 29

2.1. Escolha e representação das directrizes 29

2.2. Definição do processo generativo a utilizar 30

2.3. Determinação das geratrizes 31

2.4. Determinação dos contornos aparentes 33

2.5. Verificação e resolução dos problemas específicos 36

2.6. Determinação da 3ª projecção 40

2.7. Representação isométrica 40

2.8. Determinação das visibilidades e invisibilidades 41
2.9. Da superfície abstracta à superfície arquitectónica 41

Anexos

Anexo I Programa da disciplina Geometria Descritiva e Conceptual III do 3º semestre da licenciatura em Arquitectura

Anexo II Enunciado do exercício

Anexo III Figuras do capítulo 2 da *Parte 2*

Bibliografia

Parte 1 Enquadramento da AULA

1. A quem se dirige

No contexto da aplicação dos novos Planos de Estudo, esta “aula” integrar-se-á no conjunto de aulas da disciplina Geometria Descritiva e Conceptual III[1] das licenciaturas em Arquitectura, Arquitectura de Interiores e Arquitectura de Design.

Decorrerá no terceiro semestre das licenciaturas, isto é, no 1º semestre do 2º ano, no contexto de um programa relacionado com o estudo das SUPERFÍCIES GEOMÉTRICAS, após os alunos terem frequentado dois semestres em que abordaram o estudo dos Sistemas de Representação, nomeadamente a Perspectiva Linear (Quadros Planos e Quadros Curvos), Dupla Projecção Ortogonal (e Múltipla Projecção Ortogonal), as Projecções Cotadas e a Axonometria.

Não serão abordados os temas relacionados com o programa das Superfícies Geométricas utilizando meios informáticos, uma vez que a articulação temporal entre esta disciplina e as de desenho assistido por computador não é possível em tempo útil. Neste sentido, os sistemas de representação a adoptar serão os anteriormente referidos e estudados com especial incidência na Dupla Projecção Ortogonal (e Múltipla Projecção Ortogonal - MPO).

[1] Ver anexo I

2. A disciplina – Geometria Descritiva e Conceptual III

A disciplina Geometria Descritiva e Conceptual III é uma disciplina teórico-prática com carga horária semanal de 4 horas, distribuídas por duas aulas de 2 horas cada. Numa situação ideal, um semestre tem 13 semanas, o que equivale a 26 aulas.

2.1. SUPERFÍCIES GEOMÉTRICAS – Programa desenvolvido

Perante a documentação existente relativa à disciplina, o primeiro passo numa planificação das aulas consiste em definir um alinhamento mais detalhado do programa. Assim, propõe-se o seguinte alinhamento detalhado:

SUPERFÍCIES GEOMÉTRICAS

1. Definições e Conceitos
- **1.1.** Elementos de definição de uma superfície
- **1.2.** Condições de pertença
- **1.2.** Recta tangente
- **1.4.** Plano tangente
- **1.5.** Recta normal e plano normal
- **1.6.** Curvatura
- **1.7.** Contorno aparente
- **1.8.** Intersecção entre superfícies
- **1.9.** Recta tangente num ponto da linha comum
- **1.10.** Concordância entre superfícies
- **1.11.** Distinção entre superfície e sólido

2. Critérios de Classificação das superfícies
- **2.1.** Quanto à ordem
- **2.2.** Quanto à curvatura
- **2.3.** Quanto ao tipo de geratriz
- **2.4.** Outros

3. Quadro de classificação das superfícies
- **3.1.** Classificação das superfícies quanto ao tipo de geratriz
- **3.2.** Aplicações práticas das superfícies

4. Representação e Estudo das Superfícies

. representação em vários sistemas de representação
. definição projeccional
. condições de pertença
. planos tangentes
. recta normal e plano normal
. contornos aparentes
. intersecções
. tangente num ponto da linha comum
. concordâncias

4.1. Superfícies Poliédricas: *regulares; semi-regulares; irregulares*

4.2. Superfícies Regradas Planificáveis: *piramidal; prismática; cónica; cilíndrica; helicoidal tangencial*

4.3. Superfícies Curvas (não regradas): Superfícies de revolução – *esférica; elipsóide; tórica*

4.4. Superfícies Regradas Empenadas: *hiperbolóide de revolução; parabolóide hiperbólico; helicoidais regradas; de cilindróide; de conóide; de arco enviesado*

5. Estereotomia

5.1. Definições e conceitos

5.2. Aplicações práticas

5.3 Estudo de aplicações a casos elementares

2.2. Planificação semestral por aula

Para as vinte seis aulas previstas para um semestre, e atendendo que pode suceder que alguma coincida com feriados ou outras eventualidades impeditivas de realização, verifica-se que é possível desenvolver a totalidade dos conteúdos de acordo com a seguinte planificação:

PLANIFICAÇÃO SEMESTRAL – 1º semestre

Aula 1	**.** Apresentação. **.** Generalidades sobre o programa da disciplina – Superfícies Geométricas. **.** Informações várias.

Aula 2	<u>Teórica:</u> **.** Definições e Conceitos: elementos de definição de uma superfície; condições de pertença; recta tangente; plano tangente; recta normal e plano normal; curvatura; intersecção entre superfícies; recta tangente num ponto da linha comum; concordância entre superfícies; contorno aparente; distinção entre superfície e sólido.

	<u>Prática:</u> **.** Aplicação de alguns dos conceitos a superfíces e/ou sólidos conhecidos dos alunos, nomeadamente o plano, o cone, o cilindro, prisma, a pirâmide (sem prejuízo destes serem incluídos mais adiante em outras aulas e sujeitos a estudo mais detalhado) em MPO.

Aula 3	<u>Prática:</u> **.** Continuação da prática da aula anterior.

Aula 4	<u>Teórica:</u> **.** Critérios de classificação de superfícies : quanto à ordem; quanto à curvatura; quanto ao tipo de geratriz; outros. **.** Quadro de classificação das superfícies quanto ao tipo de geratriz. **.** Aplicações práticas das superfícies. **.** Superfícies Poliédricas: definições e conceitos; classificação; fórmula de Euler; planificação.

Aula 5	<u>Prática:</u> **.** Representação dos cinco poliedros regulares em MPO e Axonometria.

Aula 6	<u>Teórica:</u> **.** Superfícies regradas planificavéis: definições e conceitos; classificação; intersecções planas (método dos planos secantes, método do feixe de planos); planificações (teorema de Olivier sobre os pontos inflexão da transformada); hélice cilíndrica. <u>Prática:</u> **.** Representação em MPO das superfícies cónica, cilíndrica, prismática e piramidal (determinação dos contornos) **.** Condição de pertença de um ponto a uma superfície – aplicações. **.** Plano tangente à superfície (cónica e cilíndrica) conduzido por um ponto da superfície, por um ponto exterior e paralelo a uma recta.

Aula 7	<u>Prática:</u> **.** Em MPO, intersecções planas em superfícies cónicas, cilíndricas, prismáticas e piramidais. **.** Determinação da recta tangente num ponto da linha de intersecção. **.** Planificação e determinação das linhas transformadas. **.** Representação da hélice cilíndrica e da superfície helicoidal tangencial. **.** Determinação dos planos tangentes à superfície helicoidal tangencial.

Aula 8	<u>Teórica:</u> **.** Intersecção entre superfícies cónicas (e/ ou cilíndricas, piramidais, prismáticas): método do feixe de planos. **.** Determinação do tipo de intersecção (penetração, beijamento ou arrancamento). <u>Prática:</u> **.** Em MPO, determinação da intersecção entre duas superfícies cónicas (e/ou cilíndricas, piramidais, prismáticas) com directrizes complanares. **.** Determinação da recta tangente num ponto da linha comum.

Aula 9	<u>Prática:</u> **.** Em MPO, determinação da intersecção entre duas superfícies cónicas

	(e/ou cilíndricas, piramidais, prismáticas) com directrizes não complanares. . Determinação da recta tangente num ponto da linha comum.

Aula 10	Teórica: . Superfícies Curvas (não regradas): definições e conceitos; classificação; superfícies de revolução (esférica, elipsóide, tórica); planos tangentes às superfícies de revolução (método das superfícies cónicas de concordância). Prática: . Representação em MPO da esfera, do elipsóide e do toro (determinação dos contornos). . Condições de pertença de um ponto à superfície. . Plano tangente à superfície (esférica, elipsoidal, tórica) conduzido por um ponto da superfície, por um ponto exterior e paralelo a uma recta.

Aula 11	Prática: . Em MPO, intersecção entre superfícies de revolução (esférica, elipsóide, tórica) e superfícies regradas planificáveis (cónica, cilíndrica, piramidal, prismática).

Aula 12	Teórica: . Superfícies regradas empenadas: definições e conceitos; classificação. . Parabolóide hiperbólico (definição e propriedades) . Hiperbolóide escaleno / hiperbolóide de revolução (definição e propriedades).

Aula 13	Prática: . Representação em MPO e Axonometria do parabolóide hiperbólico e do hiperbolóide de revolução.

Aula 14	Teórica: . Superfícies helicoidais regradas (definição, classificação e propriedades). . Superfícies de cilindróide e de conóide (definição e propriedades). . Superfícies de arco enviesado (definição, classificação e propriedades).

Aula 15	Prática: . Representação em MPO e Axonometria do conóide recto de directriz circunferencial, do cilindróide de directrizes circunferenciais e das helicoidais regradas.

Aula 16	Prática: . Representação em MPO e Axonometria do corno de vaca e das “arriére-voussure”.

Aula 17	Teórica: . Planos tangentes (princípio geral da concordância entre uma superfície regrada empenada qualquer e um hiperbolóide escaleno ao longo de uma geratriz recta).

	Prática: . Em MPO, determinação de planos tangentes e rectas normais às superfícies do parabolóide hiperbólico, do hiperbolóide escaleno e do hiperbolóide de revolução, conduzidos por pontos da superfície.

Aula 18	Prática: . Em MPO, determinação de planos tangentes às superfícies do parabolóide hiperbólico, do hiperbolóide escaleno e do hiperbolóide de revolução conduzidos por pontos exteriores à superfície, paralelos a uma recta dada e paralelos a um plano dado.

Aula 19	Prática: . Em MPO, determinação de planos tangentes a superfícies regradas empenadas conduzidos por pontos da superfície.

Aula 20	Prática: . Exercício de Síntese sobre o estudo das superfícies.

Aula 21	Prática: . Continuação do Exercício de Síntese.

FÉRIAS DE NATAL

Aula 22	Prática: . Conclusão e entrega do Exercício de Síntese.

Aula 23	Teórica: . Estereotomia: definições e conceitos; aplicações práticas. Prática: . Em MPO e Axonometria, estudo da estereotomia das abóbadas em arco de volta perfeita, em arco ogival e arco abatido, construídos em pedra.

Aula 24	Prática: . Revisões da matéria dada e preparação para a frequência.

Aula 25	. Realização da frequência.

Aula 26	. *aula de reserva (feriados ou outros imprevistos)*.

3. Definição do espaço-tempo da AULA

A "AULA" sobre a qual incide este relatório não corresponde exactamente ao tempo lectivo de duas horas. Deverá entender-se "AULA" num sentido mais abrangente, isto é, como o tempo necessário para expor um determinado conjunto específico de matérias ou exercícios com uma determinada coerência. Neste sentido, esta "AULA" corresponde ao conjunto de três aulas assinaladas como aula 20, aula 21 e aula 22, perfazendo um total de 6 horas.

Estima-se que o exercício comece a ser desenvolvido uma semana antes das férias de Natal, e seja entregue na primeira semana de Janeiro. Incluindo as férias, o exercício desenrola-se durante quase um mês.

Na primeira das três aulas, os alunos já deverão trazer o enunciado do exercício que lhes será facultado antecipadamente através da página de Internet do docente.

4. Notas sobre algumas aulas prévias

Para que melhor se compreenda o exercício que será proposto aos alunos, é pertinente fazer referência e esquematizar alguns tópicos de algumas aulas anteriores que deverão, à altura do exercício, constituir conceitos já adquiridos e praticados. Os conceitos adquiridos não são o cerne deste relatório e, por isso, serão aqui expostos de uma forma esquemática. A metodologia que se pode utilizar para os veicular poderá assentar sobre uma base mais abstracta ou, então, de exemplos práticos e concretos. Provavelmente haverá sempre lugar aos dois caminhos dependendo da adequação a cada momento.

Em todo o caso, as abordagens serão sempre feitas em termos sintéticos em deterimento dos termos algébricos.

Assim, na aula dois, o aluno abordou de forma introdutória os seguintes conceitos:

Ponto, Linha e Superfície

O PONTO é uma entidade sem dimensão, isto é, adimensional.

A LINHA é uma entidade unidimensional gerada pelo movimento contínuo do ponto.

As linhas podem ser CURVAS ou não curvas; às linhas não curvas dá-se o nome de RECTAS.

Cada linha recta tem uma DIRECÇÃO; direcção é a propriedade comum a uma família de rectas paralelas entre si.

Cada linha recta contém um PONTO IMPRÓPRIO, isto é, um ponto situado no infinito.

A cada direcção de rectas corresponde apenas um ponto impróprio, isto é, todas as rectas paralelas entre si têm o mesmo ponto do infinito, daí dizer-se que rectas paralelas são rectas concorrentes no infinito.

A SUPERFÍCIE é uma entidade bidimensional gerada pelo movimento contínuo da linha.

A GERATRIZ é a linha, deformável ou indeformável, que se move no espaço para gerar a superfície.

A DIRECTRIZ é a linha ou superfície em que se apoia a geratriz no seu movimento.

Se a directriz for uma superfície, então a superfície gerada diz-se de NÚCLEO.

Quando uma geratriz recta se move continuamente no espaço, conservando a direcção, apoiada numa directriz recta com direcção diferente da sua, é gerado o PLANO.

Cada plano tem uma ORIENTAÇÃO; orientação é a propriedade comum a uma família de planos paralelos entre si.

Cada plano contém uma RECTA IMPRÓPRIA, isto é, uma recta situada no infinito.

A cada orientação de planos corresponde apenas uma recta imprópria, isto é, todos os planos paralelos entre si têm a mesma recta do infinito, daí dizer-se que planos paralelos se intersectam no infinito.

Uma orientação contém uma infinidade de direcções.

O lugar geométrico de todos os pontos impróprios e de todas as rectas impróprias é o PLANO IMPRÓPRIO, isto é, o plano do infinito.

Quando uma superfície puder ser gerada pelo movimento de uma linha recta diz-se que é REGRADA.

Quando uma superfície não puder ser gerada pelo movimento de uma linha recta diz-se que é CURVA.

Por ORDEM de uma superfície entende-se o número máximo de pontos em que uma recta a pode intersectar; o plano é uma superfície de 1ª ordem.

Quando uma superfície regrada pode ser "desenrolada" para um plano, sem provocar "pregas" ou "rasgos" diz-se que a superfície é PLANIFICÁVEL; apenas superfícies regradas podem ser planificáveis, embora nem todas o sejam.

Condições de pertença (fig.1)

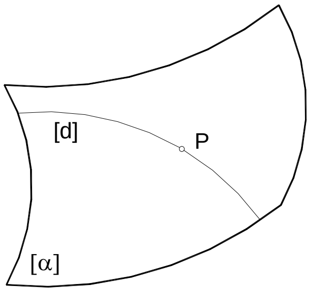


Fig. 1

Se o ponto P pertencer à linha $[d]$ e a linha $[d]$ pertencer à superfície $[\alpha]$, então o ponto P pertence à superfície $[\alpha]$.

Recta tangente (fig.2)

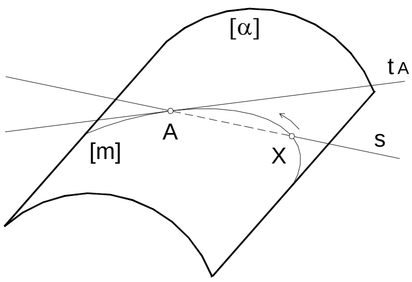


Fig. 2

O ponto A pertence à linha $[m]$ e a linha $[m]$ pertence à superfície $[\alpha]$.

A recta t_A, tangente à linha $[m]$ no ponto A, é a posição limite da recta secante s, quando o ponto X tende para o ponto A.

Se a recta t_A é tangente à linha $[m]$, é também tangente à superfície $[\alpha]$.

Plano tangente (fig.3)

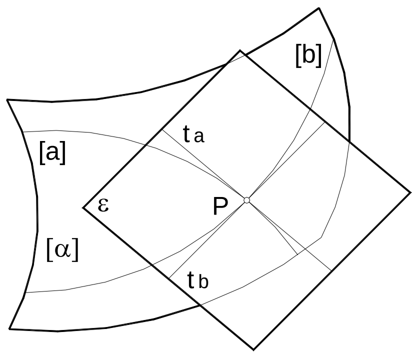


Fig. 3

Sejam $[a]$ e $[b]$ duas linhas, pertencentes à superfície $[\alpha]$, concorrentes no ponto P.

Sejam t_a e t_b as rectas tangentes às linhas $[a]$ e $[b]$, respectivamente, no ponto P.

O plano ε, definido pelas rectas t_a e t_a, é o plano tangente à superfície $[\alpha]$ no ponto P.

O plano ε é o lugar geométrico de todas as rectas tangentes à superfície $[\alpha]$ no ponto P.

Do plano tangente a uma superfície diz-se que é OSCULANTE.

Recta normal e plano normal (fig.4)

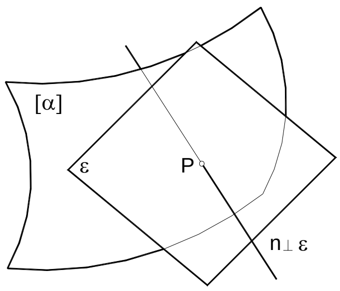


Fig. 4

Seja ε o plano tangente à superfície $[\alpha]$ no ponto P.

Seja n uma recta perpendicular ao plano ε no ponto P.

A recta n diz-se NORMAL à superfície $[\alpha]$ no ponto P.

De um plano que contenha a recta n diz-se que é normal à superfície $[\alpha]$ no ponto P.

Curvatura de uma superfície (fig.5)

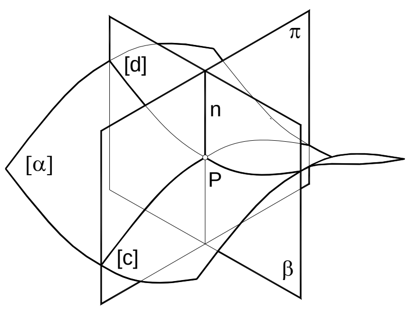


Fig. 5

Seja n uma recta normal à superfície $[\alpha]$ no ponto P.

Sejam π e β planos normais à superfície $[\alpha]$ no ponto P.

Seja $[c]$ (resultado da intersecção do plano π com a superfície $[\alpha]$) a linha de maior CURVATURA[2] da superfície $[\alpha]$ no ponto P.

Seja $[c]$ (resultado da intersecção do plano β com a superfície $[\alpha]$) a linha de menor curvatura da superfície $[\alpha]$ no ponto P.

A curvatura da superfície $[\alpha]$ no ponto P é a soma das curvaturas máxima e mínima.

Se o plano tangente à superfície $[\alpha]$ no ponto P a dividir em quatro regiões, duas "para cima" do plano e duas "para baixo", então a superfície é de DUPLA CURVATURA DE SENTIDOS OPOSTOS no ponto P.

Se o plano tangente à superfície $[\alpha]$ no ponto P apenas contiver P na sua vizinhança, então a superfície é de DUPLA CURVATURA COM O MESMO SENTIDO no ponto P.

Se o plano tangente à superfície $[\alpha]$ no ponto P tiver em comum com $[\alpha]$ apenas uma linha passante por P, então a superfície é de SIMPLES CURVATURA no ponto P.

Intersecção de superfícies (fig.6, 6a, 6b e 6c)

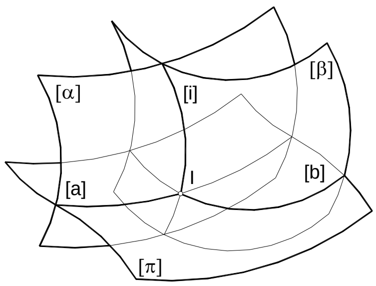


Fig.6

Se duas superfícies $[\alpha]$ e $[\beta]$ se intersectam segundo uma linha $[i]$, então existe pelo menos uma superfície $[\pi]$ que intersecta a superfície $[\alpha]$ segundo uma linha $[a]$, intersecta a superfície $[\beta]$ segundo uma linha $[b]$, de tal modo que a linha $[a]$ intersecta a linha $[b]$ num ponto I da linha $[i]$.

2 A curvatura de uma linha num ponto é o inverso do raio de curvatura nesse ponto.

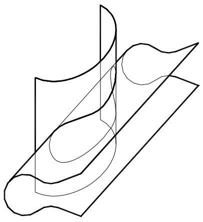


Fig. 6a

Se a linha de intersecção for única e fechada tem-se um ARRANCAMENTO.

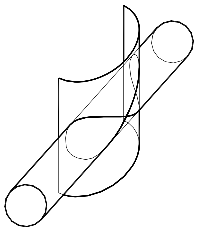


Fig. 6b

Se a linha de intersecção tiver um ponto duplo tem-se um BEIJAMENTO.

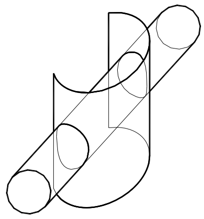


Fig. 6c

Se existir uma linha de entrada e uma linha de saída distintas tem-se uma PENETRAÇÃO.

Recta tangente à linha de intersecção (fig.7)

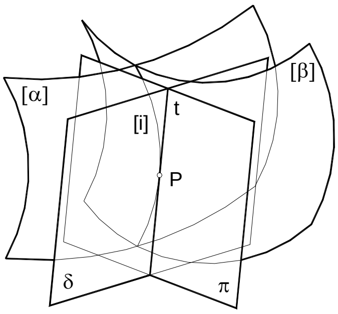


Fig. 7

Seja $[i]$ a linha de intersecção entre as superfícies $[\alpha]$ e $[\beta]$.

Seja P um ponto da linha $[i]$, logo ponto comum $[\alpha]$ e $[\beta]$.

Seja δ o plano tangente à superfície $[\alpha]$ no ponto P.

Seja π o plano tangente à superfície $[\beta]$ no ponto P.

A recta t, de intersecção entre os planos δ e π, é a recta tangente à linha $[i]$ no ponto P.

Concordância entre superfícies (fig.8a, 8b e 8c)

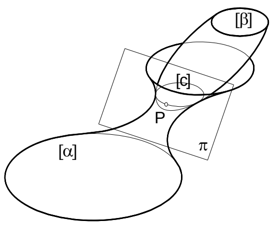


Fig. 8a

Se duas superfícies $[\alpha]$ e $[\beta]$ admitirem os mesmos planos tangentes π em todos os pontos P da linha $[c]$ comum a ambas, então as duas superfícies dizem-se concordantes segundo a linha $[c]$.

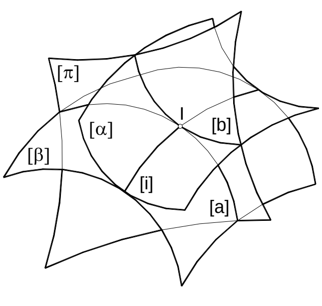


Fig. 8b

Se duas superfícies $[\alpha]$ e $[\beta]$ forem concordantes segundo uma linha $[i]$, então existe pelo menos uma superfície $[\pi]$ que intersecta as superfícies $[\alpha]$ e $[\beta]$ segundo as linhas $[b]$ e $[a]$, respectivamente, de tal modo que as linhas $[b]$ e $[a]$ são tangentes entre si num ponto I da linha $[i]$.

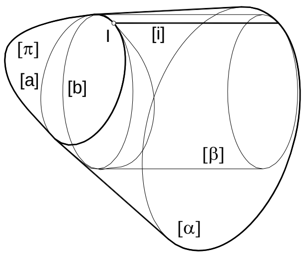
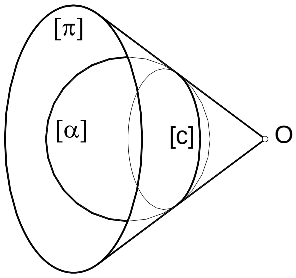


Fig. 8c

Se duas superfícies $[\alpha]$ e $[\beta]$ forem concordantes segundo uma linha $[i]$ e forem ambas concordantes com uma superfície $[\pi]$ segundo as linhas $[a]$ e $[b]$, respectivamente, de tal modo que $[a]$ e $[b]$ se intersectem um ponto I da linha $[i]$, então, as duas linhas $[a]$ e $[b]$ são tangentes entre si no ponto I.

Contorno aparente (fig.9)



O contorno aparente de uma superfíce $[\alpha]$ para um "observador" (centro de projecções) O é a linha $[c]$ de concordância entre a superfície $[\alpha]$ e uma superfície cónica $[\pi]$ de vértice O.

Se o observador estiver no infinito, então $[\pi]$ é uma superfície cilíndrica.

Fig. 9

Distinção entre superfície e sólido

Uma superfície é a entidade que delimita o volume do sólido.

É claro que, sendo introduzidos estes conceitos no início, é provável que à medida das necessidades de aplicação a casos concretos, por exemplo em exercícios de aula, estes tenham que ser revistos e re-expostos. Contudo, opta-se pela sua exposição inicial como modo de definir os termos de uma linguagem que a partir desta aula será utilizada.

Na <u>aula 4</u> o aluno é confrontado com um Quadro de Classificação de Superfícies.

Este quadro é desenvolvido com base no critério de classificação segundo o tipo de geratrizes e consoante a propriedade das superfícies serem planificáveis ou não.

Obviamente, este não é o único critério possível de classificação de superfícies. Será conveniente fazer a chamada de atenção para outros critérios, nomeadamente quanto à curvatura, quanto à ordem, ou até mesmo critérios mais intuitivos como sejam os das propriedades visuais das superfícies (por exemplo: superfícies facetadas, superfícies sem arestas, etc.).

Assim sendo, tem-se:

CLASSIFICAÇÃO DE SUPERFÍCIES QUANTO AO TIPO DE GERATRIZ			exemplos
		SUPERFÍCIES POLIÉDRICAS	poliédricas regulares, semi-regulares e irregulares
REGRADAS	PLANIFICÁVEIS	SUPERFÍCIE PLANA	plano
		definidas por 1 PONTO e 1 DIRECTRIZ	cónica; cilíndrica; prismática; piramidal
		definidas por 2 DIRECTRIZES	convolutas; superfícies de igual pendente
		SUPERFÍCIES TANGENCIAIS	helicoidal tangencial
		outras	
	NÃO PLANIFICÁVEIS	definidas por 3 DIRECTRIZES	parabolóide hiperbólico; hiperbolóide de revolução; cilindróide; conóide; helicoidais regradas; superfícies de arco enviesado
		outras	superfície regrada de uma só face
CURVAS		SUPERFÍCIES DE REVOLUÇÃO	esférica; tórica; elipsoidal
		outras	serpentina; superfícies mínimas

A partir da aula 4, a metodologia seguida consistirá no estudo sistemático das várias categorias de superfícies (superfícies poliédricas; superfícies definidas por um vértice e uma directriz – cónica, cilíndrica, prismática, piramidal – superfícies de revolução, *etc*) aplicando e desenvolvendo alguns dos conceitos expostos na aula 2.

Na <u>aula 12</u> iniciar-se-á o estudo das superfícies regradas empenadas definidas por três directrizes.

Este estudo começará pela exposição de alguns conceitos inerentes a este tipo de superfícies e passará pela exposição de um quadro mais detalhado de classificação deste tipo de superfícies.

Apenas alguns exemplos de superfícies serão estudados.

Os conteúdos desta aula poderão ser veiculados como se segue:

Superfícies regradas não planificáveis (empenadas)

Uma superfície regrada não é planificável se duas geratrizes infinitamente próximas não se intersectarem. Esta condição é em geral cumprida quando a superfície é definida por três directrizes quaisquer (fig.10). Contudo, há posições específicas que as directrizes podem assumir que não permitem gerar nenhuma superfície regrada ou em que esta degenera numa superfície planificável.

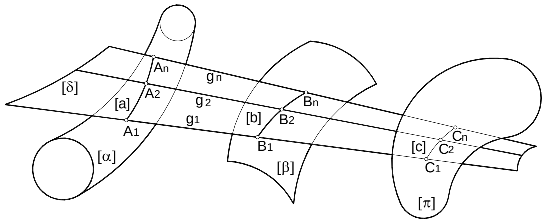


Fig. 10

A condição que se impõe para que as rectas g_1, g_2, g_n definam uma superfície regrada $[\delta]$ é a de serem tangentes às superfícies directrizes $[\alpha]$, $[\beta]$ e $[\pi]$ simultaneamente. Isto é, a superfície $[\delta]$ deve ser simultaneamente concordante com as superfícies $[\alpha]$, $[\beta]$ e $[\pi]$ segundo linhas $[a]$, $[b]$ e $[c]$, respectivamente.

O conjunto das rectas g_1, g_2, g_n designa-se por SISTEMA DE GERATRIZES.

Se uma das superfíces directrizes for substituída por uma linha directriz, então as geratrizes devem intersectá-la.

Se a superfície $[\delta]$ possuir apenas um sistema de geratrizes rectas g_1, g_2, g_n, então diz-se que é SIMPLESMENTE REGRADA.

Se a superfície $[\delta]$ possuir dois sistemas de geratrizes rectas g_1, g_2, g_n e j_1, j_2, j_n, então diz-se que é DUPLAMENTE REGRADA.

Quando uma superfície é duplamente regrada, todas as geratrizes de um sistema intersectam todas as geratrizes do outro sistema.

Se uma directriz recta for imprópria (situada no infinito) isto equivale a dizer que todas as geratrizes g_1, g_2, g_n são paralelas a uma orientação. Neste caso diz-se que a superfície é de PLANO DIRECTOR.

Se uma directriz curva for imprópria (situada no infinito), isto equivale a dizer que todas as geratrizes g_1, g_2, g_n são paralelas às geratrizes d_1, d_2, d_n de uma superfície cónica. Neste caso, diz-se que a superfície é de CONE DIRECTOR ou de SUPERFÍCIE CÓNICA DIRECTRIZ.

Contudo, deve notar-se que mesmo que a superfície seja definida por 3 directrizes próprias ela gozará obrigatoriamente da propriedade de ser de plano director ou de cone director, uma vez que todas as rectas têm pontos impróprios. Em todo o caso, em termos de classificação quanto à directriz, é conveniente distinguir as que são de plano director ou cone director e as ORDINÁRIAS.

Como consequência, apresenta-se o seguinte quadro de classificação de superfícies regradas não planificáveis (empenadas) definidas por três directrizes.

	TIPO	DIRECTRIZES	exemplos
SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS DEFINIDAS POR 3 DIRECTRIZES (linhas e/ou superfícies) R (recta) ; C (curva) ; S (superfície) ; $R\infty$ (recta imprópria) ; $C\infty$ (curva imprópria)	ORDINÁRIA	R R R	Hiperbolóide escaleno; Hiperbolóide de revolução de uma folha
		R R C	
		R C C	Superfícies de arco enviesado (corno de vaca; arriere-voussure)
		C C C	
		R R S	
		R C S	
		C C S	
		R S S	
		C S S	
		S S S	
	DE PLANO DIRECTOR	$R\infty$ R R	Parabolóide hiperbólico
		$R\infty$ R C	Superfícies de conóide; Superfícies helicoidais
		$R\infty$ C C	Superfícies de cilindróide
		$R\infty$ R S	Superfícies de conóide com um núcleo
		$R\infty$ C S	Superfícies de cilindróide com um núcleo; Superfícies helicoidais com núcleo
		$R\infty$ S S	Superfícies de cilindróide com dois núcleos
	DE CONE DIRECTOR	$C\infty$ R R	Tetraedróide
		$C\infty$ C R	Superfícies helicoidais
		$C\infty$ C C	
		$C\infty$ R S	
		$C\infty$ C S	Superfícies helicoidais com núcleo
		$C\infty$ S S	

Entre esta aula e a aula 16 o aluno será familiarizado com algumas destas superfícies tendo para isso que as representar em vários sistemas de representação. Insiste-se na questão da representação porque estas superfícies não são, em geral, conhecidas por parte dos alunos. Portanto, a parte inicial do seu estudo consistirá em estudar as suas propriedades visuais. Só assim os alunos poderão, um dia mais tarde, tirar delas algum partido ao nível de aplicação a casos concretos na Arquitectura ou Design.

Na aula 17 começarão a ser abordadas as propriedades mais abstractas destas superfícies (que se procurarão pôr em prática até à aula 19), nomeadamente a questão dos planos tangentes.

Não se terá ambição de abordar outras propriedades.

Será apresentado o princípio geral de concordância entre uma superfície regrada empenada qualquer e um hiperbolóide escaleno (fig. 14) ou parabolóide hiperbólico, recordando antes a definição de plano tangente aplicada a este tipo de superfícies.

De um modo geral, o conteúdo desta aula será o seguinte:

Plano tangente a uma superfície simplesmente regrada (fig.11)

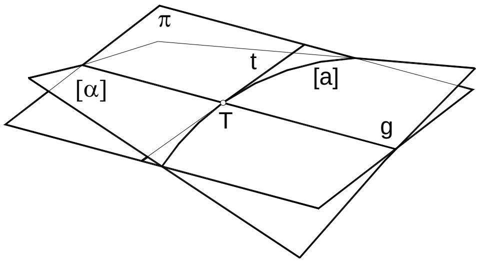


Fig. 11

Numa superfíce empenada simplesmente regrada $[\alpha]$ o plano π, tangente a $[\alpha]$ num ponto T, contém a geratriz recta g que por ele passa. Este plano intersecta a superfíce segundo a recta g e segundo uma linha $[a]$. O plano π contém a recta t tangente à linha $[a]$ no ponto T.

Plano tangente a uma superfície duplamente regrada (fig.12)

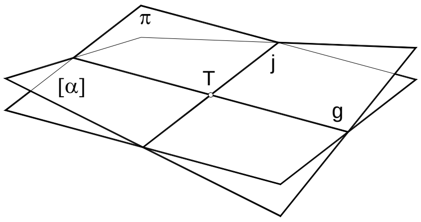


Fig. 12

Numa superfície empenada duplamente regrada, $[\alpha]$, o plano π, tangente a $[\alpha]$ num ponto T, fica definido pelas duas geratrizes rectas, g e j, que nele se intersectam. É o caso do parabolóide hiperbólico, do hiperbolóide escaleno e do hiperbolóide de revolução de uma folha.

Feixe de planos tangentes ao longo de uma geratriz (fig.13)

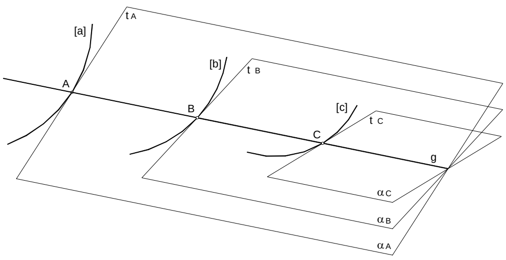


Fig. 13

Considere-se a superfície empenada regrada $[\delta]$ definida pelas directrizes $[a]$, $[b]$ e $[c]$.

Seja g uma geratriz recta, da superfície $[\delta]$, que contém os pontos A, B e C pertencentes às directrizes $[a]$, $[b]$ e $[c]$, respectivamente.

Os planos α_A, α_B e α_C tangentes à superfície $[\delta]$ nos pontos A, B e C, respectivamente, ficam definidos pela geratriz g e pelas rectas t_A, t_B e t_C, respectivamente tangentes a $[a]$ em A, a $[b]$ em B e a $[c]$ em C.

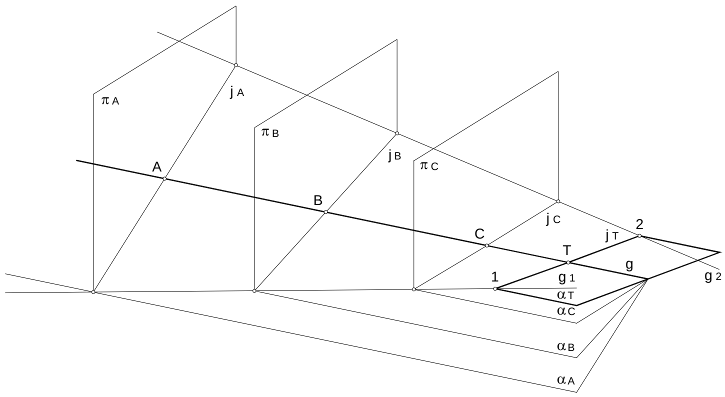


Fig. 14

Na sequência do exposto para a figura 13 tem-se:

Se se intersectar o plano α_A com um plano π_A qualquer (passante pelo ponto A), o plano α_B com um plano π_B qualquer (passante pelo ponto B), e o plano α_C com um plano π_C qualquer (passante pelo ponto C), obtêm-se, respectivamente, as rectas j_A, j_B e j_C tangentes à superfície regrada empenada $[\delta]$ nos pontos A, B e C, respectivamente.

As três rectas definem um hiperbolóide escaleno de concordância com a superfície $[\delta]$ ao longo da geratriz g.

Como os planos π_A, π_B e π_C podem assumir uma infinidade de orientações, existe uma infinidade de hiperbolóides escalenos concordantes com a superfície $[\delta]$ ao longo da geratriz g.

Se os três planos π_A, π_B e π_C forem paralelos entre si, a superfície de concordância é um parabolóide hiperbólico.

Mais uma vez, existe uma infinidade de parabolóides hiperbólicos concordantes com a superfíce $[\delta]$ ao longo da geratriz g.

Determinar o plano α_T, tangente à superfície $[\delta]$ num ponto T qualquer da geratriz g, consiste em determinar a geratriz j_T (do sistema contrário ao de g e concorrente com g no ponto T) do hiperbolóide escaleno ou do parabolóide hiperbólico, consoante o caso.

Tendo chegado à aula 20, propor-se-á aos alunos um exercício prático cujo objectivo fundamental é fazer uma síntese sobre o estudo das superfícies.

Para cumprir este objectivo (ver-se-á como na *Parte 2* deste trabalho) os alunos serão convidados a:

Inventar e representar uma superfície regrada empenada definida por três directrizes

com base no quadro exposto na aula 12.

Embora este exercício pareça incidir apenas sobre um tipo de superfícies, as regradas empenadas, verificar-se-á que não é bem assim, uma vez que as directrizes poderão ser superfícies estudadas anteriormente. Neste sentido trata-se de um exercício bastante completo.

Porém, a exposição destas notas sobre algumas aulas prévias foi feita em função do tipo de superfície a ser inventada, no sentido de as explicações e descrições inerentes poderem ser compreendidas mais facilmente.

Parte 2 A AULA

1. Planificação

1.1. Sumário

O sumário da “Aula” é o seguinte:

Exercíco de Síntese sobre o estudo das superfícies:

Invenção e representação de uma superfície regrada empenada definida por três directrizes (linhas e/ ou superfícies).

1.2. Objectivos

Os objectivos que se pretendem atingir com o exercício são os seguintes:

- fazer uma síntese do estudo das superfícies;
- “obrigar” o aluno a uma atitude activa de escolha e definição de premissas;
- integrar os conteúdos estudados e praticados anteriormente;
- verificar o nível de entendimento das matérias abordadas;
- entender os quadros classificativos como modo privilegiado de sistematizar o estudo das superfícies;
- entender os processos generativos das superfícies em geral, e das superfícies regradas empenadas em particular;
- entender as inter-relações que podem ser geradas entre superfícies várias;
- manipular os conceitos na abordagem a casos concretos;
- aplicar os processos generativos à representação em Dupla Projecção Ortogonal – DPO (e Múltipla Projecção Ortogonal – MPO);
- manipular os vários sistemas de representação na representação de superfícies, em particular a MPO e a Axonometria;
- entender as possibilidades de aplicação prática das superfícies, por exemplo na Arquitectura ou no Design.

1.3. Conteúdos

Os conteúdos que se pretendem presentes no exercício podem ser separados por vários níveis e são os seguintes:

<u>Definições e Conceitos:</u>

- elementos de definição de uma superfície;

- condições de pertença;
- recta tangente;
- plano tangente (osculante);
- recta normal e plano normal;
- contorno aparente;
- intersecção;
- concordância.

Classificação de superfícies:

- quadro geral de classificação de superfícies quanto ao tipo de geratrizes;
- quadro de classificação das superfíces regradas empenadas;
- outros quadros de classificação de superfícies.

Representação e estudo das superfícies:

- definição projeccional de linhas e superfícies;
- superfícies regradas planificáveis (cónica e cilíndrica)
- superfícies de revolução (esférica; tórica)
- superfícies regradas empenadas (parabolóide hiperbólico; hiperbolóide escaleno; e de um modo geral, a noção de superfície de plano director, de cone director e ordinária).

1.4. Metodologias e estratégias

Na concretização do exercício recapitular-se-ão, sempre que necessário, os princípios e conteúdos aplicáveis.

Para estabelecer perante o aluno, de um modo claro, o que se pretende do exercício, deverá ser produzido um enunciado[3] do mesmo. O enunciado deverá ser disponibilizado atempadamente para que esteja presente na aula em que se começa a desenvolver o exercício em causa.

O meio privilegiado para o fazer é através da página de Internet do docente.

1.4.1. Definição do enunciado do exercício

No enunciado do exercício figuram os objectivos, as premissas, os tópicos da resolução, a bibliografia específica, os critérios de avaliação, a duração, e a data de entrega.

É por meio da resposta ao enunciado, por parte dos alunos, que se podem vir a cumprir os objectivos definidos.

[3] O enunciado deve ser um documento autónomo, pelo que se opta pela sua inclusão em anexo. Neste sentido deve ser consultado o anexo II neste momento, antes de se progredir na leitura.

O pretexto para cumprir os objectivos centra-se na **invenção e representação de uma superfície regrada empenada definida por três directrizes**.

1.4.2. Premissas do enunciado

As premissas impostas no enunciado visam orientar, de alguma forma, a resposta ao exercício, e balizar os graus de liberdade de escolha que o aluno terá, para além de constituírem um meio de homegenização dos elementos a entregar.

Assim, estão impostos os formatos de resolução (formato A1 na horizontal), os elementos que deve conter cada folha, o formato de entrega e a norma de identificação. A escolha do formato A1 prende-se com o objectivo de que as várias representações venham articuladas entre si. Isto é garantido pelo facto do arranque do exercício ser feito com a LT (linha de terra) a 15 cm da margem inferior da folha, restando espaço para os desenvolvimentos.

Quanto ao exercício em si, é imposto que não se trate de uma cópia de nenhum caso estudado da aula; têm-se como directrizes possíveis a recta, a circunferência, a superfície cónica, a superfície cilíndrica, a superfície esférica e a superfície tórica; excluem-se os casos das três directrizes rectílineas e das três directrizes superficiais; identificam-se os critérios de delimitação da superfície.

1.4.3. Tópicos sobre a resolução do exercício

Um exercício deste tipo levanta a hipótese de múltiplas respostas.

Considerando as premissas presentes no enunciado, pode calcular-se o número de respostas tipo. Fazendo as exclusões impostas, têm-se 100 hipóteses tipo de resposta ao exercício, como se pode verificar pelo quadro da página seguinte.

Contudo, algumas destas hipóteses de resposta não são aconselháveis pelo tipo de traçados que podem implicar.

Fará parte do acompanhamento do docente o aconselhamento perante as escolhas dos alunos.

SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS DEFINIDAS POR 3 DIRECTRIZES (linhas ou superfícies)	TIPO	DIRECTRIZES	Hipóteses de resposta tipo
R (recta) ; C (curva) ; S (superfície) ; R∞ (recta imprópria) ; C∞ (curva imprópria)	ORDINÁRIA	R R R	
		R R C	1
		R C C	1
		C C C	1
		R R S	1x4 = 4
		R C S	1x4 = 4
		C C S	1x4 = 4
		R S S	4x4 = 16
		C S S	4x4 = 16
		S S S	
	DE PLANO DIRECTOR	R∞ R R	
		R∞ R C	1
		R∞ C C	1
		R∞ R S	1x4 = 4
		R∞ C S	1x4 = 4
		R∞ S S	4x4 = 16
	DE CONE DIRECTOR	C∞ R R	1
		C∞ C R	1
		C∞ C C	1
		C∞ R S	1x4 = 4
		C∞ C S	1x4 = 4
		C∞ S S	4x4 = 16
			100 respostas tipo possíveis

Pelo exposto, é preciso balizar bem o que são os requisitos a que todos os exercícios devem responder.

Para além dos elementos de resposta obrigatória, surgirão por certo outras questões a que devem ser dadas respostas, e que são devidas às especificidades de cada um dos exercícios. Os critérios de avaliação devem ter isto em conta. Em suma, este exercício não é de resposta linear.

Posto isto, podem dividir-se os problemas impostos pela resolução do exercício em dois aspectos.

Por um lado, há problemas gerais a que todos os alunos têm de responder idependentemente das escolhas feitas, e, por outro lado, há problemas específicos de cada exercício.

Entre os primeiros encontram-se os seguintes:

• representação projeccional das directrizes;

• identificação do processo generativo a utilizar para gerar a superfície;
• determinação de uma série de geratrizes da superfície;
• delimitação da superfície;
• determinação do contorno, através da superfície de concordância, numa das projecções;
• determinação das visibilidades e invisibilidades;
• determinação da terceira projecção da superfície;
• representação isométrica da superfície;
• tratamento dos resultados e contextualização arquitectónica.

Entre os segundos podem encontrar-se os seguintes, entre outros:

• se as directrizes forem superfícies – a determinação das linhas de concordância;
• a superfície definida pode auto-intersectar-se – determinação da auto intersecção;
• determinação de rectas tangentes às linhas de concordância no sentido de permitir maior rigor gráfico no seu traçado;
• outros (a avaliar em cada caso).

Perante isto, pode procurar-se estipular um cronograma para a resolução do exercício, notando, contudo, que os valores servem apenas como referência e que a probabilidade de serem cumpridos, tal como dados, é muito remota.

Duração (minutos)	**Descrição do momento da resolução**
20	Leitura do enunciado e esclarecimento de dúvidas.
30	Escolha das directrizes e sua representação em DPO. Entendimento e definição do processo generativo a aplicar.
70	Determinação das geratrizes da superfície.
45	Determinação do contorno, através das superfícies de concordância, numa das projecções.
30	Avaliação dos resultados obtidos e resolução dos problemas específicos.
30	Determinação da 3ª projecção.
15	Determinação das visibilidades e invisibilidades.
FÉRIAS DE NATAL	
60	Produção da Isometria.
15	Fotocópia do exercício.
45	Tratamento dos resultados – contextualização arquitectónica, e entrega.
360	

O período de férias de Natal pode ser utilizado como um tempo de extensão para reflectir sobre o exercício.

1.4.4. Tópicos sobre a avaliação do exercício

Os critérios de avaliação, ainda que de forma sumária, vêm explicitados no enunciado.

Optou-se pela indicação dos pesos relativos a que corresponde cada alínea da resolução, numa escala de avaliação global do exercício entre 0 e 20 valores.

Os pesos relativos são os seguintes:

alínea a)	- 10 valores
alínea b)	- 5 valores
alínea c)	- 4 valores
alínea d)	- 1 valor

Nesta avaliação deve, ainda, ter-se em conta o modo como o aluno respondeu aos problemas específicos do seu exercício. Nesse sentido propõe-se que à resolução dos problemas gerais corresponda 90% do peso da avaliação e à resolução dos problemas específicos corresponda 10% a integrar nas alíneas a) e b) do exercício, isto é, 13.5 valores e 1,5 valores, respectivamente.

Considera-se que a apresentação gráfica está integrada no conjunto da avaliação.

1.4.5. Bibliografia específica para a aula

A bibliografia específica para a aula está integrada na bibliografia da disciplina e vem referida no enunciado do exercício (exceptua-se o segundo livro indicado; serão fornecidas aos alunos cópias das páginas indicadas).

As referências são as seguintes:

- Asenci, F. Izquierdo; *“Superfícies”*, ***geometria descriptiva***, Editorial Paraninfo, 24ª edição, 2000, pág. 63 a 67 – Cap. 11

- Asenci, F. Izquierdo; *“Superfícies – Generalidades”, “Superfícies – Regradas Empenadas”*, ***geometria descriptiva superior y aplicada***, Editorial Paraninfo, 4ª edição, 1996, pág. 267 a 289 – Cap. 14; pág. 407 a 427 – Cap. 19

- Pinheiro, Carlos da Silva; ***Superfícies empenadas e projecções cotadas***, edição Faculdade de Arquitectura da Universidade Técnica de Lisboa, pág. 1, 27, 28

- Ricca, Guilherme; *“Superfícies”*, ***Geometria descritiva - método de Monge***, edição Fundação Calouste Gulbenkian, 1992, pág. 213 a 215 e 222 – Cap. 10

2. Concretização da aula – Apresentação e descrição explicativa de uma possibilidade de resposta ao exercício

Perante o contexto descrito, o que se propõe neste capítulo é a descrição justificativa de uma possibilidade de resposta ao exercício.

Nas várias figuras apresentadas optou-se por retirar ou incluir informação no desenho consoante esta é, ou não, desnecessária às explicações em causa.

A projecção horizontal será notada por ‘.
A projecção vertical será notada por ‘’.
A terceira projecção será notada por ‘’’.
Uma figura A rebatida será notada por A_r .

Todas as figuras relativas a este capítulo encontram-se no final[4], de modo a permitir a sua leitura simultânea com o texto inerente. Optou-se por este processo de apresentação, porque as figuras são demasiado grandes para incluir no texto. Caso contrário teriam de ser reduzidas de tal forma que perderiam a leitura. De todas as figuras apenas a última (fig. 28) corresponde ao formato A1.

Identifique-se por $[\varphi]$ a superfície a inventar.

2.1. Escolha e representação das directrizes

Coloca-se a LT (Linha de Terra) a 15 cm da margem inferior da folha A1 horizontal (nos termos do enunciado).

O primeiro passo na resolução do exercício passa pela escolha e posicionamento, num sistema de Dupla Projecção Ortogonal, das directrizes que vão definir $[\varphi]$ (fig. 15).

Neste momento deverá haver alguma capacidade de antecipar mentalmente os resultados e os processos a utilizar, no sentido de uma escolha adequada para a colocação das directrizes. Contudo, poderá acontecer que o exercício tenha de ser recomeçado 1, 2 ou 3 vezes até que se chegue a uma situação praticável.

[4] Ver anexo III

O que se apresenta na fig. 15 corresponde ao momento em que se “acertou” na escolha e posicionamento das directrizes.

Neste caso, as escolhas das directrizes incidiram sobre uma recta oblíqua r, uma superfície cilíndrica $[\alpha]$ com eixo de topo e e uma superfície esférica $[\beta]$ de centro O.

É claro que o posicionamento deve-se, por um lado, a uma certa reflexão e esforço de previsão de resultados, atendendo aos processos generativos que se vão utilizar, e, por outro lado, a uma tentativa de minimizar traçados, que num exercício deste tipo serão sempre relativamente abundantes.

À esquerda, no desenho (fig. 15), tem-se a recta r (representada pelas suas projecções r'' e r'), a meio a superfície cilíndrica $[\alpha]$ (representada pela circunferência $[\alpha'']$ de centro no ponto (e'') e pela porção de plano delimitada pelas duas rectas - não identificadas – paralelas à recta e' a uma distância desta igual ao raio de $[\alpha'']$), e à direita a superfície esférica $[\beta]$ (representada pelos círculos $[\beta'']$ e $[\beta']$ de centros O'' e O', respectivamente), doravante designadas apenas por r, $[\alpha]$ e $[\beta]$.

2.2. Definição do processo generativo a utilizar

Perante a definição das directrizes, impõe-se agora a definição dos processos generativos a utilizar.

As geratrizes de $[\varphi]$ têm de ser concorrentes com r e tangentes a $[\alpha]$ e $[\beta]$. Como se pode consegui-lo?

Existem, em princípio, várias hipóteses, umas mais expeditas que outras.

Neste caso, verifica-se que o processo mais racional e parco de traçados consiste em fixar pontos de r e por eles conduzir planos tangentes a $[\alpha]$. Da infinidade de planos tangentes a $[\alpha]$ alguns intersectam $[\beta]$ e outros não (fig. 16).

Note-se que existem apenas dois intervalos de pontos sobre r a partir dos quais é possível conduzir planos tangentes a $[\alpha]$ que intersectam $[\beta]$. Um desses intervalos está limitado pelos pontos A e 1, correspondendo aos planos de topo α_a e α_b, respectivamente (considerando os pontos de r visíveis no desenho), e o outro (não visível no desenho) correspondente aos planos β_n e β_1.

Note-se que, sendo os planos α_a, α_b, β_n e β_1 de topo, os seus traços verticais, (v_{α_a}), (v_{α_b}), (v_{β_n}) e (v_{β_1}) respectivamente, são as rectas simultaneamente tangentes à circunferência $[\alpha'']$ e à circunferência que delimita o círculo $[\beta'']$ (a construção gráfica destas rectas não é explicitada).

Dos dois intervalos, elege-se o primeiro para o exercício.

Pelo ponto A passa a geratriz a de $[\varphi]$ que é tangente a $[\alpha]$ num ponto B, e tangente a $[\beta]$ num ponto C da circunferência $[c]$ de contorno aparente vertical.

Pelo ponto 1 passa a geratriz b de $[\varphi]$ que é tangente a $[\alpha]$ num ponto 2, e tangente a $[\beta]$ num ponto 3 da circunferência $[c]$ de contorno aparente vertical.

Podem designar-se as rectas a e b por geratrizes limite e por elas limitar $[\varphi]$.

Como os planos α_a e α_b são de topo, as rectas a'' e b'' são de condução imediata e coincidem com os traços verticais (v_{α_a}) e (v_{α_b}), respectivamente.

Conduzidas a'' e b'', determinam-se directamente os pontos A'', B'', C'', $1''$, $2''$ e $3''$.

Os pontos A' e C' permitem conduzir a recta a' que contém o ponto B'.

Os pontos $1'$ e $2'$ permitam conduzir a recta b' que contém o ponto $3'$.

2.3. Determinação das geratrizes

Para determinar as restantes geratrizes de $[\varphi]$, conduzem-se planos tangentes a $[\alpha]$ pelos pontos de r contidos no intervalo considerado (entre os pontos A e 1),.

Para determinar uma geratriz g qualquer de $[\varphi]$ procede-se do seguinte modo:

Considere-se um plano α_g qualquer passante por um ponto X pertencente a r (fig. 17).

O plano α_g intersecta $[\beta]$ segundo uma circunferência $[m]$ e é tangente a $[\alpha]$ segundo uma recta t de topo.

A geratriz g passa pelo ponto X, intersecta a recta t num ponto Y, e é tangente à circunferência $[m]$ num ponto Z (note-se que pelo ponto X podem ser conduzidas duas rectas tangentes à circunferência $[m]$; apenas se considera uma).

Como o plano α_g é de topo, o seu traço vertical, (v_{α_g}), é de traçado imediato e corresponde à recta tangente à circunferência $[\alpha'']$ no ponto $Y'' \equiv (t')$ que se conduz pelo ponto X''.

A recta g'' é de determinação gráfica imediata e coincide com o traço vertical (v_{α_g}).

Como o plano α_g não é, em geral, horizontal, a projecção $[m']$ é uma elipse, cujo traçado gráfico é apenas aproximado.

A determinação gráfica da recta g' implica um traçado auxiliar que permita determinar o ponto Z com rigor e economia de traçados. Isto é, um traçado que permita transformar a elipse $[m']$ numa circunferência, cujo traçado gráfico é muito mais controlado que o da elipse.

Este traçado auxiliar pode corresponder ao rebatimento do plano α_g para o plano de nível do ponto X em torno da charneira c de topo passante por X.

Deste modo, a elipse $[m']$ é transformada numa circunferência $[m_r']$, pelo que o traçado da tangente conduzida pelo ponto X é graficamente mais rigoroso. Assim, por $X' \equiv X_r'$ conduz-se a recta g_r' tangente à circunferência $[m_r']$ determinando, nesta, o ponto Z_r'.

Operando o contra-rebatimento do plano α_g, determinam-se os pontos Z'' e Z' e a recta g'.

Como se decidiu limitar $[\varphi]$ pelas geratrizes a e b, apenas se determinou sobre o plano α_g a geratriz g, embora fosse possível determinar outra. Note-se que por um ponto exterior a um círculo é sempre possível conduzir duas rectas tangentes à circunferência que o delimita.

Estão deste modo determinadas as projecções de uma geratriz g qualquer de $[\varphi]$.

Repetindo o processo uma série de vezes determina-se uma série de geratrizes de $[\varphi]$ (fig. 18). Em todo o caso, deve ser-se sistemático na condução dos planos. Como, neste caso, os planos são de topo, pode dividir-se o intervalo entre os pontos A e 1 numa série de partes iguais para repartir o espaçamento entre eles.

Contudo, é conveniente considerar, nesta série de planos, um plano de nível (ver-se-á adiante por que razão).

2.4. Determinação dos contornos aparentes

Após a determinação de uma série de geratrizes de $[\varphi]$, chega o momento de abordar a questão dos contornos aparentes.

No enunciado do exercício é imposto que numa das projecções da superfície se determine o contorno aparente recorrendo a superfícies (hiperbolóides escalenos ou parabolóides hiperbólicos) de concordância ao longo de geratrizes.

Analisem-se as projecções da superfície $[\varphi]$ (fig. 18).

Na projecção vertical, o contorno aparente vertical é de determinação imediata, uma vez que parte está contido em $[\alpha]$, cujas geratrizes são de topo, donde a sua projecção vertical está contida em $[\alpha'']$, e a outra parte está contida nas rectas a, b e r, e na linha de concordância de $[\varphi]$ com $[\beta]$.

Na projecção horizontal, apenas parte do contorno aparente horizontal é de determinação imediata. Trata-se da parte contida nas rectas r e a, e na linha de concordância de $[\varphi]$ com $[\beta]$.

Mas há uma parte da linha de contorno aparente horizontal cujos pontos pertencem às geratrizes de $[\varphi]$ compreendidas entre as geratrizes b e c (esta geratriz é a que se determina com o plano de nível atrás referido).

Estes pontos fazem parte da linha de concordância de uma superfície cilíndrica projectante horizontal com a superfície $[\varphi]$. Os pontos desta porção de contorno não são de determinação imediata.

Note-se, contudo, que o ponto 1 pertencente à geratriz b, e o ponto D pertencente à geratriz c, estão contidos no contorno aparente horizontal e são os limites da linha de concordância da referida superfície cilíndrica com a superfície $[\varphi]$

O ponto D foi determinado tirando partido do facto de que a geratriz de menor cota de $[\alpha]$ tem a cota do equador de $[\beta]$ (situação específica deste caso concreto que motivou a utilização do plano de nível atrás referido), pelo que, sendo concordantes $[\beta]$ e $[\varphi]$, o plano tangente a ambas no ponto D é comum.

Sendo D um ponto do equador de $[\beta]$, o plano tangente é vertical, logo, contém uma geratriz vertical da superfície cilíndrica de concordância, a que passa por D.

Como consequência lógica, o ponto D pertence ao contorno aparente horizontal.

Quanto ao ponto 1, note-se que $[\varphi]$ admite apenas um plano tangente ao longo da geratriz b, o plano α_b de topo.

Se $[\varphi]$ não tivesse sido limitada por r, o segmento $[1A]$ seria linha de auto-intersecção da superfície, o que implica que qualquer plano passante pelo ponto 1 intersecta $[\varphi]$ (não considerando a sua limitação pelas rectas b e r) segundo uma linha de vértice no ponto 1. Essa linha de vértice no ponto 1 tem projecção horizontal "acima" de b' (no desenho).

Daqui resulta que uma recta vertical passante pelo ponto 1 (geratriz vertical da superfície cilíndrica de concordância com $[\varphi]$), não sendo tangente a $[\varphi]$, também não intersecta $[\varphi]$ noutro ponto para além do ponto 1.

Logo, o ponto 1 pertence ao contorno aparente horizontal.

De um modo geral, determinar os pontos do contorno contidos em geratrizes compreendidas entre b e c equivale a determinar os pontos de tangência de rectas verticais com $[\varphi]$. Estes pontos determinam-se, geratriz a geratriz, através de superfícies de hiperbolóides escalenos ou parabolóides hiperbólicos de concordância.

Se uma recta vertical é tangente a uma superfície, então por ela passa um plano vertical tangente à superfície. O ponto de tangência deste plano com a superfície é o mesmo em que a recta vertical é tangente.

Como se sabe, numa superfície regrada, um plano tangente à superfície contém a geratriz que passa pelo ponto de tangência, o que equivale a dizer que qualquer plano que contém uma geratriz é tangente à superfície regrada.

Considere-se então a geratriz j de $[\varphi]$ (fig. 19).

A geratriz j intersecta r no ponto G, é tangente a $[\alpha]$ no ponto H, e é tangente a $[\beta]$ no ponto I.

Conduza-se o plano vertical λ pela geratriz j.

Pelo que foi dito anteriormente, o plano λ é tangente a $[\varphi]$ num ponto da geratriz j.

Pelo princípio da concordância, o plano tangente a uma superfície num ponto da linha comum é também tangente à outra.

Faça-se concordar com $[\varphi]$ ao longo da geratriz j a superfície de um hiperbolóide escaleno ou de um parabolóide hiperbólico.

Pelo que foi dito, o plano λ também é tangente à superfície de concordância no mesmo ponto em que é tangente a $[\varphi]$.

Como definir a superfície de concordância com $[\varphi]$ ao longo da geratriz j?

O plano tangente a $[\varphi]$ no ponto G fica definido pela directriz r e pela geratriz j.

O plano tangente a $[\varphi]$ no ponto H é também tangente a $[\alpha]$ e fica definido pela geratriz j e pela recta g_t (geratriz de $[\alpha]$ que contém o ponto H).

O plano tangente a $[\varphi]$ no ponto I é também tangente a $[\beta]$ e é perpendicular à recta $O.I$.

Se se intersectar cada um destes planos por planos de nível passantes, respectivamente, pelos pontos G, H e I, obtêm-se, respectivamente, as rectas g_2, g_t e g_1.

As rectas g_2, g_t e g_1, concorrentes com a geratriz j, são geratrizes de um parabolóide hiperbólico $[\theta]$ (de plano director de nível) de concordância com $[\varphi]$ ao longo da geratriz j.

Note-se que esta é uma superfície duplamente regrada, pelo que todas as geratrizes de um sistema intersectam todas as geratrizes do outro sistema, e o plano tangente num ponto fica definido pelas duas geratrizes que nele se cruzam.

Note-se, ainda, que $(g_t'') \equiv H''$ é um ponto de divergência da projecção vertical de $[\theta]$, isto é, pelo ponto $(g_t'') \equiv H''$ passam as projecções verticais de todas as geratrizes da superfície $[\theta]$ que pertencem ao sistema de j.

Se o plano λ é tangente a $[\varphi]$, então é também tangente ao parabolóide hiperbólico $[\theta]$.

Se o plano λ é tangente ao parabolóide hiperbólico $[\theta]$, então deve existir uma geratriz g_3 de nível cuja projecção horizontal coincide com a recta j', uma vez que o plano λ é vertical.

O ponto T de intersecção entre as geratrizes g_3 e j é o ponto do contorno procurado. Deste ponto interessa obter a sua projecção T'.

Como determiná-lo?

Conduza-se uma geratriz j_1 qualquer (do sistema de j) pertencente à superfície $[\theta]$.

Note-se que a projecção j_1'' passa pelo ponto $(g_t'') \equiv H''$.

A geratriz j_1 intersecta a geratriz g_2 no ponto L e intersecta a geratriz g_1 no ponto M.

A projecção j_1'' passa pelos pontos L'' e M''.

Pelos pontos L' e M' passa a projecção j_1' que intersecta a projecção $g_3' \equiv j' \equiv (h_\lambda)$ no ponto N'.

Pelo ponto N'', pertencente à projecção j_1'', passa a projecção g_3'' que intersecta a projecção j'' no ponto T''.

O ponto T' é o ponto procurado e situa-se sobre as projecções horizontais $g_3' \equiv j' \equiv (h_\lambda)$.

Procedendo de forma semelhante para as geratrizes restantes, podem determinar-se os pontos S' e U' (fig. 20).

2.5. Verificação e resolução dos problemas específicos

Chegou-se a uma fase do exercício em que se pode:

• efectuar o traçado das linhas de concordância de $[\varphi]$ com $[\alpha]$ e $[\beta]$, e da linha de contorno aparente horizontal;

• analisar as visibilidades e invisibilidades e passar às restantes alíneas do exercício.

Nos traçados das linhas devem, sempre que for possível, determinar-se tangentes às mesmas nos pontos por onde passam, em particular nos seus extremos (por uma questão de rigor gráfico do desenho).

Relativamente à projecção horizontal (que é a que interessa neste caso) da linha de contorno aparente horizontal, cujos pontos foram determinados anteriormente através das superfícies de parabolóides hiperbólicos de concordância, tem-se o problema resolvido, uma vez que esta se mantém tangente às projecções horizontais das geratrizes de $[\varphi]$.

E relativamente às linhas de concordância de $[\varphi]$ com $[\alpha]$ e $[\beta]$ (fig. 21)?

Nos extremos destas linhas, isto é, nos pontos B e 2, e nos pontos C e 3, respectivamente, é possível conduzir as tangentes com rigor gráfico.

Para os pontos B e 2 podem determinar-se as tangentes recorrendo ao princípio de que uma linha curva qualquer admite uma tangente de nível no seu ponto de maior cota (se na sua vizinhança, para os dois lados do ponto, os pontos tiverem cota inferior).

Para verificar que B e 2 são pontos nas condições enunciadas, é preciso fazer uma leitura da linha de concordância entre $[\varphi]$ e $[\alpha]$ sem considerar $[\varphi]$ limitada pelas geratrizes a e b.

Assim sendo, as tangentes à linha de concordância entre $[\varphi]$ e $[\alpha]$, conduzidas pelos pontos B e 2, são as rectas de topo t_B e t_2, respectivamente.

Para os pontos 3 e C aplica-se o princípio da concordância exposto na figura 8c.

Procede-se do seguinte modo (resolve-se apenas para o ponto 3, notando que para C a resolução é semelhante):

Note-se, mais uma vez, que ao longo da geratriz b, a superfície $[\varphi]$ apenas admite um plano tangente, o plano α_b.

Daqui resulta que se pode fazer concordar com $[\varphi]$, ao longo da geratriz b, por exemplo, uma superfície cilíndrica.

Faça-se de modo que a superfície cilíndrica seja também concordante com $[\beta]$.

De acordo com o princípio enunciado na figura 8c, as linhas de concordância de $[\varphi]$ com $[\beta]$ e de $[\varphi]$ com a superfície cilíndrica são tangentes entre si no ponto 3, isto é, admitem a mesma recta tangente.

Como a linha de concordância da superfície cilíndrica com $[\beta]$ é uma circunferência, contida num plano π perpendicular à geratriz b, o problema reduz-se a determinar a tangente a esta circunferência no ponto 3, ou seja, intersectar os planos π e α_b.

A recta t_3 resultante desta intersecção é a tangente pretendida.

Procedendo de forma semelhante para o ponto C, determina-se a recta t_C.

Concluindo, a linha de concordância de $[\varphi]$ com $[\beta]$ é tangente às rectas t_3 e t_C nos pontos 3 e C, respectivamente.

Determinadas estas rectas, pode passar-se ao traçado das linhas de concordância e da projecção horizontal da linha de contorno aparente horizontal (fig. 22).

Perante os resultados obtidos até este momento, expostos sinteticamente na fig. 23, está-se, aparentemente, em condições de começar a fazer uma avaliação das visibilidades e invisibilidades de $[\varphi]$ (ignorando as superfícies directrizes).

Comece-se a análise pela geratriz b.

À partida, esta geratriz parece ser visível em ambas as projecções. Será que é mesmo assim?

Note-se que b é tangente a $[\alpha]$ no ponto 2, donde a sua projecção b' passa pelo ponto $2'$ e a sua projecção b'' passa pelo ponto $2''$.

Contudo, verifica-se que a recta b' intersecta a projecção horizontal da linha de concordância de $[\varphi]$ com $[\beta]$ num ponto R.

Considere-se R como projecção horizontal de um ponto R_1 pertencente à geratriz b, e como projecção horizontal de um ponto R_2 de um ponto pertencente à linha de concordância de $[\varphi]$ com $[\beta]$.

Verifica-se que o ponto R_1 tem cota inferior à do ponto R_2, pelo que é invisível em projecção horizontal.

Ora, não havendo dúvida que entre os pontos 2 e 3 a geratriz b é visível em projecção horizontal, isto implica que algures entre o ponto 2 e o ponto R_1 a geratriz b passou de visível a invisível.

Como é isto possível?

É possível porque a geratriz b intersectou a superfície $[\varphi]$, isto é, a superfície $[\varphi]$ auto-intersecta-se.

Como determinar a auto-intersecção?

Para determinar a auto-intersecção conduzem-se planos auxiliares (neste caso optou-se por planos verticais) por cada uma das geratrizes (fig. 24).

Por exemplo, conduz-se o plano ε pela geratriz b.

Determina-se a intersecção do plano ε com $[\varphi]$, isto é, a linha $[i]$.

Na intersecção da linha $[i]$ com a geratriz b tem-se o ponto V. Este é um ponto da auto-intersecção.

A partir da determinação do ponto V facilmente se percebe, das geratrizes representadas, quais as que intersectam $[\varphi]$.

Procedendo de forma semelhante para as restantes geratrizes obtêm-se mais pontos da linha de auto-intersecção (fig. 25).

A linha de auto-intersecção intersecta a linha de concordância de $[\varphi]$ com $[\alpha]$ num ponto X.

Os pontos V e X são os extremos da linha de auto-intersecção.

O ponto X é de determinação meramente aproximativa e implica erro gráfico.

A recta tangente à linha de auto-intersecção no ponto V é uma recta de topo à semelhança do que se verificou para os pontos B e 2 (esta tangente não está representada).

Agora sim, têm-se todos os problemas específicos, inerentes a este caso, resolvidos e pode passar-se à determinação das visibilidades e invisibilidades.

Porém, opta-se por determinar primeiro a terceira projecção e a isometria, e tratar, posteriormente, das visibilidades em conjunto.

2.6. Determinação da terceira projecção

Uma vez que já estão definidos todos os elementos de $[\varphi]$, pode, agora, determinar-se qualquer outra projecção. No entanto, há casos em que se verifica útil determinar uma terceira ou quarta projecção antes de concluir as duas iniciais, pois podem ser estruturantes no desenvolvimento do exercício.

Para produzir a 3ª projecção, o primeiro passo consiste na escolha da orientação com que é feita (de modo a complementar a leitura da superfície inventada, ou a estruturar a sua invenção).

Neste caso, optou-se por uma projecção num plano de perfil (fig. 26).

Desde que o aluno tenha os conhecimentos mínimos, ao nível da Múltipla Projecção Ortogonal, esta etapa do exercício não deverá implicar dificuldades acrescidas.

2.7. Representação isométrica

Com os elementos já produzidos até este momento tem-se informação para fazer uma representação axonométrica qualquer da superfíce $[\varphi]$ inventada.

Considera-se que o aluno não terá qualquer dificuldade em produzir a isometria tal como é pedido no enunciado (fig. 27).

Há, contudo, uma questão importante a colocar neste momento.

Será que é preciso ter todos os elementos rigorosamente definidos para se utilizar este tipo de representação?

Obviamente que não.

Voltando ao início do exercício, àquela fase em que o aluno está a escolher as directrizes e tenta de alguma forma prever os resultados, muito provavelmente os primeiros ensaios foram acompanhados por desenhos “auxiliares de espírito” que não são mais do que axonometrias.

A questão é que o sistema axonométrico, embora seja mais táctil, não é o mais prático para desenvolver um exercício deste tipo. Em todo o caso, há sempre uma vocação deste sistema de representação para mostrar resultados, bem como para produzir desenhos que ao longo do processo inventivo podem ajudar a tomar decisões.

2.8. Determinação das visibilidades e invisibilidades

A metodologia a seguir para a determinação das visibilidades e invisibilidades já foi enunciada em 2.5.. Pode ser aplicada à representação em MPO (fig. 26) e à representação Axonométrica (Isometria - fig. 27), e consiste na análise do percurso espacial de cada geratriz da superfície na sua relação com as outras.

Neste exercício têm-se várias situações tipo que podem ser salientadas:

- Se uma geratriz intersecta $[\varphi]$, o ponto de intersecção poderá corresponder a uma passagem de visível a invisível.
- Se uma geratriz tem um ponto de contorno determinado através do parabolóide hiperbólico de concordância, este poderá corresponder a uma passagem de visível a invisível (neste exercício isto aplica-se à projecção horizontal).
- Se uma recta com a direcção das projectantes intersectar a superfície em mais que um ponto, e considerando que o plano de projecção está "para lá" da superfície, apenas o ponto mais afastado do plano de projecção é visível (este é o princípio geral).

2.9. Da superfície abstracta à superfície arquitectónica

Esta é a designação que, neste relatório, se adoptou para designar o que corresponde à alínea d) do exercício.

Desta última etapa espera-se que os alunos "religuem" o exercício, que pode ser considerado mais ou menos abstracto numa análise imediatista, ao mundo do concreto, ao mundo em que é suposto que as coisas tenham um significado material. Se calhar não seria muito correcto incluir esta última alínea num exercício que fosse apenas de Geometria Descritiva. Mas como a disciplina em que se insere é Geometria Descritiva e Conceptual, então faz todo o sentido.

Esta última fase corresponde a um documento que resulta de uma fotocópia, para formato A3, dos elementos produzidos no A1.

Nesta folha, através da imposição de uma escala ao desenho (por exemplo através da inclusão de uma figura humana), e do tratamento da imagem, este, remetido para uma representação de Arquitectura ou de Design, adquire um significado mais concreto e palpável.

Este elemento funcionará como capa do exercício a entregar ao docente.

Bibliografia

• Aguilar, Leonildo T. De; ***Alguns conceitos geométricos***, SPB Editores, 1997

• Asenci, F. Izquierdo; ***geometria descriptiva***, Editorial Paraninfo, 24ª edição, 2000

• Asenci, F. Izquierdo; ***geometria descriptiva superior y aplicada***, Editorial Paraninfo, 4ª edição, 1996

• Bertrand, Yves e Valois, Paul; ***Paradigmas educacionais*** (Trad. do original *École et Sociétés* por Elisabete Pinheiro), Instituto Piaget, 1994

• Bireaud, Annie; ***Os métodos pedagógicos no ensino superior*** (Trad. do original *Les Métthodes Pédagogiques dans l'Enseignement Supérieur* por Irene Lima Mendes), Porto Editora, 1995

• Motta Pegado, Luís Porfírio; ***Curso de Geometria Descriptiva da Escola Polytechnica***, Typographia da Academia Real das Sciencias, 1899

• Pinheiro, Carlos da Silva; ***Superfícies empenadas e projecções cotadas***, edição Faculdade de Arquitectura da Universidade Técnica de Lisboa

• Ricca, Guilherme; ***Geometria descritiva - método de Monge***, edição Fundação Calouste Gulbenkian, 1992

• Serrano, Pedro; ***Redacção e apresentação de trabalhos científicos***, edição Relógio d´água,1996

• Sousa, Pedro Fialho de – Pinheiro, Carlos da Silva Desenho; ***TPU 55***, Colecção Textos pré-universitários; 1980

Anexos

Anexo I

Programa da disciplina Geometria Descritiva e Conceptual III do 3º Semestre da licenciatura em Arquitectura

(os programas nas licenciaturas em Arquitectura de Interiores e Arquitectura de Design são iguais)

A r q u i t e c t u r a

Geometria Descritiva e Conceptual III (2º ano / 1º sem. - cód. ....)
2004/2005 **Programa**

Introdução

Considere-se a *Geometria num contexto específico de aplicação, neste caso no âmbito da Arquitectura*, o que implicitamente conduz à consideração de um conjunto de variáveis, que transcendem o estudo de uma geometria pura, instituindo-a como um *instrumento conceptual e como forma de pensamento* – assim sendo, salienta-se a necessidade de um rigor geométrico flexível, adaptado às diferentes fases do processo conceptual, ao longo do qual a *Geometria* será, por um lado, *suporte do próprio desenho*, viabilizando as mensagens e, por outro, um *referencial estruturante, físico e metafísico, das formas e dos espaços*.

Considere-se também o contexto pedagógico, atendendo ao nível de conhecimento dos alunos, ao posicionamento e tempos lectivos da disciplina no curso, neste caso disciplina semestral, com 4h semanais (2 aulas = 2h/teóricas + 2h/práticas), com antecedentes científicos, constituídos pela Geometria Descritiva e Conceptual I e pela Geometria Descritiva e Conceptual II, respectivamente nos 1º e 2º semestres do 1º ano e atendendo ainda ao conjunto do curriculum académico desta licenciatura.

Neste quadro, pedagogicamente limitado, desenvolver-se-à o estudo da disciplina, que ultrapassa os objectivos tradicionais da Geometria Descritiva.

Objectivos

Atendendo ao enquadramento criado pelos pressupostos referidos na Introdução, são objectivos da cadeira de Geometria Descritiva e Conceptual III no curso de Arquitectura:

- Dotar os alunos dos conhecimentos teóricos que são suporte da relação *Geometria / Arquitectura*, nomeadamente quanto à *vertente da representação*, envolvendo o conceito de projecção e à *vertente de estrutura geométrica das formas e dos espaços*
- Especificar e enquadrar as potencialidades dos vários sistemas de projecção, autorizando graus de rigor flexíveis e adaptados às sucessivas fases de desenvolvimento da metodologia conceptual
- Definir, representar, sistematizar e racionalizar as formas geométricas base, as figuras, as superfícies e os volumes e os tipos de transformações / deformações a que se podem sujeitar, criando nos alunos uma capacidade de raciocínio geometricamente estruturada para suporte de invenção
- Explicitar a relação geometria / materiais
- Criar nos alunos uma capacidade de raciocínio geometricamente estruturado
- Optimizar a aplicação dos raciocínios geométricos, provocando uma interacção com disciplinas afins e, em particular, com o desenho livre e com a metodologia da utilização dos sistemas de CAD

Rua Prof. Cid dos Santos - Polo Universitário - Alto da Ajuda - 1349-055 LISBOA - Tel. 213615000 - Fax. 213625138
http://www.fa.utl.pt

Metodologia

Como princípio geral procurar-se-à uma aprendizagem do concreto ao abstracto, com exemplos e referências ao mundo construído real e potenciando a visualidade como pensamento.

Quanto à estrutura didáctica, funcionará um sistema de aulas com um ritmo de alternância entre aulas teóricas e aulas práticas, sendo a respectiva articulação concretizada em torno de cada um dos pontos definidos no Conteúdo Programático, os quais englobam informação teórica (verbal e gráfica), exemplos de utilização e exercícios da aplicação.

Os meios didácticos serão sobretudo os da aula tradicional, com apoio do quadro e da prancheta de desenho, mas também a optimização do rigor mental que se poderá exprimir por um grafismo à mão levantada e, sempre que se justifique, com recurso a sistemas audiovisuais e informáticos.

Ainda relativamente a apoios, para além do horário de atendimento aos alunos, ser-lhes-à facultada uma bibliografia geral e outra especifica e ainda uma colectânea de textos de apoio.

A avaliação é mista, concretizada através da média da componente sumativa, uma frequência, com a componente de avaliação continua, consubstanciada através de trabalhos de fundo relativos a casa capítulo do Conteúdo Programático e de exercícios pontuais, relativos aos itens abordados em cada aula.

Conteúdos Programáticos

1. Superfícies geométricas

- Definições, critérios de classificação e aplicações das superfícies
- Representação: princípios, elementos fundamentais e análise comparativa de operacionalidade da representação através de diversos sistemas de projecção
- Da geometria das superfícies – elementos de definição, pertença, planos tangentes, perpendicularidade, contornos aparentes:
  . poliedros: regulares, semi-regulares e irregulares
  . superfícies regradas e planificáveis: cónica e cilíndrica
  . superfícies regradas empenadas e superfícies de revolução: hiperbolóide de revolução, parabolóide hiperbólico, superfícies helicoidais, cilindróide, conóide, parabolóide empenado escaleno, arco enviazado, "arriére-voussures", esfera, elipsóide e toro
- Intersecções e concordâncias: conceitos e métodos
- Outras transformações geométricas

2. Estereotomia

- Introdução ao conceito e sua relação com as superfícies geométricas
- Especifidades das estereotomias de diferentes materiais
- Exemplos de aplicações em arquitectura

Rua Prof. Cid dos Santos - Polo Universitário - Alto da Ajuda - 1349-055 LISBOA - Tel. 213615000 - Fax. 213625138
http://www.fa.utl.pt

Bibliografia

ASCENZI, F. Izquierdo
Geometria Descriptiva, Madrid, Editorial Paraninfo, 2000

BLACKWELL, William
Geometry in Architecture, N. Y., John Wiley and Sons Inc., 1984

GAUTHIER, J. C.
Stéréotomie – étude des arcs, voutes, escaliers, Paris, École Nationale Superieure des Beaux Arts, 1989 (3ª ed.)

NANNONI, Dante
Geometria, Prospettiva, Progetto, Bologna, Cappelli Editore, 1992 (4ª ed.)

PINHEIRO, Carlos da Silva
Superfícies empenadas e projecções cotadas, Lisboa, ed. FAUTL

RICCA, Guilherme
Geometria Descritiva – Método de Monge, Lisboa, Fundação Calouste Gulbenkian, 1992

SOUSA, Pedro Fialho
Superfície esférica, Lisboa, ed. FAUTL

SOUSA, Pedro Fialho
Intersecção de duas *superfícies*, Lisboa, ed. FAUTL

Obs. – far-se-à, em aula, uma apresentação pormenorizada e sistematizada da presente bibliografia

Lisboa, 16 de Junho de 2004

O responsável de Geometria Descritiva e Conceptual I

Manuel Couceiro
Prof. Doutor Arq.

Rua Prof. Cid dos Santos - Polo Universitário - Alto da Ajuda - 1349-055 LISBOA - Tel. 213615000 - Fax. 213625138
http://www.fa.utl.pt

Anexo II

Enunciado do exercício

FACULDADE DE ARQUITECTURA
UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA
SECÇÃO DE DESENHO/ GEOMETRIA/ CAD
GEOMETRIA DESCRITIVA E CONCEPTUAL III

SUPERFÍCIES Exercício de Síntese

Licenciaturas em Arquitectura, Arquitectura de Interiores e Arquitectura de Design XXXXX de 200X

Objectivo:

Tendo como base os quadros classificativos de superfícies estudados nas aulas, em particular o quadro relativo às superfícies regradas empenadas definidas por três directrizes, deverá:

Inventar e representar uma superfície regrada empenada definida por 3 directrizes.

Premissas:

Não deverá reproduzir nenhum dos casos particulares estudados nas aulas.

As directrizes que poderá utilizar são: recta, circunferência, superfície cilíndrica, superfície cónica, superfície esférica e superfície tórica.

Devem excluir-se os casos das três directrizes rectilíneas e das três directrizes superficiais.

A superfície inventada deverá ficar limitada por duas directrizes próprias e por duas geratrizes à escolha.

O exercício será resolvido numa folha A1 na horizontal com a LT a 15cm da margem inferior.

A entrega será feita em formato A3 na horizontal com a identificação no canto inferior direito.

Resolução:

Deverá colocar os dados de modo a simplificar a resolução.

Os elementos a produzir são os seguintes:

a) Numa folha A1 represente, em DPO, duas projecções (vistas) da superfície, determinando várias geratrizes da superfície, e o contorno (aplicando o princípio da concordância da superfície com um hiperbolóide escaleno ou parabolóide hiperbólico, apenas numa das projecções).

b) Após ter definido projeccionalmente todos os elementos da superfície determine uma 3ª projecção da mesma, articulada com as duas primeiras (note que pode começar a produzir a 3ª projecção antes de terminar as duas primeiras se verificar que esta é estruturante no desenvolvimento do exercício).
Após ter as 3 projecções deverá determinar as visibilidades e invisibilidades.
Se em nenhuma das duas projecções iniciais o contorno for passível de tratamento rigoroso através do princípio da concordância, a 3ª projecção deverá permitir tal tratamento.

c) Após ter resolvido as alíneas anteriores, deverá, algures no espaço restante da folha, produzir uma isometria da superfície inventada.

d) Após ter concluído as alíneas anteriores, deverá fotocopiar o resultado para formato A3 e impor uma escala a esse desenho (por exemplo, através da inclusão de uma figura humana) que o remeta para uma representação de Arquitectura ou de Design.
Neste último elemento de entrega poderá tratar a imagem através da cor.

O último elemento produzido (na folha A3) deverá servir como capa do trabalho.

Bibliografia:

• Asenci, F. Izquierdo; *"Superfícies"*, in ***geometria descriptiva***, Editorial Paraninfo, 24ª edição, 2000, pág. 63 a 67 – Cap. 11

• Asenci, F. Izquierdo; *"Superfícies – Generalidades", "Superfícies – Regradas Empenadas"*, in ***geometria descriptiva superior y aplicada***, Editorial Paraninfo, 4ª edição, 1996, pág. 267 a 289 – Cap. 14; pág. 407 a 427 – Cap. 19

• Pinheiro, Carlos da Silva; ***Superfícies empenadas e projecções cotadas***, edição Faculdade de Arquitectura da Universidade Técnica de Lisboa, pág. 1, 27, 28

• Ricca, Guilherme; *"Superfícies"*, in ***Geometria descritiva - método de Monge***, edição Fundação Calouste Gulbenkian, 1992, pág. 213 a 215 e 222 – Cap. 10

Avaliação:

Alínea a) - 10 v.
Alínea b) - 5 v.
Alínea c) – 4 v.
Alínea d) - 1 v.

Duração do exercício:

O exercício terá a duração de três aulas devendo ser entregue no final da terceira aula.

Docente:

Luís Mateus

Anexo III

Figuras do capítulo 2 da *Parte 2*

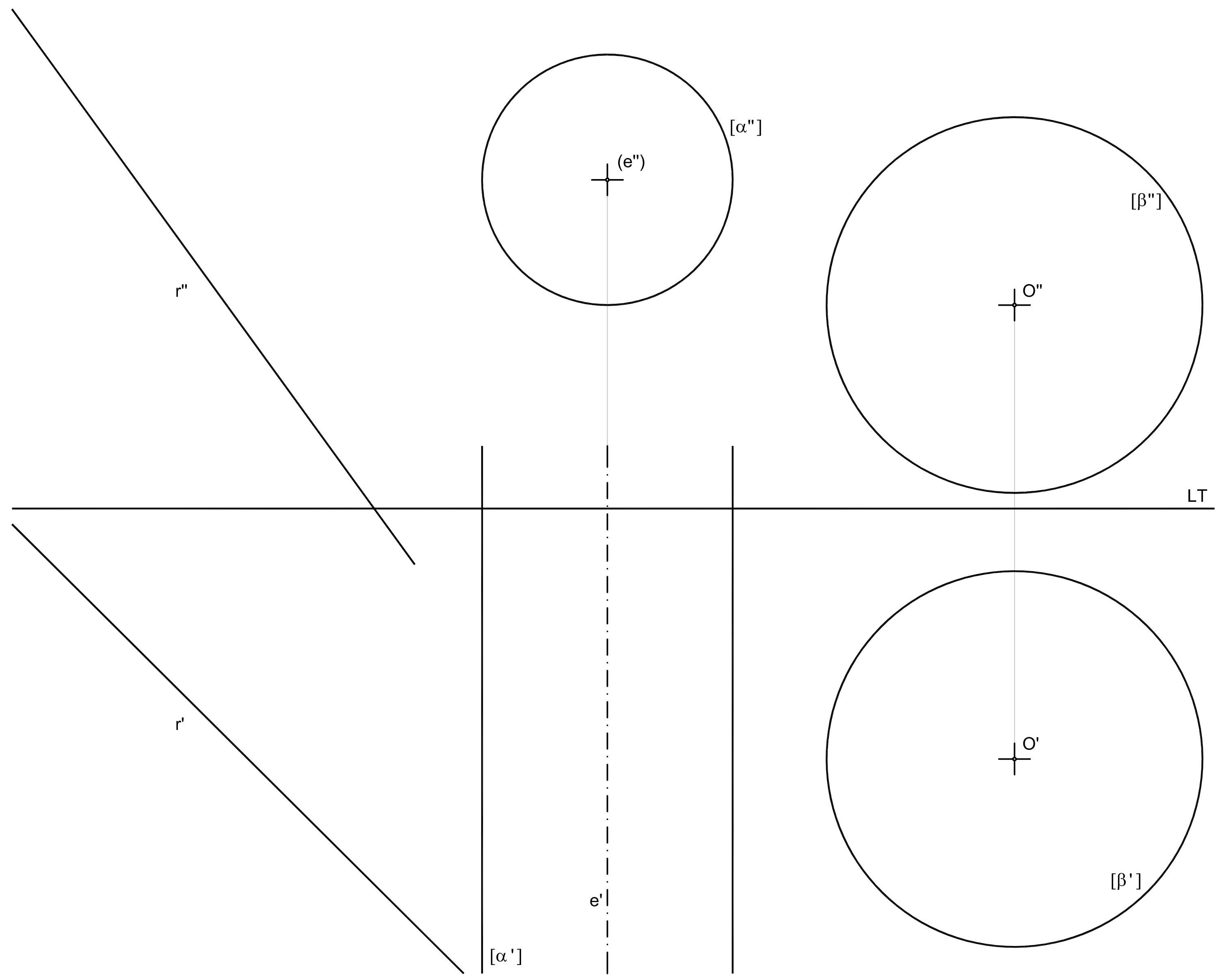


fig. 15

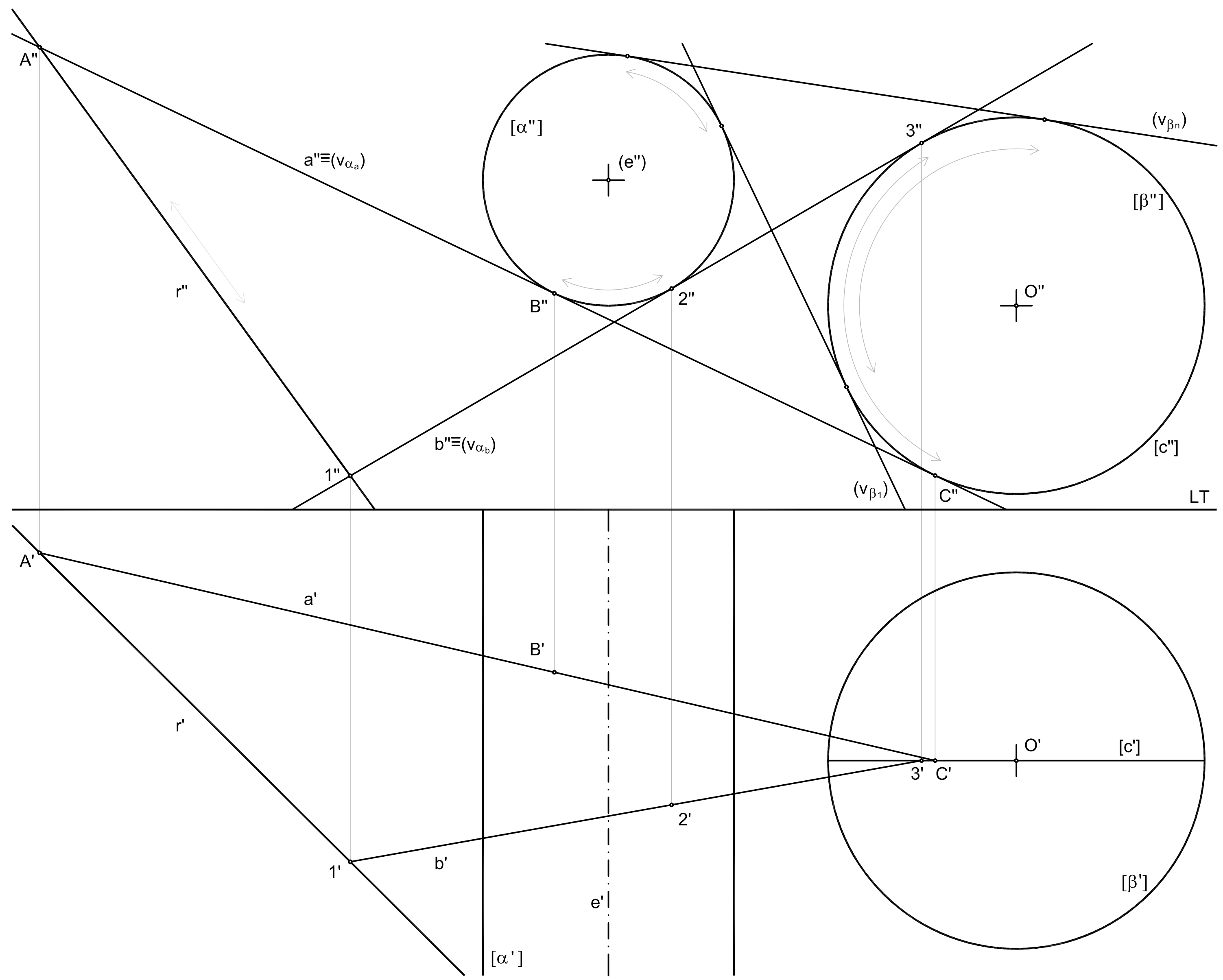


fig. 16

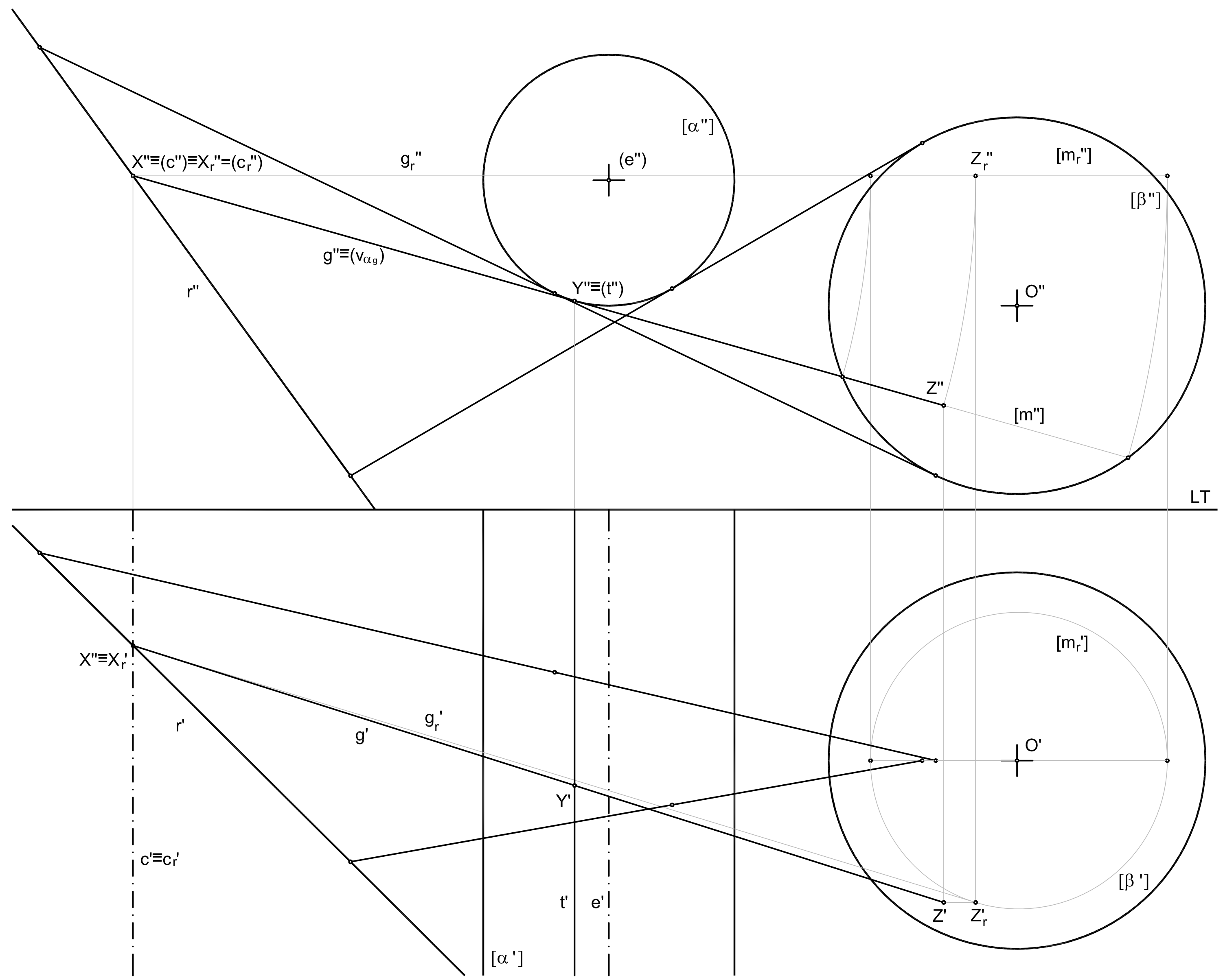


fig. 17

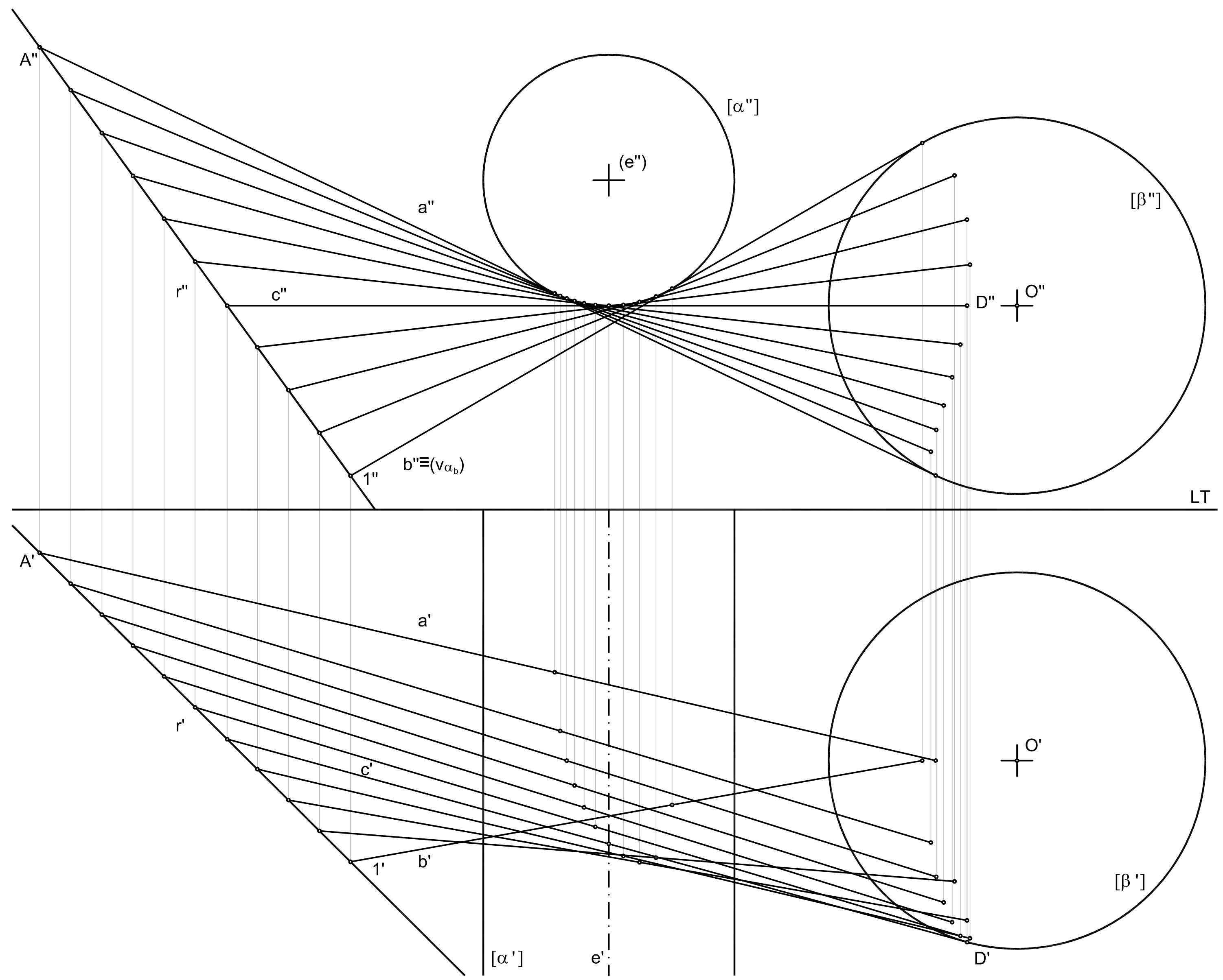
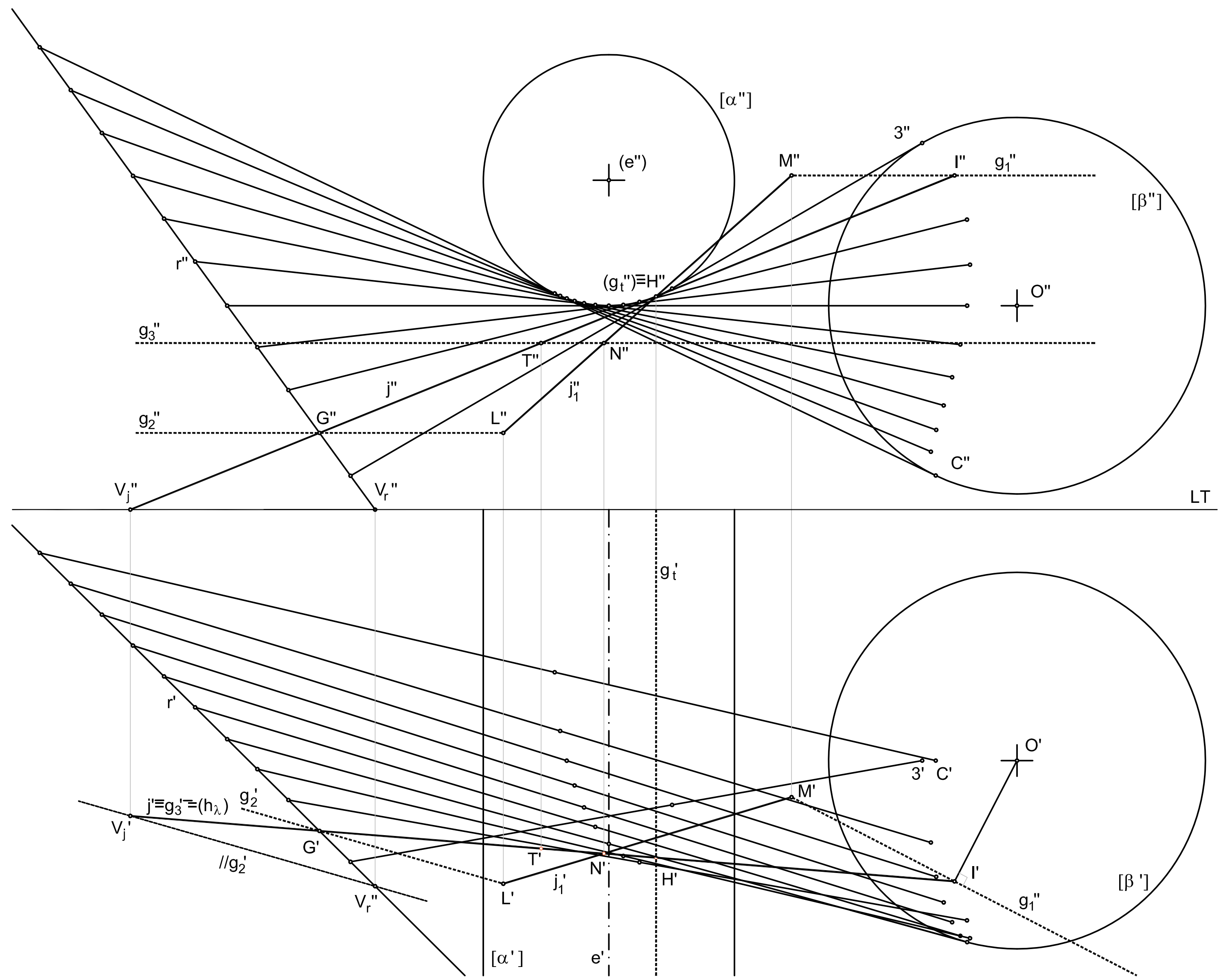


fig. 18



[α"]
(e")
M"
3"
I"
g_1"
[β"]
r"
(g_t")≡H"
O"
g_3"
T"
N"
j"
j_1"
g_2"
G"
L"
C"
V_j"
V_r"
LT
g_t'
r'
O'
3'
C'
M'
j'≡g_3'≡(h_λ)
g_2'
V_j'
G'
T'
N'
H'
I'
//g_2'
L'
j_1'
V_r"
[β ']
g_1"
[α ']
e'

fig. 19

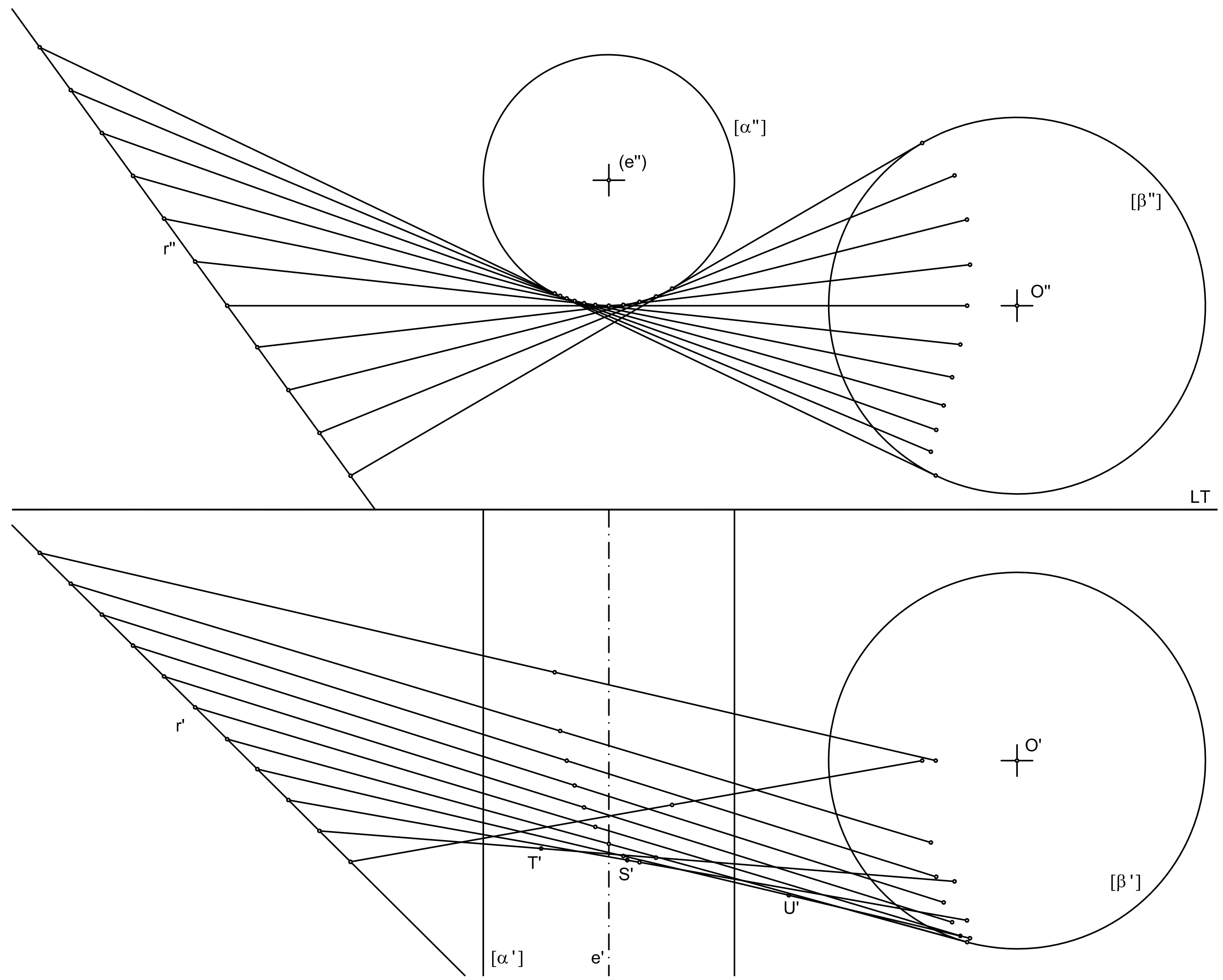


fig. 20

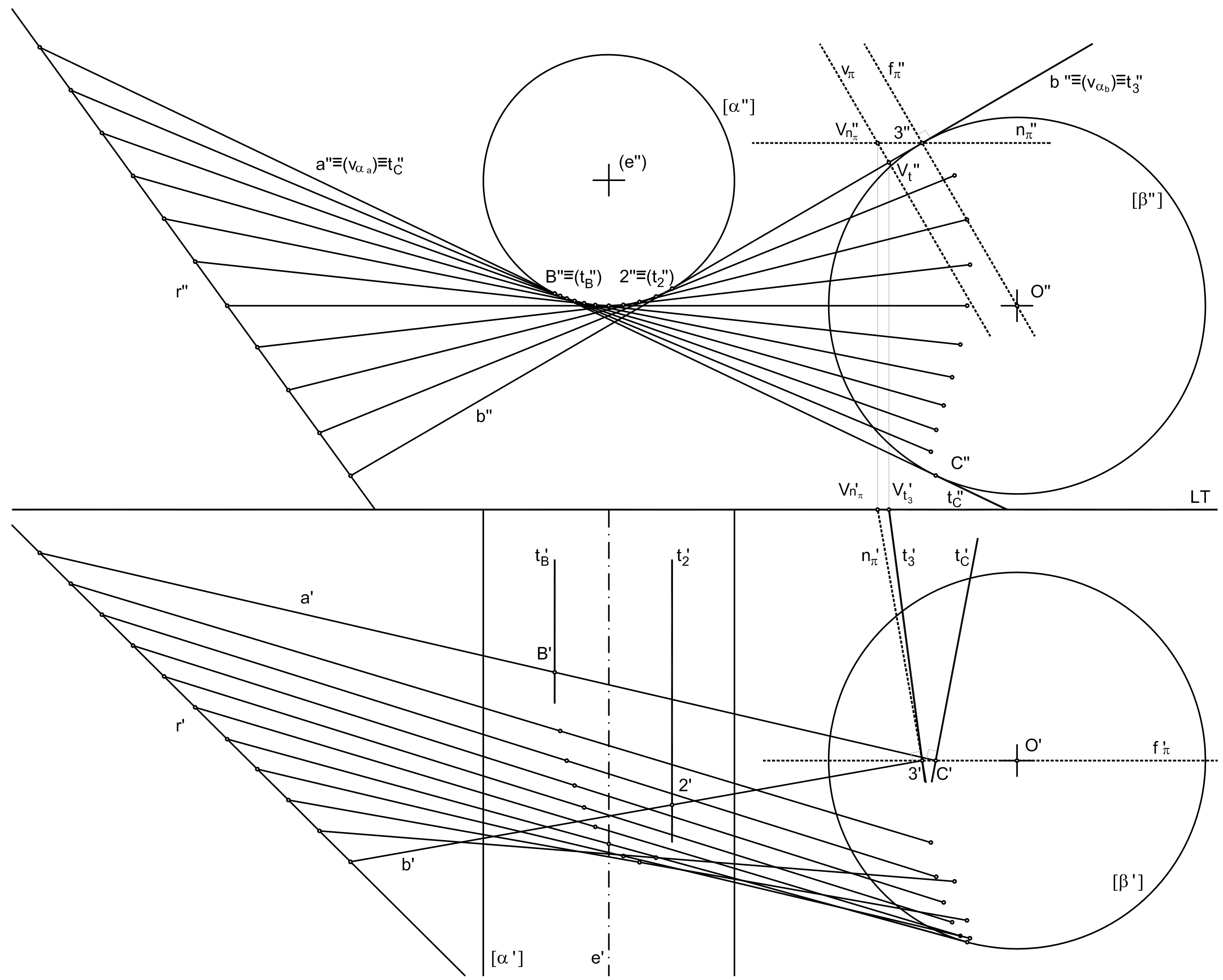

[α'']
(e'')
a''≡(vα a)≡t''C
b''≡(vαb)≡t''3
vπ
f''π
V''nπ
3''
n''π
V''t
[β'']
B''≡(t''B)
2''≡(t''2)
O''
r''
b''
C''
V'nπ
V't3
t''C
LT
t'B
t'2
n'π
t'3
t'C
a'
B'
r'
O'
f'π
3'
C'
2'
b'
[β']
[α']
e'

fig. 21

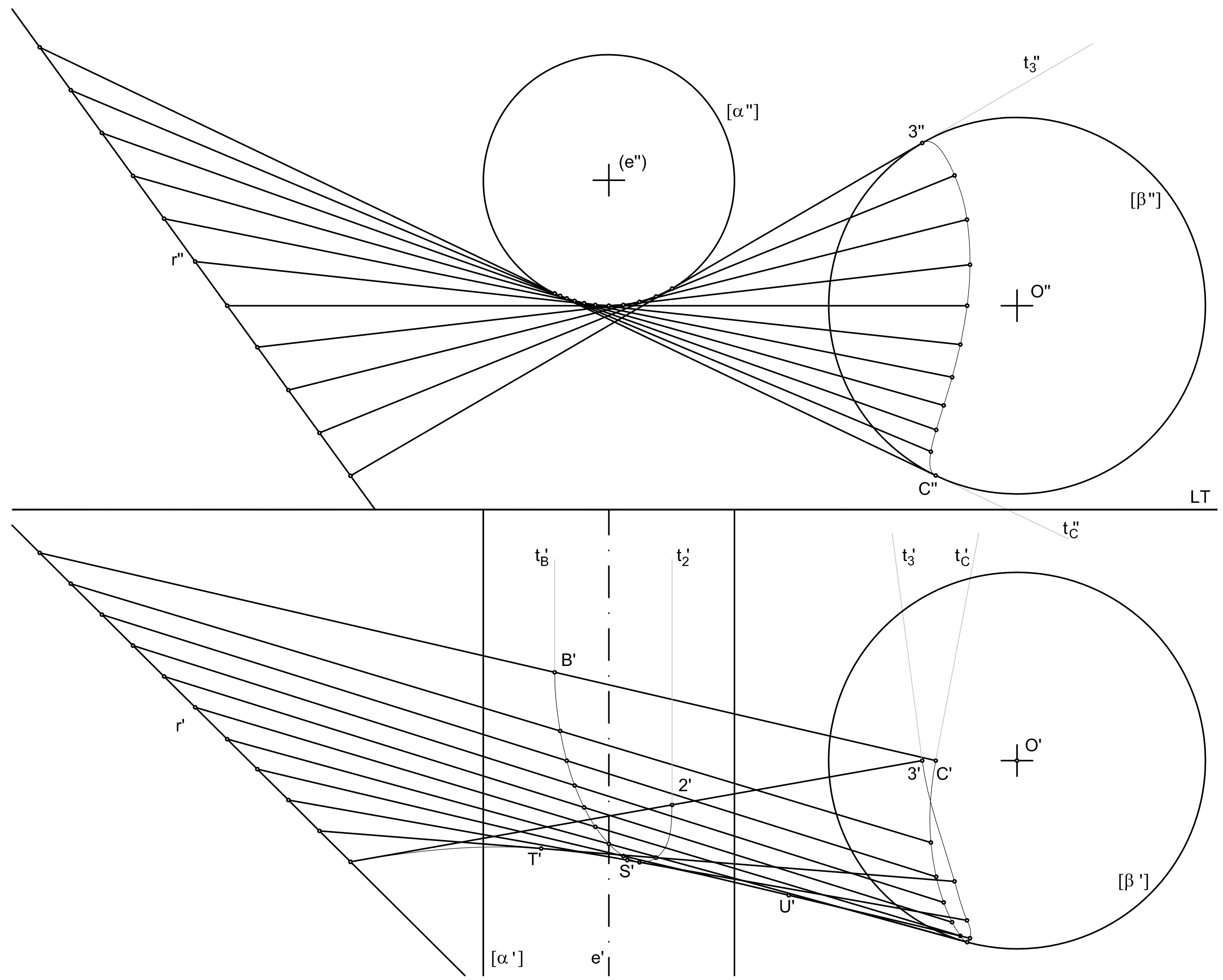


fig. 22

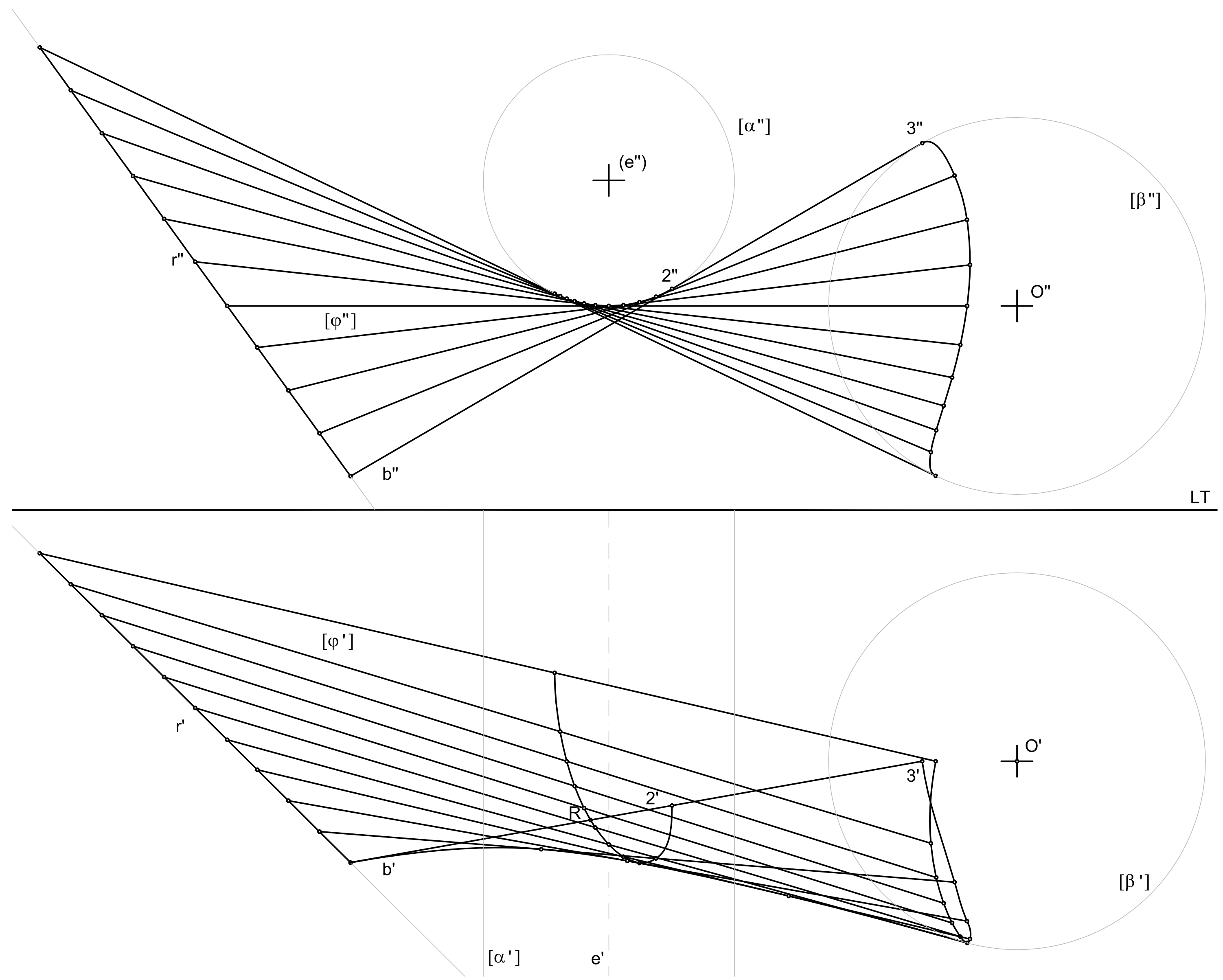


fig. 23

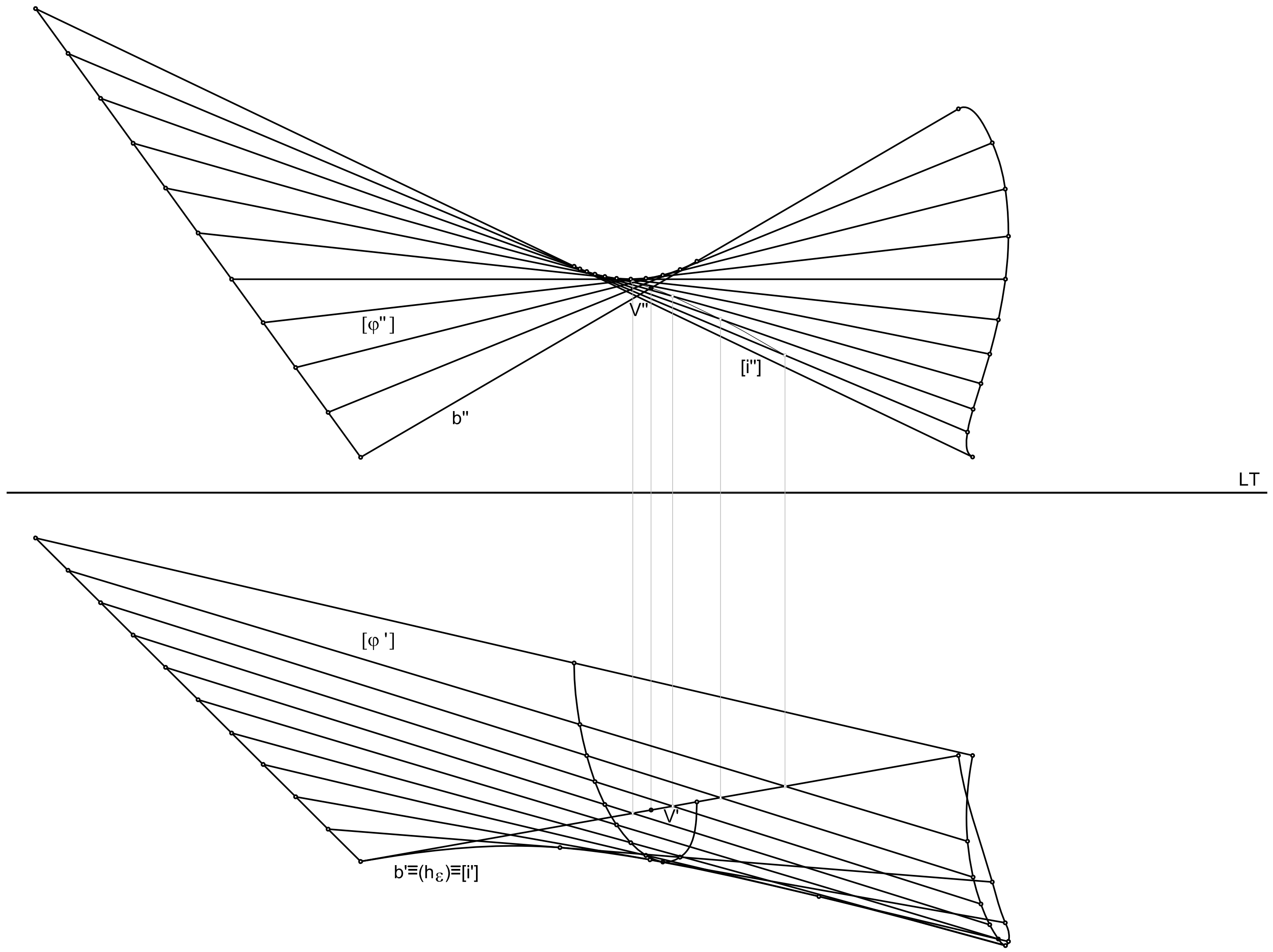


fig. 24

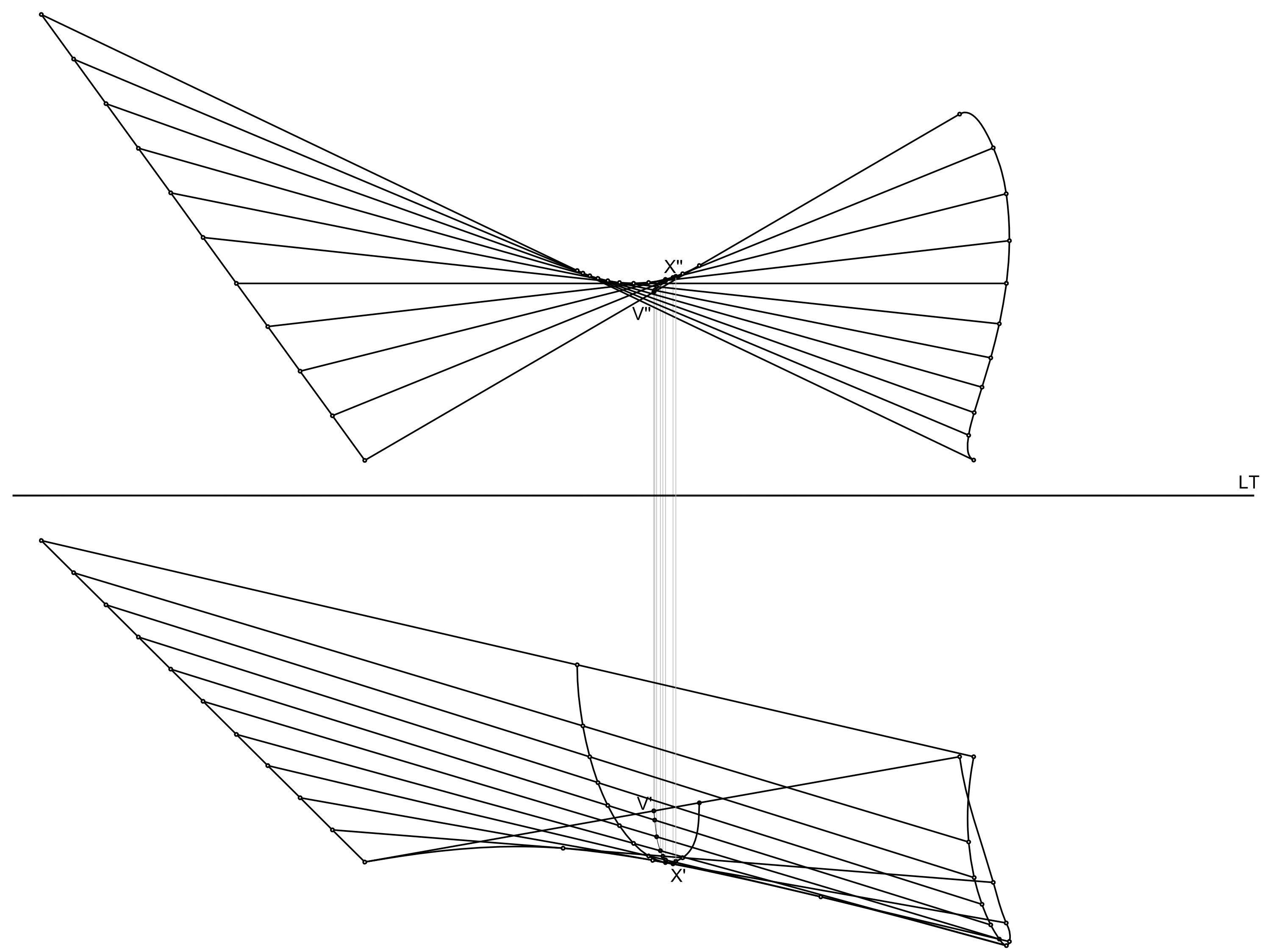


fig. 25

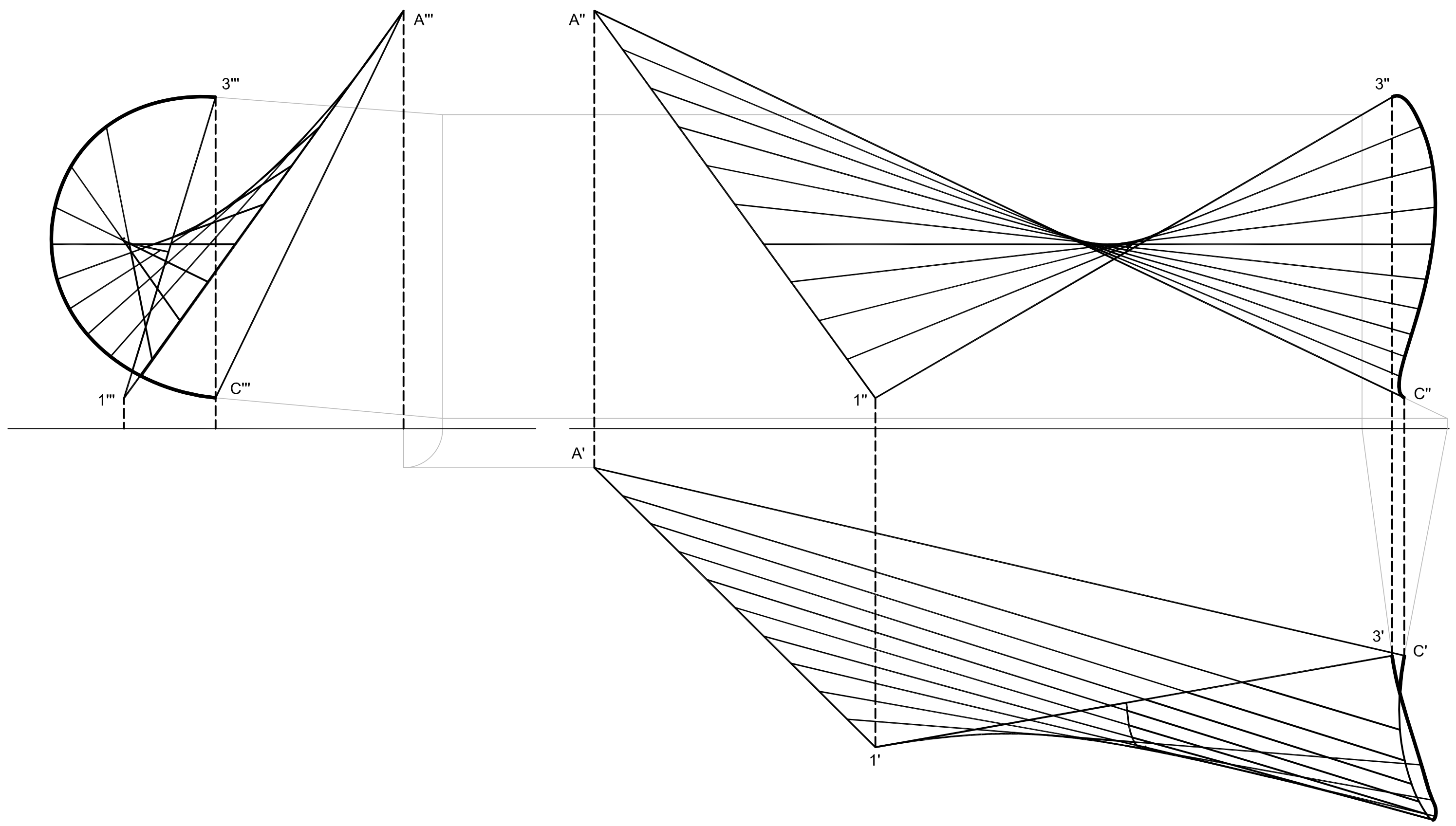


fig. 26

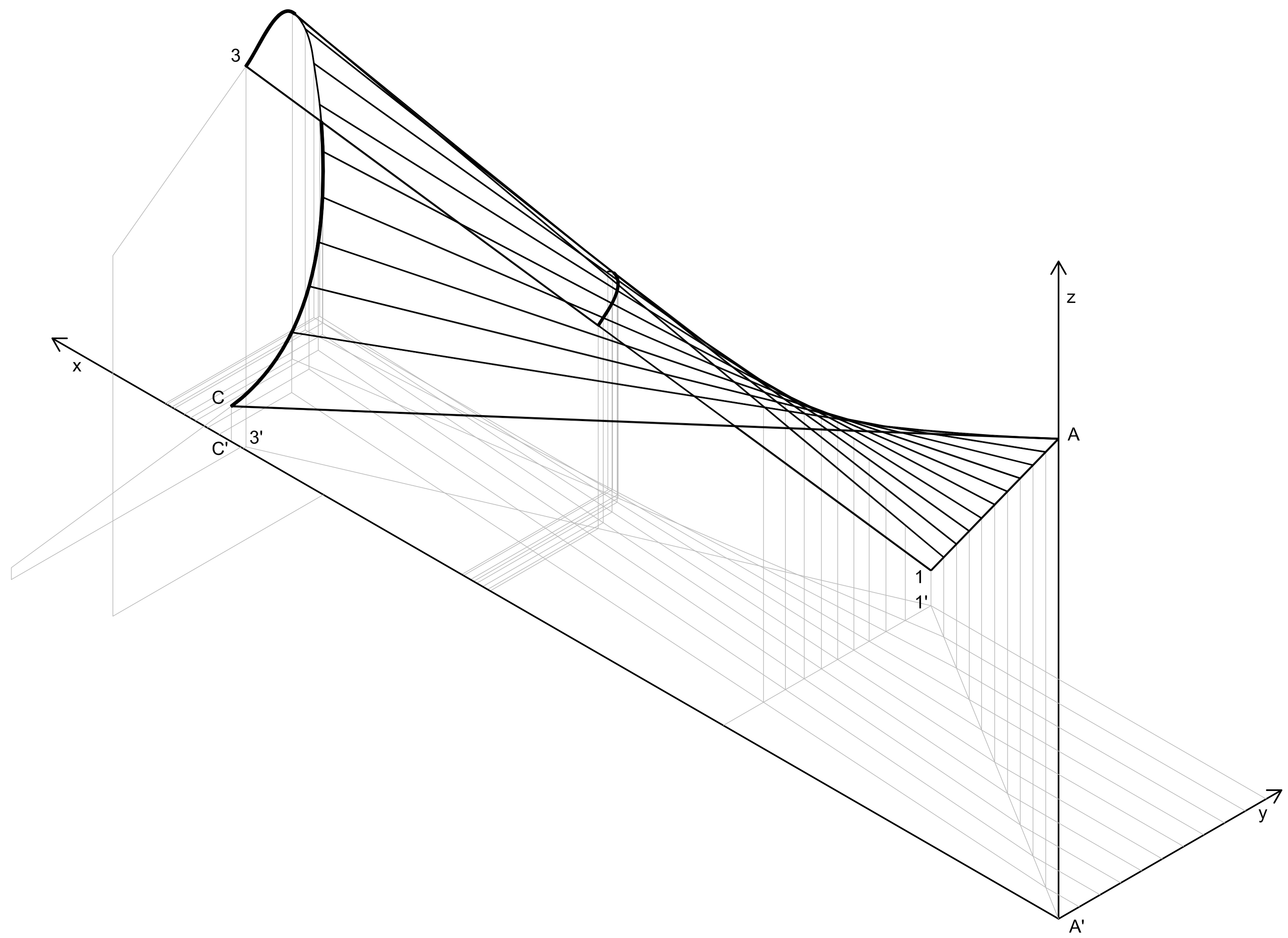
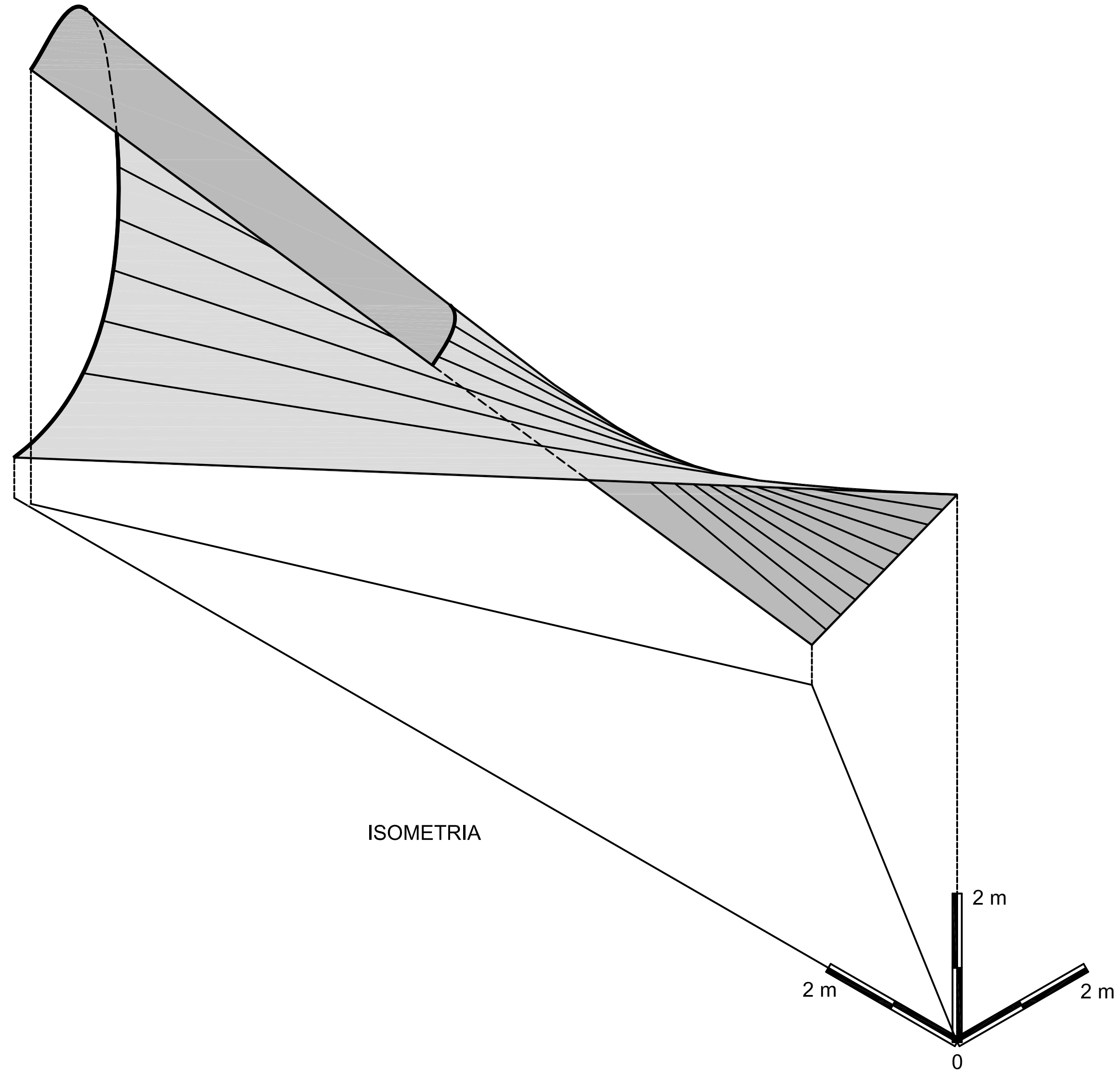
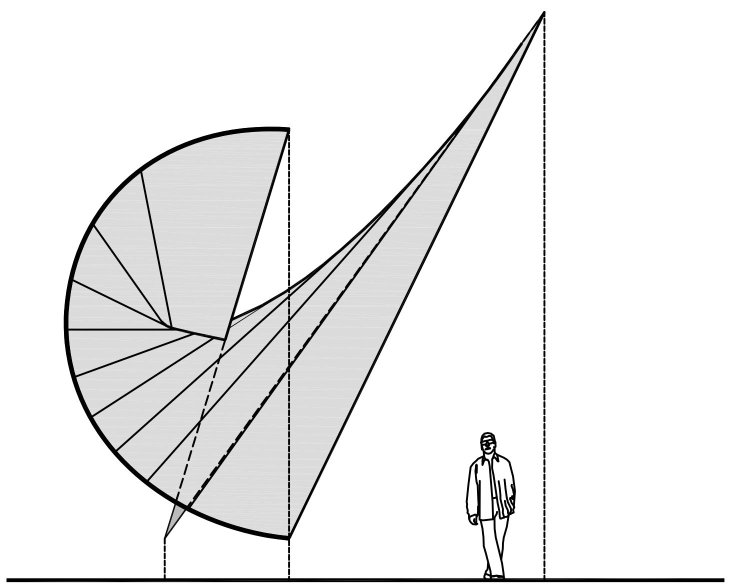


fig. 27

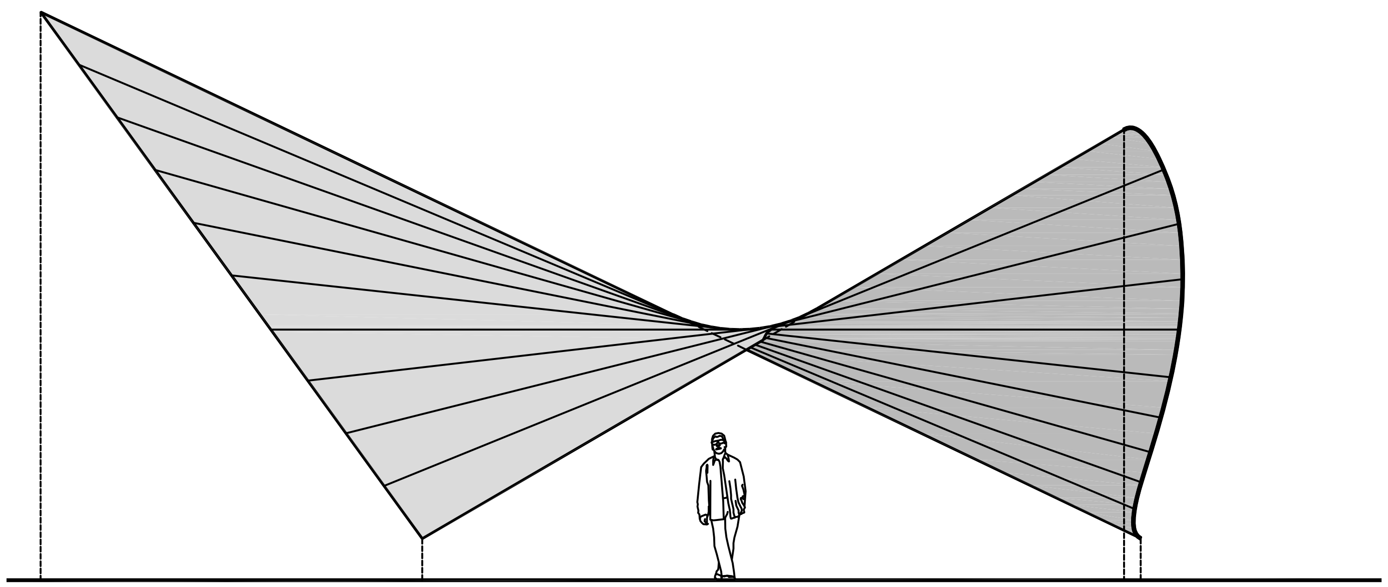


ISOMETRIA



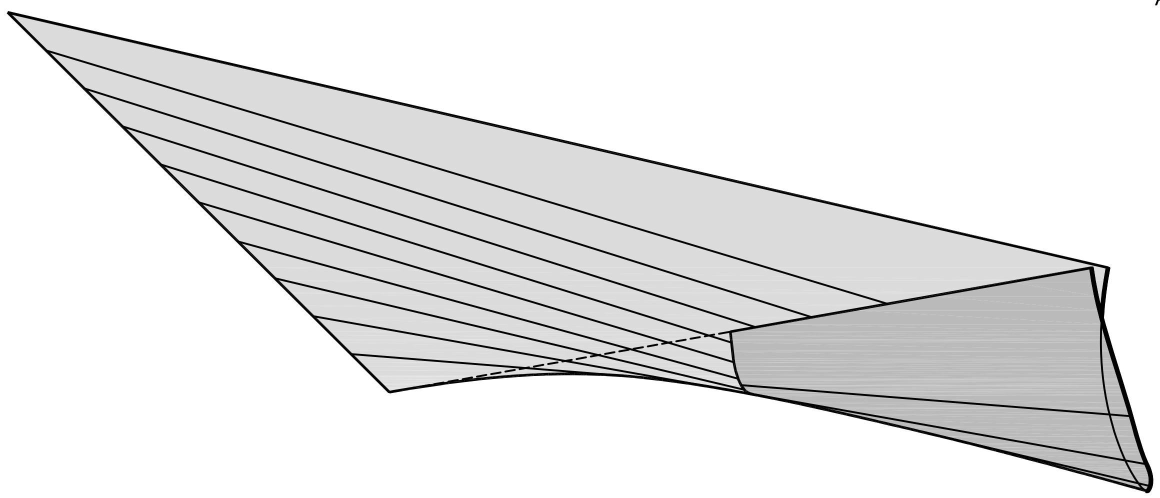
ALÇADO LATERAL DIREITO

0 2 m



ALÇADO FRONTAL

0 2 m



PLANTA

0 2 m

fig. 28