FACULDADE DE ARQUITECTURA DA UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA

ÁREA CIENTÍFICA DE DESENHO E COMUNICAÇÃO *GRUPO DE DISCIPLINAS DE GEOMETRIA*

EXERCÍCIOS

ESTUDO DAS SUPERFÍCIES – Cónicas, Cilíndricas, Pirâmidais e Prismáticas ***S_01***

(2006)

Sempre que nada seja dito relativamente ao formato de resolução e ao posicionamento dos elementos dados, faça uma leitura prévia do enunciado e procure definir o formato, orientação e posicionamento dos elementos que entender mais adequados à resolução dos problemas. Sempre que o sistema de representação for omisso, considere o sistema da Dupla Projecção Ortogonal.

1) Considere um cone oblíquo de base horizontal com 4cm de raio de centro no ponto $C_{(0;6;2),}$ e vértice no ponto $V_{(5;2;12)}$.

Considere um ponto $X_{(10;8;4)}$.

a) Determine as projecções de um ponto $\mathbf{P}_{(3;?;4)}$ da superfície do cone.

b) Pelo ponto **P** conduza um plano a tangente à superfície do cone.

c) Pelo ponto **P** conduza um plano p normal à superfície do cone.

d) Pelo ponto **X** conduza um plano q tangente à superfície do cone.

2) Considere um cone oblíquo de base horizontal com 4cm de raio de centro no ponto $\mathbf{C}_{(0;6;2),}$ e vértice no ponto $\mathbf{V}_{(5;2;12)}$.

Considere um ponto $\mathbf{X}_{(10;8;4)}$.

a) Determine a secção **[e]** produzida do cone por um plano b de topo (30º a.p.e.) tangente à circunferência que delimita a base do cone (o plano b produz secção).

b) Considerando a linha que delimita a secção **[e]** como directriz, conduza uma superfície **[**j**]** normal à superfície do cone delimitada pelo plano b e por um plano w//b 3cm “acima” deste.

3) Considere um cilindro oblíquo de bases horizontais com 4cm de raio de centros no ponto $\mathbf{C}_{(0;6;2),}$ e no ponto $\mathbf{V}_{(5;2;12)}$.

Considere um ponto $\mathbf{X}_{(10;8;4)}$.

a) Determine as projecções de um ponto $\mathbf{P}_{(3;?;4)}$ da superfície do cone.

b) Pelo ponto **P** conduza um plano a tangente à superfície do cone.

c) Pelo ponto **P** conduza um plano p normal à superfície do cone.

d) Pelo ponto **X** conduza um plano q tangente à superfície do cone.

4) Considere um cone de revolução com base frontal com 4cm de raio de centro no ponto $\mathbf{C}_{(0;2;4),}$ e vértice no ponto $\mathbf{V}_{(0;12;4)}$.

Considere um plano a de rampa (vα com 14cm de cota e hα com 8cm de afastamento).

a) Determine secção **[e]** produzida no cone pelo plano a.

b) Planifique a superfície do cone determinando a transformada da linha que delimita a secção **[e]**, não esquecendo de determinar os seus pontos de inflexão.

5) Considere um cilindro de revolução de eixo vertical com 12m de altura e com a base inferior à cota 0m. O raio da base mede 2m.

a) Desenvolva, representando em DPO, uma escada com 1,5m de largura em torno do cilindro considerando que a eixo a relação espelho/cobertor deverá ser 0,18m/0,3m. Note que a cada 20 degraus consecutivos deverá corresponder uma plataforma horizontal.

b) Represente a escada em axonometria militar.

6) Considere um cilindro de revolução de eixo vertical com 12m de altura e com a base inferior à cota 0m. O raio da base mede 2m.

a) Represente em DPO e Axonometria Militar a superfície cónica **[**b**]** que tem por directriz uma hélice **[h]** com passo igual a 6m contida da supérfície do cilindro e por vértice o centro da base superior do cilindro.

b) Planifique a superfície **[**b**]** determinando a transformada da hélice **[h]**.

7) O ponto $\mathbf{O}_{(0;8;3)}$ é o centro da base de um cone de revolução que está contida num plano de topo a 30º a.e. com o PHP.

Determine as projecções do cone sabendo que a sua altura é 12, que está contido no 1º Quadrante e que a sua base é tangente ao PHP.

8) Os pontos $\mathbf{A}_{(0;2;5)}$, $\mathbf{B}_{(3;5;8)}$ e $\mathbf{C}_{(-5;4;0)}$ pertencem à superfície lateral de um cilindro de revolução de eixo vertical. O ponto de maior cota pertence à base superior e o ponto de menor cota pertence à base inferior.

a) Determine as projecções do cilindro.

b) Determine a intersecção de uma recta **x** com a superfície do cilindro. A recta passa pelo ponto médio do eixo do cilindro e pelo ponto $\mathbf{V}_{(-10;0;10)}$.

c) Determine a verdadeira grandeza da secção produzida no cilindro pelo plano de topo que contém a recta **x**.

9) Considere uma superfície prismática [q] definida pela sua directriz pentagonal, regular, [**d**] assente no S.P.V.S.. O vértice **A** (de menor cota de [**d**]) pertence a LT e tem –4cm de abcissa, sendo // a LT o lado que se lhe opõe. O ponto com menor abcissa de [**d**] tem abcissa 0cm. O ponto $\mathbf{X}_{(5;8;15)}$ pertence à geratriz de [q] que passa por **A.**

a) Determine as projecções da intersecção [**i**] produzida em [q] por um plano de perfil p com abcissa 0cm.

b) Determine a V.G. de [**i**].

c) Determine a inclinação das geratrizes de [q] relativamente ao plano p.

10) Considere uma superfície cilíndrica de revolução [a] com uma directriz circunferencial [**d**] (3.5cm de raio) assente em d (vδ→45º a.e. no S.P.V.S.; hδ→60º a.e. no S.P.H.A.; $\mathbf{X}_{(0;0;0)} \in$ d) sendo tangente a vδ no S.P.V.S. e a hδ no S.P.H.A..

a) Determine as projecções da intersecção [**i**] produzida em [a] por um plano h de rampa (vη tem 6cm de cota e hη tem 13cm de afastamento).

b) Determine a V.G. de [**i**].

c) Determine um ponto de [**i**] que admita uma tangente cuja projecção horizontal faça 45º com LT.

ESTUDO DAS SUPERFÍCIES – Poliedros regulares ***S_02***
2006

Sempre que nada seja dito relativamente ao formato de resolução e ao posicionamento dos elementos dados, faça uma leitura prévia do enunciado e procure definir o formato, orientação e posicionamento dos elementos que entender mais adequados à resolução dos problemas.

1) Considere os cinco poliedros regulares.
a) Represente-os em Múltipla Projecção Ortogonal.
b) Represente-os em axonometria militar.

2) Considere o ponto $\mathbf{O}_{(0;5;2)}$ como centro de um pentágono regular contido num plano de topo a 30º a.d. com o PHP. O pentágono tem um lado de topo, o de maior cota.
Represente, em DPO, outro pentágono que tem em comum com o primeiro o lado de topo sabendo que os pentágonos se relacionam entre si como duas faces de um dodecaedro regular.

3) Represente, em DPO, um hexaedro regular (cubo) que admite como diagonal espacial o segmento definido pelos pontos $\mathbf{A}_{(0;6;10)}$ e $\mathbf{G}_{(0;6;0)}$ sabendo não tem arestas de perfil nem de frente.

4) Represente em DPO e axonometria uma pirâmide pentagonal regular sabendo que as faces laterais são equiláteras e que o lado da base mede 3cm.

5) Represente, em DPO, um anti-prisma de bases pentagonais regulares e faces laterais equiláteras.

6) Represente, em DPO e Axonometria:
a) um tetraedro regular com 5cm de aresta sabendo que uma das suas faces é horizontal.
b) um octaedro regular com 5cm de aresta sabendo que uma das suas faces é horizontal.

7) Considere os cinco poliedros regulares.
Para cada poliedro, elimine metade das faces de tal modo que cada par de faces eliminadas tenha sempre uma aresta comum, bem como cada par de faces restantes.
Para cada uma das faces restantes, considere uma pirâmide que a admite como base, tendo vértice no centro da superfície esférica circunscrita ao poliedro.
De cada uma das pirâmides considere apenas o tronco de pirâmide delimitado pela face do poliedro e por um plano paralelo ao da face, passante pelo ponto mais próximo da face do poliedro inicial, resultante da divisão em três partes iguais, do segmento definido pelo centro da face e pelo vértice da pirâmide.
a) Represente em MPO (3 vistas) cada um dos cinco sólidos resultantes.
b) Represente em Axonometria cada um dos cinco sólidos resultantes.

ESTUDO DAS SUPERFÍCIES – Superfícies de revolução ***S_03***

2006

Sempre que nada seja dito relativamente ao formato de resolução e ao posicionamento dos elementos dados, faça uma leitura prévia do enunciado e procure definir o formato, orientação e posicionamento dos elementos que entender mais adequados à resolução dos problemas. Sempre que nada forreferido relativamente ao sistema de representação, adopte o sistema da DPO.

1) Considere uma superfície esférica [a] com 4 cm de raio. O seu centro é o ponto $\mathbf{C}_{(0;6;6)}$.

a) Determine por suas projecções um ponto **P** pertencente a [a] :

- de cota 9 cm.
- de cota 8 cm e situado sobre o meridiano a 45º (a.p.e.) com o P.V.P.
- de abcissa 2 cm e afastamento 8 cm.
- invisivel em ambas as projecções.
- de abcissa –3cm e apenas vísivel na projecção vertical.
- que pertença ao β1/3.

b) Determine um plano q tangente a [a] :

- por cada ponto determinado em 1);
- conduzido por $\mathbf{P}_{(8;2;10)}$, e tangente em T com cota 1 cm inferior à do paralelo limite superior;
- conduzido por $\mathbf{P}_{(8;6;8)}$ e sendo projectante vertical;
- conduzido por $\mathbf{P}_{(8;2;12)}$ e sendo de rampa;
- conduzido por $\mathbf{P}_{(8;8;12)}$ fazendo hθ 45º a.p.e.;
- conduzido por $\mathbf{P}_{(8;8;8)}$ e fazendo 60º com o P.H.P.;
- fazendo 60º com o P.V.P. e 45º com o P.H.P.;
- paralelo a **r** (r'' → 60º a.p.d. ; r' → 45º a.p.d.) e tangente em **T** com cota 1cm superior à do paralelo limite inferior;
- contendo **f** (f'' → 60º a.p.d.) de frente com 10cm de afastamento. O ponto de cota nula pertencente a **f**e tem 5cm de abcissa;
- paralelo a b (vβ → 60º a.p.d. ; hβ → 60º a.p.d.).

c) Considere outra superfície esférica [d] tangente ao P.V.P de centro $\mathbf{O}_{(10;2.5;10)}$.

- Determine as projecções de um ponto **P** , tal que todos os planos tangentes a [a] conduzidos por **P** sejam também tangentes a [d].

2) Represente pelas suas projecções uma superfície esférica [a] ,de centro $\mathbf{O}_{(0;7;7)}$ e r =5cm.

a) Determine o lugar geométrico de todos os pontos de **[**a**]**:

- de cota 10cm;
- de afastamento 11cm;
- de abcissa 2cm;

- e de θ que contém **O** , sendo vθ // hθ a 30º a.d.

b) Determine as projecções de um ponto contido em [a] :

- com cota 9cm e afastamento 8cm;
- com abcissa 3cm e cota 9cm;
- com cota 5cm e abcissa 1cm;
- com afastamento 9cm e abcissa 2cm;
- com cota 9cm e pertencente a b que contém **O** , sendo vβ a 60º a.d. e hβ a 70º a.d.

c) Determine os pontos comuns a [a] e a uma recta **r** dada :

- **r** passante pela LT no ponto de abcissa –5cm , fazendo r' 45º a.d. e r" 45º a.d.;
- **r** contendo $\mathbf{P}_{(8;6;3)}$ e o ponto **O**;
- **r** contendo **O** e // ao β2/4 , passando r' por $\mathbf{X}_{(5;2;?)}$;
- **r** de perfil à distancia de 2cm de **O** e ⊥ ao β1/3;

d) Conduza planos tangentes a **[**a**]**

- por pontos de [α] (resolver para todos os pontos de 2) e 3)
- por **P** exterior
  - $\mathbf{P}_{(9;4;4)}$
  - $\mathbf{P}_{(9;4;4)}$, contendo um ponto de cota 9cm de [a]
  - $\mathbf{P}_{(0;10;5)}$
- contendo uma recta **r** dada
  - **r** é vertical , de abcissa 10cm e afastamento 5cm
  - **r** é de topo , de cota 6cm e abcissa 8cm
  - **r** é frontohorizontal de cota 12cm e afastamento 18cm
  - **r** é obiqua contendo $\mathbf{P}_{(8;3;2)}$, fazendo r" 70º a.d. e r' 60º a.d.
- paralelo a uma recta **r** dada
  - **r** é de topo
  - **r** é // β2/4 (r" faz 30 a.d.)
  - **r** é de perfil fazendo 70º com o P.H.P.
  - **r** é obliqua (r" 50º a.e. e r' 30º a.d.)
- paralelo a um plano dado
  - ao β1/3
  - ao β2/4
  - a l ≡vλ.hλ (vλ 45 a.d. e hλ 45 a.d.)
  - a v de topo

3) Considere um elipsóide de revolução alongado [a] de eixo vertical, no Iº Q.

a) Determine um ponto da superfície de [a] :

- invisível em ambas as projecções.
- visível em projecção vertical e invisível em projecção horizontal.
- visível em projecção horizontal e invisível em projecção vertical.
- visível em ambas as projecções.

b) Conduza um plano p tangente à superfície de [a] :

- por cada ponto determinado no exercício anterior.
- por um ponto do β2/4 (no IVº Q).
- por um ponto do β1/3 (no IIIº Q).
- por um ponto da LT.
- por um ponto do PVP.
- passante pela LT.
- de topo.
- oblíquo.
- ⊥ ao β2/4.
- ⊥ ao β1/3.
- // ao β2/4.
- // ao β1/3.
- contendo uma recta de frente.
- ⊥ a uma recta de nível.
- // a uma recta // ao β2/4.
- // a uma recta // ao β1/3.
- ⊥ a um plano vertical (sem ser vertical).

4) Considere uma superfície tórica [a] de eixo vertical com abcissa **0**. [a] é tangente ao **P.V.P**. e o seu centro é o ponto $\mathbf{O}_{(7.5;\ 5)}$. O raio dos meridianos mede 2.5 cm.

a) Determine as projecções de **P** pertencente a [a]:

- com 5cm de afastamento e 3.5cm de abcissa, sendo visível na projecção horizontal.
- com 4cm de cota e pertencendo a um paralelo interior.
- com 3cm de cota e 12cm de afastamento.
- e ao β 1/3.

b) Planos tangentes.

- Conduza, pelos pontos determinados em 1), planos tangentes a [a].
- Considere o ponto $\mathbf{P}_{(8;2;12)}$
  . Determine os paralelos limite que admitem planos tangentes conduzidos por P.
  . Conduza por **P** o plano b tangente a [a] num ponto de um paralelo interior com 4.5 de cota.
- Conduza um plano q//**r** tangente a [a], num paralelo exterior com cota 2.5cm superior à do paralelo limite inferior exterior. (r'' → 60º a.d. ; r' → 30º a.e.)
- Conduza um plano m tangente a [a] :
  . sendo m//β2/4
  . sendo m//d (vδ → 60º a.d. ; hδ → 45º a.d.)

5) Considere uma superfície tórica [a], com eixo de topo, no Iº Q.

a) Determine um ponto da superfície [a]:

- invisível em ambas as projecções.
- visível em projecção vertical e invisível em projecção horizontal.

- visível em projecção horizontal e invisível em projecção vertical.
- visível em ambas as projecções.

b) Conduza um plano p, tangente à superfície [a]:

- por cada ponto determinado no exercício anterior.
- por um ponto do β2/4 (no IVº Q).
- por um ponto do β1/3 (no IIIº Q).
- por um ponto da LT.
- por um ponto do PVP.
- passante pela LT.
- de topo.
- oblíquo.
- ⊥ ao β2/4.
- ⊥ ao β1/3.
- // ao β2/4.
- // ao β1/3.
- contendo uma recta de frente.
- ⊥ a uma recta de nível.
- // a uma recta // ao β2/4.
- // a uma recta // ao β1/3.
- ⊥ a um plano vertical (sem ser vertical).

6) Considere uma superfície esférica **[**a**]** de raio 5cm e centro **O**$_{(0;\ 7;\ 5)}$.
Determine as projecções de uma superfície tórica **[**b**]**, de eixo vertical, tangente ao PVP e concordante com a superfície esférica sabendo que o raio dos meridianos de **[**b**]** mede 2.5cm de raio (tenha em atenção as visibilidades e invisibilidades).

7) Considere uma superfície tórica **[**a**]** com eixo de topo, centro **C**$_{(0;\ 8;\ 8)}$, sendo tangente ao PHP. O raio do círculo de gola mede 3cm.
Determine as projecções de uma superfície esférica [β] tangente ao PVP e concordante com a superfície tórica (tenha em atenção as visibilidades e invisibilidades).

8) Considere a porção de um hiperbolóide de revolução **[**a**]** de uma folha com eixo vertical e centro **H**$_{(0;\ 8;\ 6)}$ delimitado pelo PHP e por um plano horizontal à cota 12cm. O raio do círculo de gola mede 2cm e as geratrizes fazem 45º com o PHP.
Determine as projecções de um elipsóide de revolução achatado **[**b**]** concordante com **[**a**]** ao longo de um paralelo com 10cm de cota, sabendo que a distância entre os seus pólos é igual ao raio do equador (tenha em atenção as visibilidades e invisibilidades).

9) Considere os pontos **A**$_{(0;\ 3;\ 10)}$, **B**$_{(2;\ 5;\ 10)}$ e **C**$_{(-4;\ 10;\ 10)}$ contidos numa superfície esférica **[**a**]** com o pólo inferior à cota 2cm.

Para as alíneas c) e d), considere um ponto $\mathbf{X}_{(6,5;\ 10;\ 12)}$ vértice de um triângulo equilátero **[XYZ]**. O ponto **M** é o ponto médio do lado **[YZ]**.

a) Determine as projecções de uma superfície esférica **[**b**]**, tangente ao PVP, tangente ao PHP, e tangente à superfície **[**a**]** num ponto com cota 5cm.

b) Determine as projecções de um cubo com as faces tangentes à superfície esférica **[**a**]** sabendo que a aresta com menor cota está contida no PHP e que o cubo se situa no **I**º Quadrante com um vértice no PVP.

c) Determine as projecções do triângulo **[XYZ]** sabendo que o plano do triângulo é tangente à superfície esférica **[**a**]** no ponto **M** e que o lado **[YZ]** é de nível com cota inferior à cota do centro da esfera.

d) Determine as projecções do triângulo **[XYZ]** sabendo que o plano do triângulo é tangente à superfície esférica **[**a**]** no ponto **M** e que este tem cota 10cm e é visível na projecção frontal.

10) Represente em DPO, em folhas A3 ao baixo, uma superfície esférica, um elipsóide alongado de eixo vertical, um toro de eixo vertical e um hiperbolóide de exo vertical.

Para cada uma das superfícies (excepto o hiperbolóide) determine as projecções de um ponto nelas contido.

Determine o plano tangente a cada uma das superfícies no ponto determinado anteriormente.

11) Resolva os exercícios em DPO, em folhas A3 ao baixo.

Considere uma superfície esférica **[**a**]** de raio 4cm, tangente aos dois planos de projecção, sabendo que o seu centro tem abcissa 0cm e pertence ao **I**º Quadrante.

a) Determine as projecções de um ponto **A**∈**[**a**]** com 6cm de afastamento e 6cm de cota.

b) Por **A** conduza o plano p tangente a **[**a**]**.

c) Determine as projecções do ponto $\mathbf{P}_{(10;8;12)}$.

d) Conduza por **P** um plano b tangente a **[**a**]** (determine os paralelos limite).

e) Determine as projecções da recta **r≡P.O**, em que **P** é o ponto determinado na alínea anterior e **O** é o centro de **[**a**]**.

f) Conduza um plano w//**r** tangente a **[**a**]** (determine os paralelos limite).

g) Determine os traços do plano d≡**r.X**, em que **r** é a recta definida na alínea e) e $\mathbf{X}_{(0;0;0)}$.

h) Conduza um plano e**//**d tangente a **[**a**]**.

12) Considere uma superfície tórica [a], de eixo vertical, tangente ao PVP e ao PHP. O “circulo” de gola de [a] tem 2cm de raio (tendo centro com abcissa 0) e dista 3cm do PHP.

a) Determine um plano b tangente à superfície [a] num ponto com 4.5cm de cota e 8cm de afastamento.

b) Conduza por $\mathbf{P}_{(12;10;10)}$ um plano p tangente a [a] num ponto cuja cota é 1cm superior à do paralelo limite inferior.

c) Conduza um plano d tangente a [a], sabendo que d//h (vη→60º a.d.; hη→40º a.d.)

13) Considere um elipsóide de revolução [a], de eixo vertical, cuja superfíce é tangente ao PVP e ao PHP. O equador de [a] tem 4cm de raio (tendo centro com abcissa 0cm) e a distância entre os polos é de 16cm.

a) Determine um plano b tangente à superfície de [a] num ponto com 6cm de cota e 6cm de afastamento.

b) Conduza por **P**$_{(12;10;10)}$ um plano p tangente à superfície de [a] num ponto cuja cota é 5cm superior à do paralelo limite inferior.

c) Conduza um plano d tangente à superfície de [a], sabendo que d//h (vη→60º a.d.; hη→40º a.d.)

14) Defina, projeccionalmente, uma superfície esférica [a] que contenha os pontos **A**$_{(-2;3;5)}$, **B**$_{(1;5;5)}$, **C**$_{(2;3;5)}$ e **D**$_{(3;6;7)}$

Determine as projecções de um ponto pertencente a [a] com:

a) 6cm de cota

b) 3cm de abcissa

c) 6cm de afastamento

15) Defina, projeccionalmente, uma superfície esférica [a] de raio 5cm e tangente a ambos os planos de projecção. O centro da superfície tem abcissa 0cm.

a) Por **P**$_{(7;14;9)}$ conduza um plano tangente a [a] (determine os paralelos limite).

b) Conduza um plano tangente a [a] sendo paralelo à recta **a**(a''-35ºa.d.; a'-60ºa.d.) (determine os paralelos limite).

c) Conduza um plano obliquo tangente a [a] sendo paralelo a uma recta **p** de perfil paralela ao β2,4.

FACULDADE DE ARQUITECTURA DA UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA

ÁREA CIENTÍFICA DE DESENHO E COMUNICAÇÃO *GRUPO DE DISCIPLINAS DE GEOMETRIA*

EXERCÍCIOS

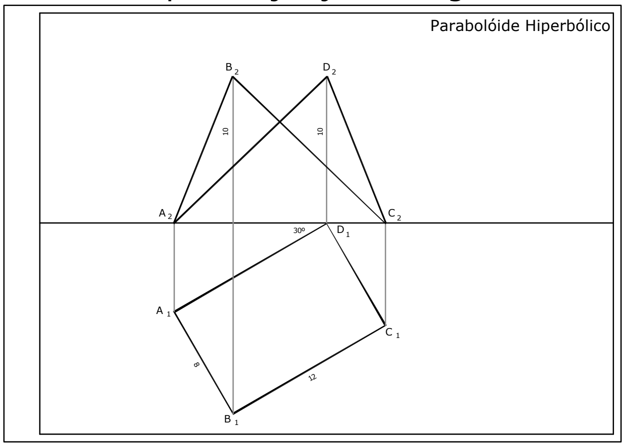
ESTUDO DAS SUPERFÍCIES – Superfícies duplamente regradas ***S_04***

2006

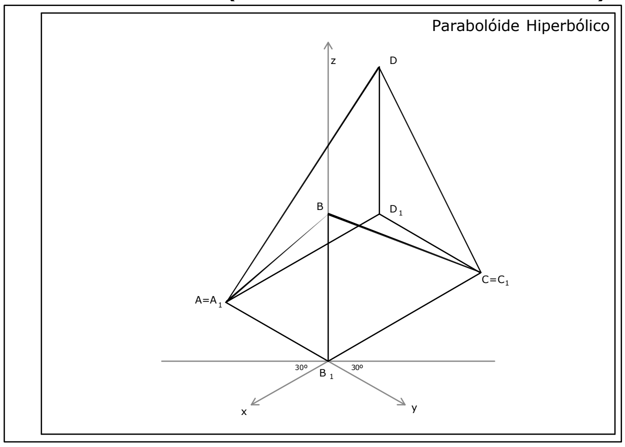
Sempre que nada seja dito relativamente ao formato de resolução e ao posicionamento dos elementos dados, faça uma leitura prévia do enunciado e procure definir o formato, orientação e posicionamento dos elementos que entender mais adequados à resolução dos problemas. Sempre que nada seja dito quanto ao sistema de representação, considere a DPO.

1) Considere as figuras dadas.

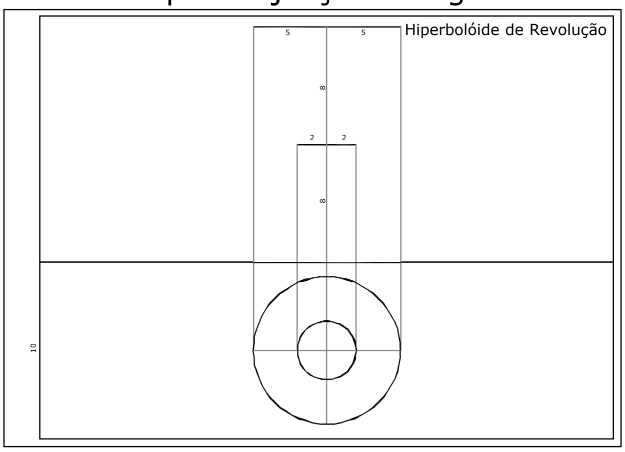
Dupla Projecção Ortogonal



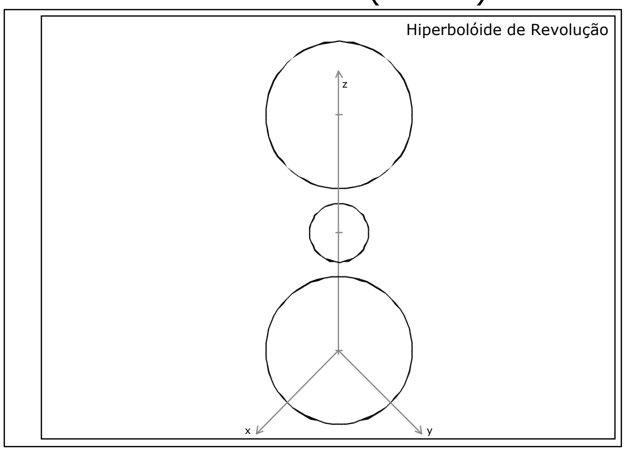
Axonometria (Isometria Convencional)



Dupla Projecção Ortogonal



Axonometria (Militar)



As duas figuras de cima representam uma porção de parabolóide hiperbólico.

As duas figuras de baixo representam uma porção de hiperbolóide de revolução.

Os problemas são para resolver simultaneamente nos dois sistemas de representação para ambas as superfícies.

a) Recorrendo apenas a um sistema de geratrizes represente a porção de superfície definida determinando o contormo.

b) Por um ponto exterior à superfície conduza um plano tangente à superfície.

c) Arbitre uma orientação definindo um plano α. Conduza um plano tangente à superfície com a orientação de α.

2) Considere a superfície de um hiperbolóide de revolução [a], com eixo vertical (a passar pelo IºQ e IVºQ), de tal modo que traço horizontal de [a] intersecte a LT.

a) Determine as projecções de **P** pertencente a [a]:

- dada a sua projecção horizontal.
- dada a sua projecção vertical.
- pertencente ao β2/4.
- pertencente ao β1/3.
- pertencente ao contorno aparente vertical.

b) Conduza um plano p, tangente à superfície [a].

- por cada ponto determinado no exercício anterior.
- por um ponto do IVº Q.
- por um ponto do IIIº Q.
- por um ponto da LT.
- por um ponto do PVP.
- passante pela LT.
- contendo uma recta de nível (que intersecta o hiperbolóide).
- dada a direcção do seu traço vertical.
- ⊥ ao β2/4.
- ⊥ ao β1/3.
- // a uma recta obliqua.
- // a um plano oblíquo.
- num ponto impróprio.
- ⊥ a uma recta de nível.
- // a uma recta // ao β2/4.
- // a uma recta // ao β1/3.
- contendo uma recta vertical.

c) Determine o contorno aparente vertical de [a] :

- através dos paralelos.
- através das geratrizes.

3) Considere um parabolóide hiperbólico [a] com planos directores de nível e de frente.

a) Determine as projecções de **P** pertencente a [a]:

- dada a sua projecção horizontal.
- dada a sua projecção vertical.
- pertencente ao β2/4.
- pertencente ao β1/3.

b) Conduza um plano p, tangente à superfície [a].

- por cada ponto determinado no exercício anterior.
- por um ponto do IVº Q.
- por um ponto do IIIº Q.
- por um ponto da LT.
- por um ponto do PVP.
- de perfil.
- de topo.
- oblíquo.
- ⊥ ao β2/4.
- ⊥ ao β1/3.
- // a uma recta obliqua.
- // a um plano oblíquo.
- num ponto impróprio.
- ⊥ a uma recta de nível.
- // a uma recta // ao β2/4.
- // a uma recta // ao β1/3.
- por um ponto da superfície pertencente ao IIº Q.

4) Represente a porção de um hiperbolóide de revolução, de centro **O**$_{(0;10;10)}$ e eixo vertical, limitada pelos planos de nível à cota 0cm e à cota 20cm, sabendo que o raio do círculo de gola mede 3cm e que a inclinação das geratrizes, com o PHP, é de 60º.

5) Considere um hiperbolóide de revoluçaõ [a], de eixo vertical com afastamento 6cm. O "círculo" de gola de [a] tem 2cm de raio (tendo centro com abcissa 0cm) e dista 8cm do PHP. As geratrizes de [a] fazem 60º com o PHP.

a) Determine um plano β tangente à superfície de [a] num ponto com 4.5cm de cota e 8cm de afastamento.

b) Conduza por **P**$_{(12;10;10)}$ um plano p tangente à superfície de [a].

c) Conduza um plano d tangente à superfície de [a], sabendo que δ//η (vη→60º a.d.; hη→40º a.d.)

6) Considere um parabolóide hiperbólico [a] com geratrizes de nivel e de frente. v[α] faz 30º a.e. com LT (no SPVS) e h[α] faz 45º a.e. com LT (no SPHA). [a] contém o ponto da LT co abcissa 6cm. **g** de topo com abcissa 0cm é uma geratriz de [a].

a) Determine um plano b tangente à superfície de [a] num ponto **A** de [a], dada a sua projecção horizontal (arbitrária).

b) Conduza por **P**$_{(10;10;10)}$ um plano p tangente à superfície de [a].

c) Conduza um plano h tangente à superfície de [a]; (hη→40º a.d. e η faz com o PHP um diedro de 50º para a esquerda).

EXERCÍCIOS

ESTUDO DAS SUPERFÍCIES – Conóide, Cilindróide e Helicóide ***S_05***

2006

Sempre que nada seja dito relativamente ao formato de resolução e ao posicionamento dos elementos dados, faça uma leitura prévia do enunciado e procure definir o formato, orientação e posicionamento dos elementos que entender mais adequados à resolução dos problemas. Sempre que nada for dito relativamente ao sistema de representação, considere a DPO.

1) Considere a superfície de um conóide [a], com directriz circunferencial [**d**] de nível, tangente a LT, no S.P.H.A. e directriz recta de nível (a 40º com o PVP), com cota positiva, cuja projecção horizontal passa pela projecção horizontal do centro de [**d**]. O plano director de [a] é perpendicular à directriz recta.

a) Determine um ponto da superfície [a]:

- dada a sua projecção horizontal.
- dada a sua projecção vertical.
- pertencente ao β1/3.
- pertencente ao contorno aparente vertical.

b) Conduza um plano p, tangente à superfície [a]:

- por cada ponto determinado no exercício anterior.
- por um ponto do IVº Q.
- por um ponto do IIIº Q.
- por um ponto da LT.
- por um ponto do PVP.
- passante pela LT.
- // a um plano dado.
- // a uma recta dada.
- contendo uma recta de nível que intersecta o conóide.
- de topo.

c) Determine o contorno aparente vertical de [a] .

d) Represente o conóide numa isometria convencional.

2) Considere a superfície de um cilindróide [a], com directrizes circunferênciais com 3cm de raio. Uma das directrizes é frontal com centro $\mathbf{O}_{(0;0;6)}$, a outra é de perfil, situa-se no Iº Q. e é tangente ao PHP.

a) Determine um ponto da superfície [a]:

- dada a sua projecção horizontal.
- dada a sua projecção vertical.
- pertencente ao β1/3.
- pertencente ao contorno aparente vertical.

b) Conduza um plano p, tangente à superfície [a]:

- por cada ponto determinado no exercício anterior.
- por um ponto da LT.
- por um ponto do PVP.
- passante pela LT.
- // a um plano dado.
- // a uma recta dada.

c) Determine o contorno aparente vertical de [a] .

d) Represente o conóide numa isometria convencional.

3) Considere uma superfície helicoidal [a] recta, com eixo **e** vertical delimitada por uma superfície cilíndrica [m] tangente ao PVP com o mesmo eixo **e**. A hélice (intersecção de [a] com [m]) tem passo de 15 cm.

a) Determine um ponto da superfície [a]:
- dada a sua projecção horizontal.
- dada a sua projecção vertical.
- pertencente ao β1/3.
- pertencente ao contorno aparente vertical.

b) Conduza um plano p, tangente à superfície [a] :
- por cada ponto determinado no exercício anterior.
- por um ponto do IVº Q.
- por um ponto do IIIº Q.
- por um ponto da LT.
- por um ponto do PVP.
- passante pela LT.
- // a um plano dado.
- // a uma recta dada.
- contendo uma recta vertical.
- de topo.

c) Determine o contorno aparente vertical de [a] :

d) Represente uma porção de [a], correspondente ao passo, numa isometria convencional.

4) Considere uma superfície helicoidal recta [a], de eixo vertical com afastamento 6cm. O traço horizontal de [a] é fronto-horizontal. O passo da hélice directriz é de 15cm. O desenvolvimento ascendente da superfície faz-se no sentido horário.

a) Represente a porção de superfície delimitada pelo P.H.P. por um plano de nível à cota 15cm e pela hélice contida numa sup. cilíndrica de revolução de raio 6cm e eixo coincidente com o eixo de [a].

b) Determine a projecção horizontal de um ponto dada a sua projecção vertical.

c) Determine a projecção vertical de um ponto dada a sua projecção horizontal.

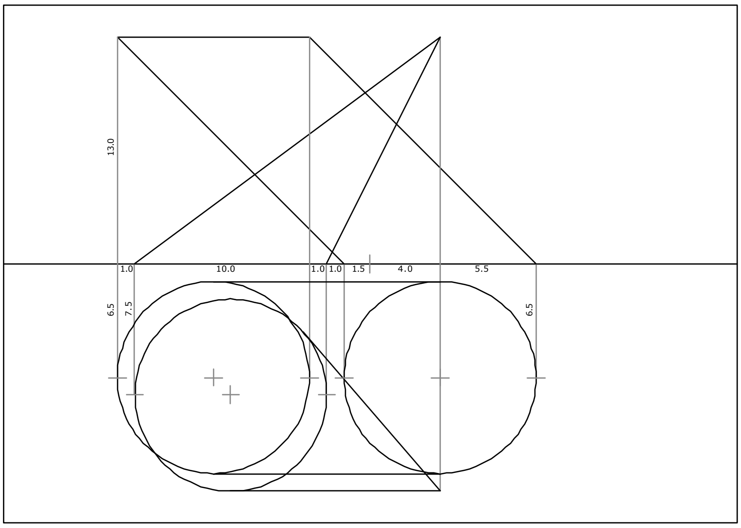
d) Conduza planos tangentes à superfície pelos pontos identificados na alínea anterior.

ESTUDO DAS SUPERFÍCIES – Intersecções **_S_06_**
_2006_

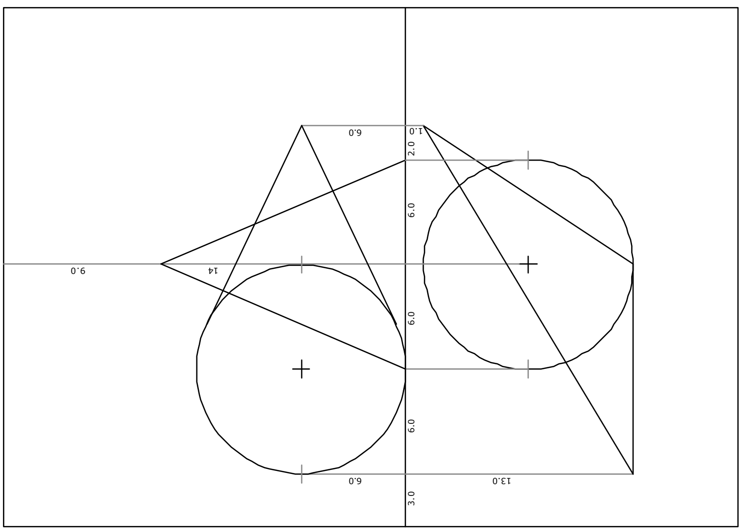
Sempre que nada seja dito relativamente ao formato de resolução e ao posicionamento dos elementos dados, faça uma leitura prévia do enunciado e procure definir o formato, orientação e posicionamento dos elementos que entender mais adequados à resolução dos problemas. Sempre que nada for ditorelativamente ao sistema de representação, considere a DPO.

1) As figuras correspondem à disposição em folhas A3.

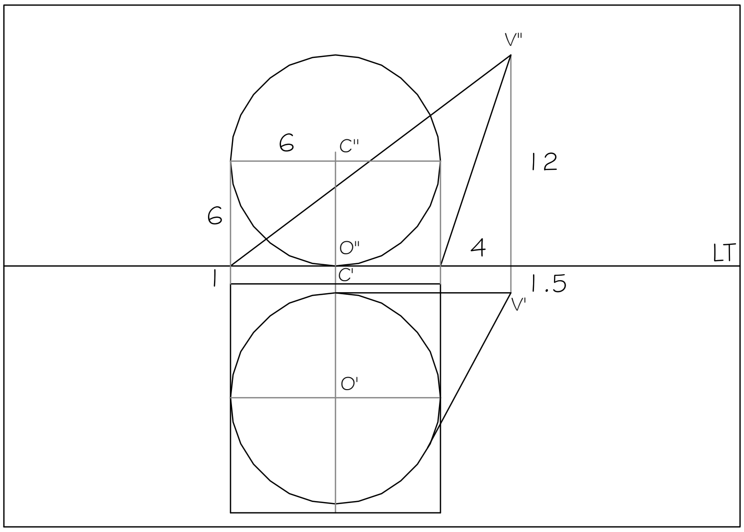
a) Determine a união entre o cone e o cilíndro tendo em atenção as visibilidades e invisibilidades do resultado final.



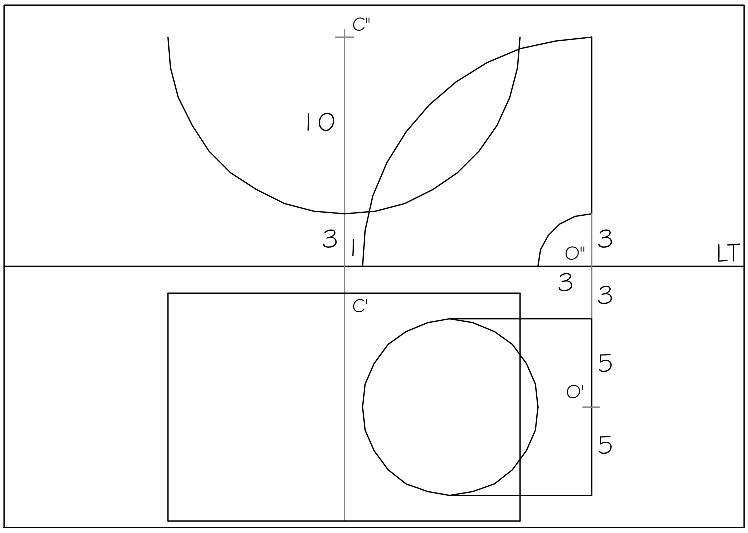
b) Determine a subtracção do cone oblíquo ao cone de revolução tendo em atenção as visibilidades e invisibilidades do resultado final.



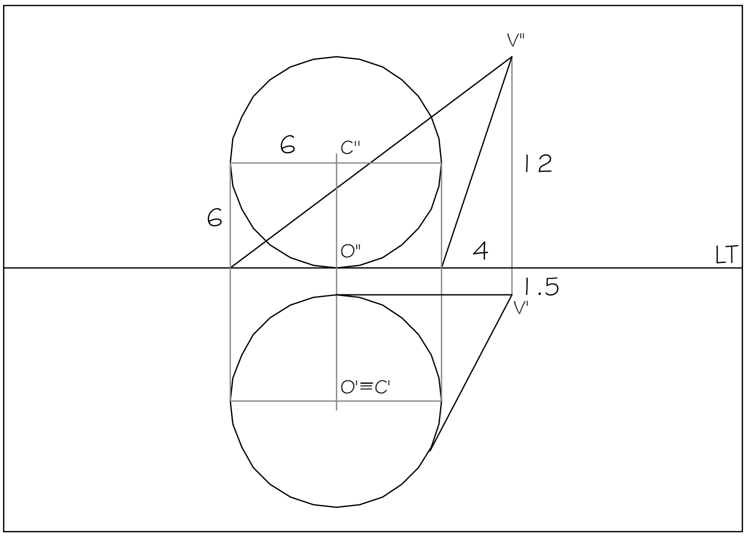
c) Determine a intersecção entre o cone e o cilindro tendo em atenção as visibilidades e invisibilidades do resultado final.



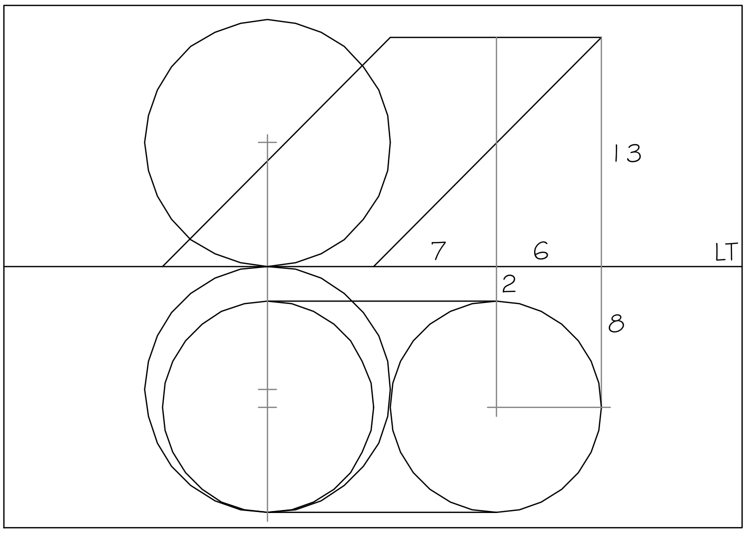
d) Determine a intersecção entre o quarto de toro e a porção de superfície cilíndrica tendo em atenção as visibilidades e invisibilidades do resultado final.



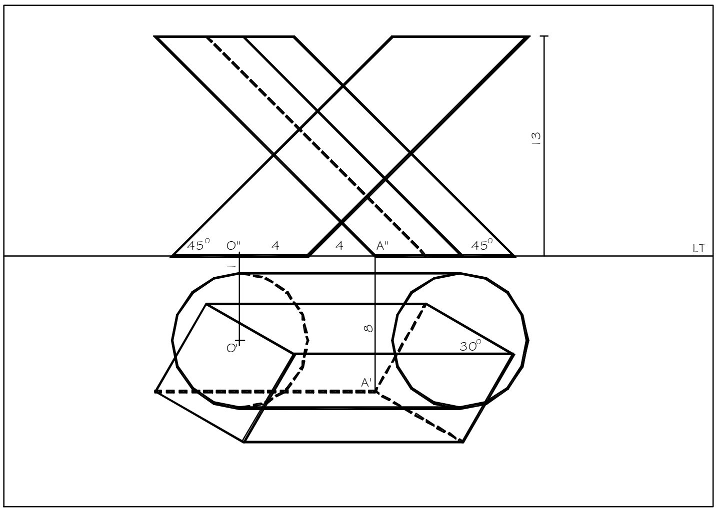
e) Determine a união entre o cone e a esfera tendo em atenção as visibilidades e invisibilidades do resultado final.

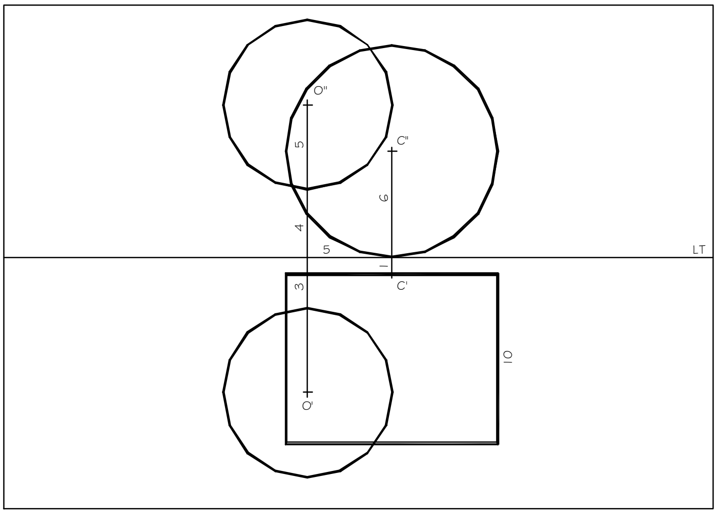


f) Determine a união entre o cilíndro e a esfera tendo en atenção as visibilidades e invisibilidades do resultado final.



g) Determine a união entre os sólidos abaixo representados, tendo em atenção as visibilidades e invisibilidades do resultado final.





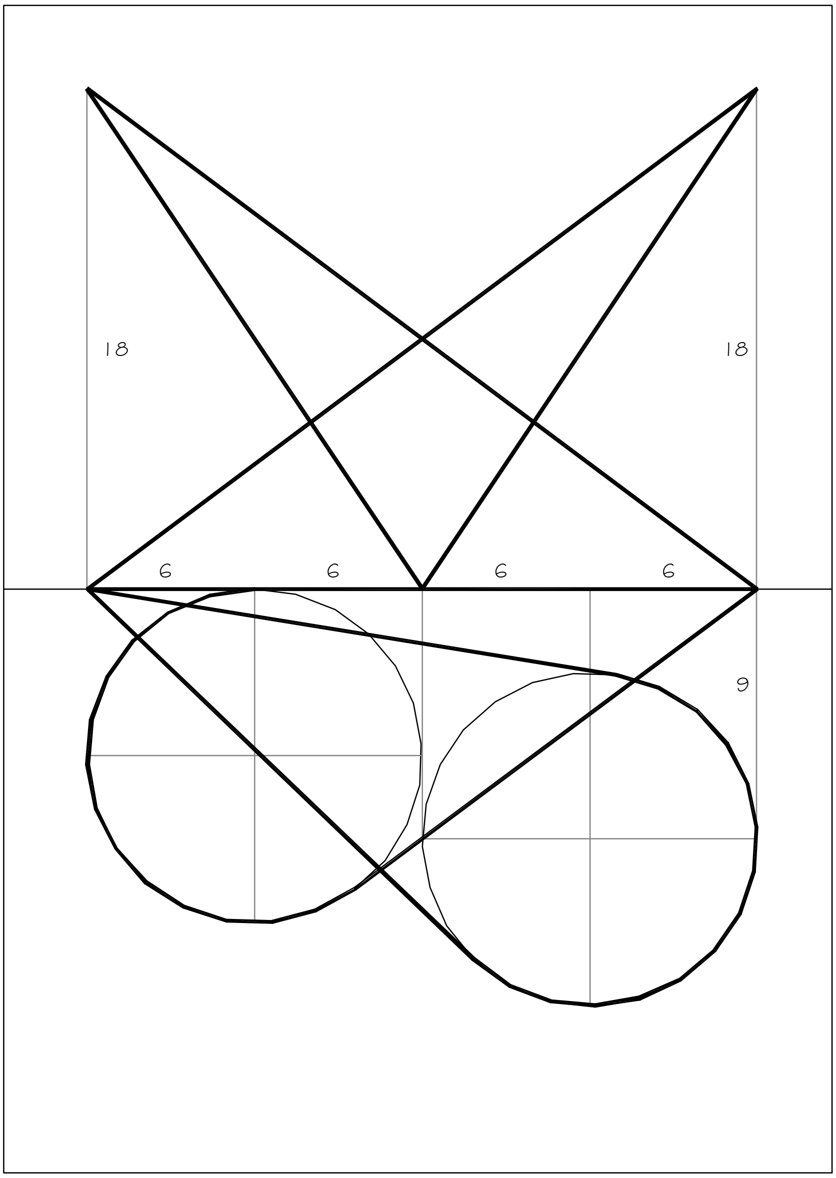
2) Considere uma superfície cónica [a] definida pelo seu vértice **V**$_{(13;20.5;20)}$ e pela sua directriz circunferencial [**d**], com raio igual a 7cm, assente no P.H.P. e centro **O**$_{(-7;10;0)}$.

Considere ainda uma superfície cilíndrica de revolução [b] de eixo vertical com abcissa 7.5cm e afastamento 12cm. O traço horizontal de [b] tem raio igual 7cm.

a) Determine as projecções da intersecção [**i**] entre as duas superfícies.

b) Determine uma recta t tangente a [**i**] num ponto com 15cm de afastamento.

3) Determine a união entre os dois cones abaixo representados tendo em atenção as visibilidades e invisibilidades do resultado final.



ESTUDO DAS SUPERFÍCIES – Exercícios de síntese (frequências e exames) ***S_08***

(2006)

Sempre que nada seja dito relativamente ao formato de resolução e ao posicionamento dos elementos dados, faça uma leitura prévia do enunciado e procure definir o formato, orientação e posicionamento dos elementos que entender mais adequados à resolução dos problemas. Quando não for referido, considere as abcissas positivas para a direita.

1) Resolva o exercício em Dupla Projecção Ortogonal, numa folha A3 ao baixo, considerando as abcissas positivas à esquerda.

Dados:

- Os pontos $\mathbf{A}_{(0;5;8.5)}$ e $\mathbf{B}_{(0;5;1.5)}$ são os pólos de um elipsóide de revolução cujo diâmetro do equador mede 10cm.
- O ponto $\mathbf{T}_{(3.5;6.5;?)}$ pertence à superfície do elipsóide e é visível na Projecção Horizontal.
- O plano b é tangente à superfície do elipsóide no ponto **T**.
- O ponto **T** é o centro de um quadrado **[IJKL]** com dois lados horizontais contido no plano b.
- O vértice de menor afastamento do quadrado está contido no Plano Frontal de Projecção.

Problema:

a) Determine as projecções do ponto **T**.
b) Determine os traços do plano b nos planos de projecção.
c) Determine as projecções do quadrado **[IJKL]**.
d) Determine as projecções do elipsóide.
e) Considerando opaca a porção de plano delimitada pelo quadrado, faça o tratamento das invisibilidades quadrado/elipsóide a traço interrompido.

(exercício da frequência A de GDC III das licenciaturas em Arquitectura e Arquitectura de Design 2005/2006)

2) Resolva o exercício em Dupla Projecção Ortogonal, numa folha A3 ao baixo, considerando as abcissas positivas à esquerda.

Dados:

- O ponto $\mathbf{O}_{(0;10;13)}$ é o centro de uma superfície tórica de eixo vertical.
- O raio do equador da superfície tórica mede 7cm e o raio dos meridianos mede 2cm.
- **[p]** é o paralelo interior da superfície tórica à cota 14cm.
- O paralelo **[p]** é a linha de concordância entre a superfície tórica e um hiperbolóide de revolução cujas geratrizes fazem 55º com o PHP.
- **[g]** é o círculo de gola do hiperbolóide e **[h]** o seu traço horizontal.
- Deverá considerar apenas a porção de hiperbolóide delimitada pelo plano de **[p]** e pelo PHP.
- Existe um parabolóide hiperbólico com um sistema de geratrizes horizontais concordante com o hiperbolóide de revolução ao longo de uma geratriz **g** de perfil com abcissa negativa.

Problema:

a) Determine as projecções de **[g]**.

b) Determine as projecções de **[h]**.

c) Represente o contorno aparente frontal da porção de hiperbolóide considerando apenas os pontos do contorno que estão contidos em **[p]**, **[g]** e **[h]** bem como os planos tangentes nesses pontos.

d) Determine as projecções de uma geratriz **j** qualquer do parabolóide hiperbólico do mesmo sistema a que **g** pertence.

e) Considerando opaca apenas a porção de hiperbolóide de revolução (ignore a superfície tórica), faça o tratamento das invisibilidades hiperbolóide/geratrizes do parabolóide hiperbólico a traço interrompido.

(exercício da frequência A de GDC III das licenciaturas em Arquitectura e Arquitectura de Design 2005/2006)

3) Resolva o exercício em Dupla Projecção Ortogonal, numa folha A3 ao baixo, considerando as abcissas positivas à esquerda.

Dados:

- Os pontos $\mathbf{A}_{(0;5;8.5)}$ e $\mathbf{B}_{(0;5;1.5)}$ são os pólos de um elipsóide de revolução cujo diâmetro do equador mede 10cm.
- O ponto $\mathbf{T}_{(3.5;6.5;?)}$ pertence à superfície do elipsóide e é visível na Projecção Horizontal.
- O plano b é tangente à superfície do elipsóide no ponto **T**.
- O ponto **T** é o centro de um quadrado **[IJKL]** com dois lados horizontais contido no plano b.
- O vértice de menor afastamento do quadrado está contido no Plano Frontal de Projecção.

Problema:

a) Determine as projecções do ponto **T**.

b) Determine os traços do plano b nos planos de projecção.

c) Determine as projecções do quadrado **[IJKL]**.

d) Determine as projecções do elipsóide.

e) Considerando opaca a porção de plano delimitada pelo quadrado, faça o tratamento das invisibilidades quadrado/elipsóide a traço interrompido.

(exercício da frequência B de GDC III das licenciaturas em Arquitectura e Arquitectura de Design 2005/2006)

4) Resolva o exercício em Dupla Projecção Ortogonal, numa folha A3 ao baixo, considerando as abcissas positivas à esquerda.

Dados:

- O ponto $\mathbf{O}_{(0;10;13)}$ é o centro de uma superfície tórica de eixo vertical.
- O raio do equador da superfície tórica mede 7cm e o raio dos meridianos mede 2cm.
- **[p]** é o paralelo interior da superfície tórica à cota 14cm.
- O paralelo **[p]** é a linha de concordância entre a superfície tórica e um hiperbolóide de revolução cujas geratrizes fazem 55º com o PHP.
- **[g]** é o círculo de gola do hiperbolóide e **[h]** o seu traço horizontal.
- Deverá considerar apenas a porção de hiperbolóide delimitada pelo plano de **[p]** e pelo PHP.
- Existe um parabolóide hiperbólico com um sistema de geratrizes horizontais concordante com o hiperbolóide de revolução ao longo de uma geratriz **g** de perfil com abcissa negativa.

Problema:

a) Determine as projecções de **[g]**.

b) Determine as projecções de **[h]**.

c) Represente o contorno aparente frontal da porção de hiperbolóide considerando apenas os pontos do contorno que estão contidos em **[p]**, **[g]** e **[h]** bem como os planos tangentes nesses pontos.

d) Determine as projecções de uma geratriz **j** qualquer do parabolóide hiperbólico do mesmo sistema a que **g** pertence.

e) Considerando opaca apenas a porção de hiperbolóide de revolução (ignore a superfície tórica), faça o tratamento das invisibilidades <u>hiperbolóide</u>/<u>geratrizes do parabolóide hiperbólico</u> a traço interrompido.

(exercício da frequência B de GDC III das licenciaturas em Arquitectura e Arquitectura de Design 2005/2006)

5) Resolva o exercício em Dupla Projecção Ortogonal, numa folha A3 ao alto com origem das coordenadas ao centro, considerando as abcissas positivas à esquerda.

Problema:

a) Determine o plano p tangente à superfície esférica [a] paralelo à recta **r** dada.

b) Represente a superfície [b] do toro concordante com [a] e simultaneamente tangente ao PHP.

c) Determine dois pontos **A** e **B** da intersecção de p com [b].

d) Considere, na representação do conjunto, as invisibilidades, relativamente às superfícies [a] e [b] e às rectas representadas do plano p.

Dados:

- A recta **r** é definida pelos seus pontos notáveis **H**$_{(14;\,7;\,0)}$ e **F**$_{(10;\,0;\,10)}$.
- A superfície esférica [a] de raio 5cm tem como centro o ponto **O**$_{(-3;10,5;9)}$.
- O plano p é tangente a [a] no seu paralelo limite inferior.
- A superfície [b] do toro, é concordante com a superfície [a] segundo esse mesmo paralelo limite inferior, sendo também tangente ao PHP.

(exercício da frequência de GDC III da licenciatura em Arquitectura de Interiores 2005/2006)

6) Resolva o exercício em Dupla Projecção Ortogonal, numa folha A3 ao alto com origem das coordenadas ao centro, considerando as abcissas positivas à esquerda.

Problema:

Determine a linha de intersecção entre as superfícies de um cubo e de uma pirâmide de base pentagonal. Represente, atendendo às invisibilidades, a união das duas superfícies.

Dados:

- O cubo com 12cm de aresta, assente no Plano Horizontal de Projecção (PHP) tem uma aresta pertencente ao Plano Frontal de Projecção (PFP) de abcissa zero. Duas faces do cubo fazem 30º com o P.F.P. abertura à esquerda.
- A circunferência de raio 6cm, em se inscreve o pentágono da base da pirâmide tem centro no ponto **O**(4;10;0). O pentágono tem um lado paralelo ao PFP de que é o mais distante.
- O vértice da pirâmide é o ponto **V**$_{(-4;16;18)}$.

(exercício da frequência de GDC III das licenciatura em Arquitectura de Interiores 2005/2006)

7) Resolva o exercício em Dupla Projecção Ortogonal, numa folha A3 ao baixo, considerando as abcissas positivas à esquerda.

Dados:

- Coloque a LT a meio da folha com a origem ao centro.
- Considere um cone oblíquo **[**p**]** de base horizontal de raio 5cm com centro no ponto **C**$_{(5;7;0)}$ e vértice no ponto **V**$_{(-7;15;14)}$.
- Considere um cilindro de revolução com bases horizontais à cota 0cm e 14cm. O centro da base inferior é o ponto **P**$_{(1;7.5;0)}$.

Problema:

Determine, considerando as invisiblidades, a união (intersecção) cone/cilindro.

(exercício do exame final de GDC III das licenciaturas em Arquitectura, Interiores e Design 2005/2006)

8) Resolva o exercício em Dupla Projecção Ortogonal, numa folha A3 ao baixo, considerando as abcissas positivas à esquerda.

Dados:

- Coloque a LT a 17cm da margem superior da folha com a origem ao centro.
- Considere uma superfície esférica **[**a**]** tangente ao Plano Horizontal de Projecção e centro **C**$_{(0;10;4)}$.
- Considere uma recta **n** de nível passante pelo ponto **M**$_{(-4.5;14.5;14)}$ com abertura a 45º à esquerda com o Plano Vertical de Projecção.
- Considere um plano p, passante pela recta **n**, tangente à superfície esférica **[**a**]** num ponto **T** visível em Projecção Horizontal.
- O ponto **M** é o ponto médio do lado **[AB]** horizontal de um triângulo equilátero **[ABC]** que tem um vértice à cota 0cm.

Problema:

a) Determine os traços do plano p nos planos de projecção.

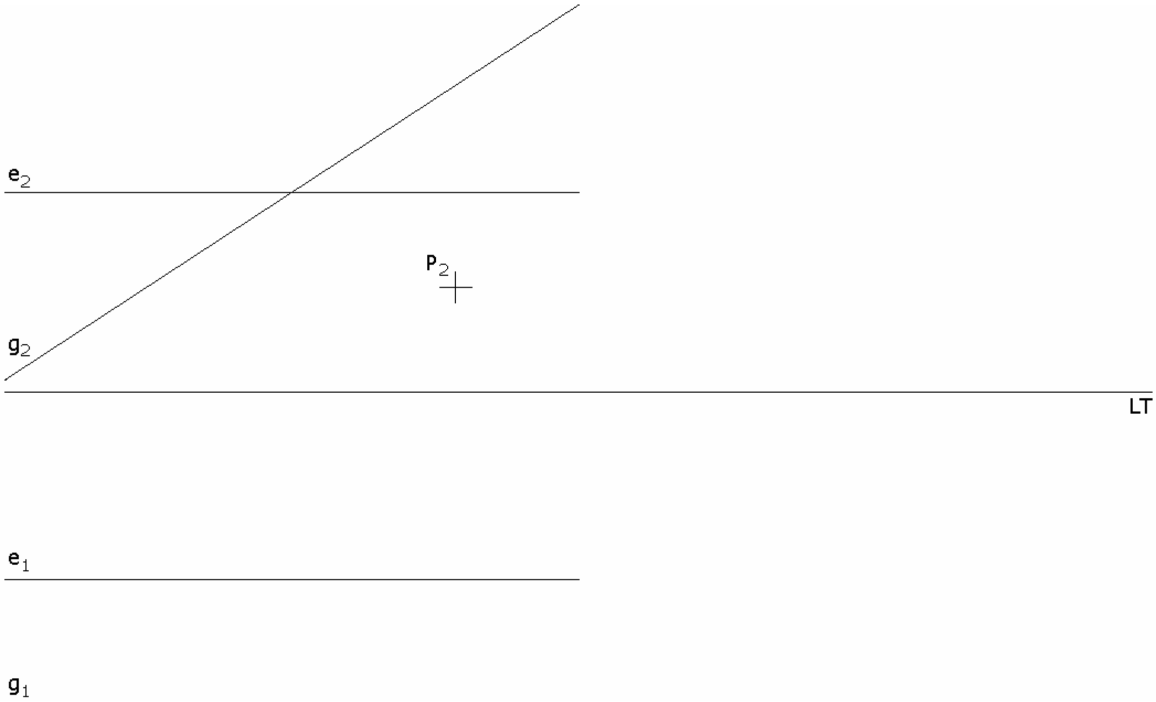
b) Determine as projecções do triângulo equilátero **[ABC]** contido no plano p.

c) Considerando opaca a porção do plano p delimitada pelo triângulo equilátero **[ABC]**, faça o tratamento das invisibilidades triângulo/esfera a traço interrompido.

(exercício do exame final de GDC III das licenciaturas em Arquitectura, Interiores e Design 2005/2006)

9) A recta **e** é o eixo de um hiperbolóide de revolução **[**b**]** regrado de geratriz **g**.

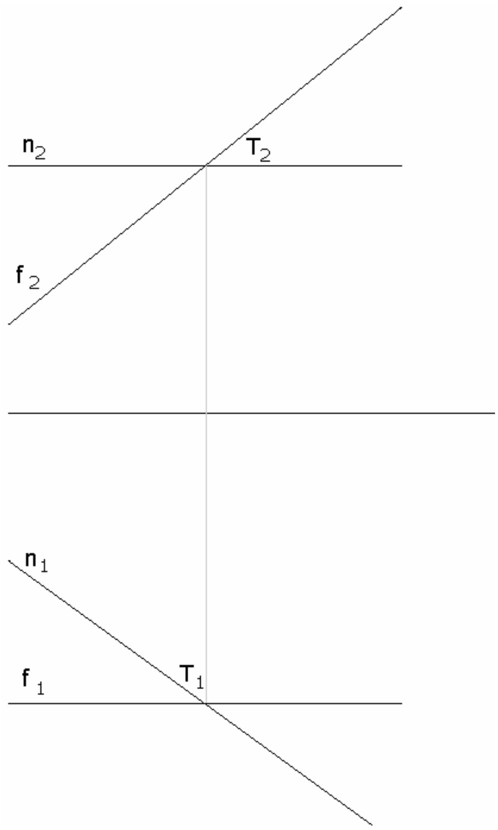
Sabendo que o ponto **P** está contido em **[**b**]**, determine a sua projecção horizontal.



(exercício do exame de melhoria e recurso de GDC III das licenciaturas em Arquitectura, Interiores e Design 2005/2006)

10) O plano a , definido por **n** e **f**, é tangente, em **T**, a uma superfície esférica **[**b**]** de raio 2cm.

Determine as projecções da superfície esférica **[**b**]**, sabendo que **T** é visível em ambas as projecções.



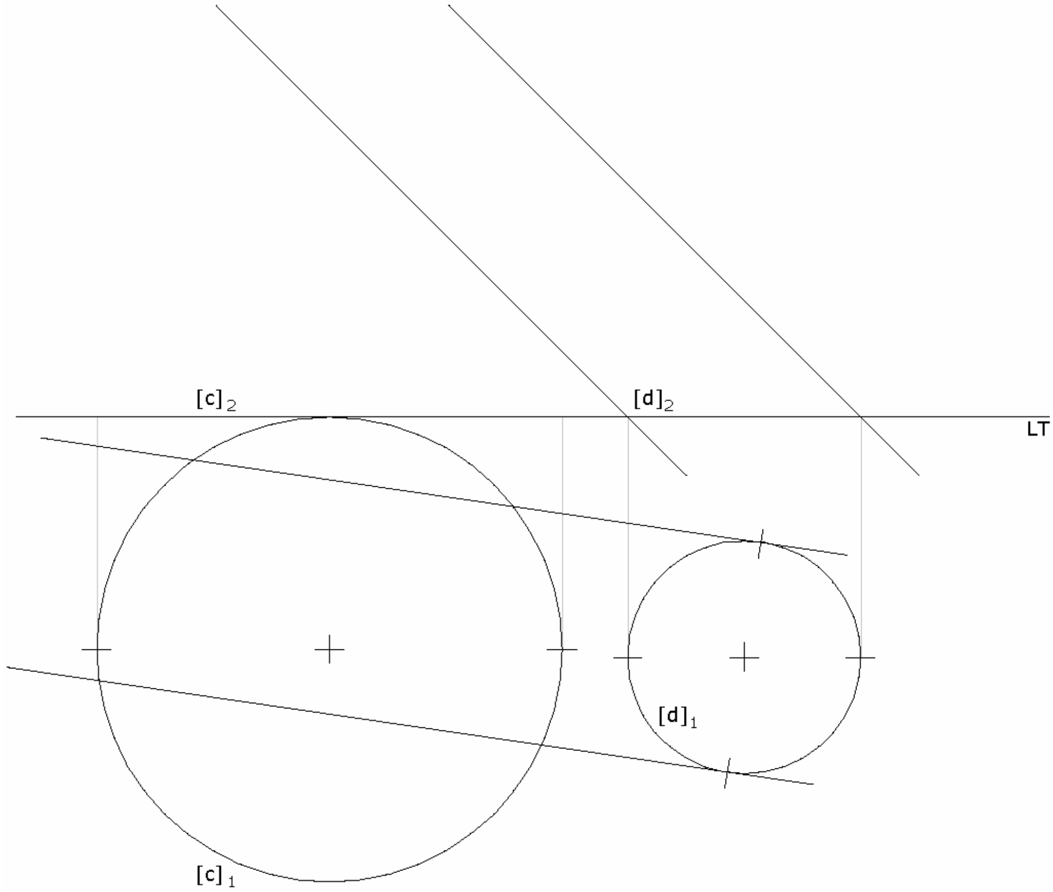
(exercício do exame de melhoria e recurso de GDC III das licenciaturas em Arquitectura, Interiores e Design 2005/2006)

11) A circunferência **[c]** é a directriz de uma superfície cónica **[**a**]**.

A circunferência **[d]** é a directriz de uma superfície cilíndrica **[**b**]**.

Determine um vértice possível da superfície cónica de modo a que a intersecção entre as superfícies **[**a**]** e **[**b**]** seja um beijamento.

Determine ainda as projecções do ponto duplo da intersecção.



(exercício do exame de melhoria e recurso de GDC III das licenciaturas em Arquitectura, Interiores e Design 2005/2006)

12) Resolva o exercício em Dupla Projecção Ortogonal, numa folha A3 ao baixo com a origem das coordenadas ao centro, considerando as abcissas positivas para a esquerda.

a) Determine as projecções da superfície esférica **[**a**]**, de centro **O**$_{(0;4;4)}$, passante por **P**$_{(-2;5;7)}$.

b) Defina o plano p tangente à superfície esférica **[**a**]** passante pela LT.

(exercício do exame de época especial de GDC III das licenciaturas em Arquitectura, Interiores e Design 2005/2006)

13) Resolva o exercício em Dupla Projecção Ortogonal, numa folha A3 ao baixo com a origem das coordenadas ao centro, considerando as abcissas positivas para a esquerda.

a) Determine as projecções dos pólos do elipsóide de revolução **[**b**]** de eixo vertical, de centro **O**$_{(0;4;6)}$, passante por **P**$_{(-2;5;2)}$, sabendo que o diâmetro do equador mede 7cm.

b) Defina o plano p tangente à superfície **[**b**]** em **P**.

(exercício do exame de época especial de GDC III das licenciaturas em Arquitectura, Interiores e Design 2005/2006)

14) Resolva o exercício em Dupla Projecção Ortogonal, numa folha A3 ao baixo com a origem das coordenadas ao centro, considerando as abcissas positivas para a esquerda.

a) Determine as projecções de um ponto **P** qualquer contido num parabolóide hiperbólico **[**w**]** qualquer de planos directores verticais a **45º** com o **PVP**.

b) Determine as projecções da recta **n** normal à superfície **[**w**]** em **P**.

(exercício do exame de época especial de GDC III das licenciaturas em Arquitectura, Interiores e Design 2005/2006)

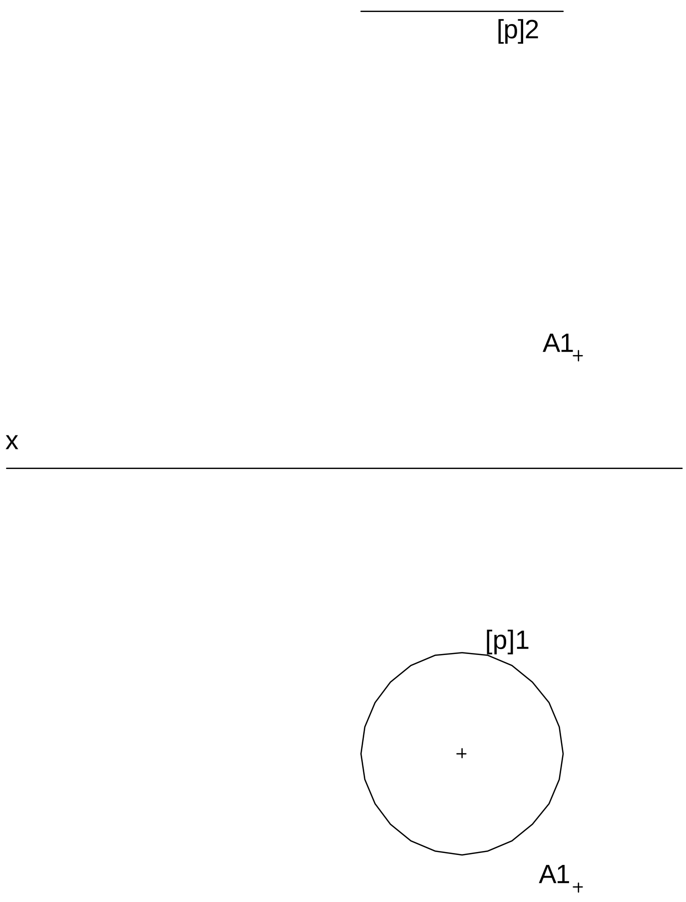
15) Resolva o exercício em Dupla Projecção Ortogonal, numa folha A3 ao baixo com a origem das coordenadas ao centro, considerando as abcissas positivas para a esquerda.

a) Determine as projecções de dois cones de revolução de tal modo que se intersectem segundo um beijamento.

b) Determine as projecções do ponto duplo da intersecção.

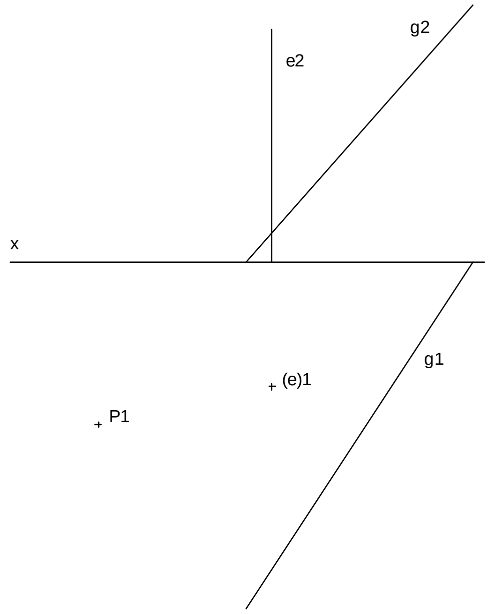
(exercício do exame de época especial de GDC III das licenciaturas em Arquitectura, Interiores e Design 2005/2006)

16) Defina projeccionalmente a superfície esférica a partir do seu ponto **A** e do seu paralelo **[p]**.



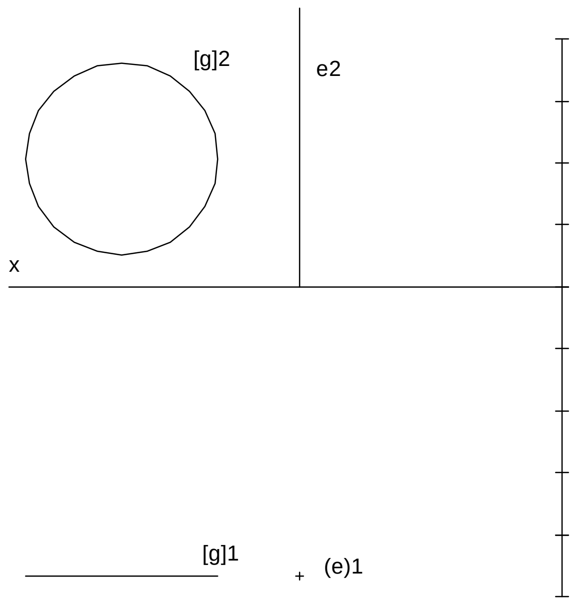
(exercício da frequência de GDC II da licenciatura em Arquitectura de Design de Moda 2005/2006)

17) Determine a projecção frontal do ponto **P** pertencente à superfíe do hiperbolóide de revolução definida pelo eixo **e** pela geratriz **g**.



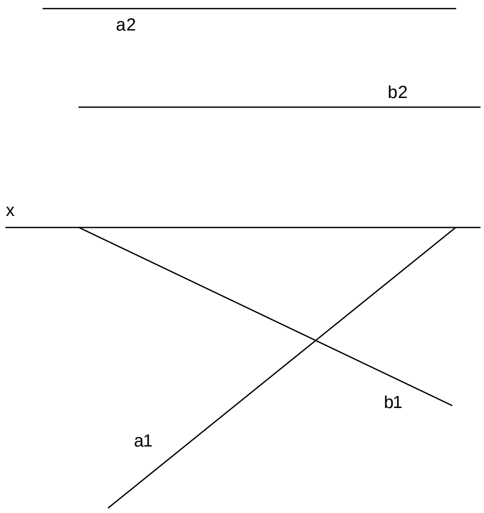
(exercício da frequência de GDC II da licenciatura em Arquitectura de Design de Moda 2005/2006)

18) Determine as projecções de um ponto **P** à cota 3cm, pertencente ao toro, sendo dados o seu eixo e a sua geratriz **[g]** (de acordo com a escala indicada).



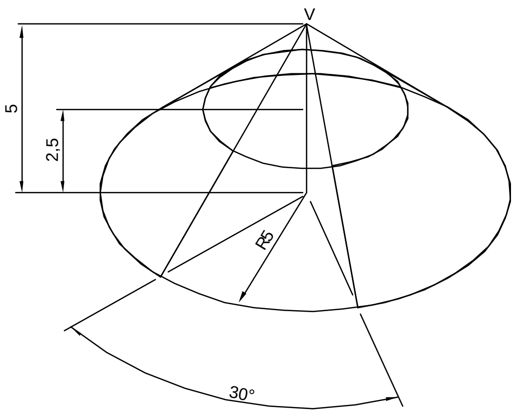
(exercício da frequência de GDC II da licenciatura em Arquitectura de Design de Moda 2005/2006)

19) Dadas duas geratrizes **a** e **b** do mesmo sistema do parabolóide hiperbólico, determine uma terceira do segundo sistema, sabendo que admite o Plano frontal de projecção como plano director.



(exercício da frequência de GDC II da licenciatura em Arquitectura de Design de Moda 2005/2006)

20) Proceda à planificação da porção de superfície cónica conforme a informação da figura, apresentando a construção e cálculos necessários.

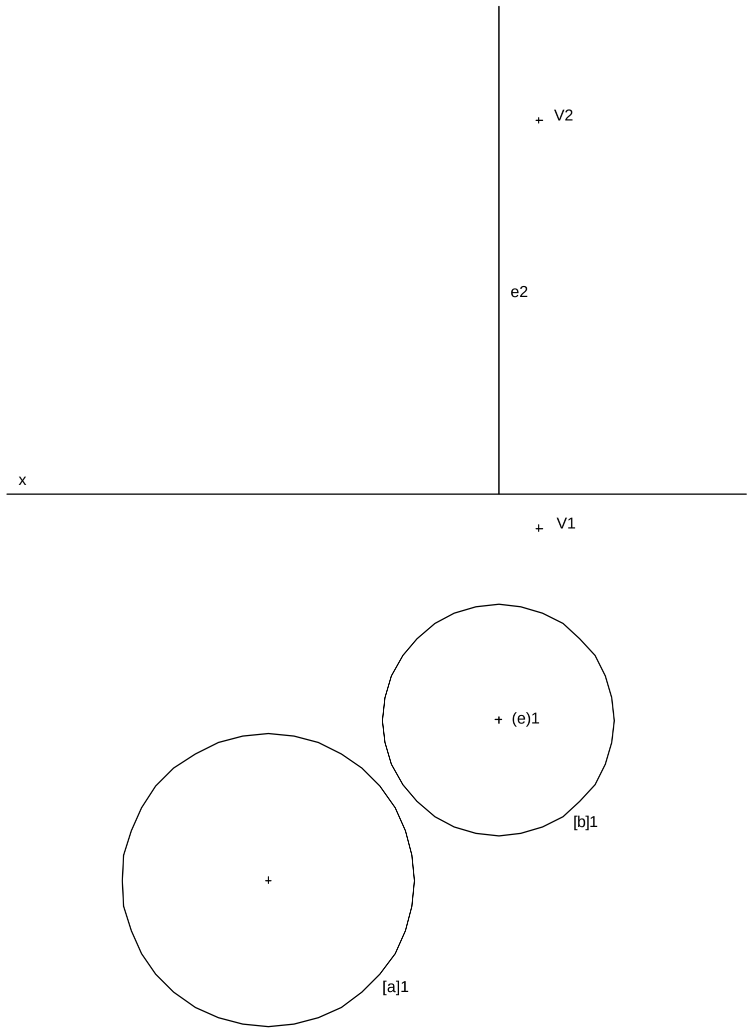


(exercício da frequência de GDC II da licenciatura em Arquitectura de Design de Moda 2005/2006)

21) Considere as superfícies do cone oblíquo e do cilindro de revolução da figura, definidos respectivamente pelo vértice **V** e pela directriz **[a]**, e pelo eixo e pela directriz **[b]**. **[a]** e **[b]** pertencem ao Plano horizontal de projecção.

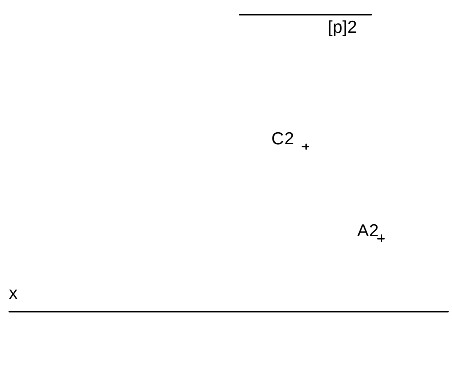
a) Defina os planos limite e indique por escrito o tipo de intersecção das duas superfícies.

b) Determine, da intersecção das duas superfícies, os pontos de maior e de menor cota.



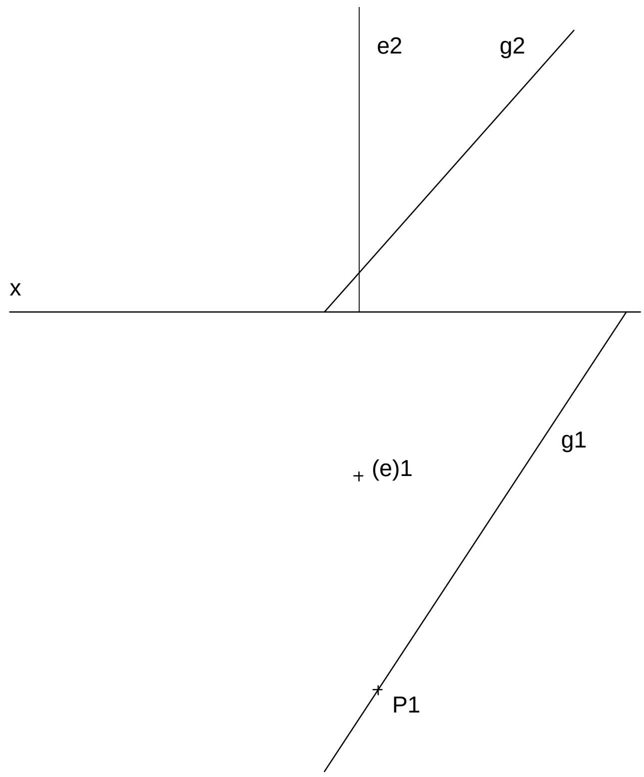
(exercício da frequência de GDC II da licenciatura em Arquitectura de Design de Moda 2005/2006)

22) Determine, da superfície esférica definida pelo paralelo **[p]** e pelo centro **C**, a projecção horizontal de um ponto **A**.



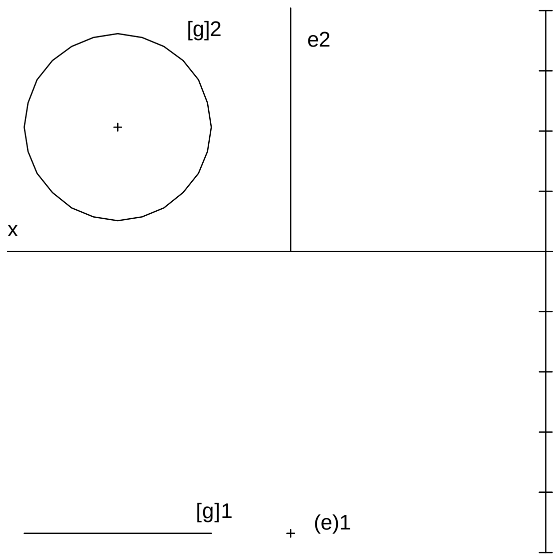
(exercício do exame final de GDC II da licenciatura em Arquitectura de Design de Moda 2005/2006)

23) Considere a superfíe do hiperbolóide de revolução definida pelo eixo e pela geratriz **g**. Determine a geratriz da superfície que intersecta **g** no ponto **P**.



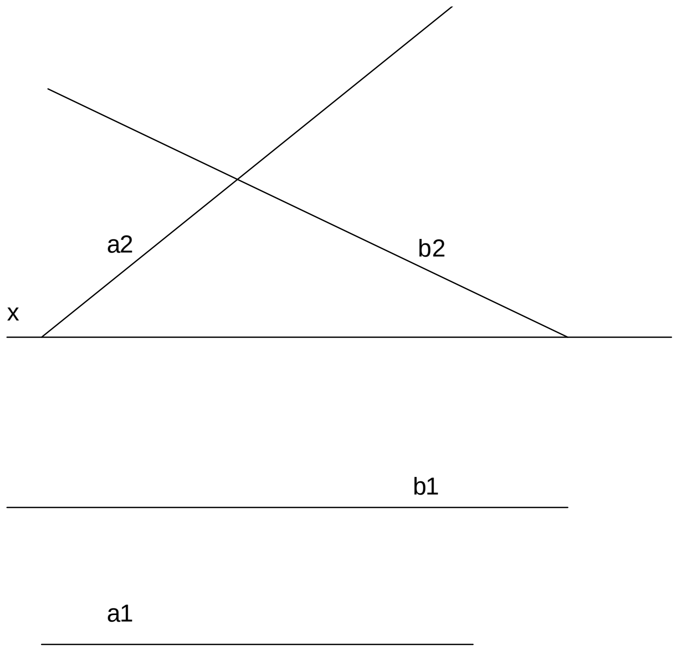
(exercício do exame final de GDC II da licenciatura em Arquitectura de Design de Moda 2005/2006)

24) Sendo dados o eixo e a geratriz **[g]** da superfície de um toro, determine um ponto que lhe pertence com 1cm de cota e abcissa 3cm para a direita do eixo (de acordo com a escala indicada).



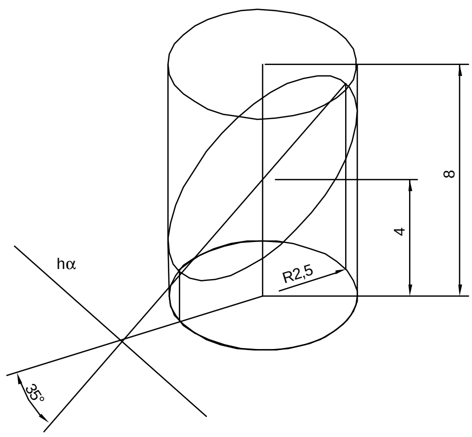
(exercício do exame final de GDC II da licenciatura em Arquitectura de Design de Moda 2005/2006)

25) Dadas duas geratrizes **a** e **b** do mesmo sistema do parabolóide hiperbólico, determine uma terceira do segundo sistema, sabendo que admite o plano horizontal de projecção como plano director.



(exercício do exame final de GDC II da licenciatura em Arquitectura de Design de Moda 2005/2006)

26) Proceda à planificação da porção de superfície cilíncrica conforme a informação da figura, apresentando a construção e cálculos necessários.

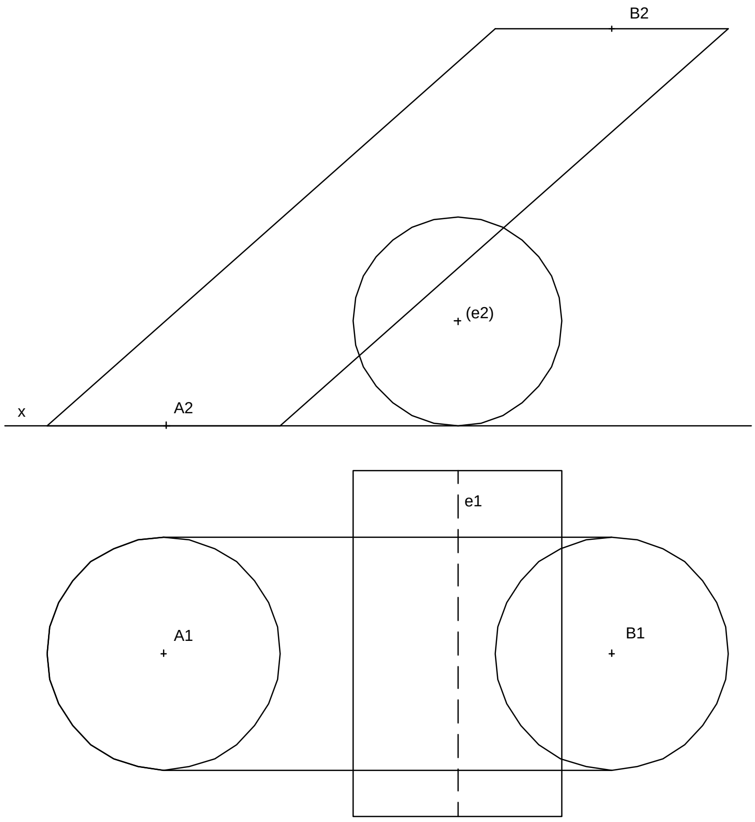


(exercício do exame final de GDC II da licenciatura em Arquitectura de Design de Moda 2005/2006)

27) Considere a superfície dos dois cilindros, o primeiro oblíquo cujo centro das duas bases são os pontos **A** e **B**; o segundo de revolução de eixo e.

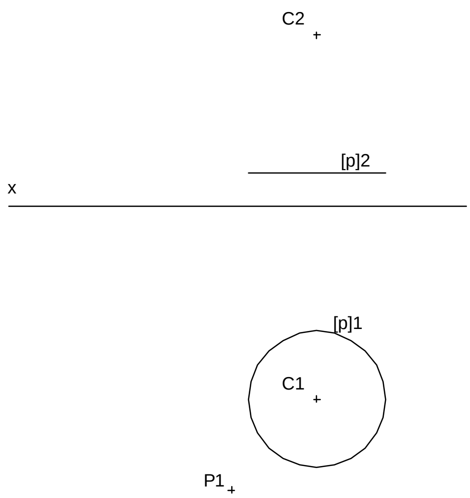
a) Defina os planos limite e indique por escrito o tipo de intersecção das duas superfícies.

b) Determine, da linha de intersecção das duas superfícies, os dois pontos de cota superior **M** e **N**, e o ponto mais à direita **D**.



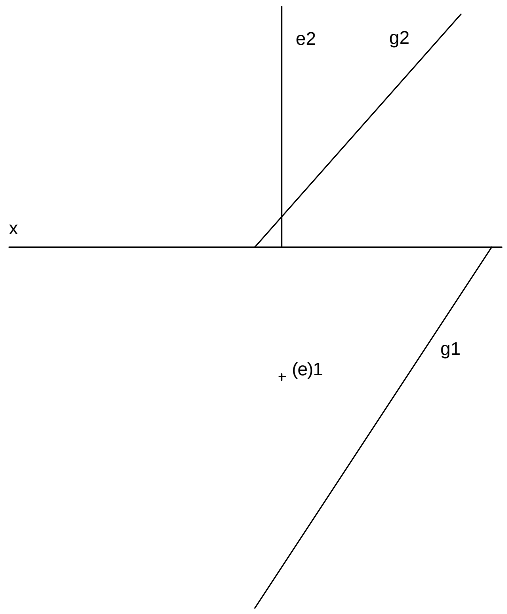
(exercício do exame final de GDC II da licenciatura em Arquitectura de Design de Moda 2005/2006)

28) O paralelo **[p]** e o centro **C** definem uma superfíe esférica. Determine a projecção frontal do ponto **P** que lhe pertence, invisível em projecção horizontal.



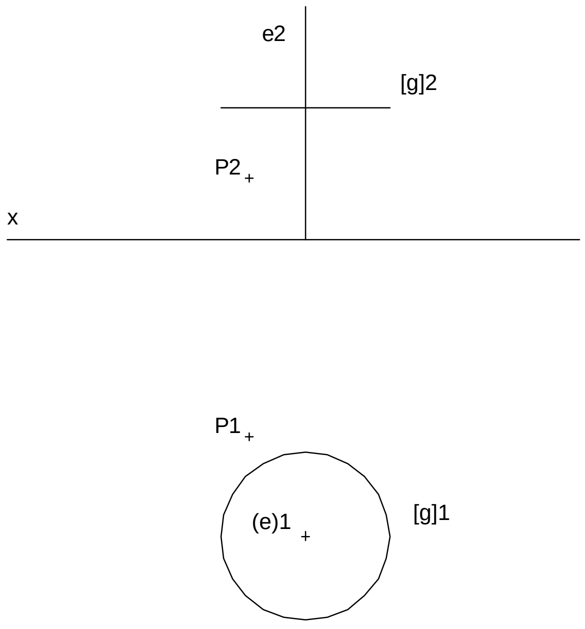
(exercício do exame de melhoria e recurso de GDC II da licenciatura em Arquitectura de Design de Moda 2005/2006)

29) Considere a superfíe do hiperbolóide de revolução definida pelo eixo e pela geratriz **g**. Determine a geratriz da superfície que intersecta **g** no ponto da circunferência de gola.



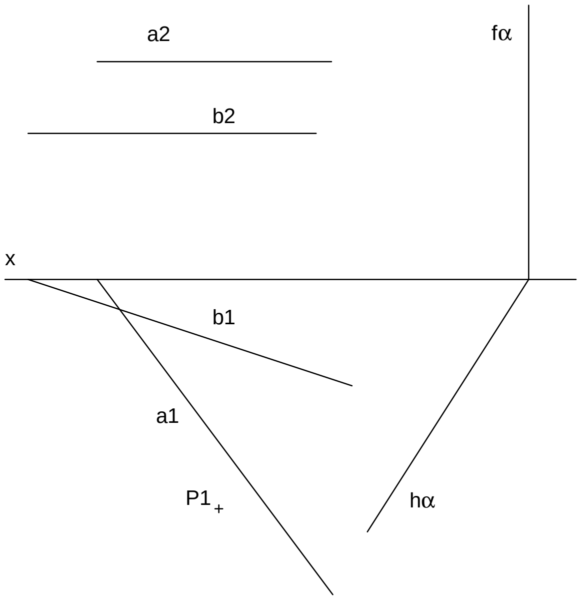
(exercício do exame de melhoria e recurso de GDC II da licenciatura em Arquitectura de Design de Moda 2005/2006)

30) Defina projeccionalmente a superfíe tórica de eixo **e** que admite **[g]** como circunferência de gola e **P** como ponto que lhe pertence.



(exercício do exame de melhoria e recurso de GDC II da licenciatura em Arquitectura de Design de Moda 2005/2006)

31) Dadas duas geratrizes **a** e **b** do parabolóide hiperbólico do mesmo sistema, e o plano director a, faça com que o ponto **P** pertença à superfície.



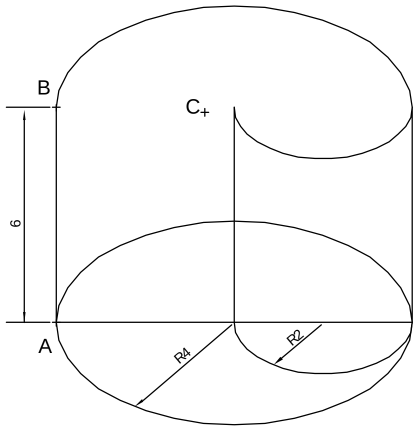
(exercício do exame de melhoria e recurso de GDC II da licenciatura em Arquitectura de Design de Moda 2005/2006)

32) Observe a superfície composta pelos dois semi-cilindros.

Apresentando os cálculos e construção necessários:

a) Proceda à planificação da superfíe;

b) Sabendo que os pontos **A**, **B** e **C** pertencem à superfície e devem ser entre si equidistantes, determine a posição relativa na planificação.

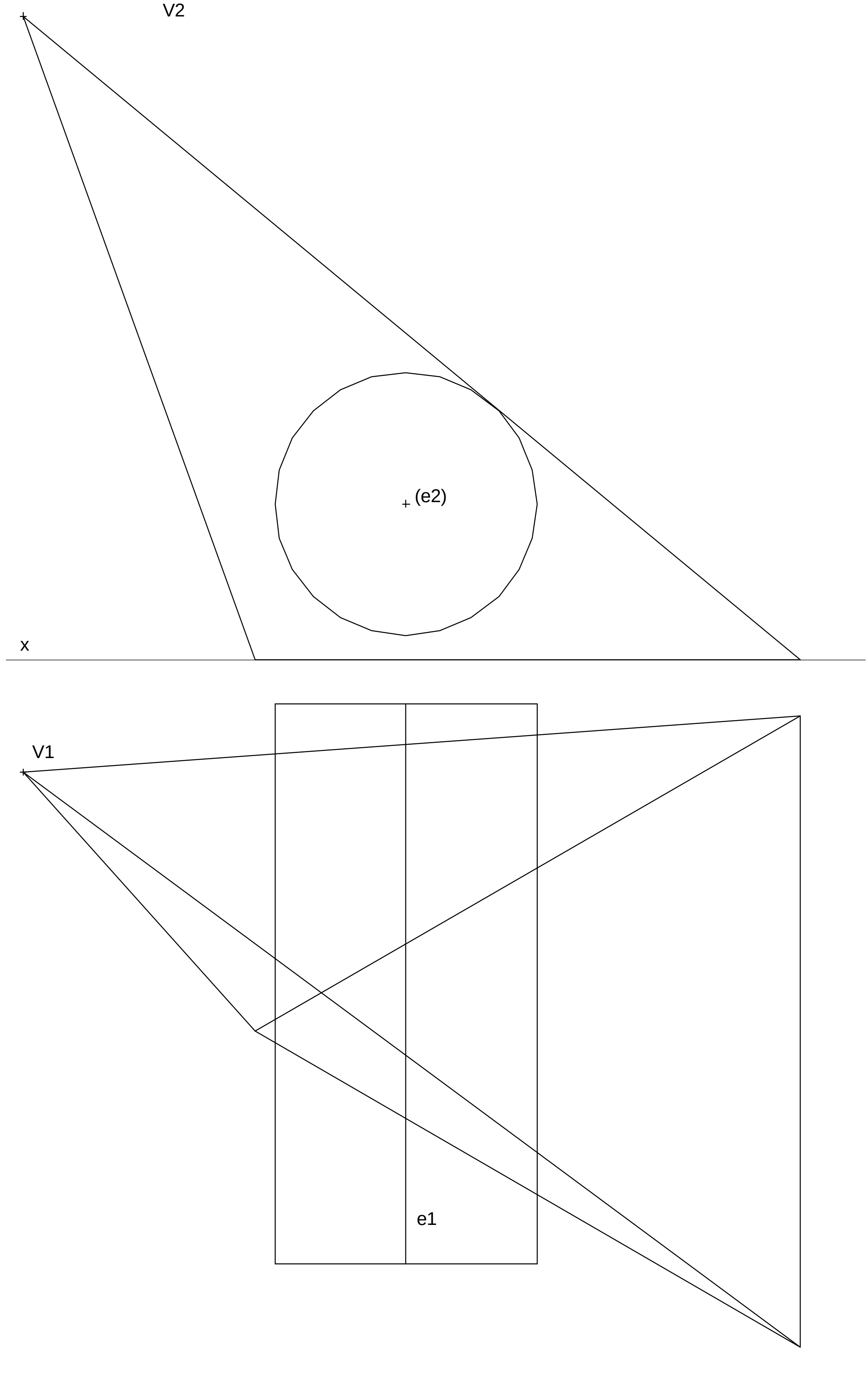


(exercício do exame de melhoria e recurso de GDC II da licenciatura em Arquitectura de Design de Moda 2005/2006)

33) Considere a superfície da pirâmide triangular oblíqua de vértice **V** e o cilindro de revolução de eixo **e**.

a) Defina os planos limite e indique por escrito o tipo de intersecção das duas superfícies.

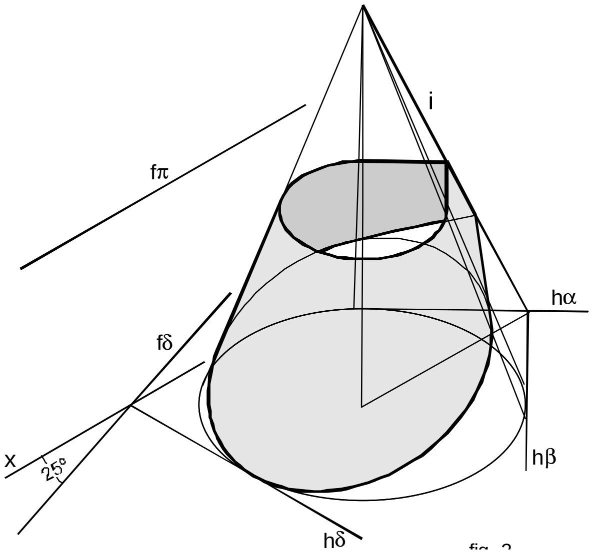
b) Determine, da linha de intersecção das duas superfícies, os pontos de maior cota e de menor abcissa (mais à esquerda), e por fim um ponto de cota 5cm.



(exercício do exame de melhoria e recurso de GDC II da licenciatura em Arquitectura de Design de Moda 2005/2006)

34) Resolva as duas alíneas do exercício 2 em folhas separadas

A figura ilustra um cone de revolução assente no Plano horizontal de projecção, cuja medida do raio da base é 5cm e a medida da geratriz é 15cm. O plano d é projectante frontal e os planos a e b são tangentes ao cone e perpendiculares a d. O plano p, horizontal, situa-se 7cm acima do Plano Horizontal de Projecção.

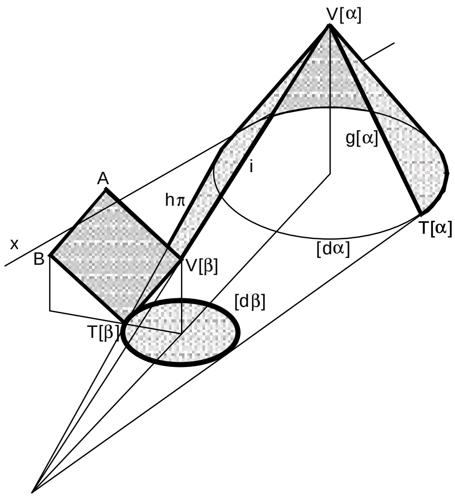


a) Determine, no Sistema de Dupla Projecção Ortogonal, a superfície composta pelas porções do cone e dos planos a e b compreendidos entre o plano p e o d, conforme a figura.

b) Proceda à planificação simétrica da superfície descrita na alínea anterior, partindo do segmento pertencente à recta **i**.

(exercício da frequência de GDC II da licenciatura em Arquitectura de Design de Moda 2004/2005)

35) Observe na representação da figura as superfícies cónicas de revolução **[**a**]** e **[**b**]** de bases no Plano Horizontal de Projecção, o Plano p tangente a **[**a**]** e a **[**b**]**, o Quadrado definido pelos pontos **A**, **B**, **T[**b**]** e **V[**b**]**, e o círculo limitado pela directriz d**[**b**]**.



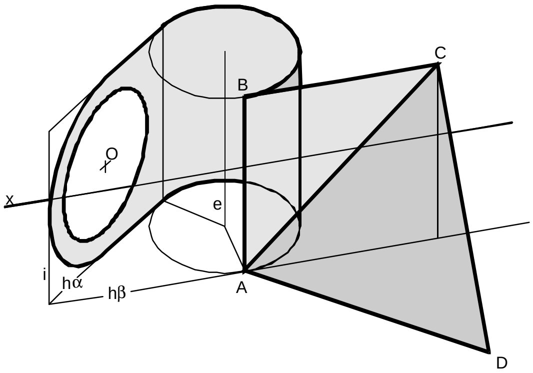
a) Partindo dos pontos **V[**a**]**$_{(-7;\ 5;\ 8)}$ e **V[**b**]**$_{(6;\ 9;\ 4)}$ e da directriz [dα] com raio 5cm, represente, no Sistema de Dupla Projecção Ortogonal, a superfície composta pelos referidos elementos conforme a figura e atendendo às invisibilidades.

b) Tomando o Plano Frontal de Projecção por uma superfície reflectora determine e identifique projeccionalmente o reflexo do quadrado representado na alínea anterior.

c) Numa folha à parte proceda à planificação da superfície composta descrita na alínea a).

(exercício do exame final de GDC II da licenciatura em Arquitectura de Design de Moda 2004/2005)

36) Observe na representação da figura a superfície cilíndrica que admite a recta vertical **e** como eixo. A recta **e** tem abcissa zero e afastamento 3,5cm. O raio da directriz da superfície é 3cm. Considere os planos a e b tangentes à superfície cilíndrica e a recta **i** que lhes é comum. A recta **i** tem abcissa 8cm (para a esquerda), e o plano b é frontal. O ponto **O** é o centro de duas circunferências pertencentes a a, respectivamente com raio 3cm e 4cm. Pode também dizer-se que o triângulo **[ABC]** é isósceles e que o triângulo **[ACD]** é equilátero, sendo o seu vértice **D** um ponto de cota nula.

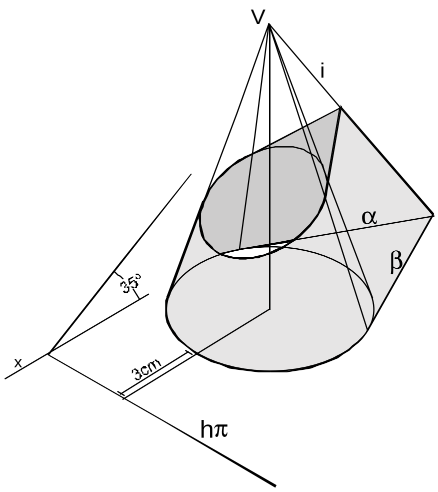


a) Represente, no Sistema de Dupla Projecção Ortogonal e atendendo às invisibilidades, a superfície composta a partir dos referidos elementos, conforme é expresso na figura.

b) Numa outra folha proceda à planificação da superfície composta descrita na alínea anterior.

(exercício do exame de melhoria e rcurso de GDC II da licenciatura em Arquitectura de Design de Moda 2004/2005)

37) A figura ilustra um cone de revolução assente no plano horizontal de projecção, cuja medida do raio da base é 3cm e a medida da geratriz é 10cm. O plano p é projectante frontal e os planos a e b são tangentes ao cone e perpendiculares a p.



a) Determine, no Sistema de dupla projecção ortogonal, a superfície composta pelas porções do cone e dos planos a e b compreendidos entre o plano p e o plano horizontal de projecção, conforme a figura.

b) Proceda à planificação da superfície descrita na alínea anterior, partindo do segmento pertencente à recta **i**.

(exercício da 1ª frequência de GD I da licenciatura em Arquitectura 2003/2004)

38) Resolva o exercício em Dupla Projecção Ortogonal, numa folha A3 ao baixo com a origem das coordenadas ao centro.

O ponto **C**$_{(0;7;5)}$ é o centro da superfície [q] de um elipsóide achatado de eixo vertical. O seu equador mede 5cm de raio e a distância entre os seus pólos é de 5cm.

O ponto **P**$_{(-8;14;8,5)}$ pertence ao plano a tangente à superfície [q] num ponto do seu paralelo limite inferior.

a) Determine o plano a.

b) Defina projeccionalmente a superfície [q].

(exercício da 2ª frequência de GD I da licenciatura em Arquitectura 2003/2004)

39) Resolva o exercício em Dupla Projecção Ortogonal, numa folha A3 ao baixo com a origem das coordenadas ao centro.

a) Considere as circunferências **[a]** e **[b]** como sendo as directrizes da superfície [a] de um cilindróide.

A directriz **[a]** de raio 5cm cujo centro é o ponto **A**$_{(8;5;9)}$, está contida num plano vertical que faz um ângulo de 40º com abertura para a direita com o Plano frontal de projecção.

A directriz **[b]** cujo centro é o ponto **B**$_{(0;5;5)}$, e raio não dado, está contida num plano vertical que faz um ângulo de 70º com abertura para a esquerda com o plano frontal de projecção.

Considerando o Plano frontal de projecção como o plano director da superfície [a], represente as geratrizes da superfície contidas em planos frontais de 2,5cm, 5cm, 7,5cm e ainda as geratrizes do contorno aparente horizontal.

b) Tome a mesma circunferência **[b]** e a recta **n** de nível como as directrizes da superfície [a] de um conóide recto (recto porque tem a directriz recta perpendicular ao plano director).

A recta **n** é paralela ao diâmetro de **[b]** e dista deste 10cm para a direita à mesma cota.

Determine as geratrizes da superfície [b] no seguimento das geratrizes da superfície [a] (ponto comum à circunferência **[b]** em cada geratriz de uma e de outra superfície).

(exercício do exame final de GD I da licenciatura em Arquitectura 2003/2004)

40) Considere a superfície [a] de um cone de revolução cuja directriz mede 6cm de raio e está contida no Plano horizontal de projecção. **V**$_{(0;7;12)}$ é o seu vértice. Considere ainda a superfície [b] de um cilindro de revolução tangente ao Plano horizontal de projecção, com o seu eixo de topo e raio da directriz 3cm. A circunferência do contorno aparente frontal da superfície [b] é tangente à geratriz mais à direita do contorno aparente de [a].

a) Determine a linha de intersecção das superfícies [a] e [b].

b) Identifique por escrito o tipo de intersecção obtida e justifique.

(exercício do exame final de GD I da licenciatura em Arquitectura 2003/2004)

41) Considere a recta **a** frontal, cujo traço horizontal é o ponto **H**$_{(-15;10;0)}$ e a projecção frontal faz com o eixo **x** o ângulo de 40º abertura à esquerda. Considere também a superfície esférica [e] de raio 3,5cm e centro **O**$_{(0;5;6)}$.

Determine o plano α tangente à superfície [e] passante pela recta **a**.

(exercício do exame final de GD I da licenciatura em Arquitectura 2003/2004)

42) O exercício deve ser resolvido numa folha A3 na horizontal, com a origem das coordenadas ao centro. Considere a superfície do hiperbolóide de revolução [a] definida pelo eixo **e** vertical com 6cm de afastamento e abcissa zero, e pela geratriz **g** de que são conhecidos os pontos **H**$_{(6;12;0)}$ e **G**$_{(-8;6;14)}$.

a) Determine o plano b osculante à superfície [a] que contenha a geratriz **g** e cujo ponto de tangência pertence à circunferência de gola da superfície.

b) Determine, da linha de intersecção do plano b com a superfície do cone assintótico da superfície [a], os dois pontos **A** e **B** mais próximos do seu vértice (para o efeito tenha em conta as duas folhas do cone).

c) Refira por escrito que linha é originada na intersecção e justifique.

(exercício do exame de melhoria e recurso de GD I da licenciatura em Arquitectura 2003/2004)

43) Resolva o exercício em Dupla Projecção Ortogonal, numa folha A3 ao baixo com a origem das coordenadas ao centro.

<u>Dados:</u>

- Os pontos **A**$_{(0;12;0)}$ e **B**$_{(-6;8;0)}$ pertencem à circunferência **[c]** que delimita a base de um cone de revolução com altura igual ao maior dos dígitos constantes no seu número mecanográfico (o seu número de aluno).
- O cone situa-se no 1º Quadrante.

<u>Problema:</u>

a) Determine as projecções do cone, sabendo que a base é tangente a LT (eixo **x**).

b) Determine a secção produzida no cone por um plano de topo, a 30º a.d. com o PHP, passante pelo ponto médio do eixo.

c) Determine, aproximadamente, o ângulo do sector circular (porção de círculo delimitada por um arco e dois raios) correspondente à planificação da superfície lateral do cone.

(exercício da 1ª frequência de GD I da licenciatura em Arquitectura de Interiores 2003/2004)

44) Resolva o exercício em Dupla Projecção Ortogonal, numa folha A3 ao alto com a origem das coordenadas ao centro.

<u>Dados:</u>

- Considere uma superfície esférica [a] com 5 de raio e centro **C**$_{(0;10;10)}$.
- Considere a orientação l (vλ→60º abertura para a direita; hλ→50º abertura para a direita).
- Considere um cubo [p] com quatro arestas horizontais e todas as faces contidas em planos tangentes à superfície esférica [a].

<u>Problema:</u>

a) Represente a superfície esférica [a] pelas suas projecções.

b) Determine planos e e h, com a orientação l, tangentes a [a].

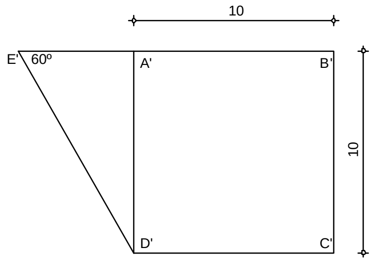
c) Determine as projecções do cubo [p] sabendo que os planos e e h contêm faces do mesmo

(exercício da 2ª frequência de GD da licenciatura em Arquitectura de Design 2003/2004)

45) Resolva o exercício numa ISOMETRIA convencional, numa folha A3 ao baixo, com a origem do sistema ao centro.

<u>Dados:</u>

• Os pontos **A'**, **B'**, **C'** e **D'** definem um quadrado à cota 0.



• Os pontos **B** e **D** têm cota 3; os pontos **A** e **C** têm cota10.

• **A.B** e **C.D** definem duas geratrizes, de um sistema, de um parabolóide hiperbólico **[**a**]**; **A.D** e **B.C** definem duas geratrizes, do outro sistema, do parabolóide hiperbólico **[**a**]**.

• O ponto **E** pertence a **[**a**]**.

<u>Problema:</u>

a) Represente a porção de **[**a**]** delimitada pelos planos verticais de **E.B**, **B.C**, **C.D** e **D.E**.

b) Determine o plano b, tangente a **[**a**]** em **E**, representando o seu traço horizontal.

(exercício da 2ª frequência de GD da licenciatura em Arquitectura de Design 2003/2004)

46) Resolva o exercício em Dupla Projecção Ortogonal, numa folha A3 ao baixo com a origem das coordenadas ao centro.

<u>Dados:</u>

• Considere uma superfície esférica **[**a**]** de raio 5cm e centro **C**$_{(0;10,5;7)}$.

• Considere uma pirâmide quadrangular regular **[**d**]** com a base quadrada horizontal e todas as faces (incluindo a base) contidas em planos tangentes à superfície esférica **[**a**]**.

<u>Problema:</u>

a) Represente a superfície esférica **[**a**]** pelas suas projecções.

b) Determine as projecções de um ponto **P**, contido na superfície esférica **[**a**]**, com 9 de cota e 2 de abcissa.

c) Defina o plano b tangente à superfície esférica **[**a**]** em **P**.

d) Represente, pelas suas projecções, a pirâmide **[**d**]** sabendo que o plano b contém uma das suas faces.

(exercício da 2ª frequência de GD I da licenciatura em Arquitectura de Interiores 2003/2004)

47) Resolva o exercício em Dupla Projecção Ortogonal, numa folha A3 ao baixo com a origem das coordenadas ao centro.

<u>Dados:</u>

• Considere um plano de topo p (vπ → 60º abertura para a direita)

• Considere um hiperbolóide de revolução **[**g**]** de eixo vertical, cujo círculo de gola tem 2cm de raio e cujas geratrizes fazem 45º com o Plano Horizontal de Projecção.

Problema:

a) Determine os traços do plano p sabendo que este contém o ponto da LT 6 à esquerda da origem das coordenadas.

b) Sabendo que o plano p é tangente à superfície de **[**g**]** num ponto **T** com 8cm de cota e 10cm de afastamento, e que a cota do círculo de gola é superior à do ponto **T**, represente a porção de **[**g**]** delimitada pelo Plano Horizontal de Projecção e por um plano de nível à cota 14cm.

(exercício da 2ª frequência de GD I da licenciatura em Arquitectura de Interiores 2003/2004)

48) Resolva o exercício em Dupla Projecção Ortogonal, numa folha A3 ao baixo com a origem das coordenadas ao centro.

Dados:

• Considere uma pirâmide quadrangular regular com base horizontal e altura 8cm.

• A base está à cota 5cm, tem 5cm de lado.

Problema:

a) Represente a pirâmide sabendo que o centro da base é o ponto $\mathbf{C}_{(0;6;5)}$, que esta tem dois lados de topo, e que o vértice tem cota positiva.

b) Determine as projecções de uma superfície esférica que contenha todos os vértices da pirâmide.

(exercício do exame final da licenciatura em Arquitectura de Interiores 2003/2004)

49) Resolva o exercício em Dupla Projecção Ortogonal, numa folha A3 ao baixo com a origem das coordenadas ao centro.

Dados:

Considere um cubo com 5 de aresta. O cubo tem duas faces frontais, duas faces de topo a 60º abertura para a direita, e duas faces de topo a 30º abertura para a esquerda.

Problema:

a) Represente o cubo sabendo que o seu centro é o ponto $\mathbf{C}_{(0;10;10)}$.

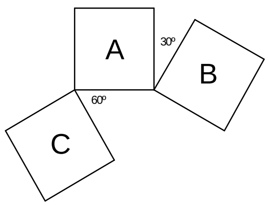
b) Determine as projecções de uma superfície esférica que contenha todos os vértices do cubo.

(exercício do exame final da licenciatura em Arquitectura de Design 2003/2004)

50) Resolva o exercício numa folha A3 ao baixo.

Dados:

• Considere os três quadrados horizontais representados ao lado, de lado igual a 6cm.



• O quadrado **A** delimita a projecção horizontal de um octaedro regular.

• O quadrado **B** delimita a projecção horizontal de um conóide recto de directriz circunferencial.

• O quadrado **C** delimita a projecção horizontal de uma porção de parabolóide hiperbólico cujos planos directores são verticais e paralelos aos lados do quadrado **A**.

• Na resolução coloque a origem do referencial no centro da folha.

Problema:

Produza uma isometria convencional (coeficientes iguais a 1; sem utilizar rebatimentos) do octaedro, do conóide e da porção de parabolóide hiperbólico.

(exercício do exame de melhoria e recurso de GDI da licenciatura em Arquitectura de Interiores 2003/2004)

51) Resolva o exercício em Dupla Projecção Ortogonal, numa folha A3 ao baixo com a origem das coordenadas ao centro.

Dados:

• Considere um elipsóide de revolução alongado **[**a**]** de eixo vertical cuja distância entre os pólos é igual ao dobro do diâmetro do equador.

• Considere a superfície de uma pirâmide pentagonal regular **[**b**]**, com 13cm de altura, de base horizontal. O pentágono da base tem 4cm de lado.

Problema:

a) Represente a pirâmide **[**b**]** numa posição qualquer.

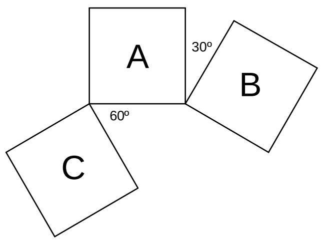
b) Represente o elipsóide **[**a**]** sabendo que a sua superfície é tangente a todas as faces da pirâmide.

(exercício do exame de melhoria e recurso de GDI da licenciatura em Arquitectura de Interiores 2003/2004)

52) Resolva o exercício numa folha A3 ao baixo.

Dados:

• Considere os três quadrados representados ao lado, de lado igual a 6cm.



• O quadrado **A** delimita a projecção horizontal de uma porção de parabolóide hiperbólico.

• O quadrado **B** delimita a projecção horizontal de um conóide recto de directriz circunferencial.

• O quadrado **C** delimita a projecção horizontal de um octaedro regular.

• Na resolução coloque a origem do referencial no centro da folha.

Problema:

Produza uma isometria convencional (coeficientes iguais a 1; sem utilizar rebatimentos) da porção de parabolóide hiperbólico, do conóide e do octaedro.

(exercício do exame de melhoria e recurso de GD da licenciatura em Arquitectura de Design 2003/2004)

53) Resolva o exercício em Dupla Projecção Ortogonal, numa folha A3 ao baixo com a origem das coordenadas ao centro.

Dados:

• Considere uma superfície prismática **[**p**]** de directriz equilátera (com 14cm de lado) horizontal e geratrizes verticais.

• Considere duas superfícies esféricas **[**a**]** e **[**e**]** de raio 3,5cm.

Problema:

a) Represente a superfície **[**p**]** numa posição à sua escolha.

b) Represente a superfície **[**a**]** sabendo que é tangente ao Plano Horizontal de projecção e a duas faces da superfície **[**p**]**.

c) Represente a superfíce **[**e**]** sabendo que é tangente à superfície **[**a**]** e a duas faces da superfície **[**p**]**, na condição dos centros das superfícies **[**a**]** e **[**e**]** não estarem contidos na mesma recta vertical.

(exercício do exame de melhoria e recurso de GD da licenciatura em Arquitectura de Design 2003/2004)

54) Considere, para a resolução do exercício, a origem das coordenadas no centro de uma folha A3 na horizontal.

Determine o plano α tangente à superfície esférica **[**b**]**.

A superfície esférica, cujo centro é o ponto **O**$_{(0;7;4)}$, é tangente ao Plano horizontal de projecção.

O plano a contém o ponto **P** de abcissa -10cm e afastamento 3cm. O ponto **P** dista 14cm do centro da esfera.

O ponto de tangência, invisível em projecção frontal, situa-se 1cm abaixo do paralelo limite superior.

(exercício da 1ª frequência GD I da licenciatura em Arquitectura 2002/2003)

55) Considere, para a resolução do exercício, a origem das coordenadas no centro de uma folha A3 na horizontal.

Determine o plano d tangente à superfície esférica **[**f**]**.

A superfície esférica, cujo centro é o ponto **O**$_{(0;7;6)}$, mede 4cm de raio.

O plano d contém o ponto **P**.

O ponto **P** é o vértice de uma superfície cónica, concordante com **[**f**]** segundo uma circunferência de raio 2,5cm, de tal modo que os paralelos limite estão equidistantes dos pólos da superfície esférica.

Uma das rectas que define o plano d é oblíqua, contém o ponto **P** e é paralela ao plano β_{24}.

(exercício da 1ª frequência GD I da licenciatura em Arquitectura 2002/2003)

56) Considere, para a resolução do exercício, a origem das coordenadas no centro de uma folha A3 na horizontal.

Considere a superfície do hiperbolóide de revolução **[**f**]** definido pelo eixo vertical **e** de 4cm de abcissa e 5cm de afastamento, e pela geratriz **g** definida pelos pontos **H**$_{(7;13;0)}$ e **A**$_{(-2;6;12)}$.

Considere ainda a orientação de um plano p cujo traço frontal faz 50º (abertura à direita) e cujo traço horizontal faz 60º (abertura à direita) relativamente ao eixo **x**.

a) Determine o plano b osculante à superfície **[**f**]** paralelo ao plano p. O plano deve ser osculante no ponto mais à esquerda.

b) Tendo por definição que plano assintótico é um plano osculante à superfície num ponto a distância infinita, defina o plano assintótico d relativo a **[**f**]** e que contenha a geratriz **g**.

(exercício da 2ª frequência GD I da licenciatura em Arquitectura 2002/2003)

57) Considere, para a resolução do exercício, a origem das coordenadas no centro de uma folha A3 na horizontal.

Determine o plano a tangente à superfície [q] de um toro, paralelo a uma recta **r** sabendo que:

- A superfície [q] tem o seu eixo vertical com 7cm de abcissa e 7cm de afastamento. O seu equador, de cota 4cm, mede 7cm de raio. A sua circunferência de gola mede 1cm de raio.
- A recta **r**, cuja projecção frontal faz 60º (abertura à direita) com o eixo **x**, é paralela ao plano bissector b_{24}.
- O ponto de tangência deve ser o de maior cota.

(exercício da 2ª frequência GD I da licenciatura em Arquitectura 2002/2003)

58) Considere a superfície do elipsóide alongado [b] de eixo vertical com abcissa 0cm e afastamento 8cm, polo superior com 12cm de cota, equador de raio 4cm e cota 6cm.

Considere ainda a recta **r** cuja projecção frontal faz 45º (abertura à esquerda) e cujo traço horizontal é o ponto $\mathbf{H}_{(-16;8;0)}$.

Determine o plano p tangente à superfície [b] passante pela recta **r**. O plano deve ser tangente no ponto invisível em projecção frontal.

(exercício do exame final de GD I da licenciatura em Arquitectura 2002/2003)

59) Considere a superfície do parabolóide hiperbólico isósceles [a] de planos directores frontal e horizontal. As rectas **a** e **b** de nível, são geratrizes da superfície. O traço frontal de **a** é o ponto $\mathbf{F}_{\mathbf{a}(9;0;3)}$, o traço frontal de **b** é o ponto $\mathbf{F}_{\mathbf{b}(0;0;4,5)}$. A projecção horizontal das rectas cruza-se 6cm à esquerda e 3cm abaixo da origem das coordenadas.

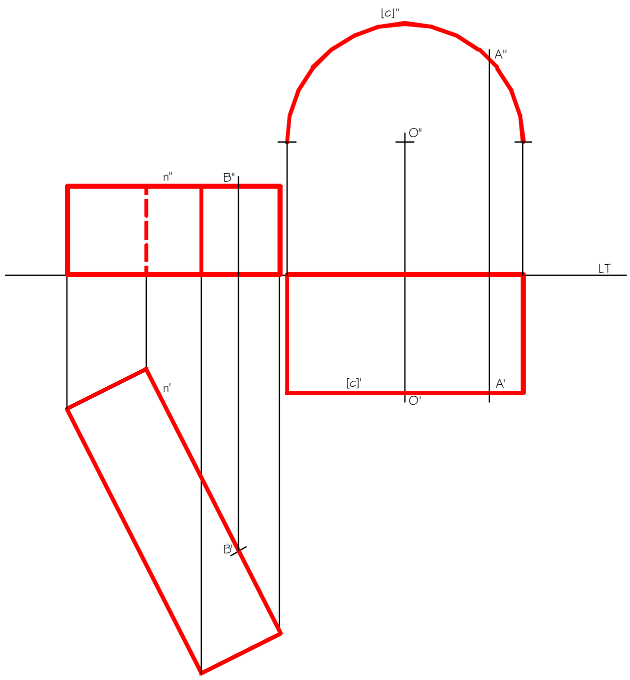
Considere ainda o ponto $\mathbf{E}_{(-9;6;6)}$ exterior à superfície.

a) Determine o plano b osculante à superfície [a] num ponto **C** da geratriz **a**. O plano contém o ponto **E**.

b) Determine o centro **O** de uma esfera de 6cm de raio tangente ao plano b no ponto **C**.

(exercício do exame de melhoria e recurso de GD I da licenciatura em Arquitectura 2002/2003)

60) Na figura estão representados, em DPO, uma porção de superfície cilíndrica e um prisma.



Pretende-se efectuar a ligação entre a directriz **[c]** da superfície cilindríca e a aresta **n** do prisma. Para tal, deverá utilizar uma porção de superfície de conóide.

O segmento **[AB]** deverá ser geratriz do conóide.

O plano director do conóide é vertical.

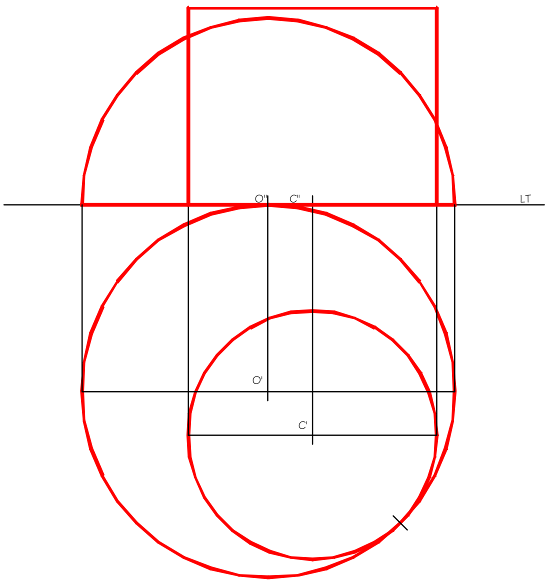
a) Represente a porção de conóide recorrendo a um número mínimo de 12 geratrizes rectas.

b) Determine um plano tangente ao conóide num ponto qualquer de **[AB]** que não pertença a **[c]** nem a **n**.

c) Determine o traço do plano tangente no plano de nível da aresta **n**.

(exercício da 2ª frequência de GD I da licenciatura em Arquitectura de Interiores 2002/2003)

61) Na figura estão representados, em DPO, uma semi-esfera e um cilindro.



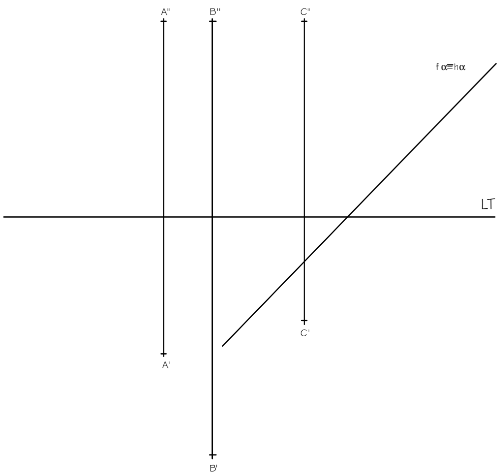
Determine a intersecção entre os dois sólidos representando visibilidades e invisibilidades.

(exercício da 2ª frequência de GD I da licenciatura em Arquitectura de Interiores 2002/2003)

62) Conhecendo as projecções dos pontos **A**, **B** e **C**, determine:

a) as projecções da superfíce esférica que passa pelos pontos **A**, **B** e **C** e que é tangente ao plano horizontal de projecção.

b) um plano tangente à superficie esférica paralelo ao plano dado.



(exercício do exame final de GD I da licenciatura em Arquitectura de Interiores 2002/2003)

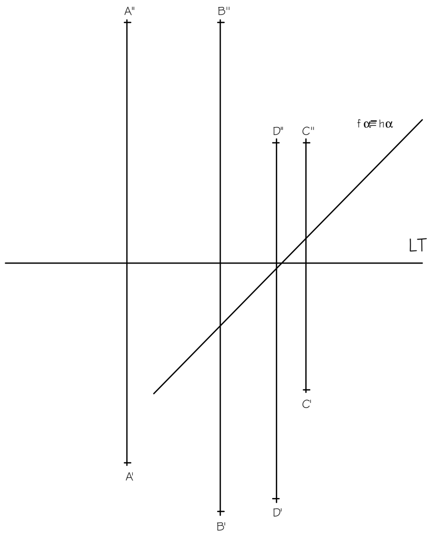
63) Pelo ponto **P**$_{(0;3;2)}$, conduza uma superfície esférica, de raio 5cm, tangente ao PVP e ao PHP.
Por **P** conduza outra superfície esférica, tangente à primeira e ao PHP (note que existem duas soluções possíveis).

(exercício do exame de melhoria e recurso de GD I da licenciatura em Arquitectura de Interiores 2002/2003)

64) Conhecendo as projecções dos pontos **A**, **B**, **C** e **D** determine:

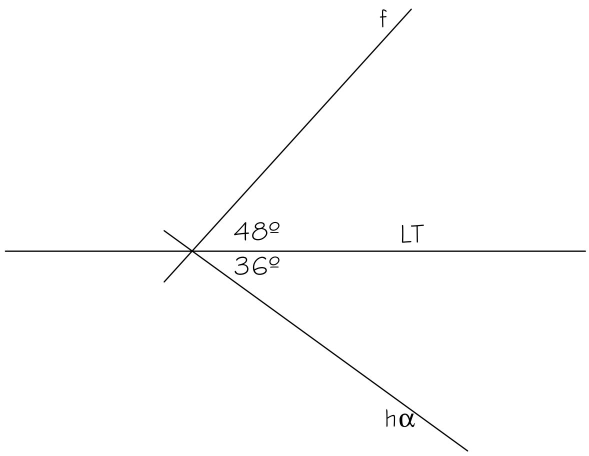
a) as projecções da superfíce esférica que passa pelos pontos **A**, **B**, **C** e **D**.

b) um plano tangente à superficie esférica paralelo ao plano dado.



(exercício do exame final de GD da licenciatura em Arquitectura de Design 2002/2003)

65) O plano a é tangente a uma superfície esférica **[**p**]** de raio 2cm.



Sabendo que a superfície é tangente ao PHP e ao PVP, determine:´

a) as suas projecções, sabendo que o seu centro tem cota e afastamento positivos.

b) um ponto **P**, pertencente a **[**p**]**, com 3cm de cota e 1cm de afastamento.

c) o plano w tangente a **[**p**]** em P.

(exercício do exame de melhoria e recurso de GD da licenciatura em Arquitectura de Design 2002/2003)

66) Resolva o exercício em Dupla Projecção Ortogonal, numa folha A3 ao baixo com a origem das coordenadas ao centro.

Considere uma superfície esférica **[**a**]**, de raio 4cm, com centro **O**$_{(0;0;4)}$, e o ponto **C**$_{(5;6;2)}$.

a) Com centro em **C** conduza uma superfície esférica **[**b**]** tangente a **[**a**]** (note que existem duas soluções das quais deverá escolher a que corresponde à esfera de menor raio).

b) Determine as projecções de uma superfície cónica **[**p**]** concordante com **[**a**]** e **[**b**]**.

c) Determine a distância entre os planos das duas linhas de concordância.

(exercício do exame de época especial de GD da licenciatura em Arquitectura de Design 2002/2003)

67) Considere a superfície esférica **[**d**]** de centro **O**(0;8;6), de raio 4,5cm e o ponto **P**$_{(10;8;-8)}$.

a) Represente projeccionalmente a superfície **[**d**]** e o ponto **P**.

b) Determine o plano b tangente a **[**d**]** e paralelo a uma direcção definida pelos pontos **O** e **P**. O plano b é tangente no ponto **T** cuja cota é 1cm superior à do paralelo limite inferior da superfície esférica. O ponto **T** é visível em projecção vertical.

c) Faça uma breve síntese descritiva.

(exercício da 1ª frequência de GD I da licenciatura em Arquitectura 2001/2002)

68) Considere a superfície esférica **[**d**]** de centro **O**$_{(0;8;6)}$, de raio 4,5cm e o ponto **P**$_{(10;8;-8)}$.

a) Represente projeccionalmente a superfície **[**d**]** e o ponto **P**.

b) Determine o plano p tangente a **[**d**]** e que contém o ponto **P**. O plano p é tangente no ponto **T** cuja cota é 1cm superior à do paralelo limite inferior da superfície esférica. O ponto **T** é visível em projecção vertical.

c) Faça uma breve síntese descritiva.

(exercício da 1ª frequência de GD I da licenciatura em Arquitectura 2001/2002)

69) Considere uma circunferência [**d**] de nivel à cota +7cm e de raio igual a 3cm. O centro de [**d**] tem 6cm de afastamento. [**d**] é um paralelo de uma superfície esférica [p] tangente ao PHP.

a) Represente [p].

b) Conduza um plano q tangente a [p] num ponto de [**d**], sabendo que q é paralelo a **n** de nivel (**n'**→40º a.d.).

(exercício da 1ª frequência de GD I da licenciatura em Arquitectura 2001/2002)

70) Considere um plano a (vα→45º a.d.; hα→45º a.d.) contendo **P**(0;9;9). O plano a é tangente, em **P**, a uma superfície esférica [b]. A superfície [b] é tangente ao PHP.

a) Represente o plano a pelos seus traços.

b) Represente a superfície [b].

(exercício da 1ª frequência de GD I da licenciatura em Arquitectura 2001/2002)

71) Determine o plano a, osculante à superfície **[**b**]** de um hiperbolóide de revolução, de um folha. O plano a é paralelo a um plano q;

O plano q é perpendicular ao plano bissector β_{24}, os seus traços fazem um ângulo de 40º com a horizontal (abertura à esquerda), medido acima do **x**;

A superfície [b] é definida pelo eixo vertical de abcissa zero e afastamento 6cm e pela geratriz **g** de que são dados os traços $\mathbf{F}_{(-4;0;12)}$ e $\mathbf{H}_{(6;4;0)}$;
O ponto de osculação deve ser visível em projecção frontal.
(exercício da 2ª frequência de GD I da licenciatura em Arquitectura 2001/2002)

72) Determine, atendendo às invisibilidades, a linha de intersecção das superfícies [d] e [p].
[d] é a superfície de um cone oblíquo, de directriz circunferencial tangente aos planos de projecção, contida num plano de perfil de abcissa zero e raio 6cm. O vértice da superfície é o ponto $\mathbf{V}_{(-18;0;12)}$.
[p] é a superfície de um cilindro de revolução de altura 14cm, directriz contida no plano horizontal de projecção e raio 5cm. O eixo da superfície tem 6cm de abcissa negativa e 7cm de afastamento.
(exercício da 2ª frequência de GD I da licenciatura em Arquitectura 2001/2002)

73) Considere a superfície [w] de um elipsóide alongado e o ponto **T** que lhe pertence.
A superfície [w] tem o eixo vertical com 6cm de afastamento e abcissa zero. O equador mede 4cm de raio, situando-se 5cm acima do plano horizontal de projecção. Os pólos inferior e superior da superfície têm cota 0cm e 10cm respectivamente.
O ponto **T**, é visível em projecção frontal, tem 1cm de abcissa negativa e 9,5cm de cota.
a) Determine o plano b tangente à superfície [w] no ponto **T**.
b) Determine a superfície [f] de um toro, concordante com a superfície [w] segundo o equador. [f] é simultaneamente tangente ao plano b.
(exercício da 2ª frequência de GD I da licenciatura em Arquitectura 2001/2002)

74) Considere a superfície esférica [a] e a superfície [b] de um cubo.
A superfície esférica de raio 4cm tem como centro o ponto $\mathbf{O}_{(0;6;6)}$.
A superfície [b] tem uma aresta vertical contida no Plano frontal de projecção com 2cm de abcissa , sendo um dos vértices pertencente a **x**. A aresta mede 7cm. Duas faces do cubo fazem 30º, abertura à direita, com o plano frontal de projecção.
Determine a linha de intersecção das duas superfícies.
(exercício do exame final de GD I da licenciatura em Arquitectura 2001/2002)

75) Determine um plano osculante b à superfície [a] de um parabolóide hiperbólico isósceles de planos directores de nível e de frente.
O plano osculante é paralelo à direcção de uma recta passante, cujas projecções são simétricas e fazem 45º abertura para a direita.
A superfície [a] é definida pelas geratrize **g** e **g’**. Os traços frontais das referidas geratrizes são os pontos $\mathbf{V}_{\mathbf{g}(-10;0;10)}$ e $\mathbf{V}_{\mathbf{g'}(4;0;4)}$. As projecções horizontais de **g** e **g’** fazem um ângulo de 30º abertura à direita e 45º abertura à esquerda, respectivamente.
Identifique o plano osculante [b] bem como o ponto de osculação **X**.
(exercício do exame final de GD I da licenciatura em Arquitectura 2001/2002)

76) Determine um plano b osculante à superfície **[**a**]** de um parabolóide hiperbólico de planos directores de nível e frente.

O plano osculante contém o ponto $\mathbf{P}_{(-6;12;12)}$, exterior à superfície **[**a**]**.

A superfície **[**a**]** é definida pelas geratrizes **g** e $\mathbf{g_1}$. Os traços verticais das referidas geratrizes são os pontos $\mathbf{V_g}_{(-6;0;12)}$ e $\mathbf{V_{g1}}_{(6;0;4)}$. As projecções horizontais de **g** e $\mathbf{g_1}$ fazem um ângulo de 35º abertura à esquerda e 50º abertura à direita com a LT, respectivamente.

Identifique o plano osculante b bem como o ponto de osculação **X**.

Elabore uma síntese descritiva e justificativa do exercício.

(exercício do exame recurso e melhoria de GD I da licenciatura em Arquitectura 2001/2002)

77) Considere a superfície esférica **[**e**]** e a orientação do plano p .

A superfície esférica de raio 4cm tem como centro o ponto $\mathbf{O}_{(0;6;6)}$.

Os traços horizontal e vertical do plano p fazem com a LT, respectivamente, 35º e 55º abertura à esquerda.

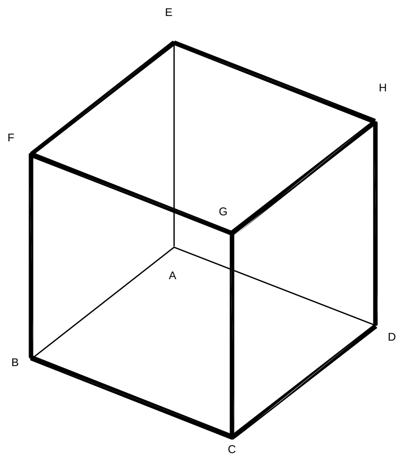
Determine o plano a tangente à superfície **[**e**]**, paralelo ao plano p.

Identifique o ponto de tangência **T** (visível em projecção vertical), bem como o plano a tangente.

Elabore uma síntese descritiva e justificativa do exercício.

(exercício do exame recurso e melhoria de GD I da licenciatura em Arquitectura 2001/2002)

78) A figura seguinte representa um cubo com 5cm de aresta, do qual deverá apenas considerar a porção limitada pelos planos a º**F.C.H** e bº**E.B.D**.



a) Como de denomina o sólido considerado?

b) Considerando a face **[EBD]** situada no Plano Horizontal, e a face **[FCH]** num plano de nível com cota positiva, faça coincidir o centro de **[EBD]** com o vértice de um tetraedro, cuja base oposta se situa num plano de nível com cota positiva. Sabendo que as arestas do tetraedro têm um comprimento igual ao segmento **[FC]** e que as suas arestas de nível se encontram rodadas 15º relativamente aos lados do triângulo **[FHC]**, faça o estudo projeccional deste sólido composto, determinando as intersecções que ocorrerem.

c) Represente em anisometria o sólido composto referido na alínea anterior.

(exercício da 1ª frequência de GD da licenciatura em Arquitectura de Interiores 2001/2002)

79) Deverá resolver o exercício, em DPO, numa folha A3 ao baixo.

Coloque a LT a 16 cm da margem inferior e considere a origem das coordenadas a meio.

O ponto $\mathbf{P}_{(-2;9;4.5)} \in$ a ($v\alpha \rightarrow 70^{\circ}$ a.d.; $h\alpha \rightarrow 45^{\circ}$ a.e.) é o ponto de tangência entre duas superfícies esféricas **[**w**]** e **[**p**]**.

Represente **[**w**]** e **[**p**]** sabendo que são ambas tangentes ao PHP e ao plano a.

(exercício da 2ª frequência de GD da licenciatura em Arquitectura de Interiores 2001/2002)

80) Deverá resolver o exercício, em DPO, numa folha A3 ao baixo. Considere a origem das coordenadas ao centro da folha.

A circunferência **[c]**$\in$SPHA, com 4cm de raio, tangente a LT em $\mathbf{X}_{(0;0;0)}$, e a recta **h**, fronto horizontal com 4cm de afastamento e 10cm de cota, são as directrizes de uma superfície de conóide **[**d**]** com plano director de perfil.

A circunferência **[d]**$\in$SPVS, com 5cm de raio, tangente a LT em $\mathbf{Y}_{(-8;0;0)}$, é a directriz de uma superfície cónica **[**p**]** de vértice $\mathbf{V}_{(5;10;5)}$.

Determine um ponto **P** da linha comum a **[**d**]** e **[**p**]** e a respectiva tangente **t** à linha nesse ponto.

(exercício da 2ª frequência de GD da licenciatura em Arquitectura de Interiores 2001/2002)

81) Deverá resolver o exercício, em DPO, numa folha A3 ao baixo.

Considere a origem das coordenadas ao centro da folha.

O ponto $\mathbf{O}_{(0;4;6)}$ é o centro de um elipsóide de revolução **[**a**]**, de eixo vertical, tangente ao PVP e ao PHP.

O ponto $\mathbf{C}_{(-4;8;2)}$ é o centro de uma superfície tórica de revolução **[**b**]** (com meridianos circunferênciais), de eixo vertical. A circunferência de gola tem 2cm de raio, e uma das circunferências polares pertence ao PHP.

Determine um ponto **I** da linha comum a **[**a**]** e **[**b**]** e a respectiva tangente **t** à linha nesse ponto.

(exercício da 2ª frequência de GD da licenciatura em Arquitectura de Interiores 2001/2002)

82) Deverá resolver o exercício, em DPO, numa folha A3 ao baixo.

Considere o plano a ($v\alpha$ a 30º a.d.; $h\alpha$ a 60º a.e.) que contém $\mathbf{X}_{(0;0;0)}$.

a) Por $\mathbf{P}_{(6;5;?)}\in$ a conduza uma superfície tórica **[**b**]**, de revolução com eixo vertical, tangente a a e ao PVP.

b) Determine uma superfície esférica **[**d**]** concordante com **[**b**]** e tangente ao PHP.

(exercício do exame final de GD da licenciatura em Arquitectura de Interiores 2001/2002)

83) Deverá resolver o exercício numa folha A3 ao alto.

Coloque a LT a meio da folha.

Represente, em DPO, uma superfície esférica **[**p**]**, que passa pelos pontos $\mathbf{A}_{(0;2;10)}$, $\mathbf{B}_{(0;6;10)}$ e $\mathbf{C}_{(4;6;10)}$, sendo tangente ao PHP.

Determine um plano a tangente a **[**p**]**, sabendo que a$\perp\beta$2/4 e que $h\alpha$ faz 40º a.d. com LT no SPHA.

(exercício do exame de melhoria e recurso de GD da licenciatura em Arquitectura de Interiores 2001/2002)

84) Deverá resolver o exercício numa folha A3 ao alto.

Coloque a LT a meio da folha.

Represente, em DPO, uma superfície esférica **[**p**]**, que passa pelos pontos **A**$_{(0;2;10)}$ e **B**$_{(4;6;10)}$, sendo tangente ao PHP e ao PVP.

Determine um plano a tangente a **[**p**]**, sabendo que a$\perp\beta$2/4 e que hα faz 40º a.d. com LT no SPHA.

(exercício do exame de melhoria e recurso de GD da licenciatura em Arquitectura de Interiores 2001/2002)

85) Considere uma circunferência [**d**] de nivel à cota +7cm e de raio igual a 3cm. O centro de [**d**] tem 6cm de afastamento. [**d**] é um paralelo de uma superfície esférica [p] tangente ao PHP.

a) Represente [p].

b) Conduza um plano q tangente a [p] num ponto de [**d**], sabendo que q é paralelo a **n** de nivel (n'$\rightarrow$40ºa.d.).

(exercício da 1ª frequência de GD I da licenciatura em Arquitectura 2000/2001)

86) Considere um plano a (v$\alpha\rightarrow$45º a.d.; h$\alpha\rightarrow$45º a.d.) contendo **P**$_{(0;9;9)}$. O plano a é tangente, em **P**, a uma superfície esférica [b]. [b] é tangente ao PHP.

a) Represente o plano a pelos seus traços.

b) Represente a superfície [b].

(exercício da 1ª frequência de GD I da licenciatura em Arquitectura 2000/2001)

87) Resolva o exercício ,em DPO, numa folha A3 ao alto.

Coloque a LT no centro da folha com a origem das coordenadas a meio.

Considere um cone [a] com a base (circular de raio 10cm) assente no SPHA e vértice **V** com 20cm de cota. A origem das coordenadas pertence à base de [a] e a sua superfície contém uma geratriz vertical com 20cm de afastamento.

Considere ainda um cilindro de revolução [b] (raio=6.5cm) com eixo fronto-horizontal (com cota 8cm e afastamento 6.5cm). As bases circulares do cilindro existem em planos de perfil com 10cm e –10cm de abcissa.

a) Identifique o tipo de intersecção entre [a] e [b].

b) Determine um ponto da linha comum às superfícies de [a] e [b] sabendo que deverá ter afastamento igual ao dobro da cota.

(exercício da 2ª frequência de GD I da licenciatura em Arquitectura 2000/2001)

88) Resolva o exercício, em DPO, numa folha A3 ao alto.

Coloque a LT no centro da folha com a origem das coordenadas a meio.

Considere uma superfície esférica [a], situada no Iº Q, de raio 5cm, sendo tangente ao SPHA num ponto com 10cm de afastamento e 0cm de abcissa.

a) Defina a superfície de um hiperbolóide de revolução [b] concordante com [a] ao longo de um paralelo de nível com 7cm de cota, sabendo que o círculo de gola de [b] tem 3cm de raio.

b) Por **P**$_{(10;7;20)}$ conduza um plano q tangente a [b] num ponto de uma geratriz cuja projecção horizontal faça 45º a.e..

(exercício da 2ª frequência de GD I da licenciatura em Arquitectura 2000/2001)

89) Resolva o exercício, em DPO, numa folha A3 ao alto com a origem das coordenadas a meio.

Considere um conóide recto [a] de directriz circunferencial (raio=5cm) assente no SPHA com centro **O**$_{(0;10;0)}$. A directriz recta é fronto-horizontal com 10cm de afastamento e 10cm de cota. O plano director é de perfil.

a) Defina um parabolóide hiperbólico [p] de concordância com [a] ao longo de uma geratriz com 3cm de abcissa (que não atravesse o IIº Q). Os planos directores de [p] deverão ser de nível e de perfil.

b) Por **P**$_{(-10;7;15)}$ conduza um plano q tangente a [p] num ponto de uma geratriz de nível com 5cm de cota.

(exercício da 2ª frequência de GD I da licenciatura em Arquitectura 2000/2001)

90) Para a resolução do exercício deverá considerar a origem das coordenadas no centro de uma folha A3 ao alto.

O plano a é vertical e faz no I Quadrante 30º abertura à esquerda com o Plano vertical de projecção. O seu ponto da LT tem 12cm de abcissa.

a) Represente projeccionalmente uma superfície tórica **[**d**]** de eixo vertical com abcissa 0 contido em a . O centro da circunferência geradora de raio 2,5cm é o ponto **C** de abcissa -5cm e cota 5cm pertencente ao plano a .

b) Determine as projecções de uma superfície esférica **[**e**]** de raio 7,5cm concordante com a superfície **[**d**]**.

(exercício do exame final de GD I da licenciatura em Arquitectura 2000/2001)

91) Para a resolução do exercício deverá considerar a origem das coordenadas no centro de uma folha A3 ao alto.

Represente a superfície **[**f**]** de um cilindro de revolução com eixo de topo, abcissa zero e cota 8cm. A base do cilindro mede 6cm de raio e a sua altura é 18cm. O cilindro situa-se no Iº Quadrante com uma base contida no plano vertical de projecção. Represente a superfície **[**n**]** de uma pirâmide triangular regular assente no plano horizontal de projecção. As arestas da base medem 12cm uma das quais, a mais à direita é de topo. O vértice da pirâmide é o ponto **V**$_{(3;9;18)}$.

a) Identifique por escrito o tipo de intersecção das duas superfícies.

b) Determine os pontos de menor cota da referida intersecção.

(exercício do exame final de GD I da licenciatura em Arquitectura 2000/2001)

92) Considere a origem das coordenadas no centro de uma folha A3 na horizontal.

Represente projeccionalmente uma superfície tórica **[**q**]** de eixo vertical com abcissa 0cm e afastamento 7,5cm. O centro da circunferência geradora de frente, de raio 2,5cm, é o ponto **C** de abcissa - 5cm e cota 3,5cm.

a) Determine um plano a tangente à superfície tórica passante por uma recta **r**. A recta **r** contida no plano bissector β_{24} é concorrente com o eixo da superfície. A projecção **r''** faz 30º abertura à direita com a LT no semi-plano vertical superior.

b) Elabore uma síntese descritiva e justificativa do exercício.

(exercício do exame de melhoria de GD I da licenciatura em Arquitectura 2000/2001)

93) Resolva o exercício, em DPO, numa folha A3 ao baixo com a origem das coordenadas a meio.

A circunferência **[d]**, de nível, de centro $\mathbf{C}_{(0;4;5,5)}$ e raio 3cm é a directriz de uma superfície cónica de vértice **V**(0;4;2).A superfície cónica é concordante com uma superfície esférica **[**e**]** segundo **[d]**.

a) Represente a superfície esférica **[**e**]**.

b) Determine um plano tangente (não deverá ser projectante) à superfície esférica passante por um ponto **P** exterior com afastamento 8cm. Relativamente a **P**, a circunferência **[d]** é o paralelo limite inferior da superfície esférica, estando o segundo paralelo limite coincidente com o polo superior de **[**e**]**. (note que um ponto pode ser considerado como uma circunferência de raio nulo).

c) Elabore uma síntese descritiva e justificativa do exercício.

(exercício do exame de recurso de GD I da licenciatura em Arquitectura 2000/2001)

94) Resolva o exercício, em DPO, numa folha A3 ao baixo com a origem das coordenadas a meio.

Considere um cone [a] situado no Iº Q. O vértice do cone é o ponto $\mathbf{V}_{(-15;0;0)}$. O círculo da base situa-se num plano de perfil com 5cm de abcissa, tem 6.5cm de raio, e a circunferência que o delimita é tangente ao PHP e ao PVP.

Considere uma esfera [b] cuja superfície é tangente ao SPHA e ao SPVS. O seu centro tem abcissa –3cm e o seu raio mede 6cm.

a) Determine um ponto **P**, com abcissa 0cm, pertencente à linha comum às superfícies de [a] e [b].

b) Determine a recta tangente à referida linha conduzida por **P** determinado na alínea anterior.

(exercício da 2ª frequência de GD I da licenciatura em Arquitectura de Interiores 2000/2001)

95) Resolva o exercício, em DPO, numa folha A3 ao baixo com a origem das coordenadas a meio.

Considere uma superfície cónica [a] definida pelo seu vértice $\mathbf{V}_{(0;7;10)}$ e pela sua directriz circunferencial [**d**], de raio 7cm, assente no SPHA e tangente a LT num ponto com –7cm de abcissa.

Considere um plano p perpendicular ao β2/4 que contém $\mathbf{X}_{(0;0;0)}$ e $\mathbf{Y}_{(5;0;5)}$.

a) Indique, justificando, o tipo de intersecção que p produz em [a].

b) Determine um ponto **P** da linha de intersecção produzida por p em [a].

(exercício da 2ª frequência de GD I da licenciatura em Arquitectura de Interiores 2000/2001)

96) Resolva o exercício, em DPO, numa folha A3 ao baixo com a origem das coordenadas a meio.

Considere uma superfície esférica [a] de raio 10cm e centro em LT.

Determine as projecções de uma superfície tórica [h] concordante com [a] ao longo de um paralelo com 4cm de cota.

(exercício da 2ª frequência de GD I da licenciatura em Arquitectura de Interiores 2000/2001)

97) Resolva o exercício em DPO colocando a LT a meio da folha A3 ao baixo, com a origem das coordenadas ao centro.

Considere uma superfície esférica de raio igual a 8cm e centro $\mathbf{C}_{(0;6;8)}$.

O traço da superfície esférica no PVP é a directriz de uma superfície cónica de vértice $\mathbf{V}_{(18;14;0)}$.

Determine uma recta tangente à linha comum às duas superfícies, num ponto com afastamento diferente de 0cm.

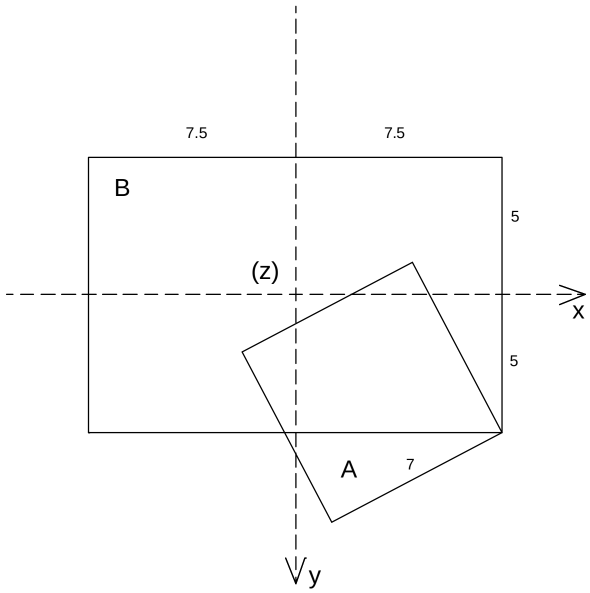
(exercício do exame final de GD I da licenciatura em Arquitectura de Interiores 2000/2001)

98) Coloque a origem do referencial no centro da folha A3 ao baixo.

A figura abaixo representa as projecções no plano **x.y** de um cubo (assinalado com letra **A**) e de um cilindro de revolução (assinalado com a letra **B**) com eixo contido no eixo **x**.

O cubo está assente em **x.y** e desenvolve-se para cima deste plano.

Do cilindro, deverá considerar apenas a parte que está para cima de **x.y**.



Represente, numa isometria convencional, os dois sólidos determinando as intersecções que ocorrerem. Tenha em atenção as visibilidades e invisibilidades.

(exercício do exame final de GD I da licenciatura em Arquitectura de Interiores 2000/2001)

99) Resolva o exercício, em DPO, numa folha A3 ao alto.

Considere uma superfície esférica [b] de raio 6cm tangente ao SPVS e ao SPHA.

Conduza um plano a tangente a [b] sabendo que **v**a faz 60º a.d. .

(exercício do exame de melhoria e recurso de GD I da licenciatura em Arquitectura de Interiores 2000/2001)

100) Resolva o exercício, em DPO, numa folha A3 ao baixo.

Considere os pontos **A**$_{(0;13;5)}$, **B**$_{(0;6;5)}$, **C**$_{(-4;8;8)}$ e **D**$_{(0;13;13)}$.

Sabendo que estes pontos pertencem a uma superfície esférica [b] determine:

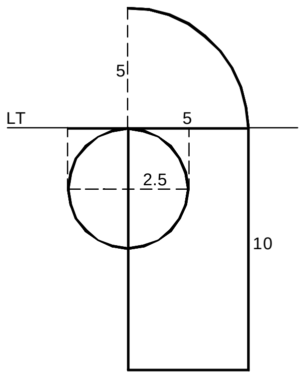
a) as projecções de [b];

b) as projecções de uma superfície tórica [a] que tem em comum com [b] apenas o ponto **D**.

(exercício do exame de melhoria e recurso de GD I da licenciatura em Arquitectura de Interiores 2000/2001)

101) Resolva o exercício, em DPO, numa folha A3 ao baixo.

Considere a superfície **[**β**]**, de um quarto de cilindro, abaixo representada em dupla projecção ortogonal.



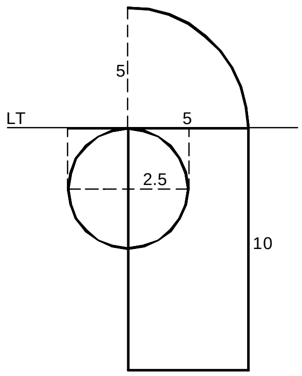
Tendo como base o círculo **[d]**, represente um cilindro **[**α**]** de tal modo que todas que todas as geratrizes da sua superfície intersectem **[**β**]**. O eixo de **[**α**]** é paralelo ao β1/3. Determine um ponto da linha comum às duas superfícies que seja invisível em projecção horizontal.

Elabore uma sucinta memória <u>descritiva e justificativa</u>.

(exercício da 1ª frequência de GD I da licenciatura em Arquitectura 1999/2000)

102) Resolva o exercício, em DPO, numa folha A3 ao baixo.

Considere a superfície **[**β**]**, de um quarto de cilindro, abaixo representada em dupla projecção ortogonal.



Tendo como base o círculo **[d]**, represente um cone **[**α**]** de tal modo que todas que todas as geratrizes da sua superfície intersectem **[**β**]**. O vértice de **[**α**]** pertence ao β1/3. Determine um ponto da linha comum às duas superfícies que seja visível em projecção horizontal.

Elabore uma sucinta memória <u>descritiva e justificativa</u>.

(exercício da 1ª frequência de GD I da licenciatura em Arquitectura 1999/2000)

103) Resolva o exercício, em DPO, numa folha A3 ao baixo.

Considere uma superfície esférica [a], de raio 5cm e centro com abcissa 0cm, tangente ao PVP e ao PHP, e uma superfície tórica [b] de centro $\mathbf{C}_{(3;6;9)}$. O círculo de gola de [b] tem 2cm de raio e os meridianos têm 1.5cm de raio.

Determine um ponto **T** <u>qualquer</u> da linha comum a [b] e [a] e uma tangente à respectiva linha no referido ponto.

(exercício da 2ª frequência de GD I da licenciatura em Arquitectura 1999/2000)

104) Resolva o exercício, em DPO, numa folha A3 ao baixo.

Considere um elipsóide alongado [a] de eixo vertical, e centro em LT. O seu polo superior tem 5cm de cota e o seu equador tem 6cm de diâmetro.

Conduza um plano d tg. a [a]. d é paralelo à recta **r** (**r** faz 40º com o PHP e 60º com o PVP).

(exercício da 2ª frequência de GD I da licenciatura em Arquitectura 1999/2000)

105) Resolva o exercício, em DPO, numa folha A3 ao baixo.

Considere um parabolóide hiperbólico [a] com geratrizes de nivel e de perfil. **g** e **g1** são geratrizes de nível de [a]. **g** tem cota 3cm e **g'** faz 45º a.d.; **Vg** tem -6cm de abcissa. **g1** tem 6cm de cota e **g1'** faz 45º a.e.; **Vg1** tem 6cm de abcissa.

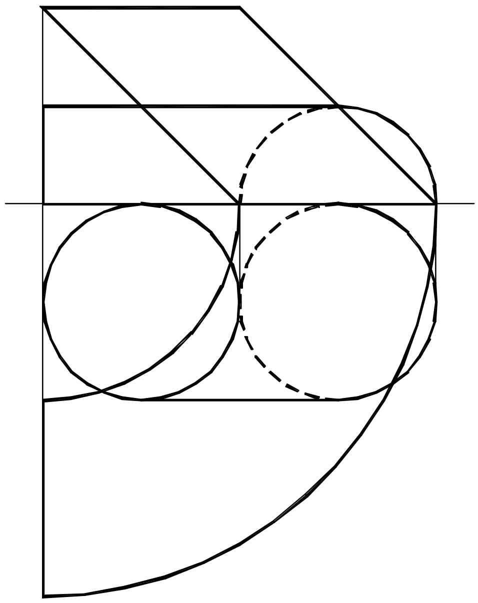
Conduza um plano d tg a [a] sabendo que **h**d faz 30º a.e. com LT e que d faz 45º com o PHP.

(exercício da 2ª frequência de GD I da licenciatura em Arquitectura 1999/2000)

106) Resolva o exercício, em DPO, numa folha A3 ao baixo.

Considere os dois sólidos a seguir representados (a altura do cilindro é de 5cm; o raio dos meridianos do toro é de 2,5cm e a inclinação das geratrizes do cilindro é de 45º) .

Determine um ponto **T** <u>qualquer</u> da linha comum às superfícies dos dois sólidos e uma tangente à respectiva linha no referido ponto.



(exercício do exame final de GD I da licenciatura em Arquitectura 1999/2000)

107) Resolva o exercício, em DPO, numa folha A3 ao baixo.

Considere uma superfície esférica [a], de raio 4cm, tg ao PVP e a um plano de nível de cota 2cm. O centro da superfície tem cota e afastamento positivos.

Determine um ponto **T** <u>qualquer</u> de [a], com cota igual ao afastamento, e conduza por **T** um plano tangente a [a].

Efectue uma memória descritiva e justificativa exercício.

(exercício do exame final de GD I da licenciatura em Arquitectura 1999/2000)

108) Resolva o exercício, em DPO, numa folha A3 ao baixo.

Represente, em isometria, um cubo assente no plano **x.y**. Um vértice da base do cubo pertence ao eixo **x** e dista 4cm de **O**. Outro vértice da base do cubo pertence a **y** e dista 2,5cm de **O**.

Determine a secção produzida no sólido por um plano ^ a **x.z**, fazendo 45º com **x.y** e contendo o centro do sólido.

Considere a secção anteriormente determinada com sendo a base de um prisma recto com 3cm de altura.

Represente o sólido resultante da união da parte inferior do cubo com o prisma.

Efectue uma memória descritiva e justificativa do exercício.

(exercício do exame final de GD I da licenciatura em Arquitectura 1999/2000)

109) Resolva o exercício, em DPO, numa folha A3 ao baixo.

Considere a recta **g**(g''_45º a.d.; g'_45º a.e.) cujo traço horizontal é o ponto $\mathbf{H}_{(-2.5;13.5;0)}$.

Considere ainda os pontos $\mathbf{A}_{(4;5.5;2)}$ e $\mathbf{B}_{(-4;9;7)}$.

A recta **g** é uma geratriz de um hiperbolóide de revolução **[μ]**, de eixo vertical, ao qual pertencem os pontos **A** e **B**.

Conduza um plano **ø** tg a **[μ]** sabendo que **vø** faz com LT 30º a.e. e **hø** faz com LT 30º a.d..

(exercício do exame de melhoria e recurso GD I da licenciatura em Arquitectura 1999/2000)

110) Resolva o exercício, em DPO, numa folha A3 ao baixo.

Considere a circunferência **[d]** de nivel com raio de 4cm. O seu centro é o ponto $\mathbf{C}_{(0;4;7)}$. Considere ainda o ponto $\mathbf{A}_{(-2;2;12)}$.

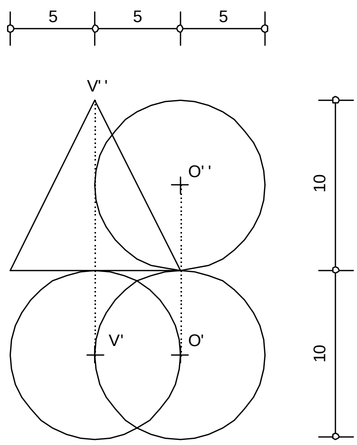
A circunferência **[d]** é o equador de um elipsóide alongado **[μ]**, de eixo vertical, ao qual pertence o ponto **A**.

Conduza um plano **ø** tg a **[μ]** sabendo que **vø** faz com LT 45º a.e. e **hø** faz com LT 60º a.e..

(exercício do exame de melhoria e recurso GD I da licenciatura em Arquitectura 1999/2000)

111) Resolva o exercício, em DPO, numa folha A3 ao baixo.

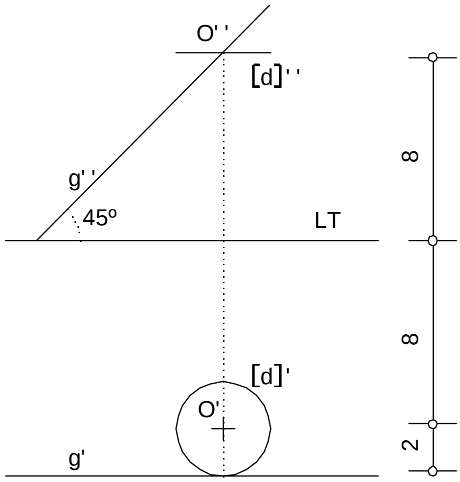
Determine um ponto da linha comum às superfícies dos dois sólidos abaixo representados em DPO e a respectiva tangente que deverá ser oblíqua.



(exercício do exame de época especial GD I da licenciatura em Arquitectura 1999/2000)

112) Resolva o exercício, em DPO, numa folha A3 ao baixo.

Considere o hiperbolóide de revolução abaixo definido em DPO por uma geratriz **g** de frente e pelo círculo de gola **[d]**. Faça concordar com o hiperbolóide uma superfície esférica ao longo do paralelo de cota +11cm e conduza um plano obliquo tangente a ambas as superfícies.



(exercício do exame de época especial GD I da licenciatura em Arquitectura 1999/2000)