

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

- SUPERFÍCIES -

Ano lectivo 2010/2011

Este documento contém um conjunto de exercícios resolvidos sobre o tema das superfícies.

Os exercícios foram retirados de provas de frequências e exames de anos anteriores. As soluções que se apresentam não estão comentadas e apresentam apenas os traçados que permitem entender a solução, sendo por vezes omitidos os traçados relativos às construções bem como alguma notação. Também sucede que por vezes vários exercícios naquelas provas se encontram interligados pelo que pode haver informação nos dados que pode ser ignorada dado referir-se a tópicos distintos da axonometria.

Dado que os programas variam de ano para ano e a incidência dos temas é diversa, pode acontecer que alguns exercícios se refiram a tópicos não abordados nas aulas. Se tiver alguma dúvida esclareça-a com o docente.

Entenda este documento com um auxiliar de trabalho e não como um instrumento de consulta passiva.

Bom trabalho!

Luís Mateus

duração: 2h

Permitida a consulta de apontamentos

xxx de Julho

xxx h

O 1º exercício é de resposta obrigatória.

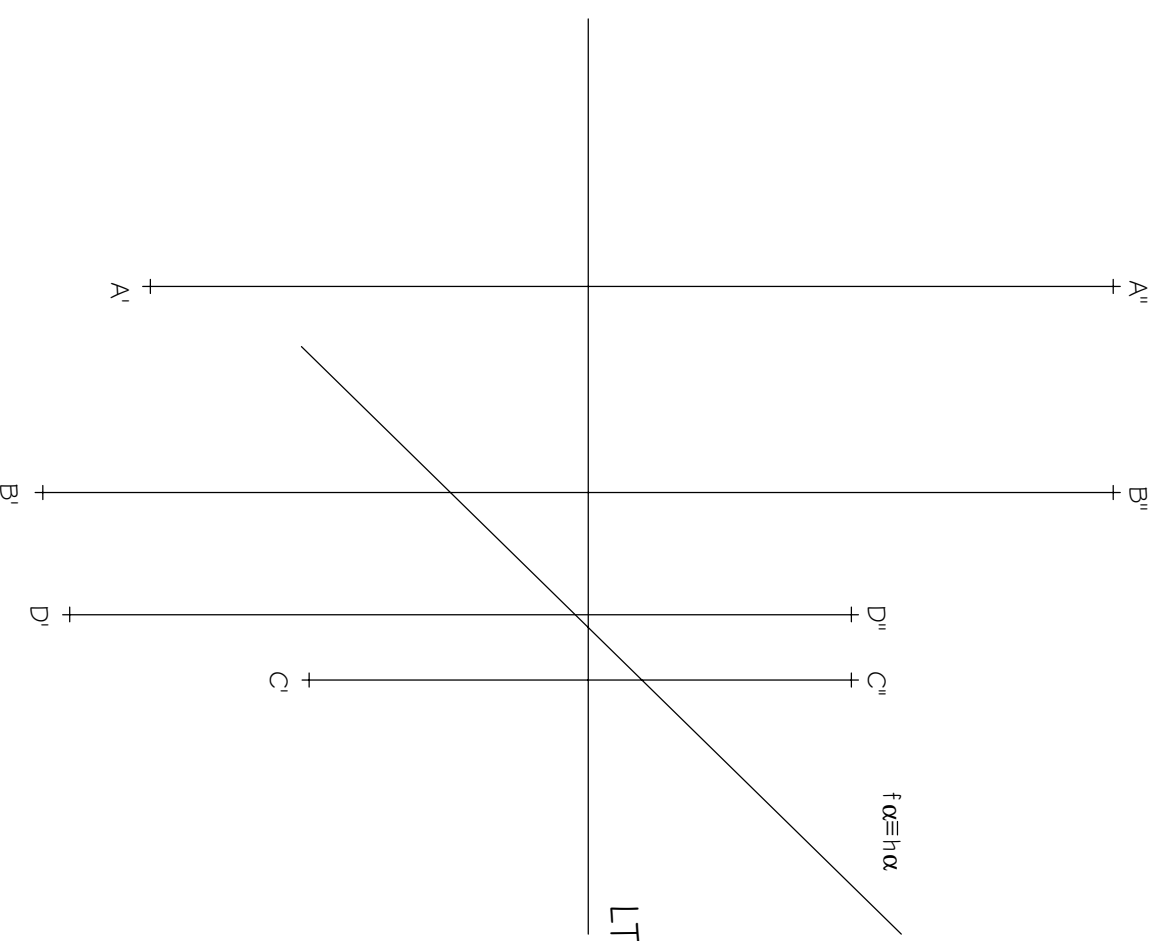
Dos 2º e 3º exercícios deverá responder apenas a um.

A base para a execução dos exercícios 2 e 3 é a mesma.

1º EXERCÍCIO

Conhecendo as projecções dos pontos A, B, C e D, determine:

- as projecções da superfície esférica que passa pelos pontos A, B, C e D.
- um plano tangente à superfície esférica paralelo ao plano dado.



2º EXERCÍCIO - Axonometria

Considere o triângulo fundamental da axonometria, definido pelos pontos X, Y e Z.

X, Y e Z são os traços no plano de projecção dos eixos x, y e z respectivamente.

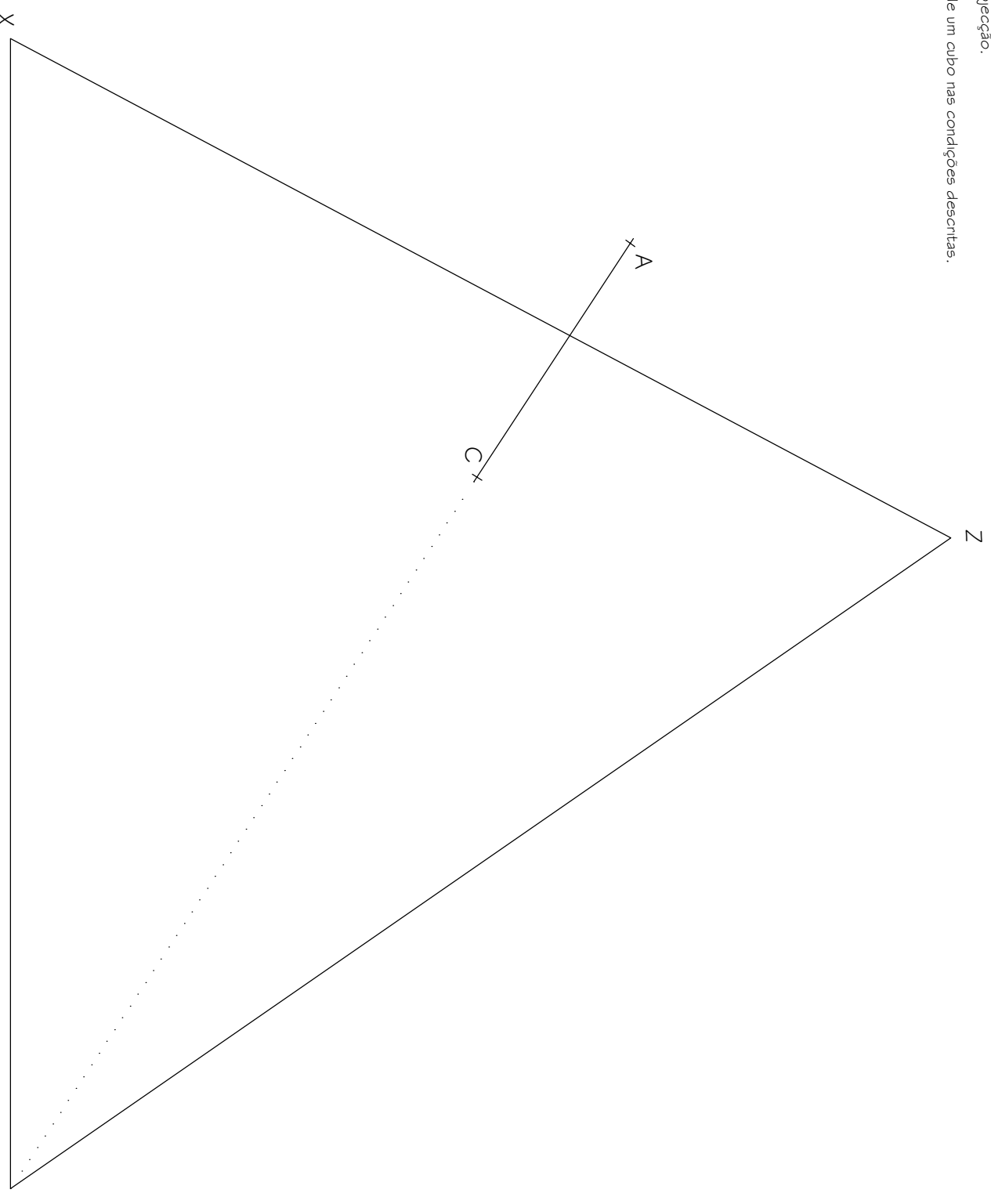
Sabendo que AC é uma diagonal de uma face de um cubo com uma face contida em XOz, determine:

- os eixos da axonometria, a origem e a distância da origem ao plano de projecção.
- a axonometria de um cubo nas condições descritas.

3º EXERCÍCIO - Perspectiva

Sabendo que X, Y e Z são pontos de fuga de direcções ortogonais entre si, e que AC é a perspectiva de uma diagonal de uma face de um cubo cuja orientação é definida pelos pontos de fuga X e Y, determine:

- o ponto F, e a distância do observador ao quadro.
- a perspectiva de um cubo nas condições descritas.



Nome: _____

duração: 2h

Permitida a consulta de apontamentos

xxx de Julho

xxx h

O 1º exercício é de resposta obrigatória.

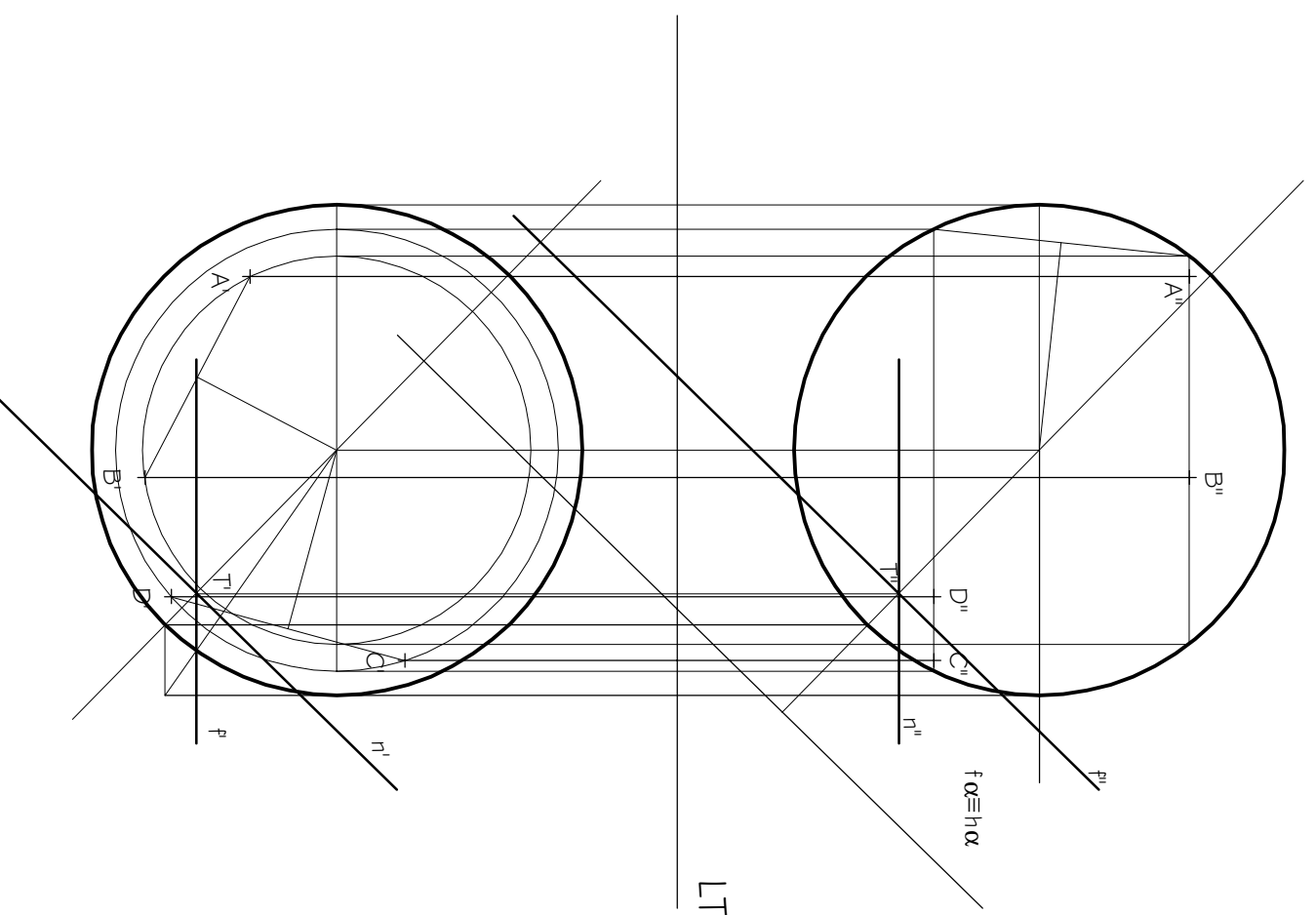
Dos 2º e 3º exercícios deverá responder apenas a um.

A base para a execução dos exercícios 2 e 3 é a mesma.

1º EXERCÍCIO

Conhecendo as projecções dos pontos A, B, C e D, determine:

- as projecções da superfície esférica que passa pelos pontos A, B, C e D.
- um plano tangente à superfície esférica paralelo ao plano dado.



2º EXERCÍCIO - Axonometria

Considere o triângulo fundamental da axonometria, definido pelos pontos X, Y e Z.

X, Y e Z são os traços no plano de projecção dos eixos x, y e z respectivamente.

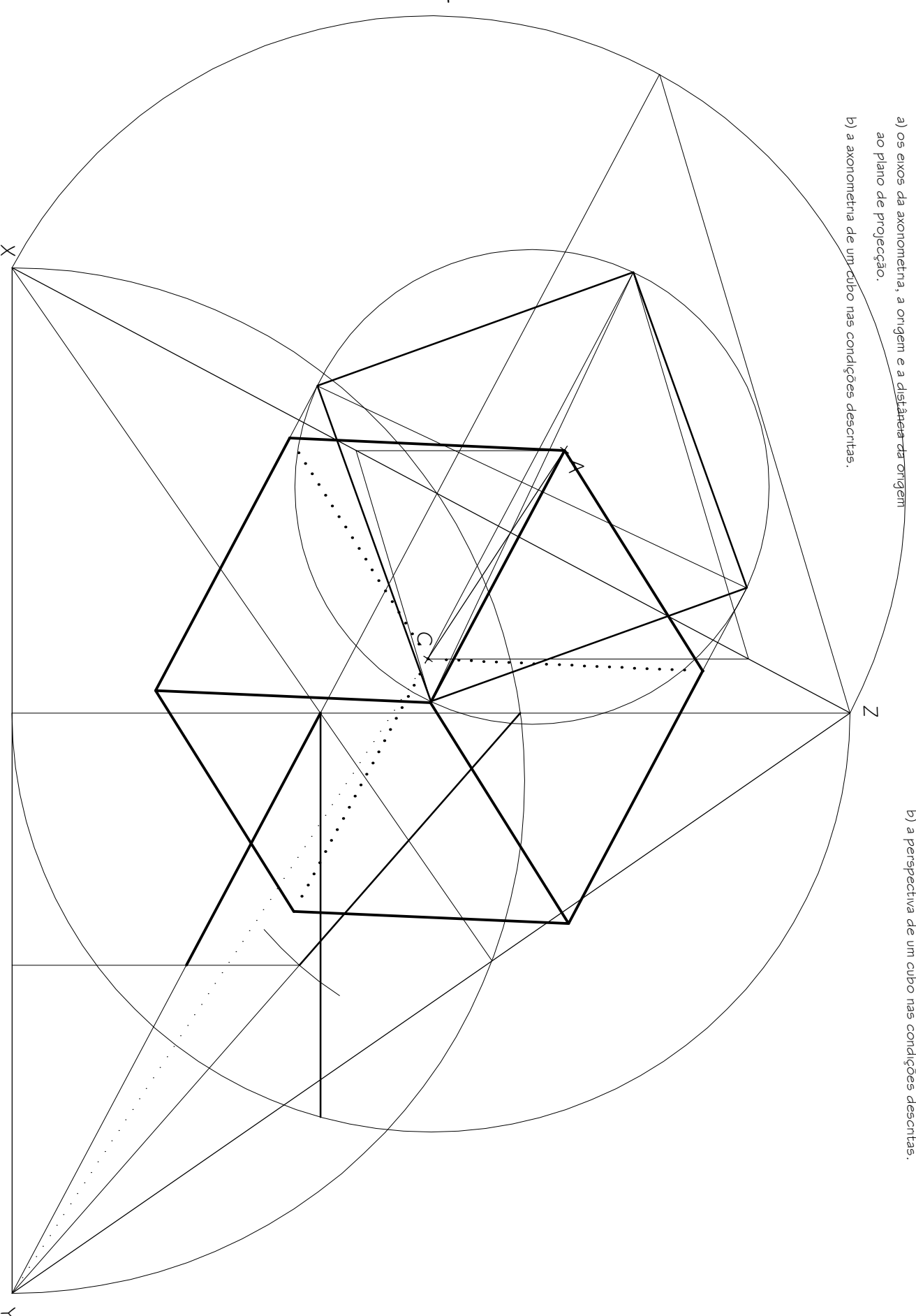
Sabendo que AC é uma diagonal de uma face de um cubo com uma face contida em XOz, determine:

- os eixos da axonometria, a origem e a distância da origem ao plano de projecção.
- a axonometria de um cubo nas condições descritas.

3º EXERCÍCIO - Perspectiva

Sabendo que X, Y e Z são pontos de fuga de direcções ortogonais entre si, e que AC é a perspectiva de uma diagonal de uma face de um cubo cuja orientação é definida pelos pontos de fuga X e Y, determine:

- o ponto F, e a distância do observador ao quadro.
- a perspectiva de um cubo nas condições descritas.



Nome: _____

duração: 2h 9 de Set. xxx h.
Permitida a consulta de apontamentos

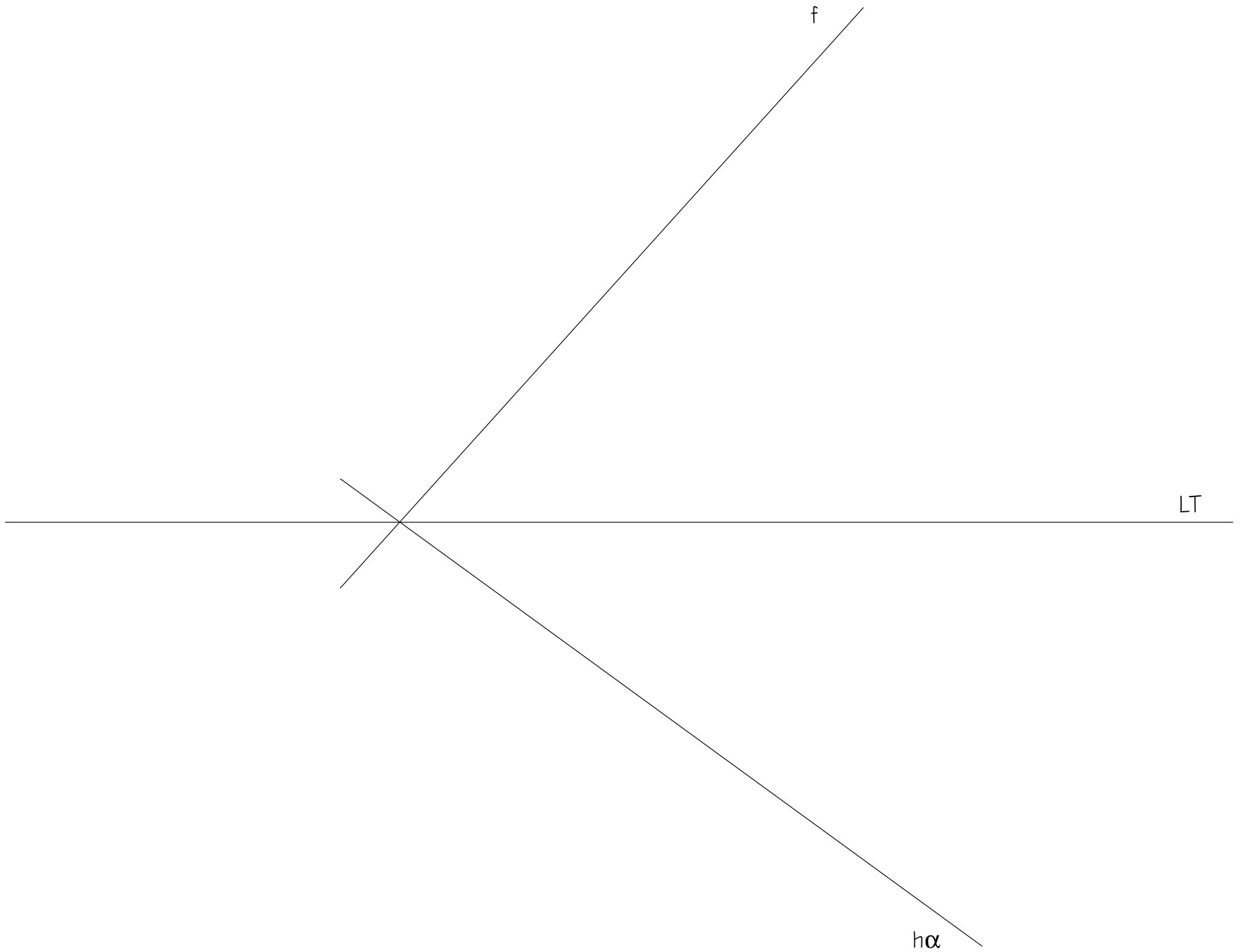
Nome: _____

1º EXERCÍCIO - Superfícies

O plano α é tangente a uma superfície esférica $[\pi]$ de raio 2 cm.

Sabendo que a superfície é tangente ao PHP e ao PVP, determine:

- as suas projecções, sabendo que o seu centro tem cota e afastamento positivos.
- um ponto P, pertencente a $[\pi]$, com 3 cm de cota e 1 cm de afastamento.
- o plano ω tangente a $[\pi]$ em P.



duração: 2h 9 de Set. xxx h.
Permitida a consulta de apontamentos

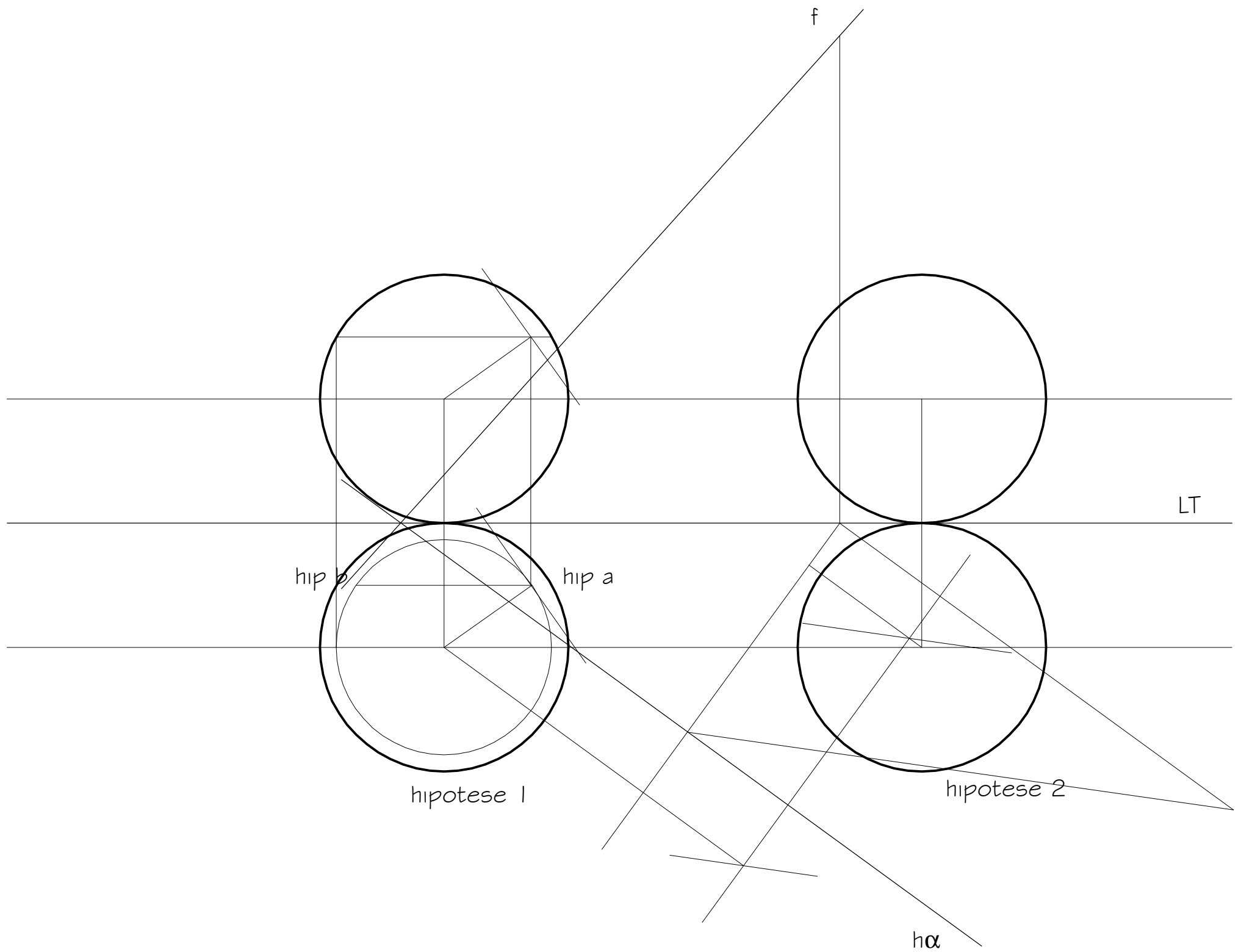
Nome: _____

1º EXERCÍCIO - Superfícies

O plano α é tangente a uma superfície esférica $[\pi]$ de raio 2 cm.

Sabendo que a superfície é tangente ao PHP e ao PVP, determine:

- as suas projecções, sabendo que o seu centro tem cota e afastamento positivos.
- um ponto P, pertencente a $[\pi]$, com 3 cm de cota e 1 cm de afastamento.
- o plano ω tangente a $[\pi]$ em P.





2ª frequência

11 de Junho de 2004 – 10h

A prova terá a duração de 120 minutos.

Leia com atenção o enunciado antes de começar a responder.

É permitida a consulta de apontamentos.

Deverá resolver os exercícios em folhas A3 com a identificação no canto inferior direito.

A unidade considerada é o **cm (centímetro)**

1º exercício (10v)

SUPERFÍCIES

Resolva o exercício em DPO (dupla projecção ortogonal), numa folha ao alto, com a LT a meio da folha com a origem das coordenadas ao centro.

Dados:

Considere uma superfície esférica $[\alpha]$ com 5 de raio e centro $C(0; 10; 10)$.

Considere a orientação λ ($v\lambda \rightarrow 60^\circ$ abertura para a direita; $h\lambda \rightarrow 50^\circ$ abertura para a direita).

Considere um cubo $[\pi]$ com quatro arestas horizontais e todas as faces contidas em planos tangentes à superfície esférica $[\alpha]$.

Problema:

a) Represente a superfície esférica $[\alpha]$ pelas suas projecções.

b) Determine planos ε e η , com a orientação λ , tangentes a $[\alpha]$.

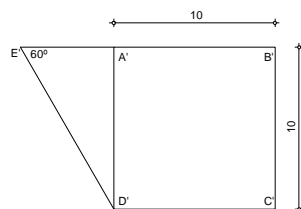
c) Determine as projecções do cubo $[\pi]$ sabendo que os planos ε e η contêm faces do mesmo.

2º exercício (10v)

SUPERFÍCIES / AXONOMETRIA

Resolva o exercício numa ISOMETRIA convencional, numa folha ao baixo, com a origem do sistema ao centro.

Dados:



Os pontos **A'**, **B'**, **C'** e **D'** definem um quadrado à cota 0.

Os pontos **B** e **D** têm cota 3; os pontos **A** e **C** têm cota 10.

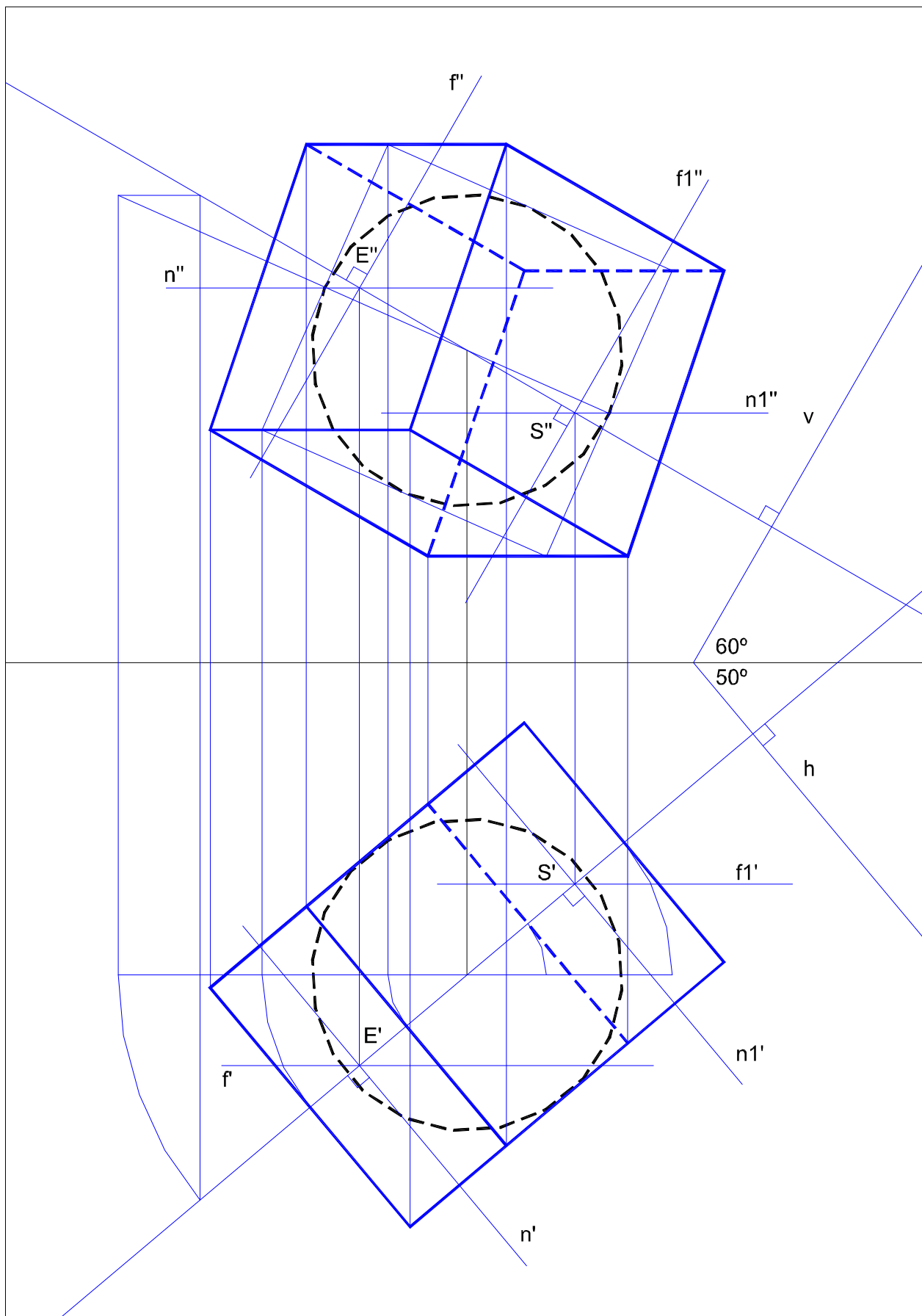
A.B e **C.D** definem duas geratrizes, de um sistema, de um parabolóide hiperbólico $[a]$; **A.D** e **B.C** definem duas geratrizes, do outro sistema, do parabolóide hiperbólico $[a]$.

O ponto **E** pertence a $[a]$.

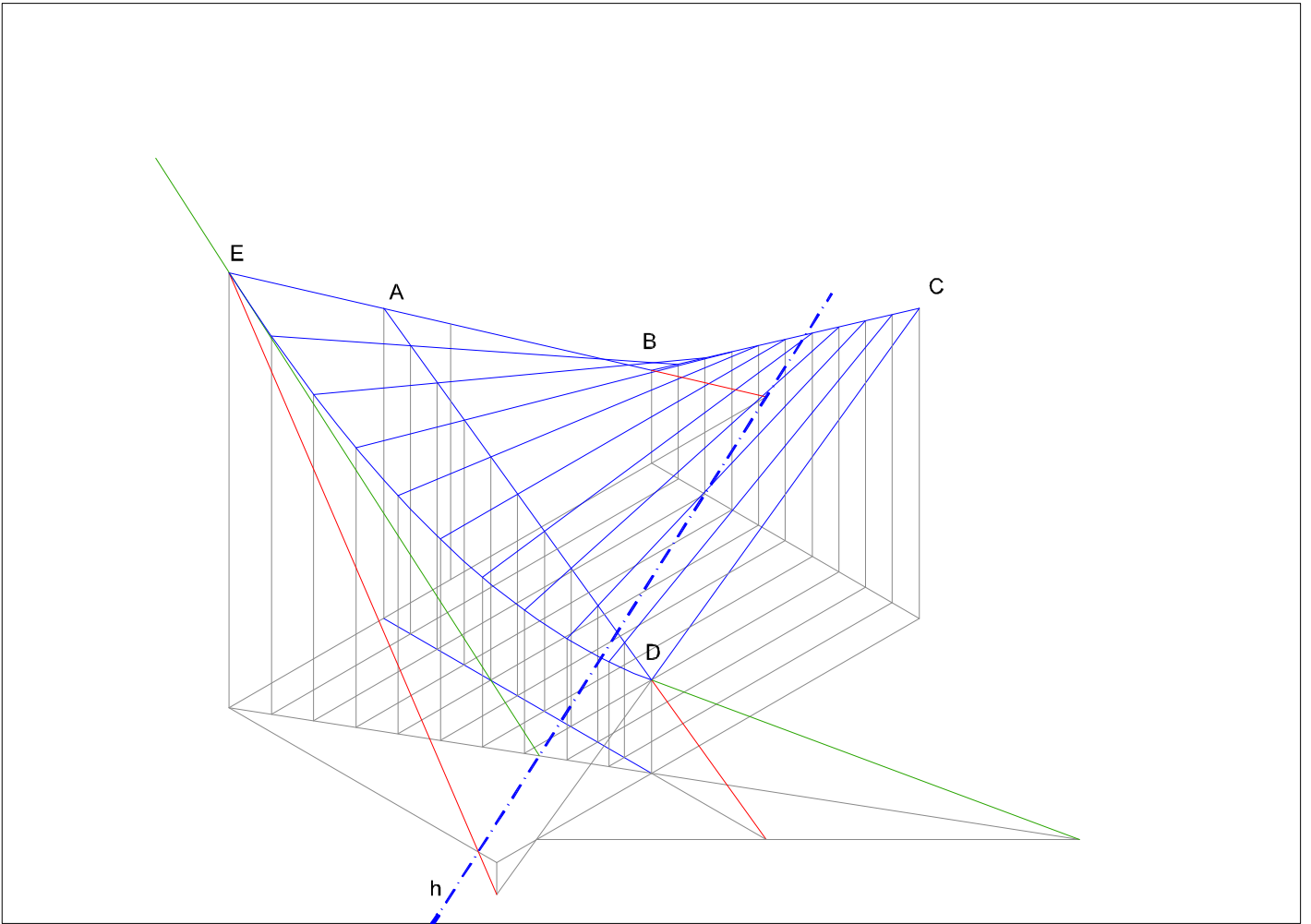
Problema:

a) Represente a porção de $[a]$ delimitada pelos planos verticais de **E.B**, **B.C**, **C.D** e **D.E**.

b) Determine o plano b , tangente a $[a]$ em **E**, representando o seu traço horizontal.



exercício 1 – o rectângulo corresponde ao A3



exercício 2 – o rectângulo corresponde ao A3



FAUTL

Secção de Desenho/ Geometria /CAD

2003 / 2004

1º ano - Arquitectura de Design - Geometria Descritiva

exame final

23 de Junho de 2004 – 10h

A prova terá a duração de 120 minutos.

Leia com atenção o enunciado antes de começar a responder.

É permitida a consulta de apontamentos.

Deverá resolver os exercícios em folhas A3 ao baixo com a identificação no canto inferior direito.

A unidade considerada é o **cm (centímetro)**.

O 3º exercício é de resposta obrigatória. Dos primeiros dois exercícios deverá resolver apenas um.

3º exercício (10v)

SUPERFÍCIES

Dados:

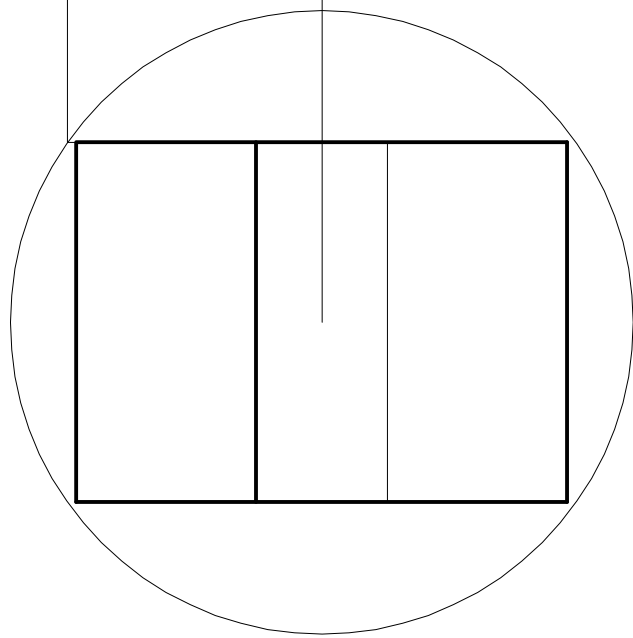
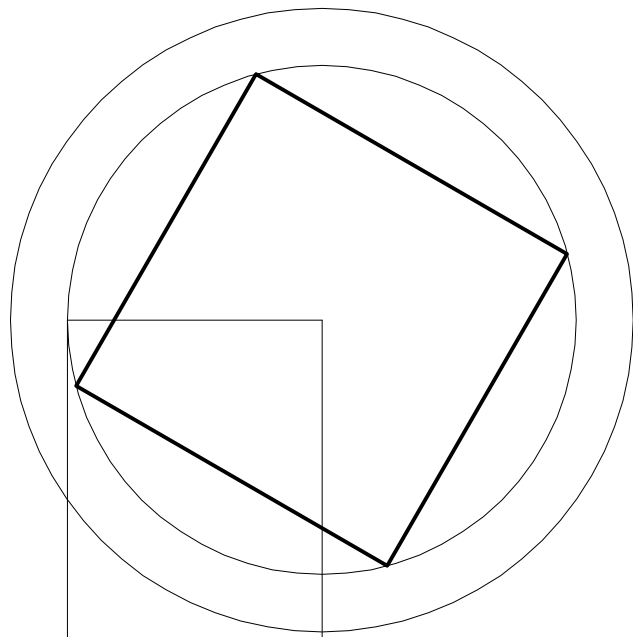
Resolva o exercício em DPO (dupla projecção ortogonal). Coloque a LT a meio da folha com a origem das coordenadas ao centro.

Considere um cubo com 5 de aresta. O cubo tem duas faces frontais, duas faces de topo a 60º abertura para a direita, e duas faces de topo a 30º abertura para a esquerda.

Problema:

a) Represente o cubo sabendo que o seu centro é o ponto C (0; 10; 10).

b) Determine as projecções de uma superfície esférica que contenha todos os vértices do cubo.





FAUTL

Secção de Desenho/ Geometria /CAD

2003 / 2004

1º ano – Arquitectura de Interiores - Geometria Descritiva I

1ª frequência

28 de Janeiro de 2004 – 10h

A prova terá a duração de 120 minutos.

Leia com atenção o enunciado antes de começar a responder.

É permitida a consulta de apontamentos.

Deverá resolver os exercícios em folhas A3 ao baixo com a identificação no canto inferior direito.

A unidade considerada é o **cm (centímetro)**

2º exercício

SUPERFÍCIES

Resolva o exercício em **Dupla Projecção Ortogonal**.

Considere a LT a meio da folha com a origem das coordenadas ao centro.

Dados:

. Os pontos A (0; 12; 0) e B (-6; 8; 0) pertencem à circunferência [c] que delimita a base de um cone de revolução com altura igual ao maior dos dígitos constantes no seu número mecanográfico (o seu número de aluno). O cone situa-se no 1º Quadrante.

Problema:

a) Determine as projecções do cone, sabendo que a base é tangente a LT (eixo x). ⁽¹⁾

b) Determine a secção produzida no cone por um plano de topo, a 30º a.d. com o PHP, passante pelo ponto médio do eixo.

c) Determine, aproximadamente, o ângulo do sector circular (porção de círculo delimitada por um arco e dois raios) correspondente à planificação da superfície lateral do cone.

⁽¹⁾ se não conseguir determinar a circunferência da base considere raio = 5

2

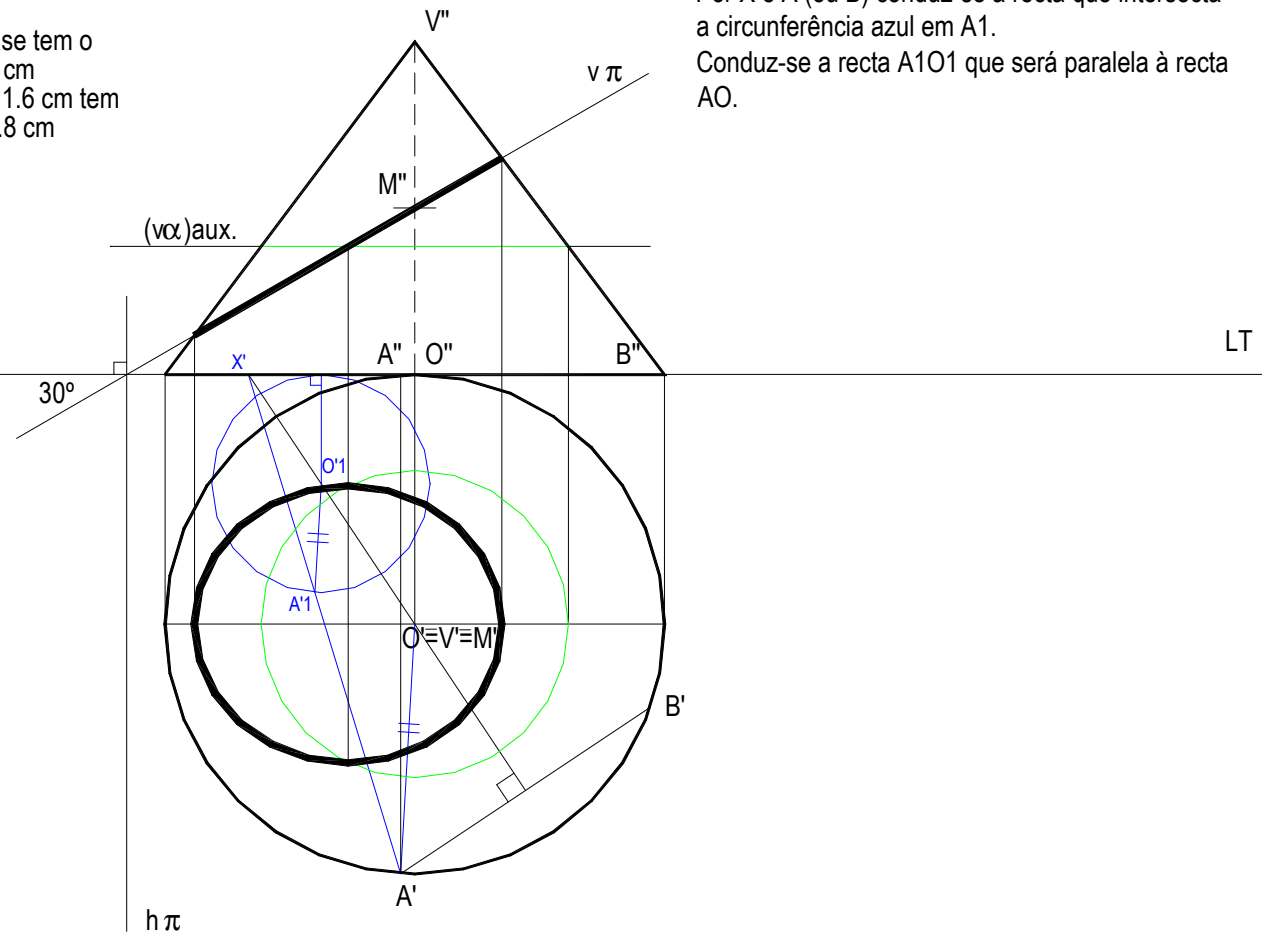
c)

- . neste exemplo V tem cota 8.
- . neste exemplo as geratrizes da superfície cônica medem aproximadamente 10 cm
- . neste exemplo a circunferência da base tem o perímetro com aproximadamente 37.7 cm
- . uma circunferência com raio igual a 11.6 cm tem o perímetro com aproximadamente 62.8 cm

$$37.7 \frac{\text{cm}}{\text{cm}} = x$$

$$62.8 \frac{\text{cm}}{\text{cm}} = 360^\circ$$

$$x \approx 216.1^\circ$$



α auxiliar não é o único plano auxiliar que se utiliza.

A circunferência azul, tangente à LT, é qualquer com centro O_1 sobre a mediatriz do segmento AB. Por X e A (ou B) conduz-se a recta que intersecta a circunferência azul em A1.

Conduz-se a recta A1O1 que será paralela à recta AO.



FAUTL

Secção de Desenho/ Geometria /CAD

2003 / 2004

1º ano – Arquitectura de Interiores - Geometria Descritiva I

2ª frequência

9 de Junho de 2004 – 10h

A prova terá a duração de 120 minutos.

Leia com atenção o enunciado antes de começar a responder.

É permitida a consulta de apontamentos.

Deverá resolver os exercícios em folhas A3 ao alto com a identificação no canto inferior direito.

A unidade considerada é o **cm (centímetro)**.

Resolva os exercícios em DPO (dupla projecção ortogonal).

Coloque a Linha de Terra (eixo x) a meio da folha, na horizontal, com a origem das coordenadas ao centro.

1º exercício (10v)

SUPERFÍCIES

Dados:

Considere uma superfície esférica $[\alpha]$ de raio 5 e centro C (0; 10,5; 7).

Considere uma pirâmide quadrangular regular $[\delta]$ com a base quadrada horizontal e todas as faces (incluindo a base) contidas em planos tangentes à superfície esférica $[\alpha]$.

Problema:

- Represente a superfície esférica $[\alpha]$ pelas suas projecções.
- Determine as projecções de um ponto P, contido na superfície esférica $[\alpha]$, com 9 de cota e 2 de abcissa.
- Defina o plano β tangente à superfície esférica $[\alpha]$ em P.
- Represente, pelas suas projecções, a pirâmide $[\delta]$ sabendo que o plano β contém uma das suas faces.

2º exercício (10v)

SUPERFÍCIES

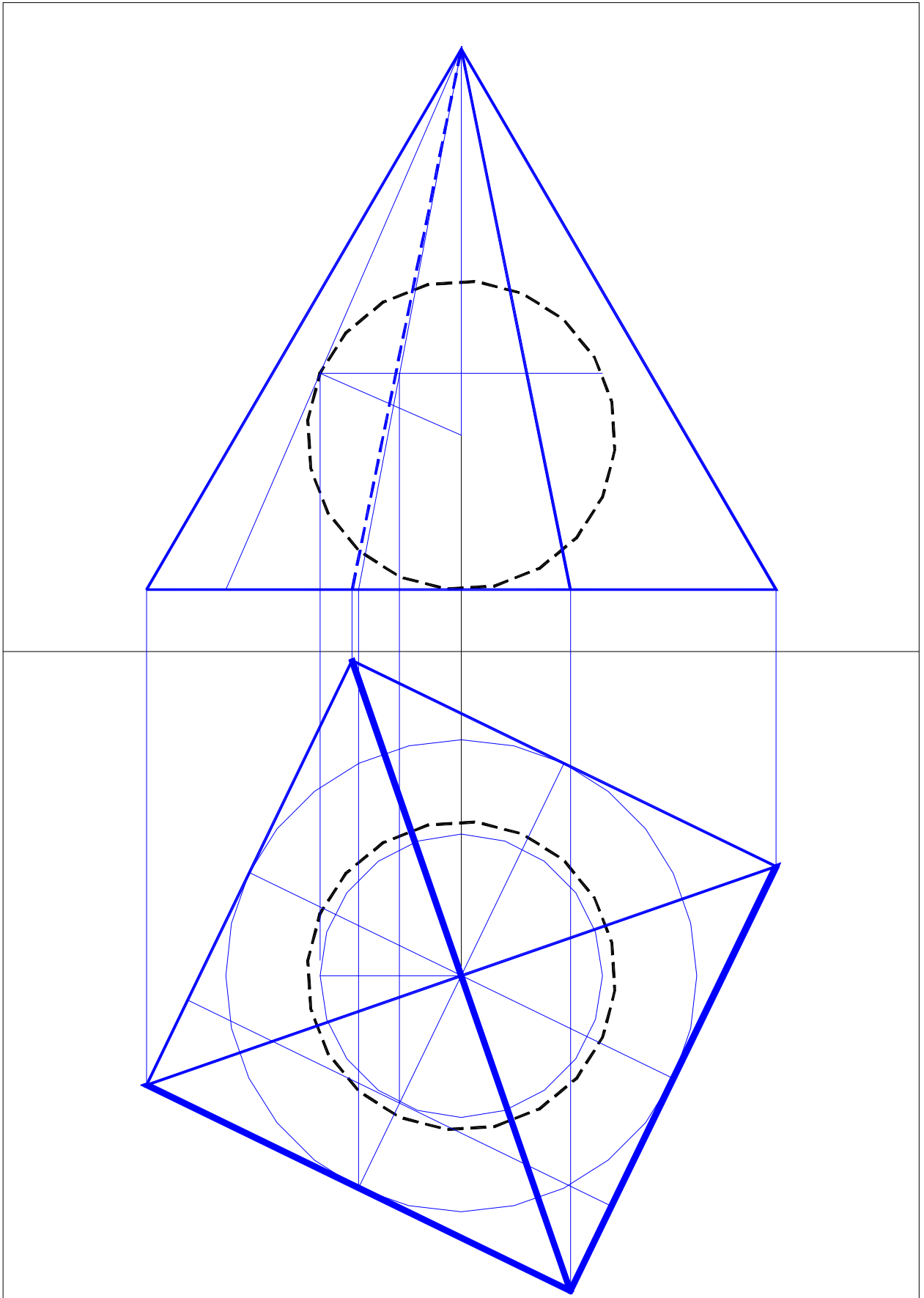
Dados:

Considere um plano de topo π ($v\pi \rightarrow 60^\circ$ abertura para a direita)

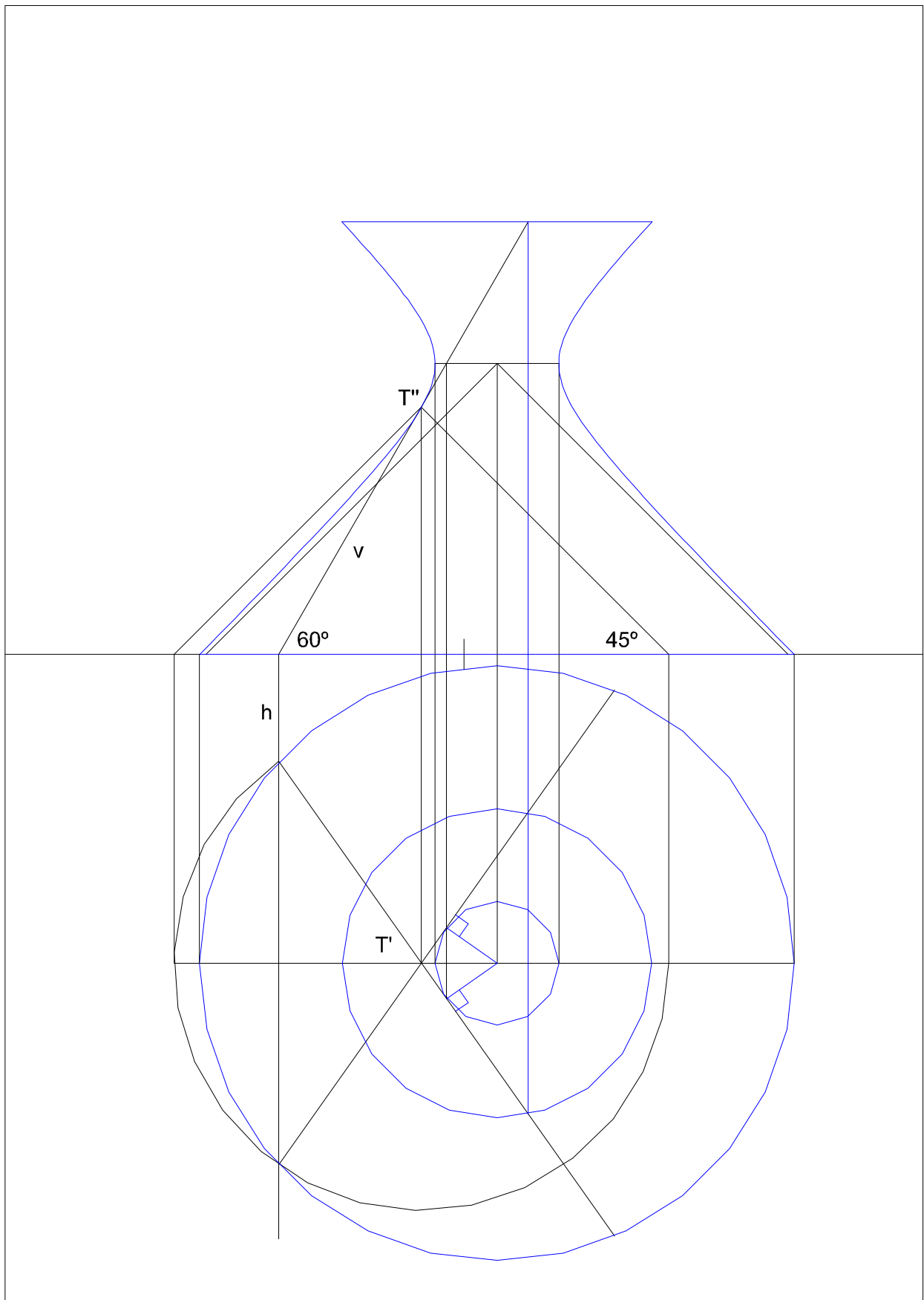
Considere um hiperbolóide de revolução $[\gamma]$ de eixo vertical, cujo círculo de gola tem 2 de raio e cujas geratrizes fazem 45° com o Plano Horizontal de Projecção.

Problema:

- Determine os traços do plano π sabendo que este contém o ponto da LT 6 à esquerda da origem das coordenadas.
- Sabendo que o plano π é tangente à superfície de $[\gamma]$ num ponto T com 8 de cota e 10 de afastamento, e que a cota do círculo de gola é superior à do ponto T, represente a porção de $[\gamma]$ delimitada pelo Plano Horizontal de Projecção e por um plano de nível à cota 14.



exercício 1 – o retângulo corresponde ao A3



exercício 2 – o rectângulo corresponde ao A3 (não foram considerados os paralelos que permitem determinar pontos do contorno aparente vertical)



FAUTL

Secção de Desenho/ Geometria /CAD

2003 / 2004

1º ano - Arquitectura de Interiores - Geometria Descritiva I

exame final

22 de Junho de 2004 – 10h

A prova terá a duração de 120 minutos.

Leia com atenção o enunciado antes de começar a responder.

É permitida a consulta de apontamentos.

Deverá resolver os exercícios em folhas A3 ao baixo com a identificação no canto inferior direito.

A unidade considerada é o **cm (centímetro)**.

2º exercício (10v)

SUPERFÍCIES

Dados:

Resolva o exercício em DPO (dupla projecção ortogonal). Coloque a LT a meio da folha com a origem das coordenadas ao centro.

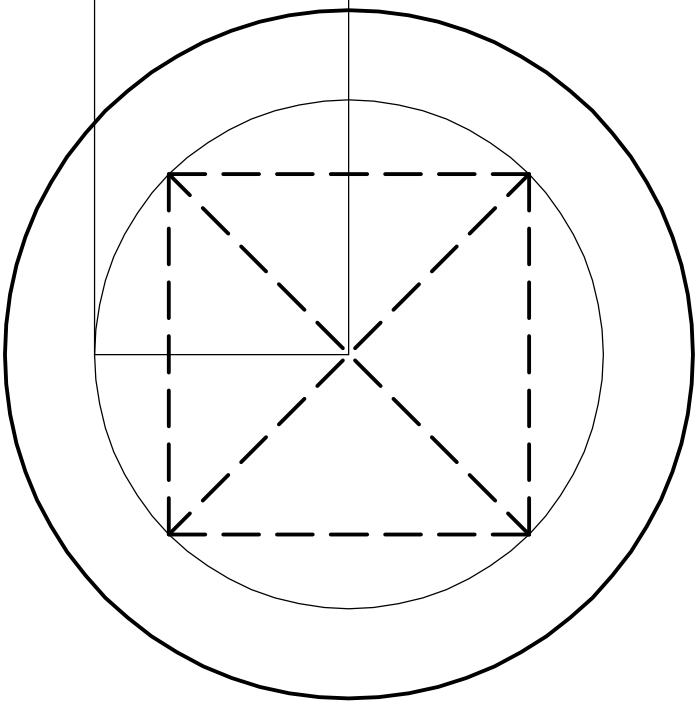
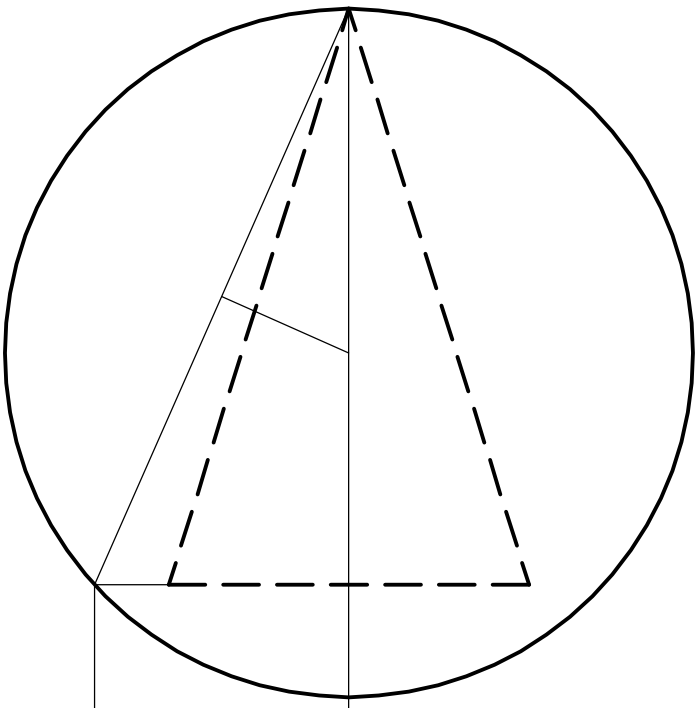
Considere uma pirâmide quadrangular regular com base horizontal e altura 8.

A base está à cota 5, tem 5 de lado.

Problema:

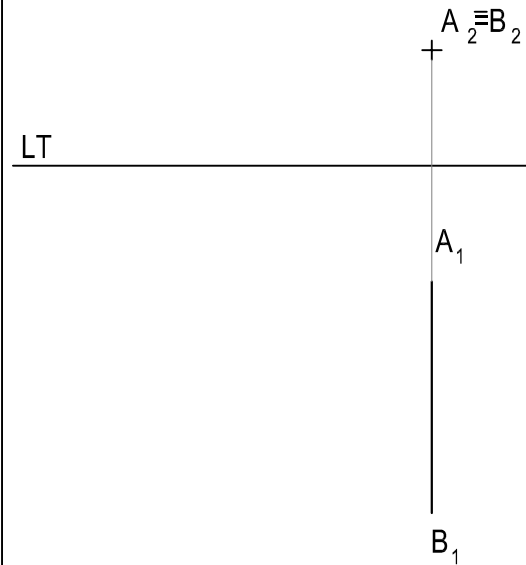
a) Represente a pirâmide sabendo que o centro da base é o ponto C (0; 6; 5), que esta tem dois lados de topo, e que o vértice tem cota positiva.

b) Determine as projecções de uma superfície esférica que contenha todos os vértices da pirâmide.



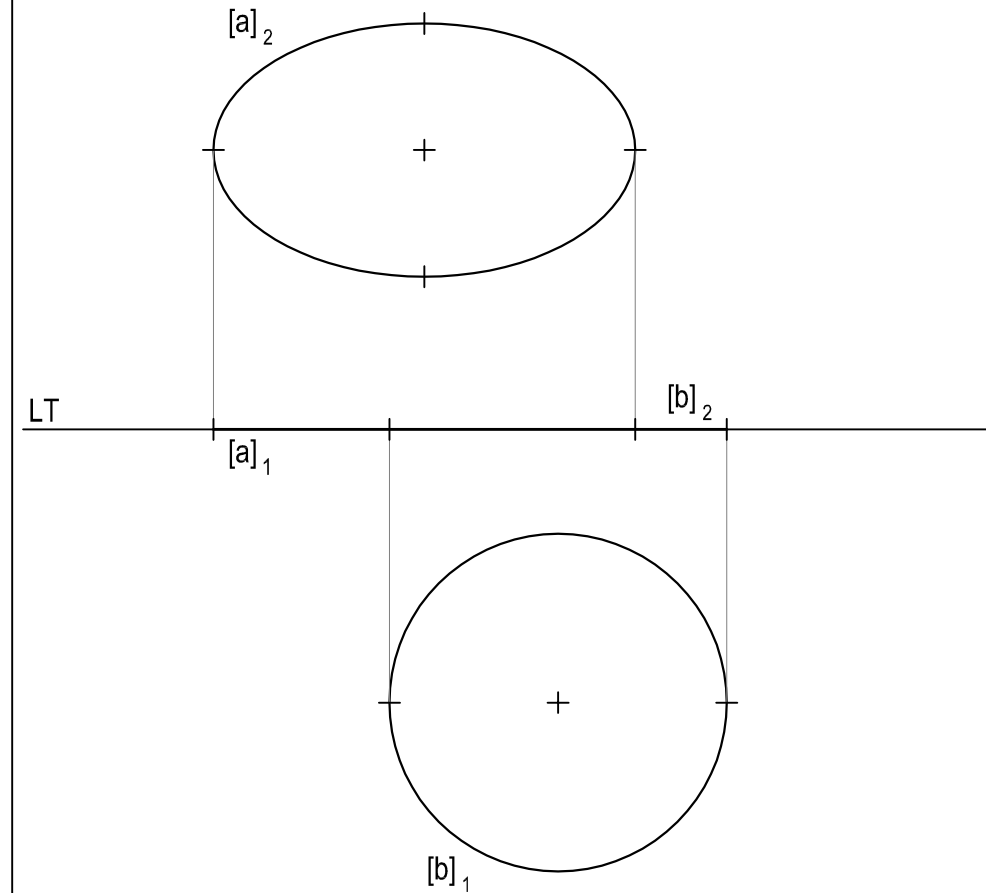
1)

Os pontos **A** e **B** definem o lado comum a dois pentágonos regulares que estão entre si como as faces de um dodecaedro regular. Represente-os sabendo que todos os vértices dos dois pentágonos têm cota positiva à excepção de um que tem cota 0.



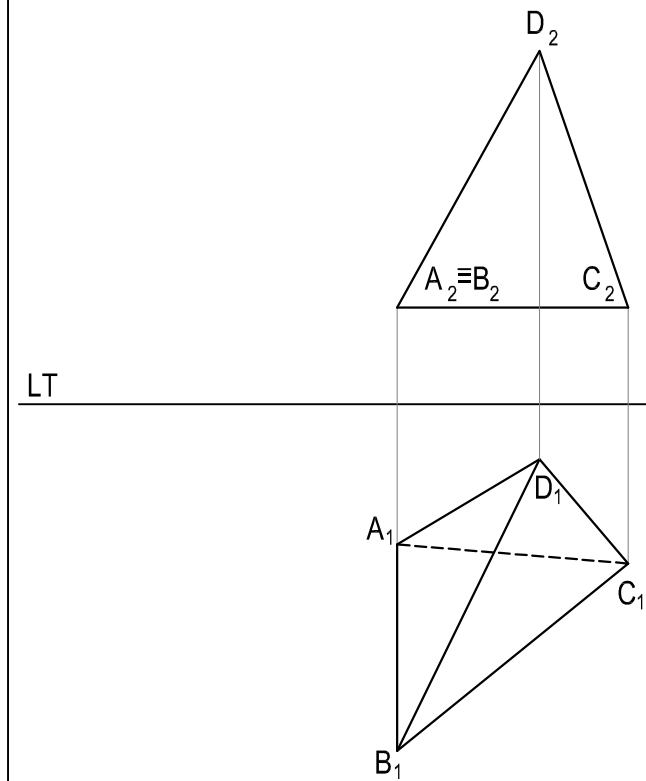
2)

A elipse **[a]** e a circunferência **[b]** definem uma convoluta. Represente uma geratriz **g** da sua superfície não passante pelos extremos dos eixos principais da elipse.



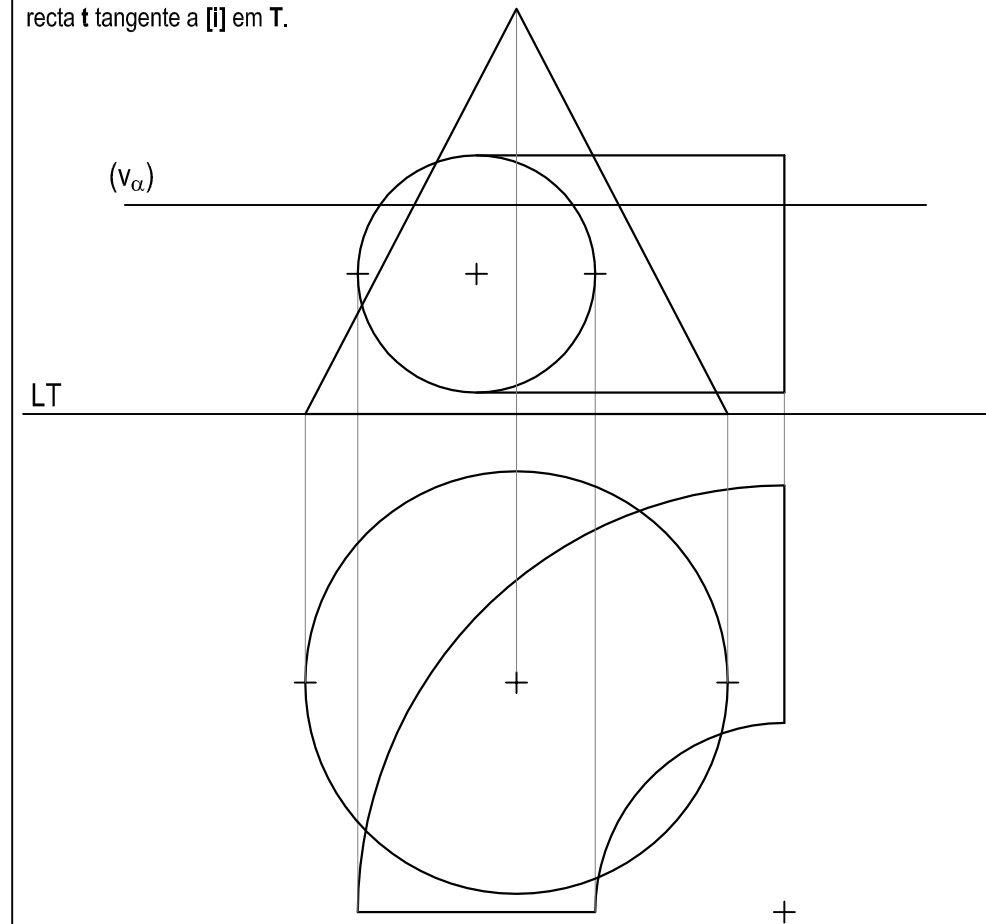
3)

Determine as projecções da superfície esférica que passa pelos vértices da pirâmide dada.



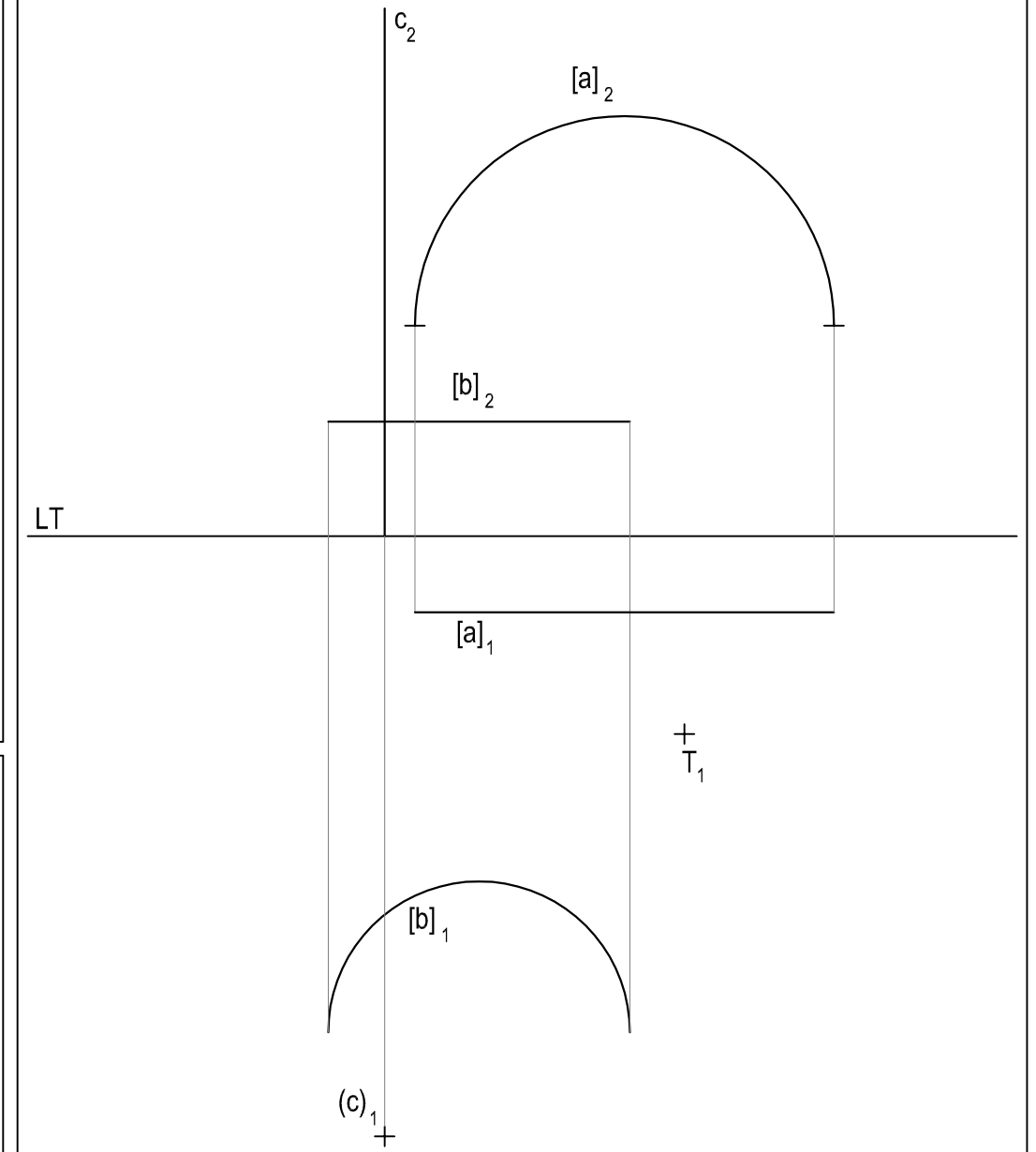
4)

Determine as projecções de um ponto **T** da linha de intersecção **[i]** entre as superfícies do cone e do toro abaixo representadas. O ponto **T** está contido no plano α . Determine as projecções da recta **t** tangente a **[i]** em **T**.



5)

A recta **c** e as semi-circunferências **[a]** e **[b]** definem uma superfície regrada empenada $[\delta]$. O ponto **T** está contido na superfície $[\delta]$. Determine as projecções da geratriz **g**, da superfície $[\delta]$, passante pelo ponto **T**. Defina o plano β tangente à superfície $[\delta]$ em **T**.



Faculdade de Arquitectura da UTL - 2007/2008
Departamento de Arquitectura

Secção de Desenho/Geometria/CAD
Geometria Descritiva e Conceptual III
10 de Janeiro - 10h

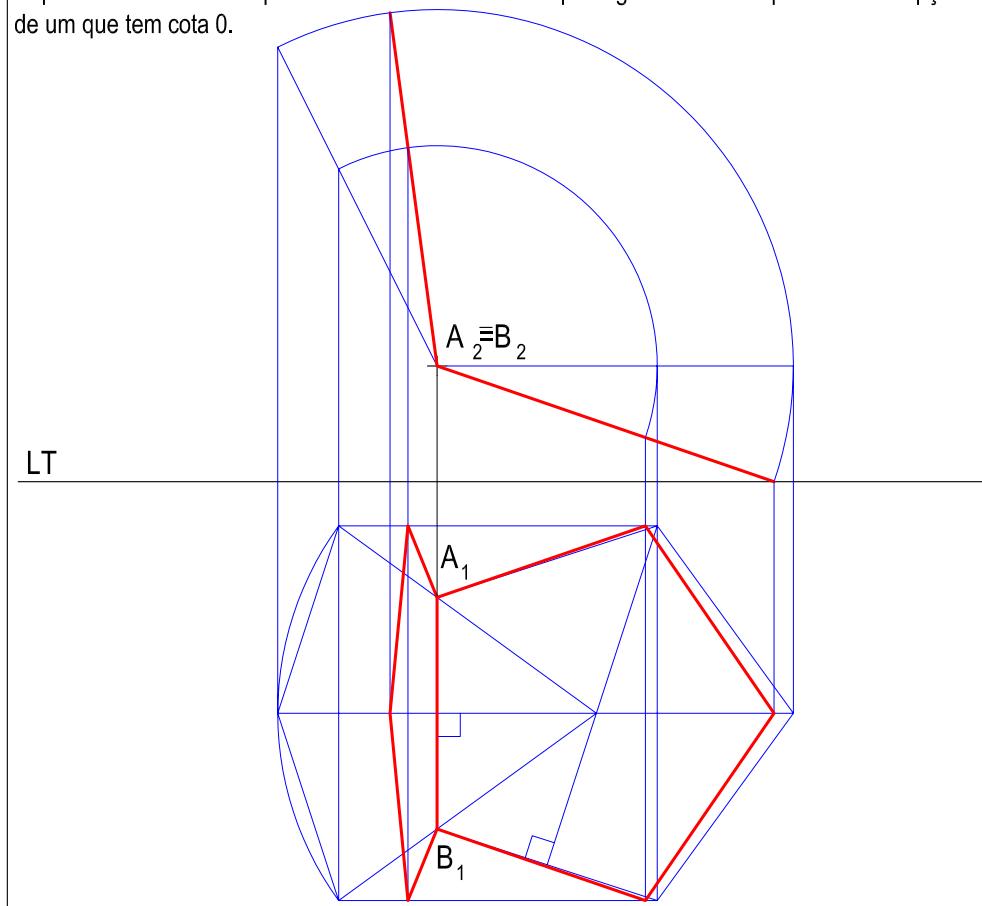
Frequência A2A, A2C, A2E

É permitida a consulta de apontamentos.
A prova têm a duração de 2 horas.
Resolva os exercícios no espaço reservado para o efeito.
Cada exercício tem a cotação máxima de 4 valores.

Nome: _____ Nº _____ Turma: _____

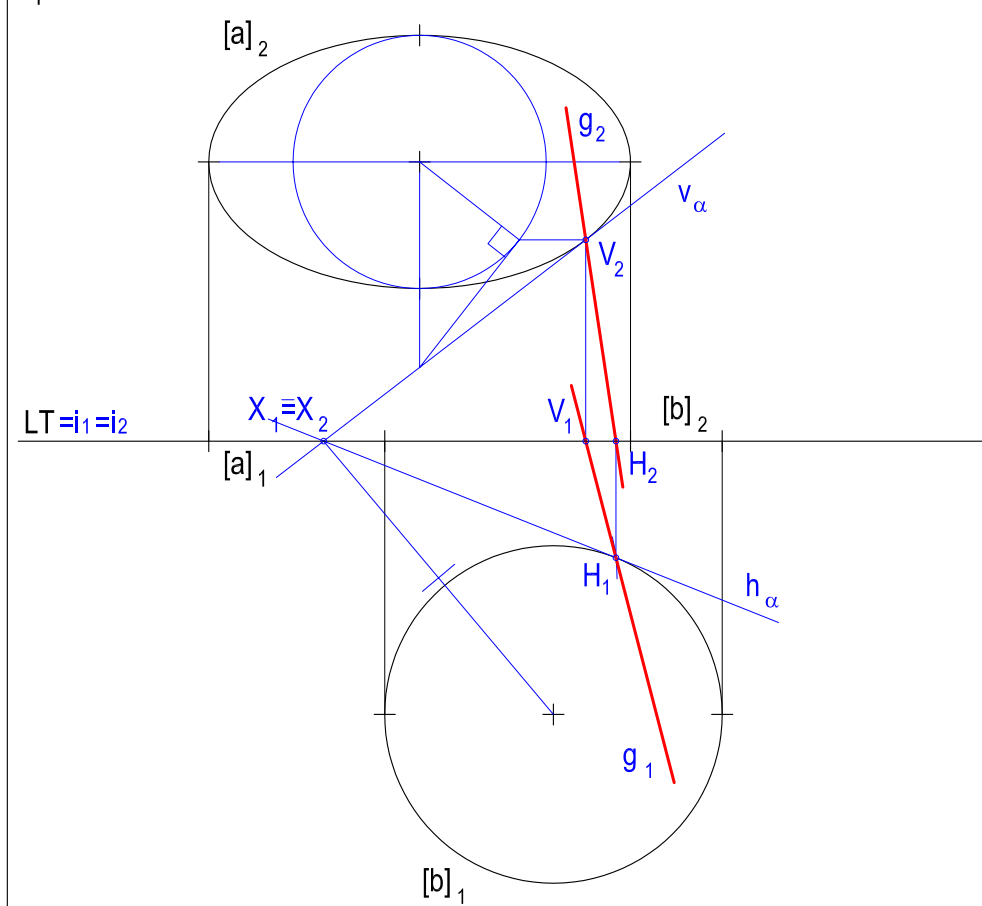
1)

Os pontos **A** e **B** definem o lado comum a dois pentágonos regulares que estão entre si como as faces de um dodecaedro regular. Represente-os sabendo que todos os vértices dos dois pentágonos têm cota positiva à excepção de um que tem cota 0.



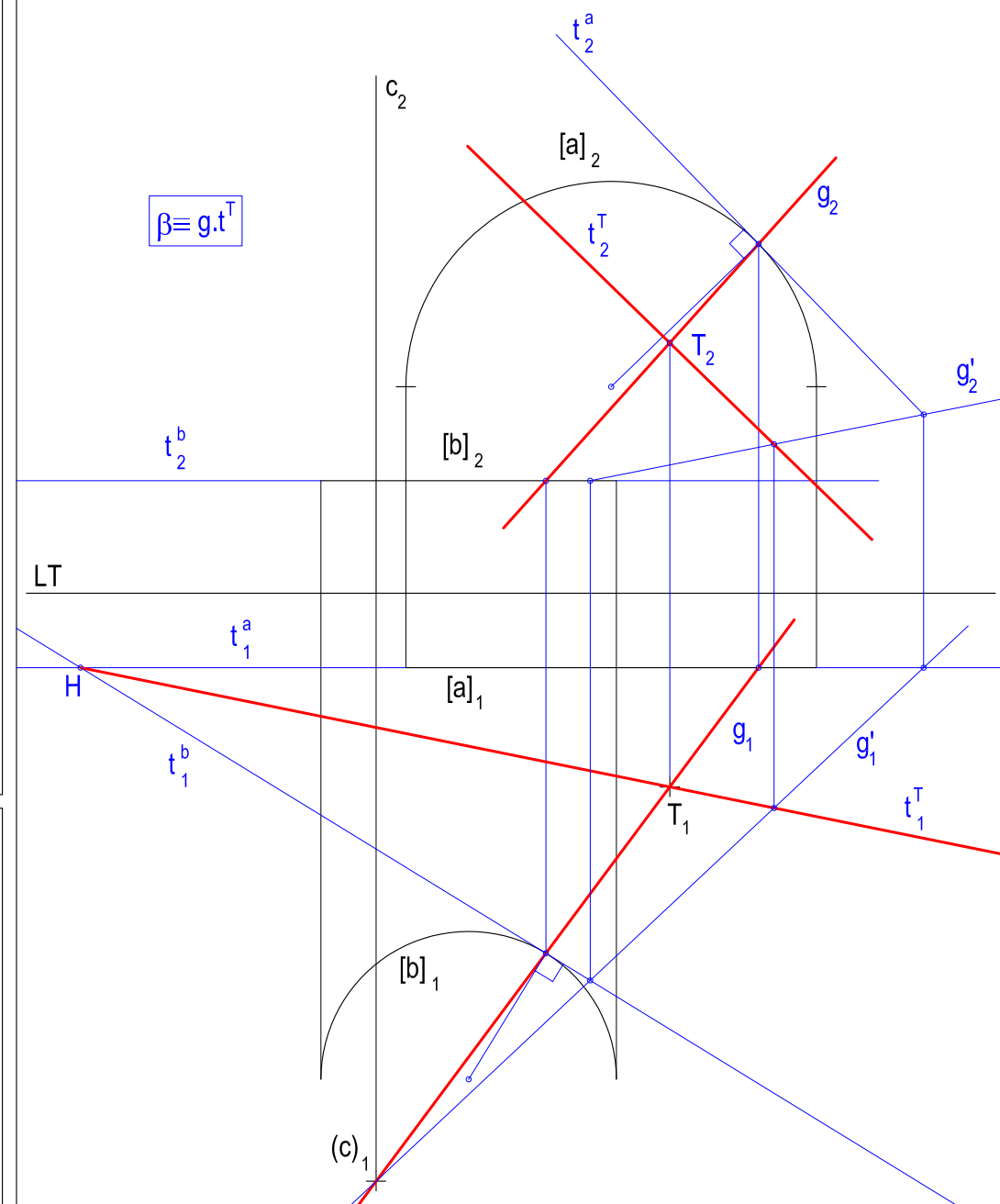
2)

A elipse **[a]** e a circunferência **[b]** definem uma convoluta. Represente uma geratriz **g** da sua superfície não passante pelos extremos dos eixos principais da elipse.



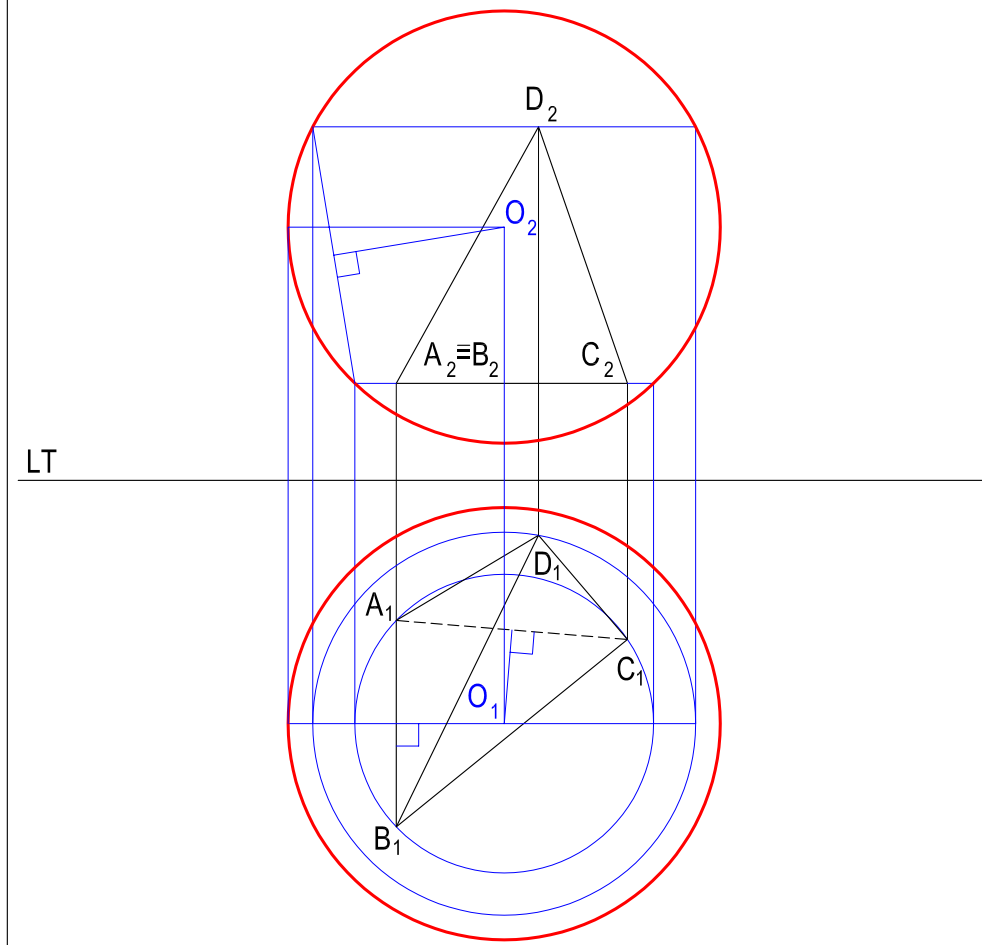
5)

A recta **c** e as semi-circunferências **[a]** e **[b]** definem uma superfície regrada empenada $[\delta]$. O ponto **T** está contido na superfície $[\delta]$. Determine as projecções da geratriz **g**, da superfície $[\delta]$, passante pelo ponto **T**. Defina o plano β tangente à superfície $[\delta]$ em **T**.



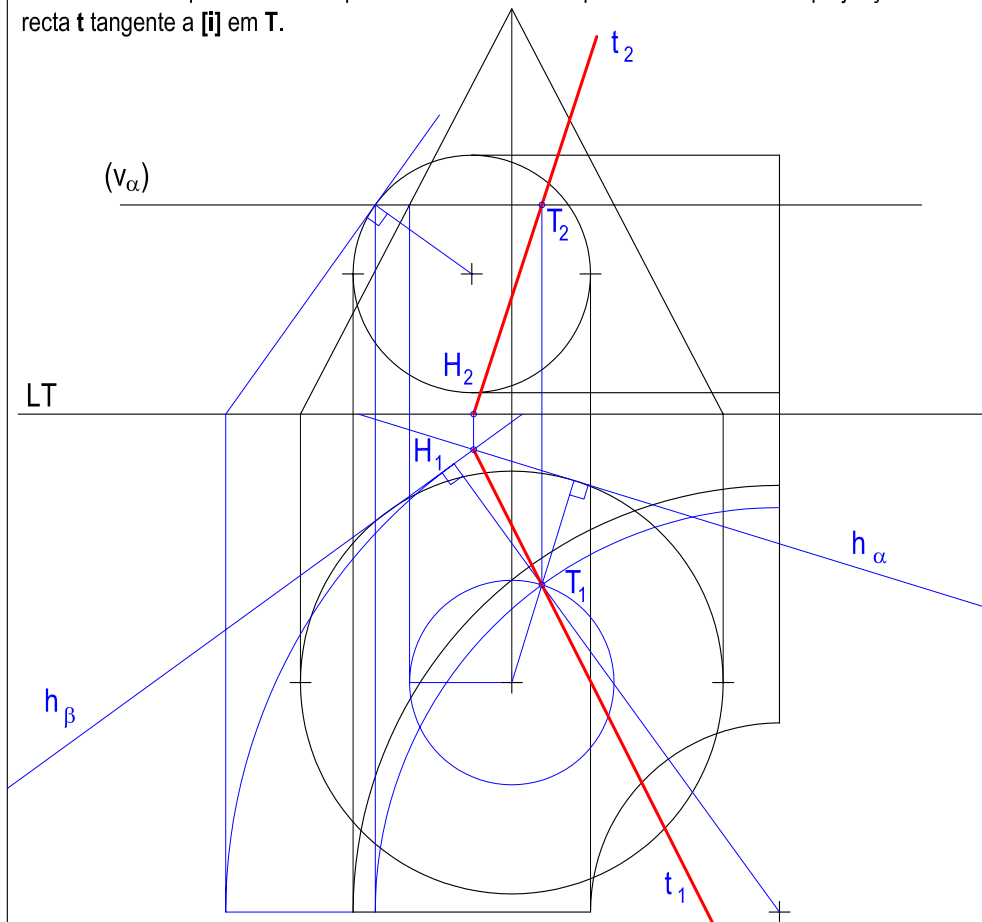
3)

Determine as projecções da superfície esférica que passa pelos vértices da pirâmide dada.



4)

Determine as projecções de um ponto **T** da linha de intersecção **[i]** entre as superfícies do cone e do toro abaixo representadas. O ponto **T** está contido no plano α . Determine as projecções da recta **t** tangente a **[i]** em **T**.



Faculdade de Arquitectura da UTL - 2007/2008
Departamento de Arquitectura

Secção de Desenho/Geometria/CAD
Geometria Descritiva e Conceptual III
10 de Janeiro - 10h

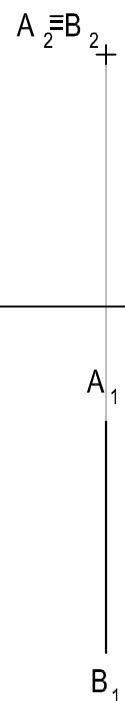
Frequência A2A, A2C, A2E

É permitida a consulta de apontamentos.
A prova têm a duração de 2 horas.
Resolva os exercícios no espaço reservado para o efeito.
Cada exercício tem a cotação máxima de 4 valores.

Nome: _____ Nº _____ Turma: _____

1)

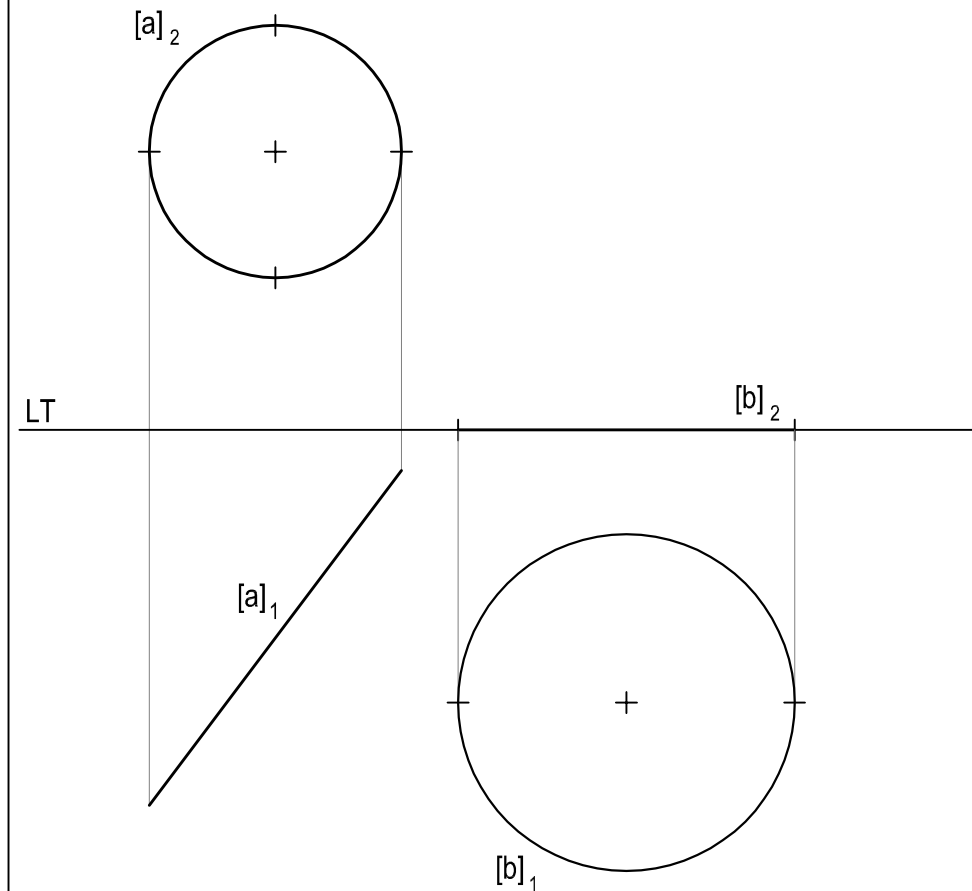
Os pontos **A** e **B** definem o lado comum a dois triângulos equiláteros que estão entre si como as faces de um icosaedro regular. Represente-os sabendo que são simétricos relativamente ao plano de nível passante pelo segmento dado.



LT

2)

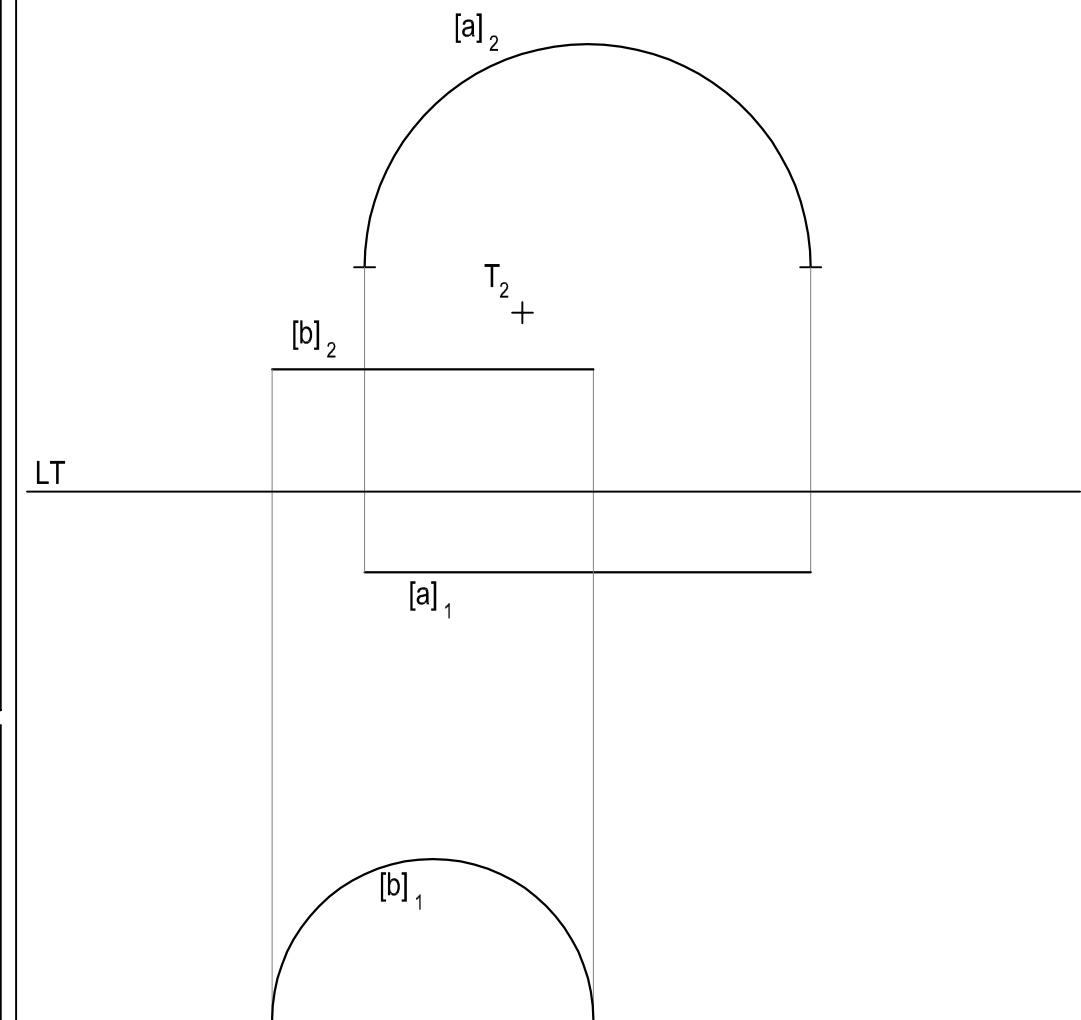
A elipse **[a]** e a circunferência **[b]** definem uma convoluta (a projecção frontal da elipse **[a]** é uma circunferência). Represente uma geratriz **g** da superfície.



LT

5)

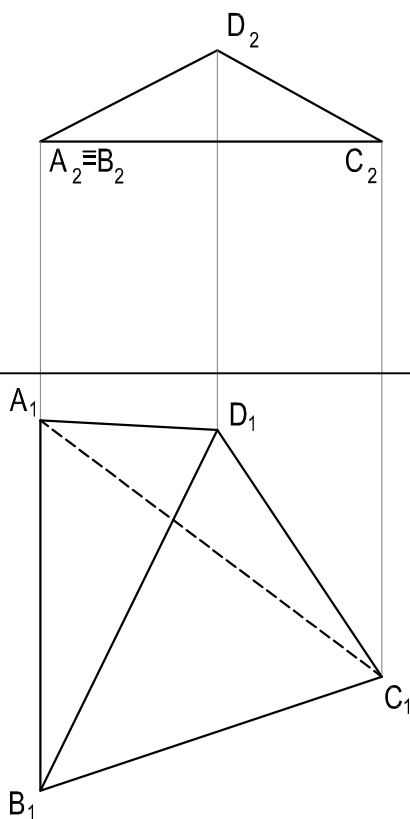
As semi-circunferências **[a]** e **[b]** são directrizes de uma superfície regrada empenada $[\delta]$ de plano director. O plano director é de topo a 45° a. d.. O ponto **T** está contido na superfície $[\delta]$. Determine as projecções da geratriz **g**, da superfície $[\delta]$, passante pelo ponto **T**. Defina o plano β tangente à superfície $[\delta]$ em **T**.



LT

3)

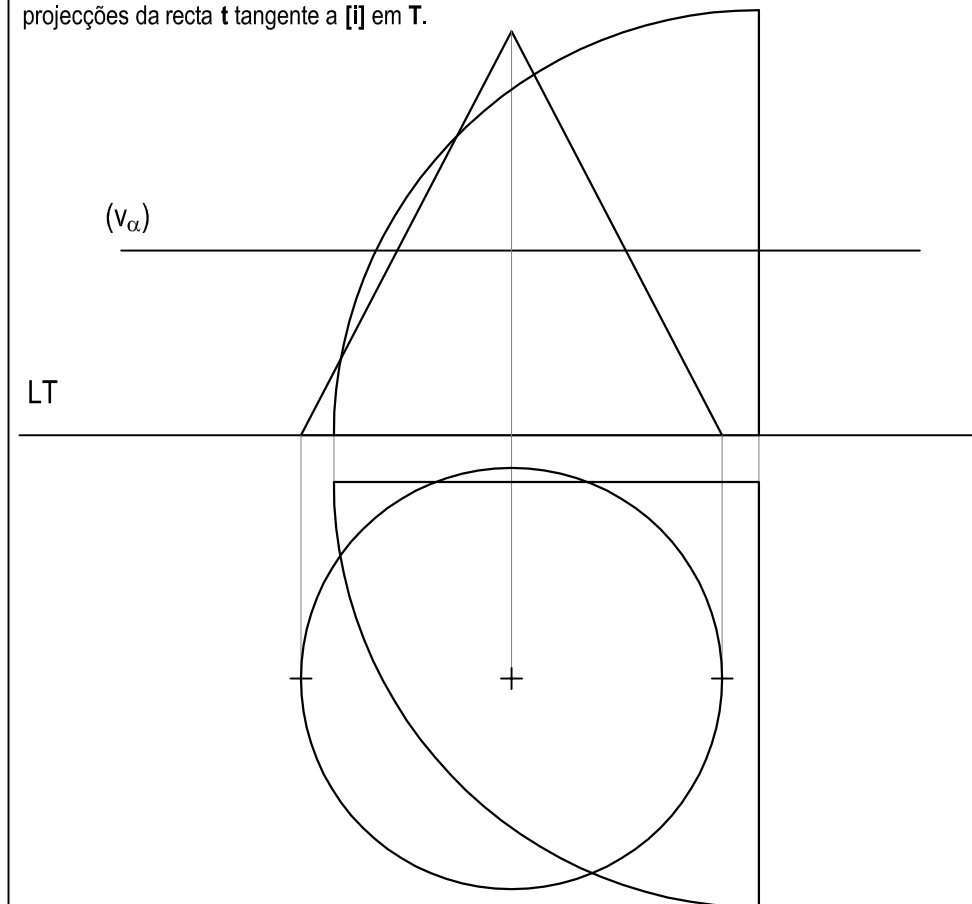
Os pontos **A**, **B** e **C** definem o equador de um elipsóide de revolução. O ponto **D** está contido na superfície do elipsóide. Determine as projecções dos seus pólos **P** e **Q**.



LT

4)

Determine as projecções de um ponto **T** da linha de intersecção **[i]** entre as superfícies do cone e do oitavo de esfera abaixo representadas. O ponto **T** está contido no plano α . Determine as projecções da recta **t** tangente a **[i]** em **T**.



LT

Faculdade de Arquitectura da UTL
Departamento de Arquitectura

2007/2008

Secção de Desenho/Geometria/CAD
Geometria Descritiva e Conceptual III
10 de Janeiro - 14h

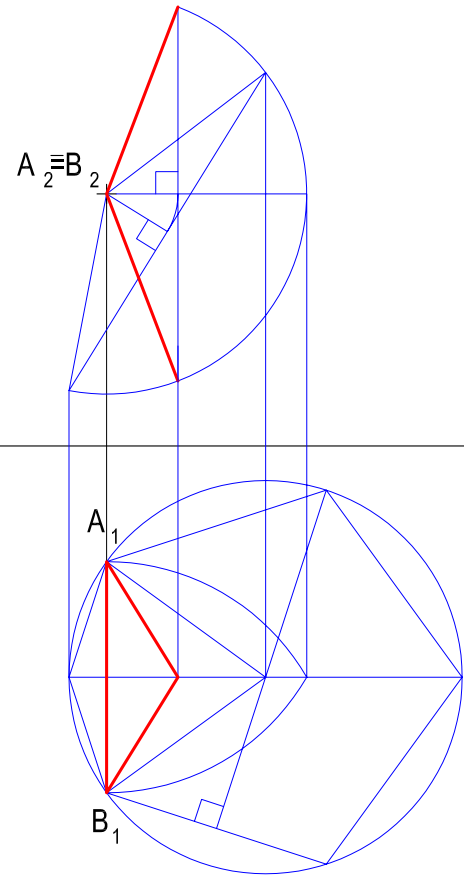
Frequência I2A, A2B, A2D

É permitida a consulta de apontamentos.
A prova têm a duração de 2 horas.
Resolva os exercícios no espaço reservado para o efeito.
Cada exercício tem a cotação máxima de 4 valores.

Nome: _____ Nº _____ Turma: _____

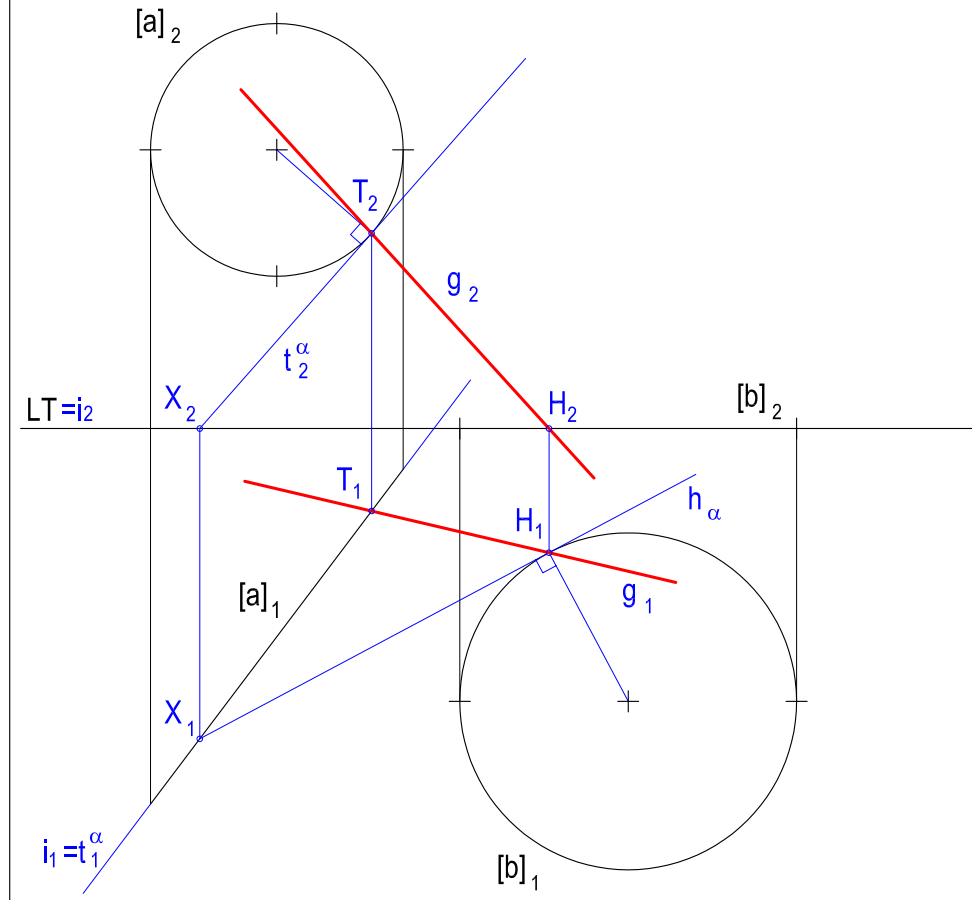
1)

Os pontos **A** e **B** definem o lado comum a dois triângulos equiláteros que estão entre si como as faces de um icosaedro regular. Represente-os sabendo que são simétricos relativamente ao plano de nível passante pelo segmento dado.



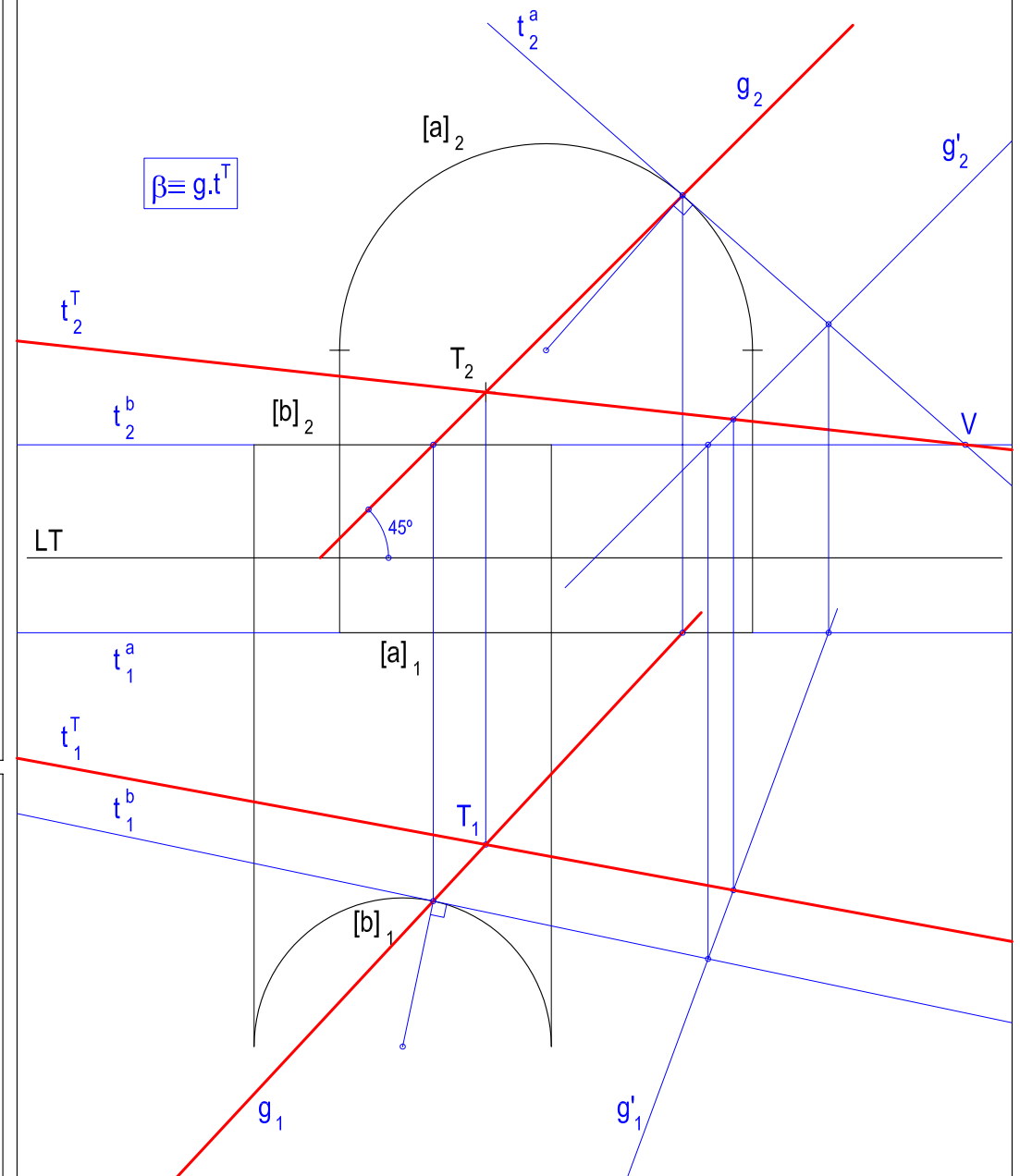
2)

A elipse **[a]** e a circunferência **[b]** definem uma convoluta (a projecção frontal da elipse **[a]** é uma circunferência). Represente uma geratriz **g** da sua superfície.



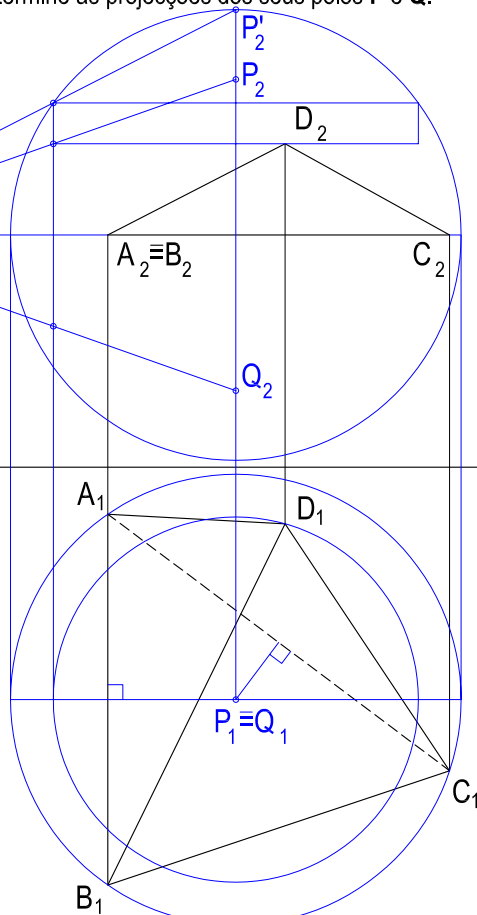
5)

As semi-circunferências **[a]** e **[b]** são directrizes de uma superfície regrada empenada **[delta]** de plano director. O plano director é de topo a 45° a. d.. O ponto **T** está contido na superfície **[delta]**. Determine as projecções da geratriz **g**, da superfície **[delta]**, passante pelo ponto **T**. Defina o plano β tangente à superfície **[delta]** em **T**.



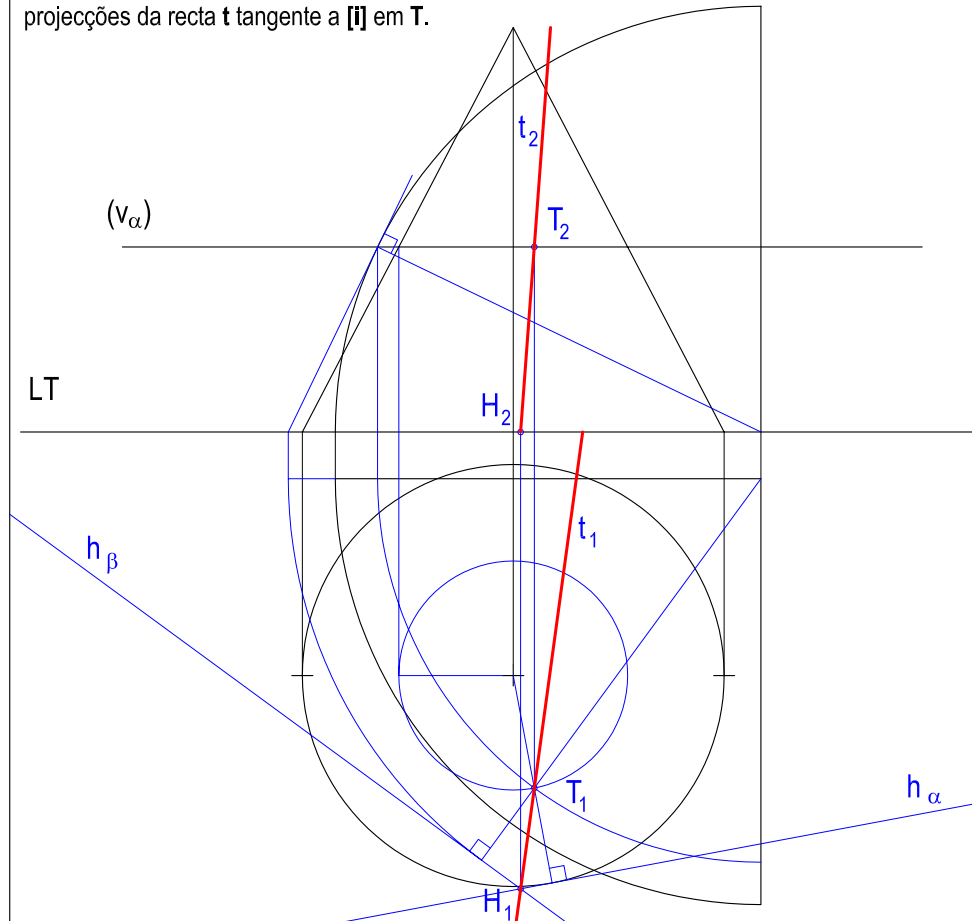
3)

Os pontos **A**, **B** e **C** definem o equador de um elipsóide de revolução. O ponto **D** está contido na superfície do elipsóide. Determine as projecções dos seus pólos **P** e **Q**.



4)

Determine as projecções de um ponto **T** da linha de intersecção **[i]** entre as superfícies do cone e do oitavo de esfera abaixo representadas. O ponto **T** está contido no plano α . Determine as projecções da recta **t** tangente a **[i]** em **T**.



Faculdade de Arquitectura da UTL
Departamento de Arquitectura

2007/2008

Secção de Desenho/Geometria/CAD
Geometria Descritiva e Conceptual III
10 de Janeiro - 14h

Frequência I2A, A2B, A2D

É permitida a consulta de apontamentos.
A prova têm a duração de 2 horas.
Resolva os exercícios no espaço reservado para o efeito.
Cada exercício tem a cotação máxima de 4 valores.

Nome: _____ Nº _____ Turma: _____