FA.ULisboa

2021/2022
1º Semestre

GDC_I

Professor Luís Mateus (lmmateus@fa.ulisboa.pt)

Revisões

- Revisões

Revisões de geometria no plano - curvas

O PONTO é uma entidade sem dimensão, isto é, adimensional.

A LINHA é uma entidade unidimensional gerada pelo movimento contínuo do ponto.

As linhas podem ser CURVAS ou não curvas; às linhas não curvas dá-se o nome de RECTAS.

Cada linha recta tem uma DIRECÇÃO; direcção é a propriedade comum a uma família de rectas paralelas entre si.

Cada linha recta contém um PONTO IMPRÓPRIO, isto é, um ponto situado no infinito. A cada direcção de rectas corresponde apenas um ponto impróprio, isto é, todas as rectas paralelas entre si têm o mesmo ponto do infinito, daí dizer-se que rectas paralelas são rectas concorrentes no infinito.

Uma LINHA ESPACIAL ou TORSA é uma linha que não está contida num plano.

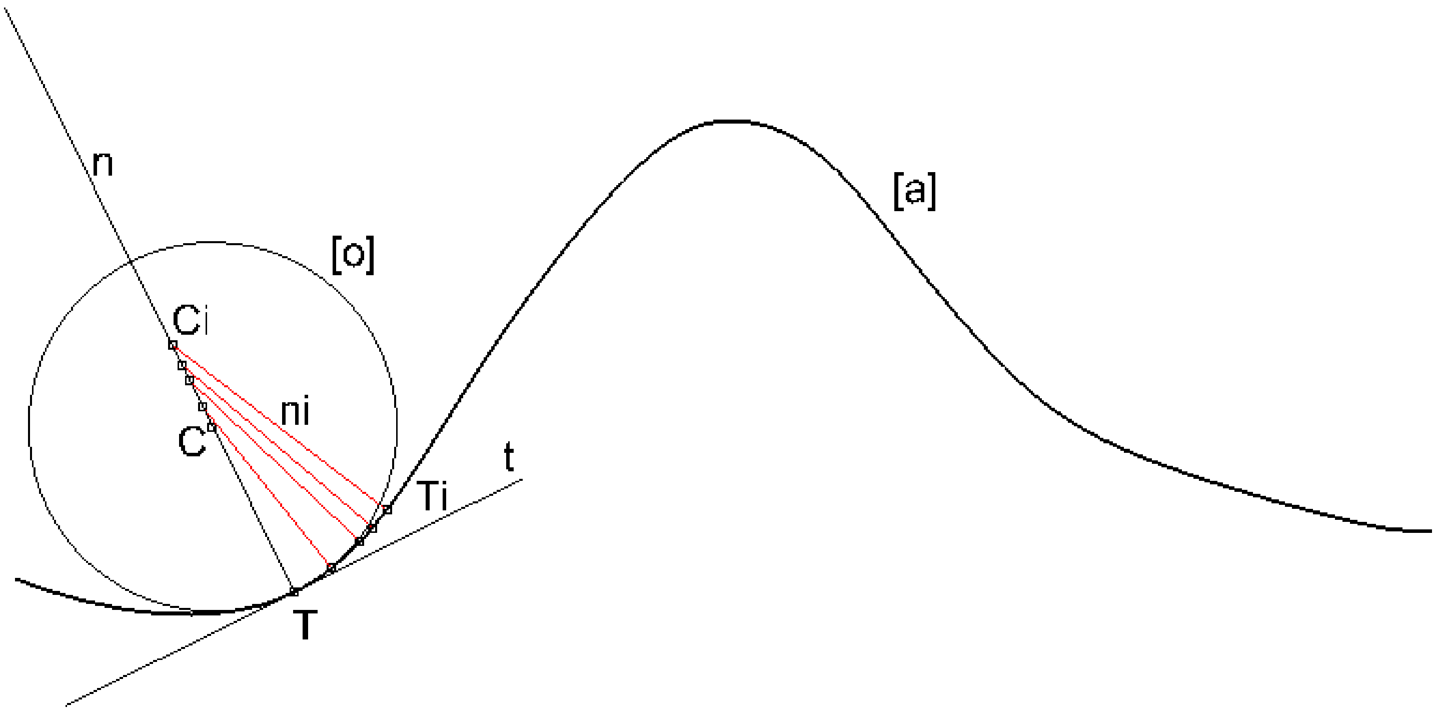
Uma linha curva plana está sempre contida num plano.

À excepção da circunferência, a CURVATURA das linhas varia.

A curvatura de uma linha num ponto é o inverso do RAIO DE CURVATURA da linha nesse mesmo ponto. E o raio de curvatura da linha num ponto é o raio da CIRCUNFERÊNCIA OSCULADORA à curva naquele ponto.

O centro desta, o ponto C na figura seguinte, pode ser considerado como a posição limite da intersecção de duas rectas normais à curva quando o arco, definido pelos pontos comuns à curva e às normais, tende para zero, conforme se ilustra na figura seguinte.

Revisões de geometria no plano - curvas



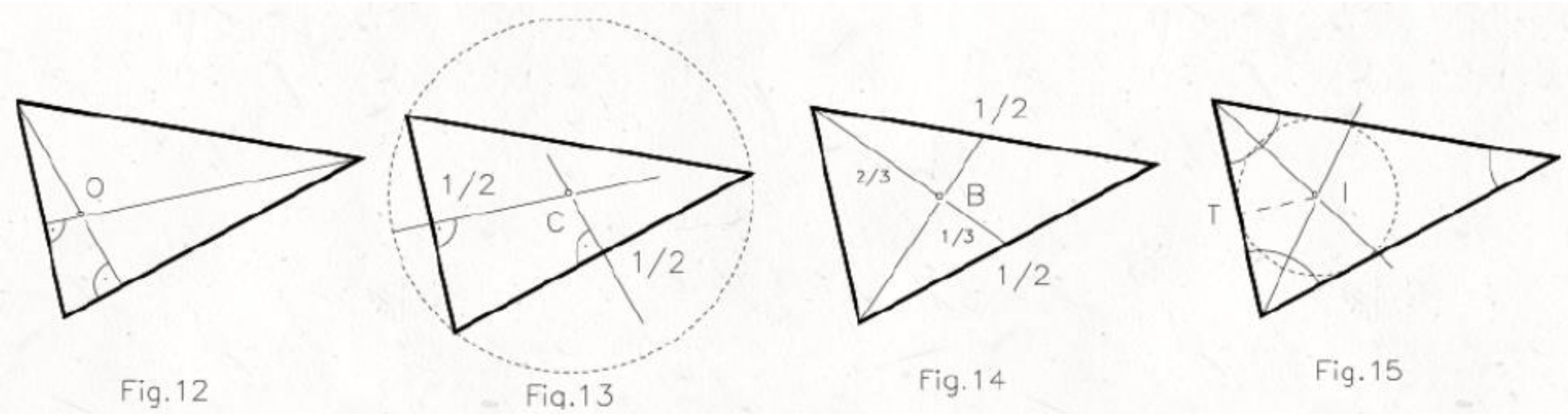
Na figura, às rectas *t* e *n* pode ser associado uma sistema de coordenadas rectangular, de origem em *T* que, como a curva é plana, está contido no plano da mesma. O terceiro eixo deste sistema de coordenadas, é uma recta passante pelo ponto *T* que é simultaneamente perpendicular às rectas *t* e *n* , e que se designa por recta BI-NORMAL à curva em *T* .

Estes conceitos podem ser estendidos às CURVAS TORSAS, isto é, às curvas não planas.

Numa curva torsa, a bi-normal roda em torno da tangente à medida que o ponto *T* se desloca na curva. À maior ou menor taxa de rotação da bi-normal, dá-se o nome de TORSÃO.

Revisões de geometria no plano

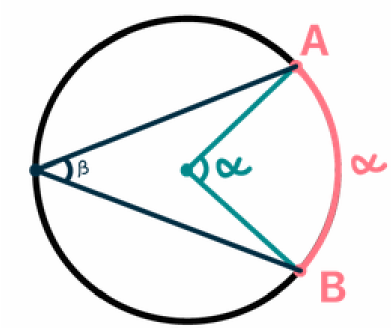
Centros dos triângulos



Ortocentro Circuncentro Baricentro Incentro

https://dibujotecni.com/geometria-plana/triangulos/

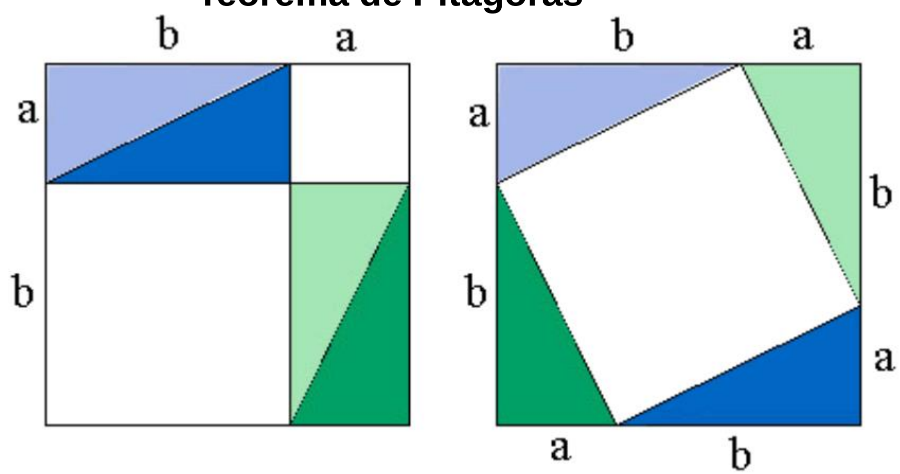
Ângulo inscrito e ângulo ao centro



$$\boxed{\beta = \frac{\alpha}{2}}$$

https://www.professorferretto.com.br/angulo-central-e-angulo-inscrito/

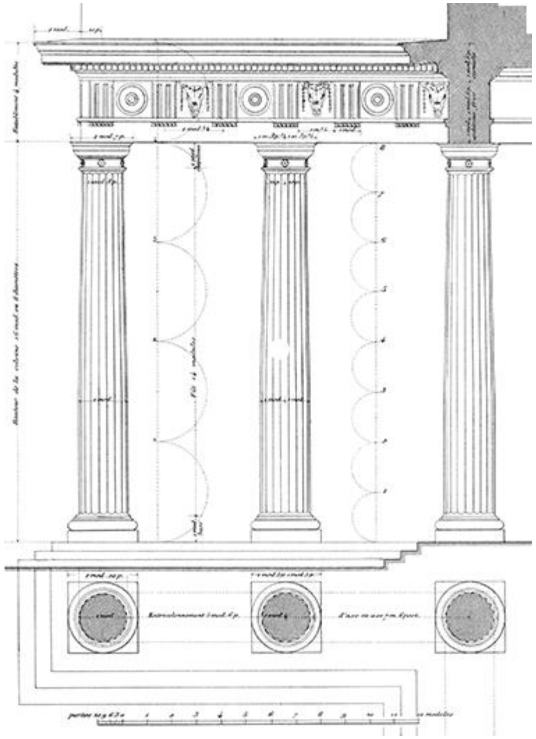
Teorema de Pitágoras



http://www.matematica.br/historia/teopitagoras.html

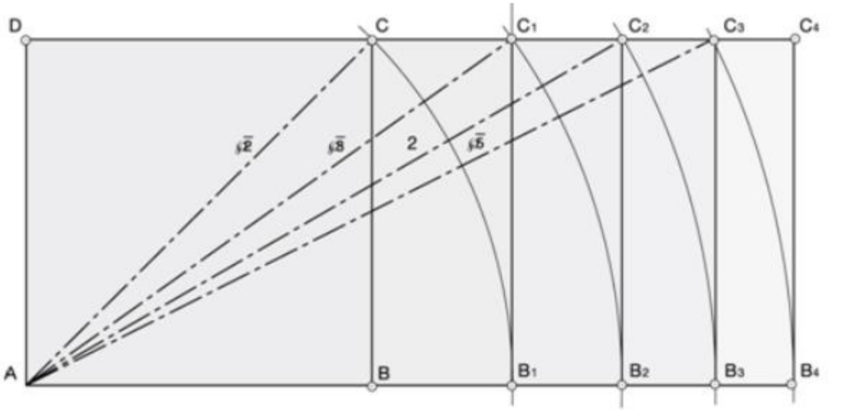
Revisões de geometria no plano

Proporções

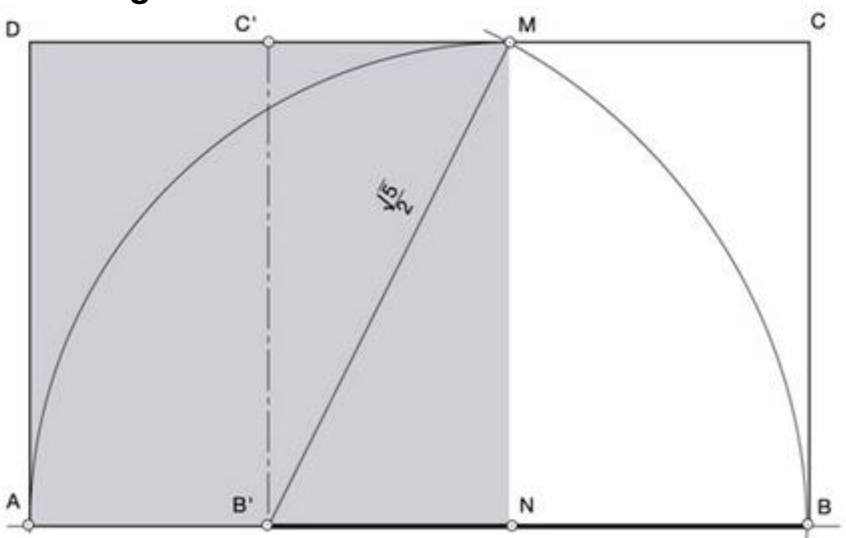


https://www.pinterest.it/pin/298433912800132705/

Rectângulo raíz de 2, de 3, de 4, de 5...



Rectângulo de ouro

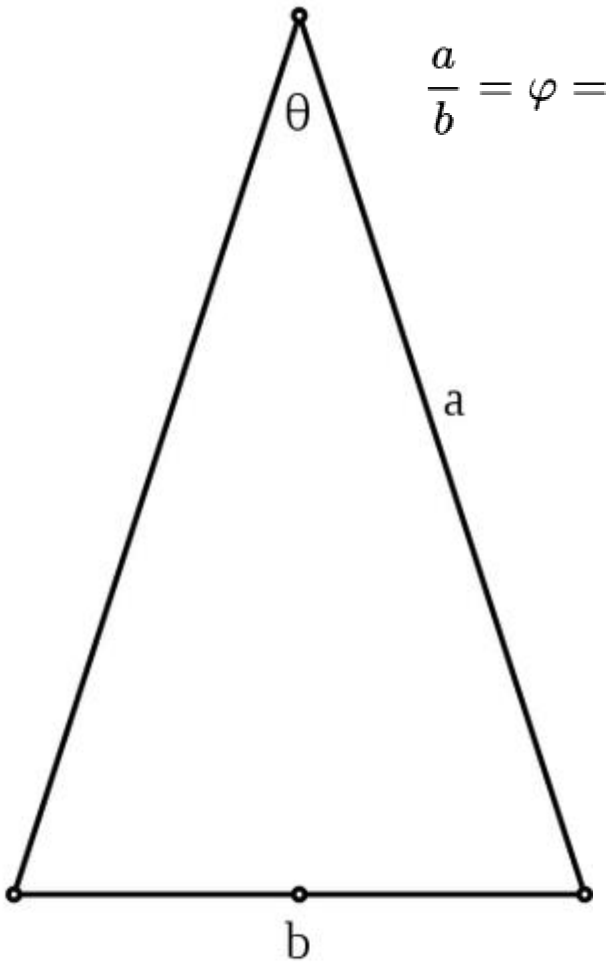


http://www.signoslapidarios.org/inicio/analisis-y-descripcion-de-las-formas/134-geometria-medieval

https://angelinawittmann.blogspot.com/2013/11/retangulo-aureo-natureza-e-arte.html

Revisões de geometria no plano

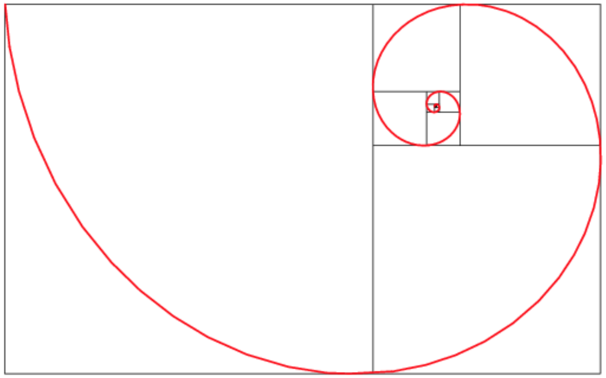
Triângulo de Ouro



$$\frac{a}{b} = \varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

https://en.wikipedia.org/wiki/Golden_triangle_(mathematics)

Espiral de Ouro (pode ser aproximada por quartos de circunferência)



http://mathworld.wolfram.com/GoldenSpiral.html

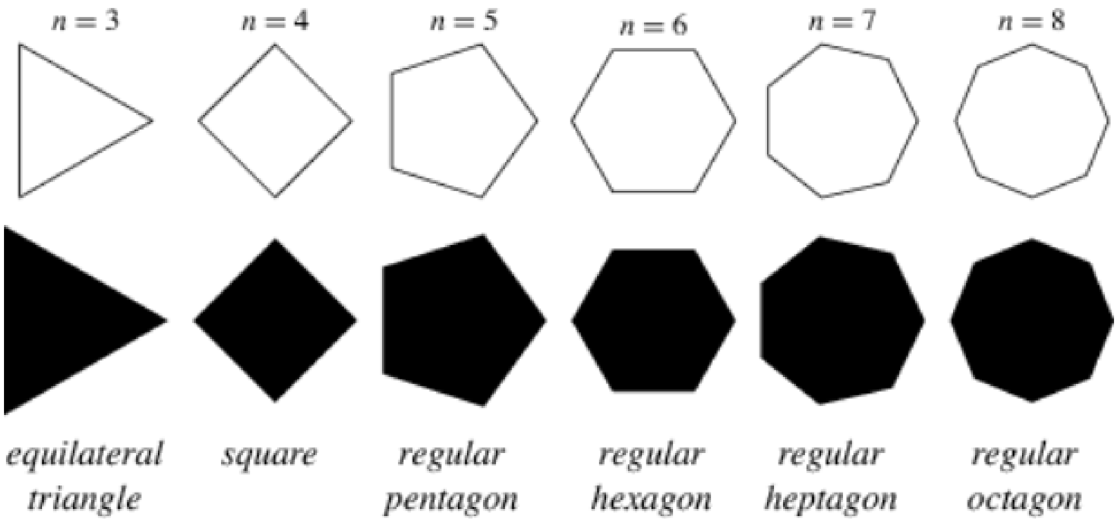
https://www.sciencefriday.com/educational-resources/fibonacci-sequence-handy-mathematical-approach-looking-evolution/

https://insteading.com/blog/fibonacci-sequence-in-nature/

Revisões de geometria no plano

Polígonos regulares

http://mathworld.wolfram.com/RegularPolygon.html



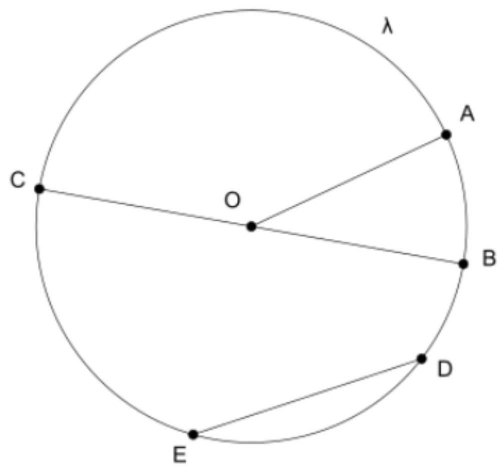
http://www.victorianweb.org/art/architecture/robson/1d.html

http://www.virginiaplaces.org/military/pentagon.html

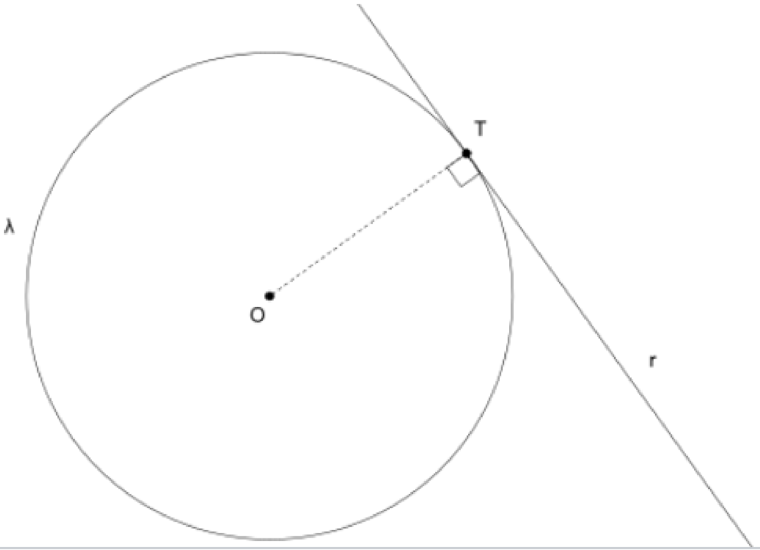
https://www.nidagraveluk.co.uk/blog-details.asp?id=1741

Revisões de geometria no plano

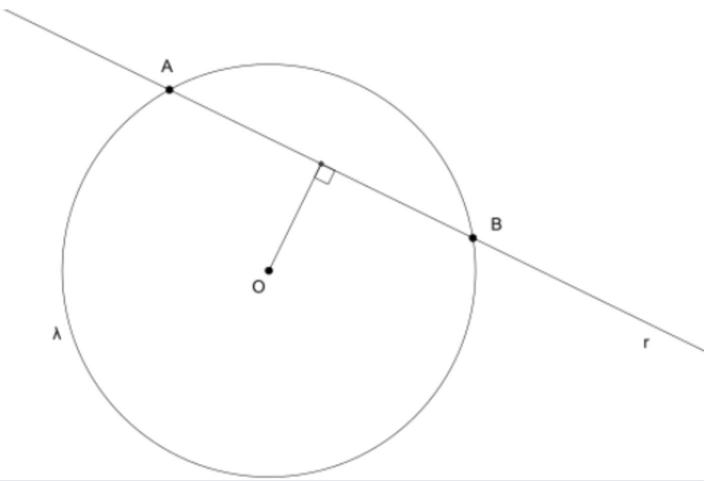
Circunferência



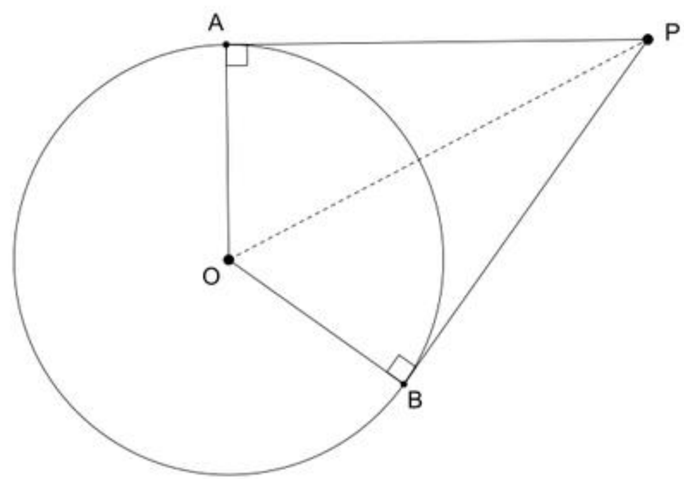
Exemplos de corda, diâmetro e raio de uma circunferência: Raio $\overline{AO}$, Diâmetro $\overline{BC}$ e Corda $\overline{ED}$.



Reta tangente a uma circunferência



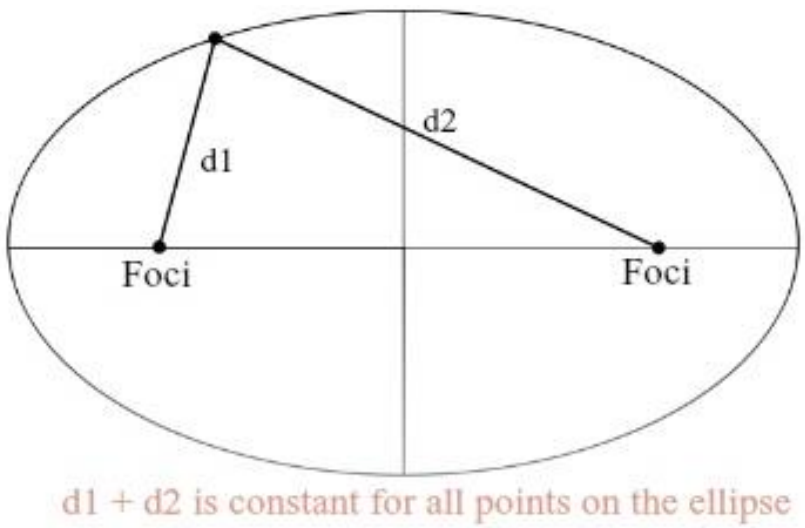
Reta secante a uma circunferência

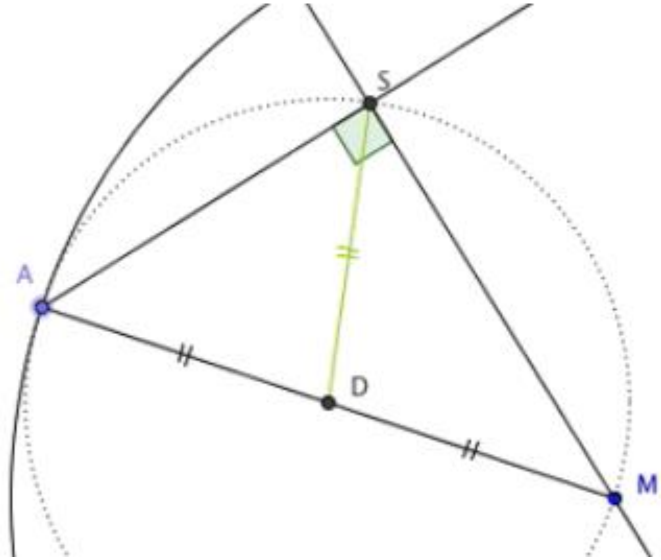


https://pt.wikipedia.org/wiki/Circunfer%C3%AAncia

Revisões de geometria no plano

Lugares geométricos (ex: elipse e circunferência)

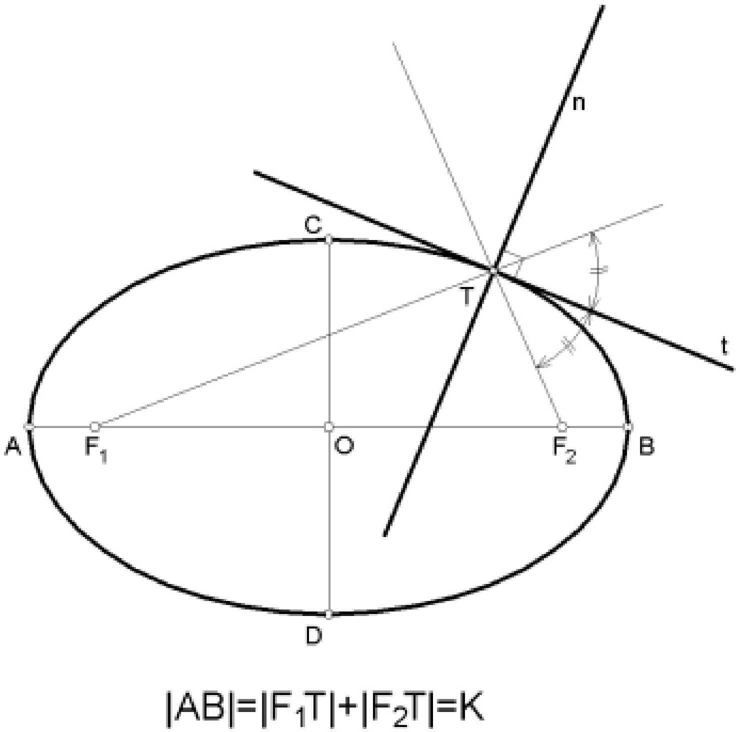




https://study.com/academy/lesson/locus-of-points-definition-methods-examples.html

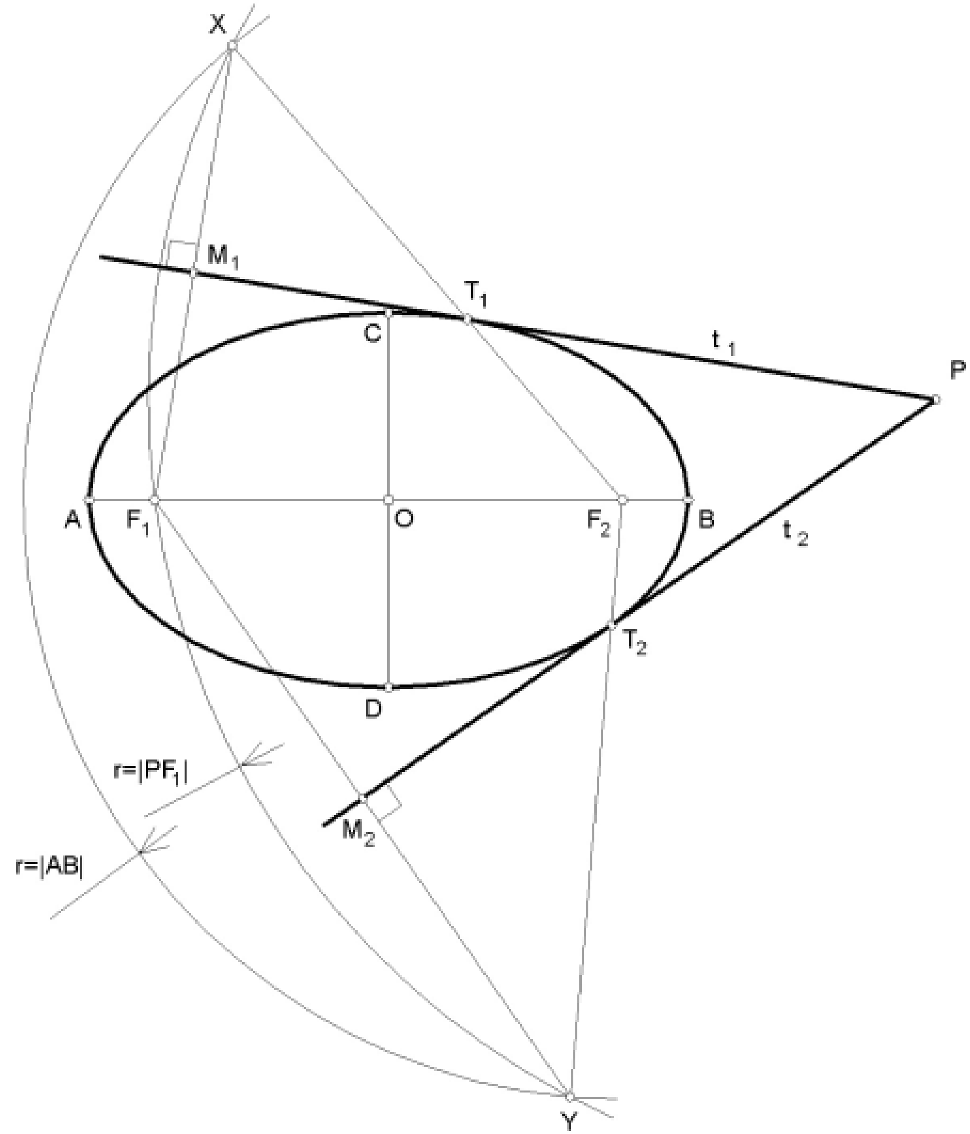
https://www.google.com/search?sxsrf=ACYBGNRkMQAW9Yz71hxePEpD8pHu5WxRdA:1568585478551&q=circle+as+a+locus&tbm=isch&source=univ&client=firefox-b-d&sxsrf=ACYBGNRkMQAW9Yz71hxePEpD8pHu5WxRdA:1568585478551&sa=X&ved=2ahUKEwipwv6h7NPkAhVp8-AKHUPUDP8QsAR6BAgEEAE&biw=1374&bih=776#imgrc=IRdkXYd3KK3rkM:

Revisões de geometria no plano - elipse



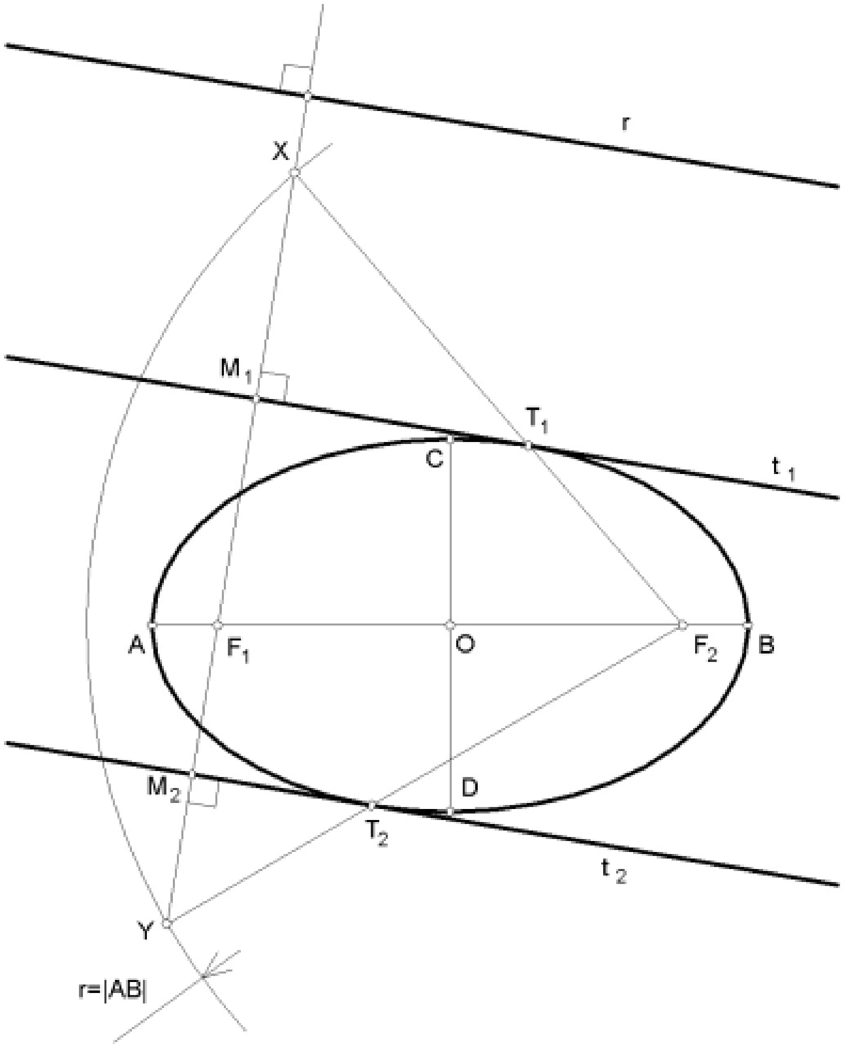
DEFINIÇÃO

TANGENTE E NORMAL NUM PONTO DA CURVA

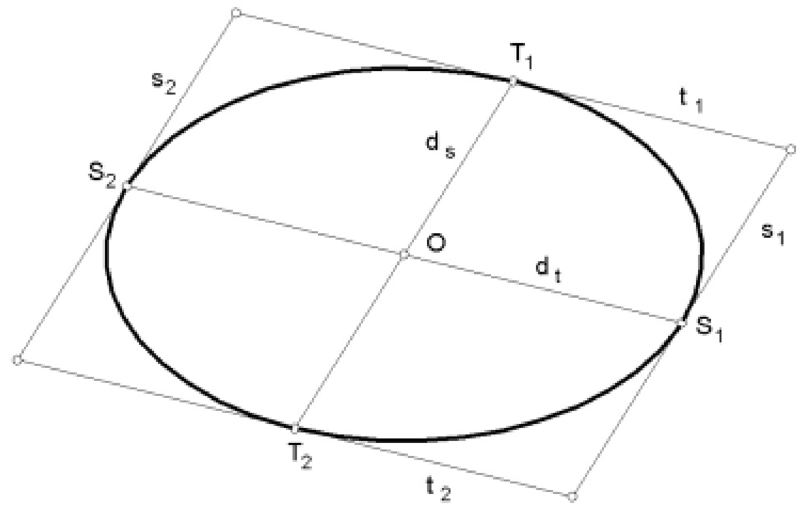


TANGENTE CONDUZIDA POR UM PONTO EXTERIOR À CURVA

Revisões de geometria no plano - elipse



TANGENTE COM UMA DIRECÇÃO DADA

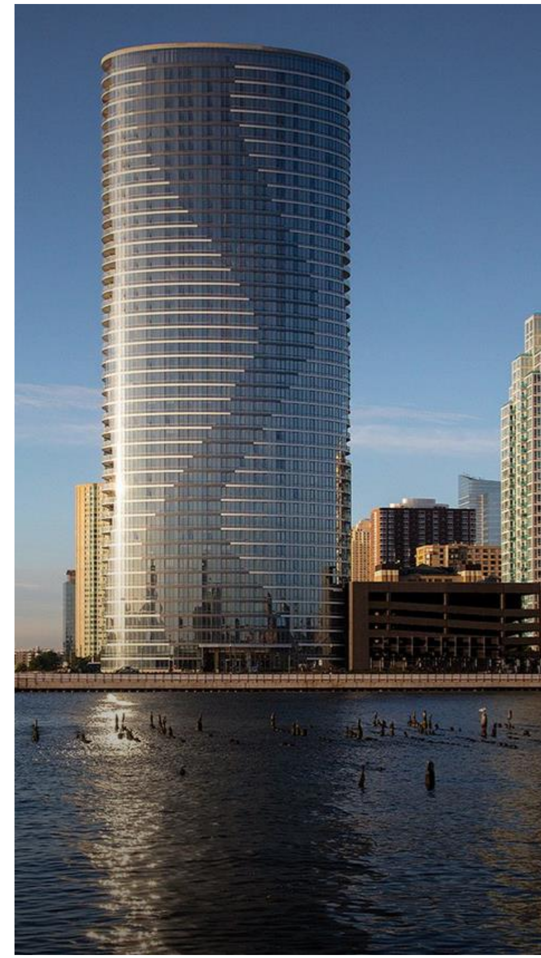


DIÂMETROS CONJUGADOS

Revisões de geometria no plano e no espaço

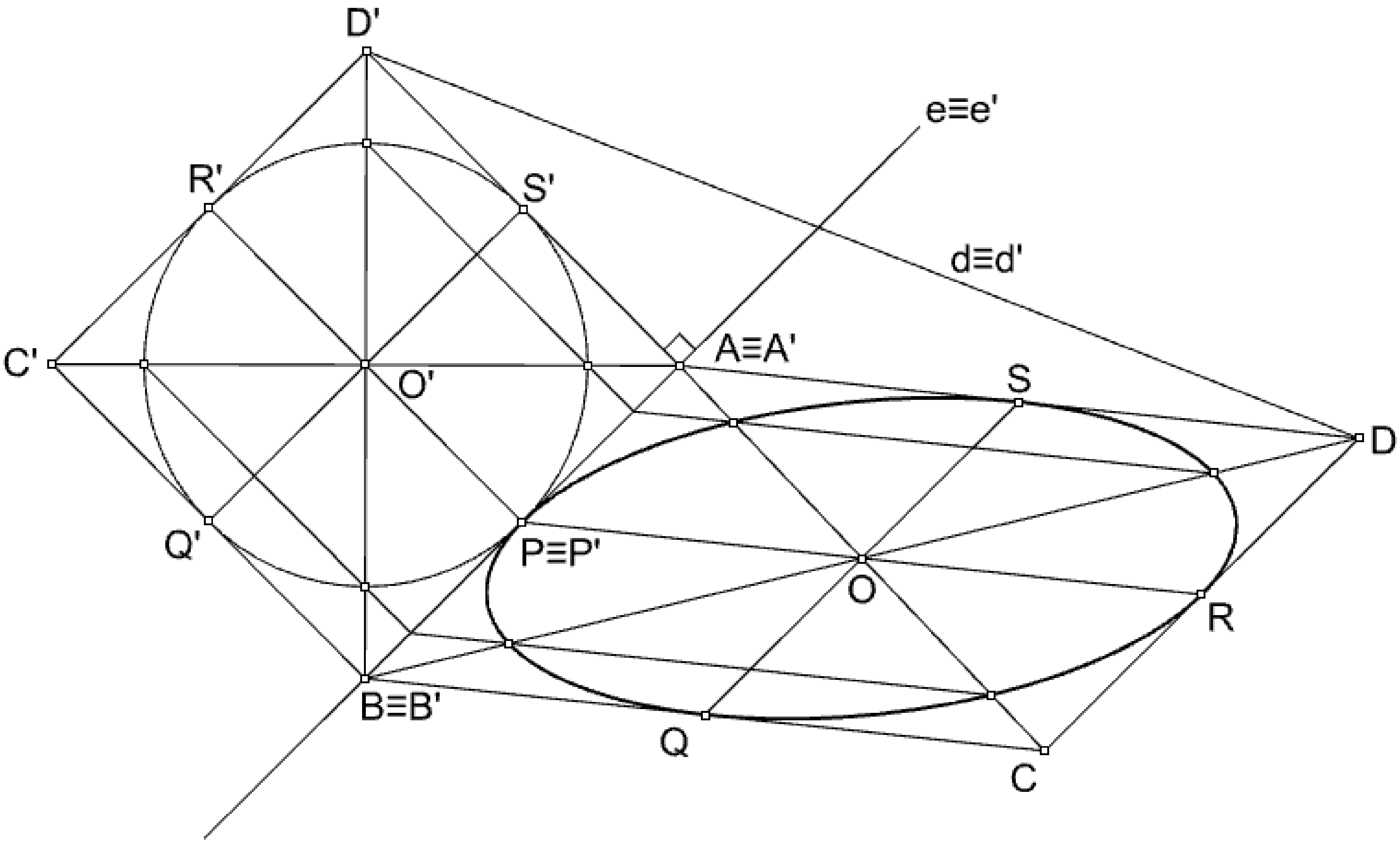
A elipse (e o cilindro elíptico) na Arquitectura (exemplos).

The Mauritius Commercial Bank Ebene_Jean Francois Koenig
http://www.archidatum.com/gallery/?id=6174&node=6170

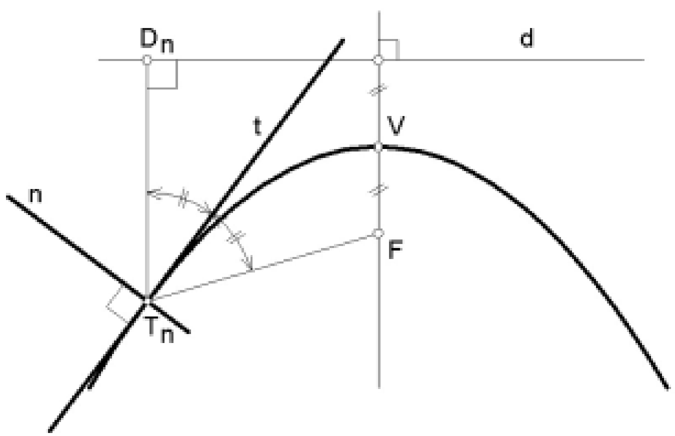


https://arquitectonica.com/architecture/project/the-ellipse/

Revisões de geometria no plano - afinidade



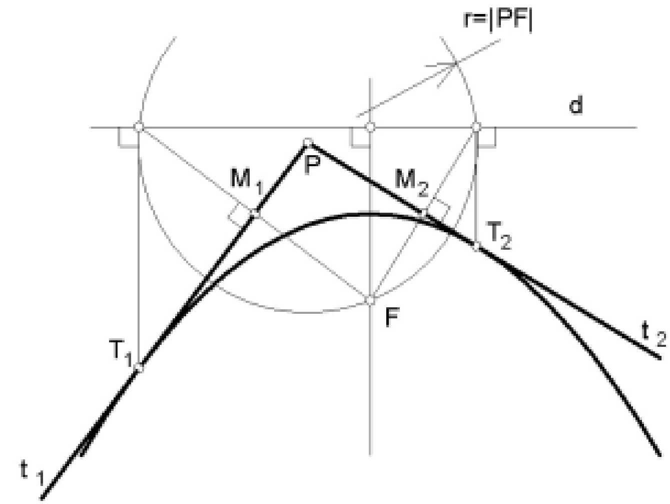
Revisões de geometria no plano - parábola



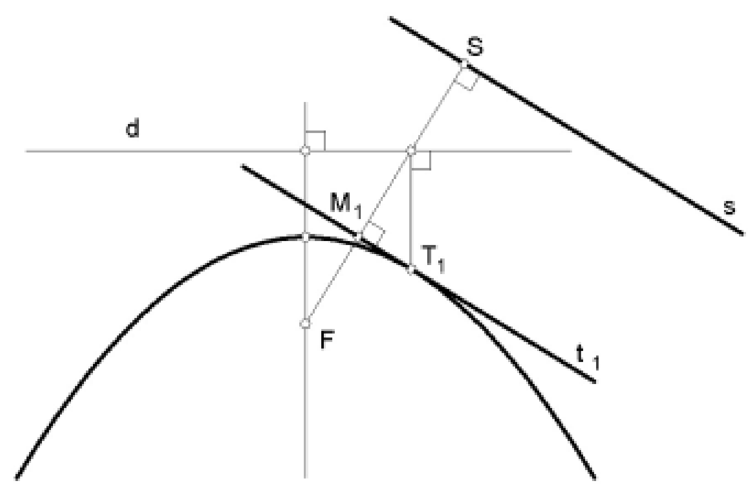
$$|T_n D_n| - |T_n F| = K = 0$$

DEFINIÇÃO

TANGENTE CONDUZIDA POR PONTO DA CURVA



TANGENTE CONDUZIDA POR UM PONTO EXTERIOR À CURVA



TANGENTE COM UMA DIRECÇÃO DADA

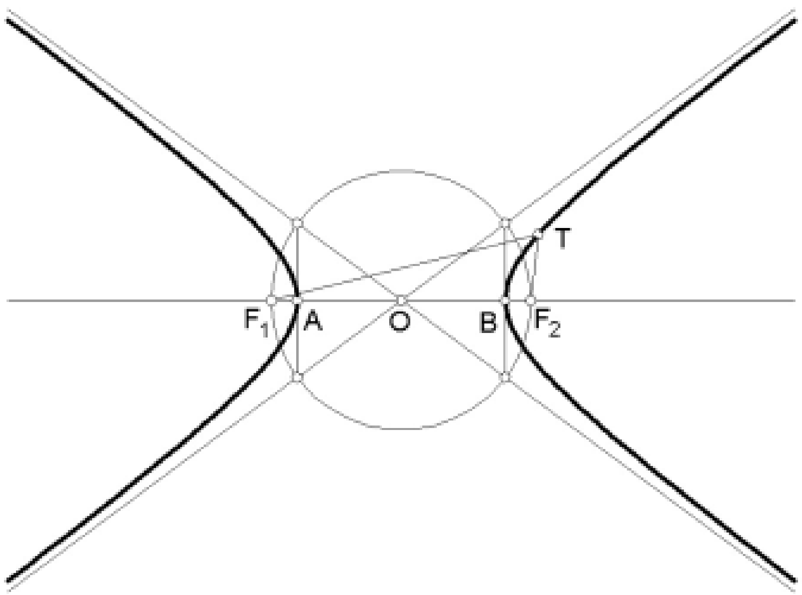
Revisões de geometria no plano e no espaço

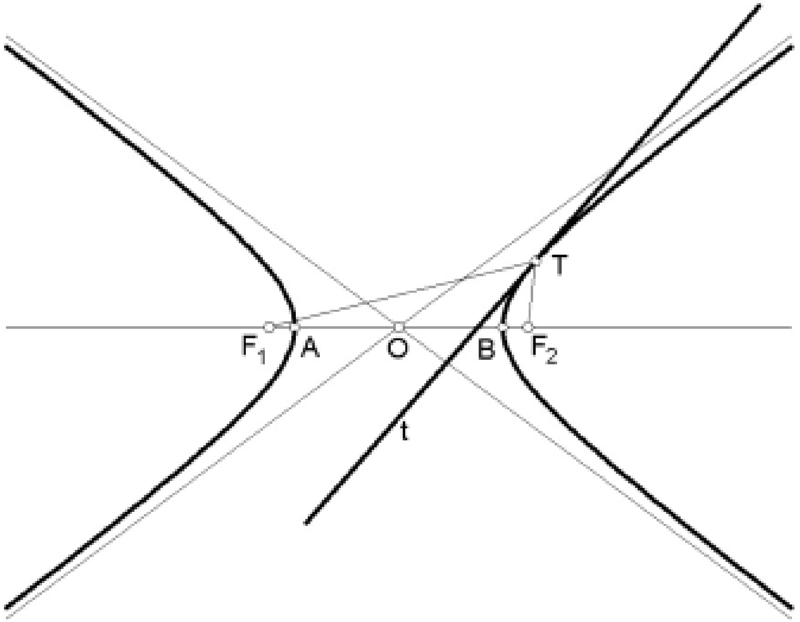
A parábola na Arquitectura (exemplos).

Glasgow | Science Mall
https://www.flickr.com/photos/jb_1984/8440631701

Church of Saint Francis of Assisi
http://www.artway.eu/content.php?id=1146&lang=en&action=show

Revisões de geometria no plano - hipérbole





$$|AB|=|F_1T|-|F_2T|=K$$

DEFINIÇÃO

TANGENTE CONDUZIDA POR PONTO DA CURVA

Revisões de geometria no plano e no espaço

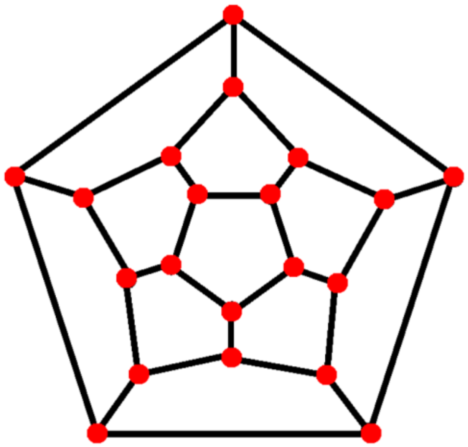
A hipérbole na Arquitectura (exemplos).

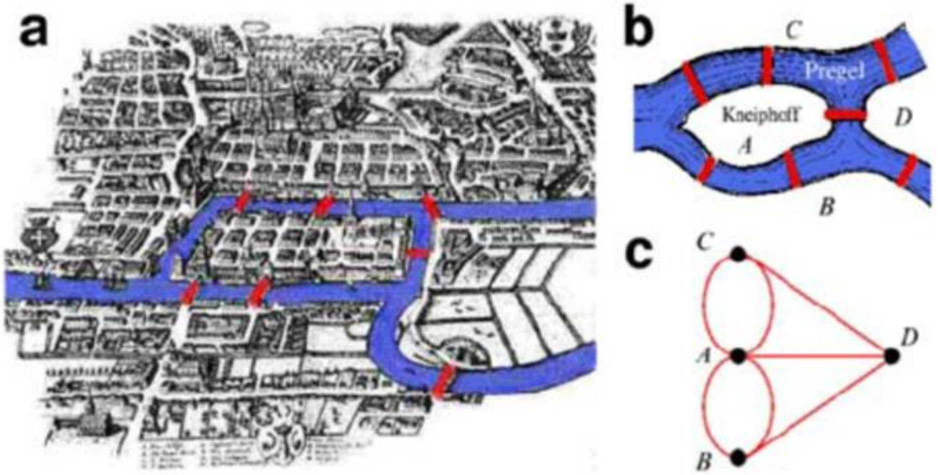
James S. McDonnell Planetarium of the St. Louis Science Center
https://slapdashmom.com/free-things-st-louis/

Vinarium Tower - Slovenia
https://structurae.net/en/structures/vinarium-tower

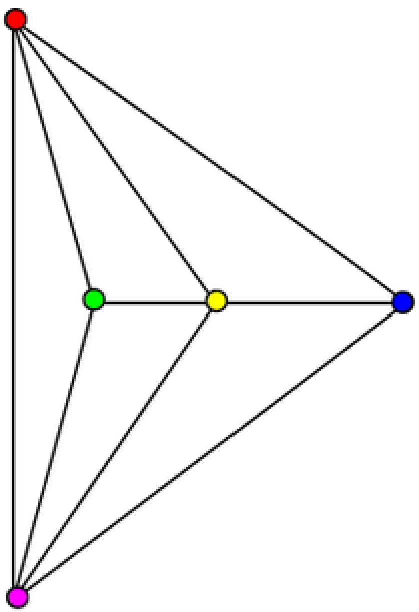
Geometria no plano – tesselações e grafos

Fórmula de Euler aplicada a tesselações planas **V+F = A+1**
(excluindo a face infinita; se a face infinita for incluída, a fórmula passará a ser V+F=A+2)





https://towardsdatascience.com/graph-theory-history-overview-f89a3efc0478

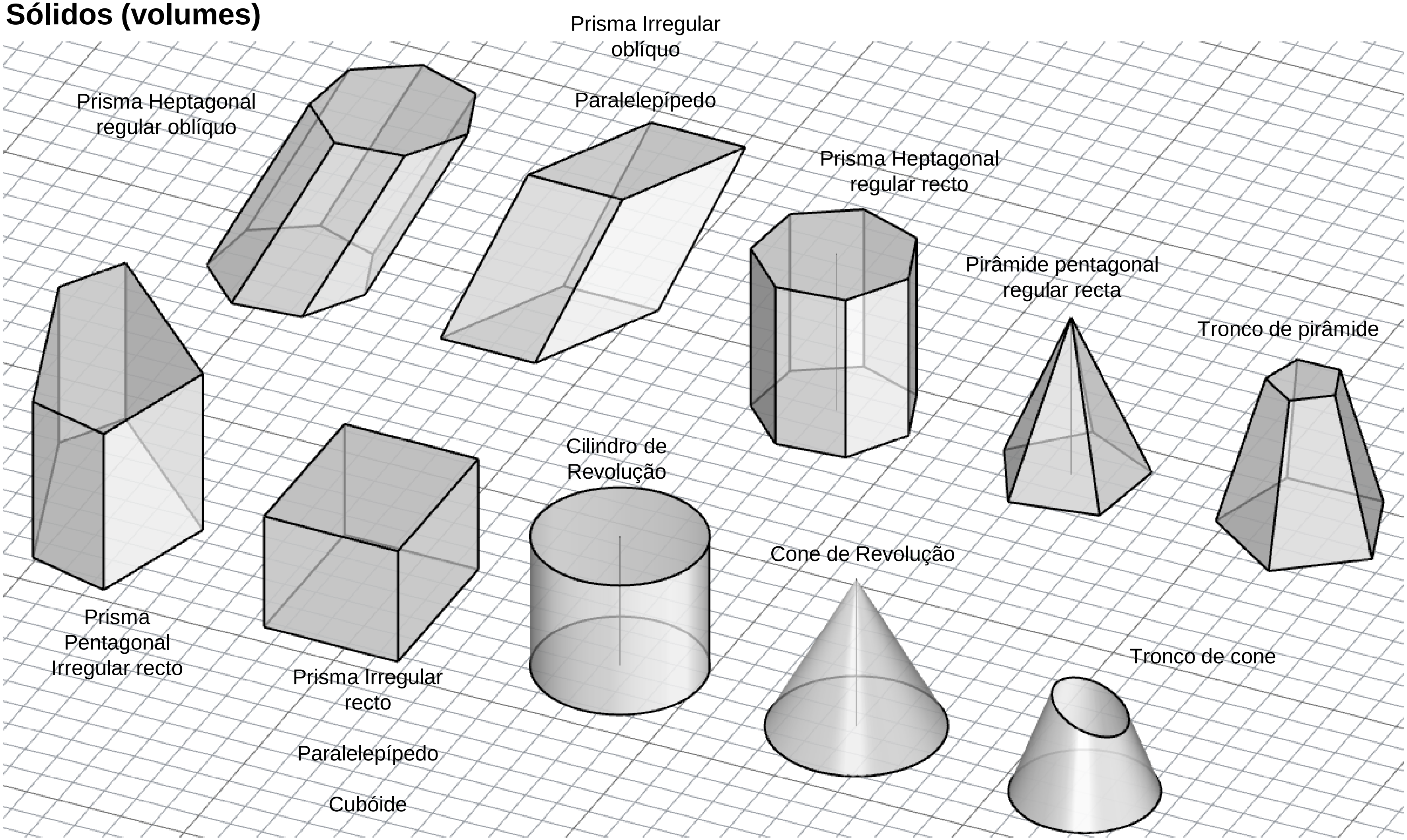


https://en.wikipedia.org/wiki/Planar_graph

https://www.e3s-conferences.org/articles/e3sconf/pdf/2018/13/e3sconf_icemee2018_03015.pdf

Revisões de geometria no espaço

Sólidos (volumes)



Prisma Recto: Faces laterais são rectângulos. **Pirâmide Recta:** Vértice e centroide da base definem uma recta perpendicular à base.
Prisma Regular: Prisma cujas bases são polígonos regulares. **Pirâmide Regular:** Prisma cuja base é um polígono regular.
Prisma Regular Recto: Bases são polígonos regulares e as faces laterais são rectângulos. **Pirâmide Regular Recta:** Pirâmide recta e regular.
Prisma Oblíquo: Faces laterais são paralelogramos. **Pirâmide Oblíqua:** Pirâmide não recta.

Nota 1: Para alguns autores Prisma Regular é o mesmo que Prisma Regular Recto. https://www.mathwords.com/r/regular_prism.htm
Nota 2: Para alguns autores Prisma Regular Recto tem a restrição das faces rectangulares serem quadrados. https://mathworld.wolfram.com/Prism.html

Revisões de geometria no espaço

As posições relativas das rectas e dos planos

Duas rectas podem ser, entre si:
- Paralelas
- Concorrentes
- Enviesadas

Duas rectas concorrentes podem ser, entre si:
- Oblíquas
- Perpendiculares

Duas rectas enviesadas podem ser, entre si:
- oblíquas
- ortogonais

Duas rectas concorrentes, oblíquas entre si, dividem o plano que as contém em 4 regiões iguais duas a duas, e cada uma dessas regiões designa-se ângulo.

Duas rectas perpendiculares dividem o plano que as contém em 4 regiões iguais, e cada uma dessas regiões designa-se ângulo recto.

Ângulo é a porção de plano delimitada por duas semirectas com a mesma origem.

Dois planos podem ser, entre si:
- Paralelos
- Concorrentes

Dois planos concorrentes podem ser, entre si:
- Oblíquos
- Perpendiculares

Dois planos concorrentes, oblíquos entre si, dividem o espaço em 4 regiões iguais duas a duas, e cada uma dessas regiões designa-se diedro.

Diedro é a porção de espaço delimitada por dois semiplanos com a mesma recta de origem.

Dois planos perpendiculares dividem o espaço em 4 diedros iguais, e cada um desses diedros designa-se quadrante.

A inclinação entre dois planos mede-se através de um ângulo contido num plano perpendicular à recta comum aos dois planos. Esse ângulo designa-se por rectilíneo do diedro.

A inclinação de uma recta em relação a um plano mede-se através do menor ângulo que esta fará com uma recta concorrente do plano. Estas duas rectas definem um plano perpendicular ao primeiro plano considerado.

Uma recta de maior declive de um plano em relação a outro é sempre perpendicular à recta comum aos dois planos.

Teórica 1

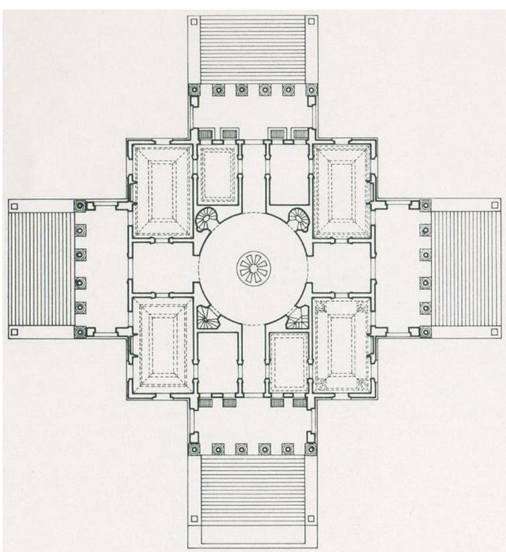
• Relação entre a geometria e a arquitetura:
 - Suporte da forma.
 - Geometria descritiva e sistemas de representação (Tipos de desenhos, plantas, cortes, alçados, plantas topográficas; convenções gráficas, tipos de linha, intensidade do traço, tipos de trama, notações, simbologia, escala)

Relação entre Geometria e Arquitetura
(suporte da forma)

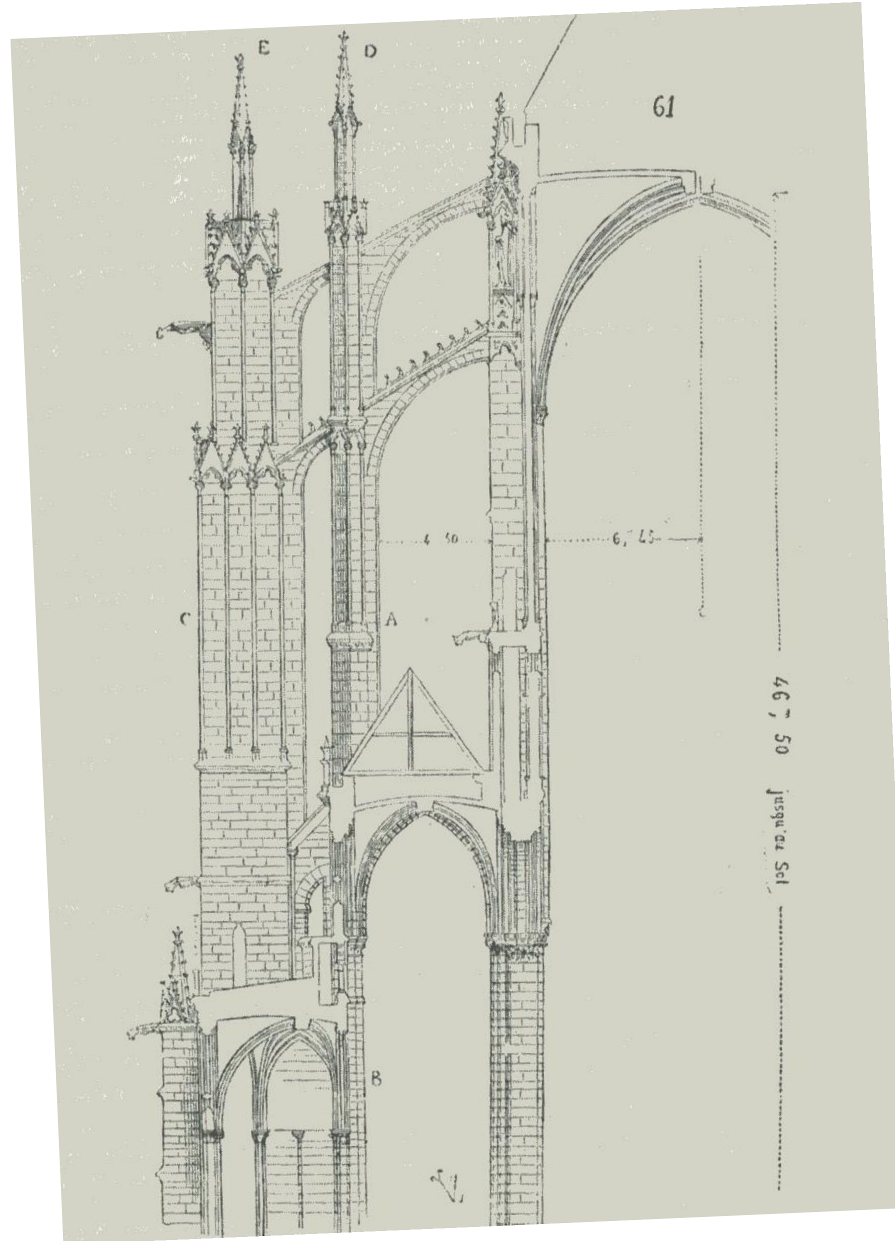
Geometria e Arquitectura

Geometria como suporte da forma.

https://en.wikipedia.org/wiki/Bramante_Staircase



https://ulissesjesus.files.wordpress.com/2014/11/planta-la-rotonda1.jpg



Viollet Le Duc

Geometria e Arquitectura

Traçados

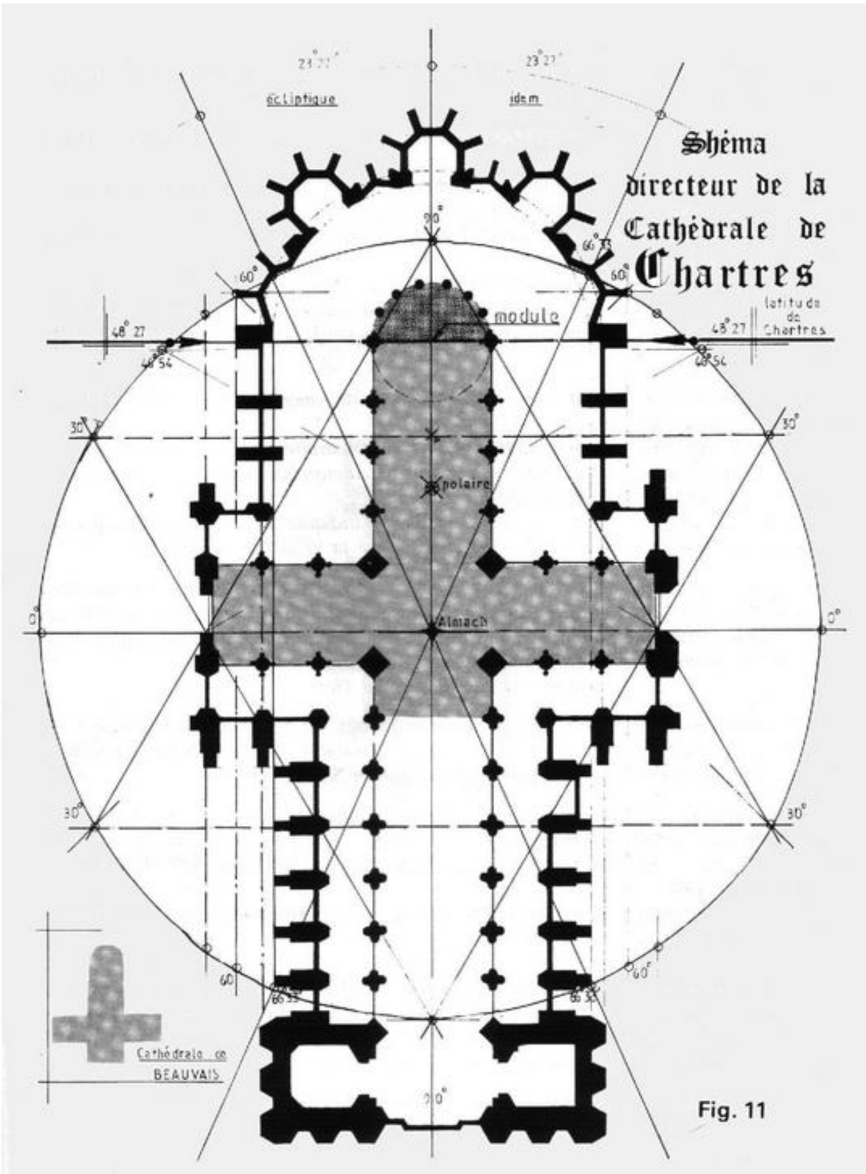
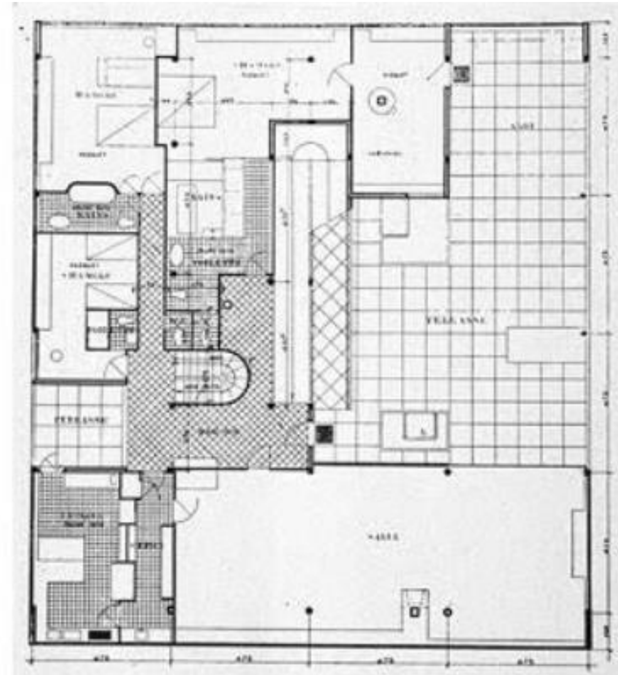
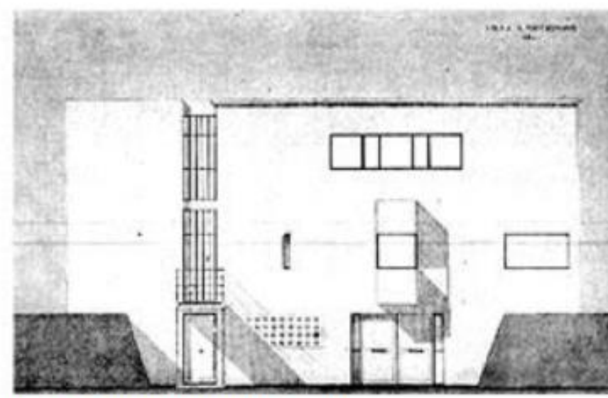


Fig. 11

https://www.pinterest.pt/pin/395402042258365333/



Etage d'habitation Living storey Wohngeschoss



Villa Besnus in Vaucresson
Le Corbusier. 1923

https://sites.google.com/site/tarqubi2008/35---a-geometria-como-elemento-organizador-da-ideia

Geometria e Arquitectura

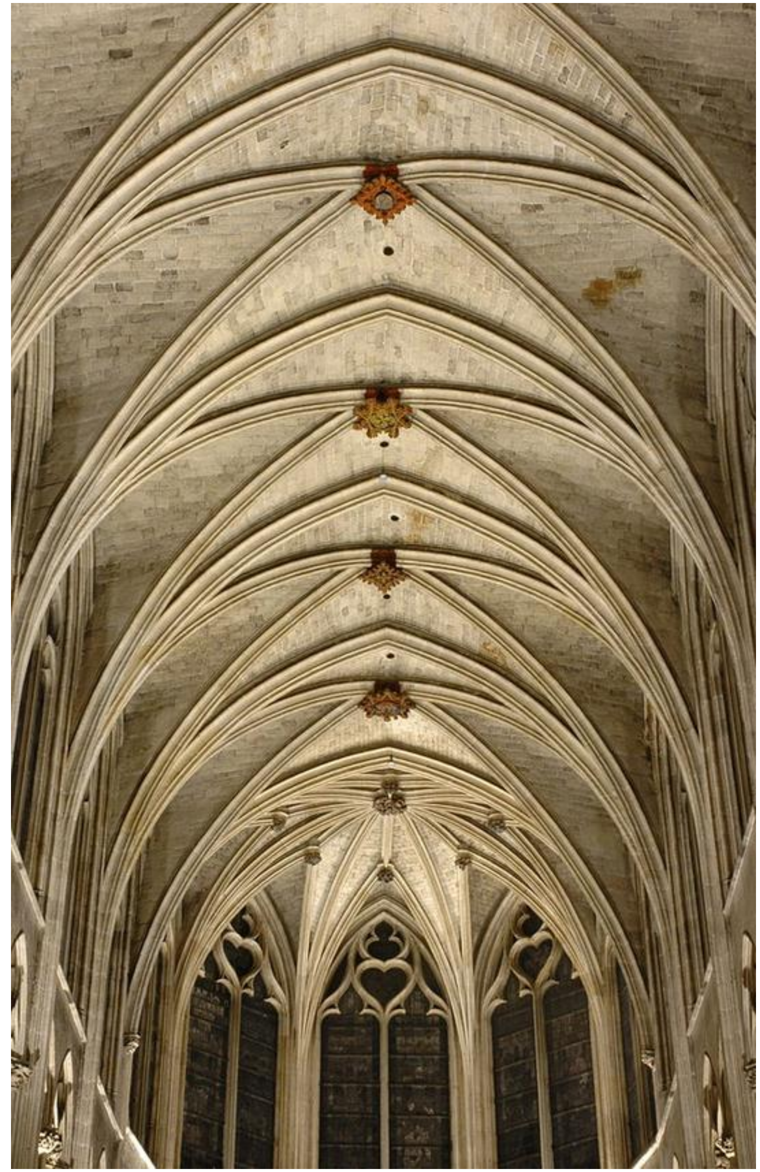
Geometria na modelação de terrenos.

http://www.cm-elvas.pt/descobrir/project-item/forte-da-graca/

Geometria e Arquitectura

As superfícies na Arquitectura (forma e material).

https://en.wikipedia.org/wiki/Vault_(architecture)



https://en.wikipedia.org/wiki/Vault_(architecture)

Geometria e Arquitectura

As superfícies na Arquitectura (forma e material).

https://www.pinterest.pt/pin/659636676643959526/visual-search/

https://www.pinterest.pt/pin/207165651585019348/visual-search/

https://www.pinterest.pt/pin/566469077963780599/visual-search/?x=9&y=3&w=384&h=627&cropSource=6

Geometria e Arquitectura

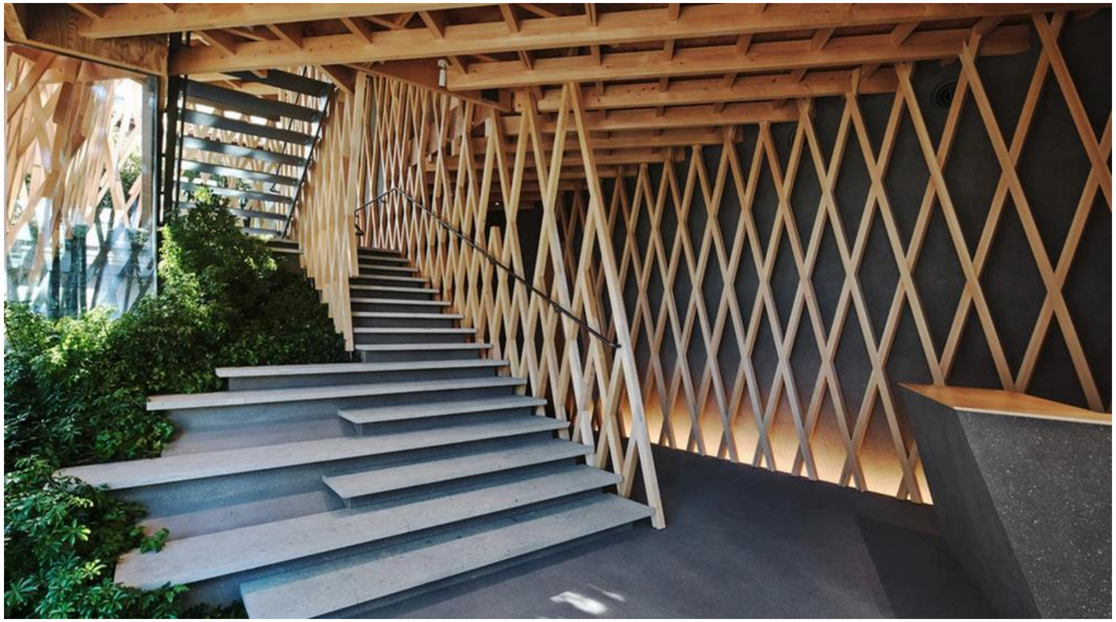
As superfícies na Arquitectura (forma e material).

http://www.franken-architekten.de/index.php?pagetype=projectdetail&lang=en&cat=6&param=cat&param2=21&param3=0&

Geometria e Arquitectura

As superfícies na Arquitectura (forma e material).

https://www.americanpoleandtimber.com/wood-timber-products/timber-trusses-and-corbels/

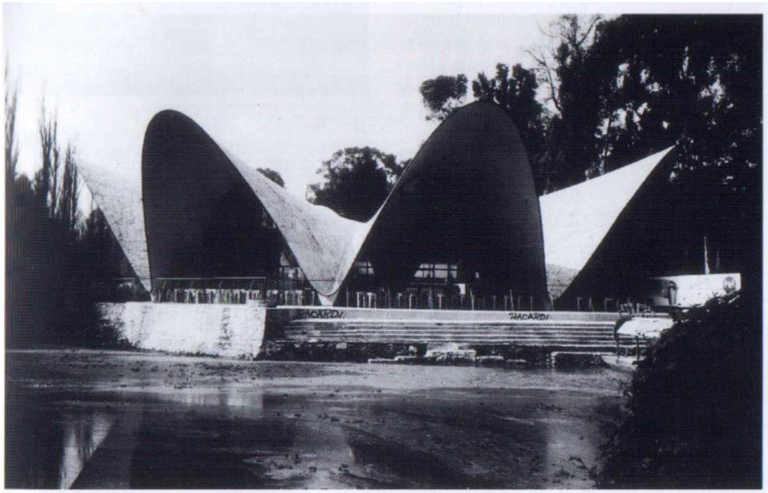


https://theculturetrip.com/asia/japan/articles/the-10-most-impressive-buildings-in-tokyo/

https://www.midwestmanufacturing.com/MidwestWebsite/productType.do?productGroupId=7

Geometria e Arquitectura

As superfícies na Arquitectura (forma e material).



Felix Candela's delightful hyperboloid concrete shell structure for a restaurant in Xochimilco, Mexico, 1958. The concrete is only 10 cm (4in.) thick, and its strength depends entirely on its curvature. [2.19]

BERGER H: Light structures – structures of light. 1996. Birkhauser. ISBN 3-7643-5352-X

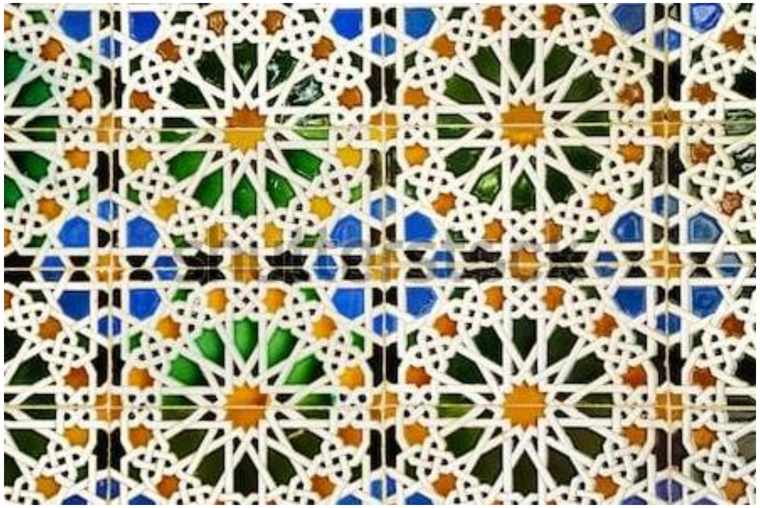
http://digitalstructures.mit.edu/files/2015-08/plunkett-mueller.pdf?662cf2652a

https://www.archdaily.com/888082/felix-candelas-concrete-shells-through-photographs-architectural-models-and-plans/5a70b31bf197cc8c9e000052-felix-candelas-concrete-shells-through-photographs-architectural-models-and-plans-image?next_project=no

https://www.thoughtco.com/oscar-niemeyer-photo-portfolio-4065252

Geometria e Arquitectura

Padrões decorativos.



https://www.egypttoday.com/Article/4/70945/Islamic-Arts-Ceramic-tile-bearing-the-name-of-Ghibi-Bin

https://www.youtube.com/watch?v=YGLnB5kWXMc

https://www.theartistation.com/2015/07/mesmerizing-mosque-ceilings/

Geometria e Arquitectura

Metáforas.

https://www.pinterest.pt/pin/323555554457212382/

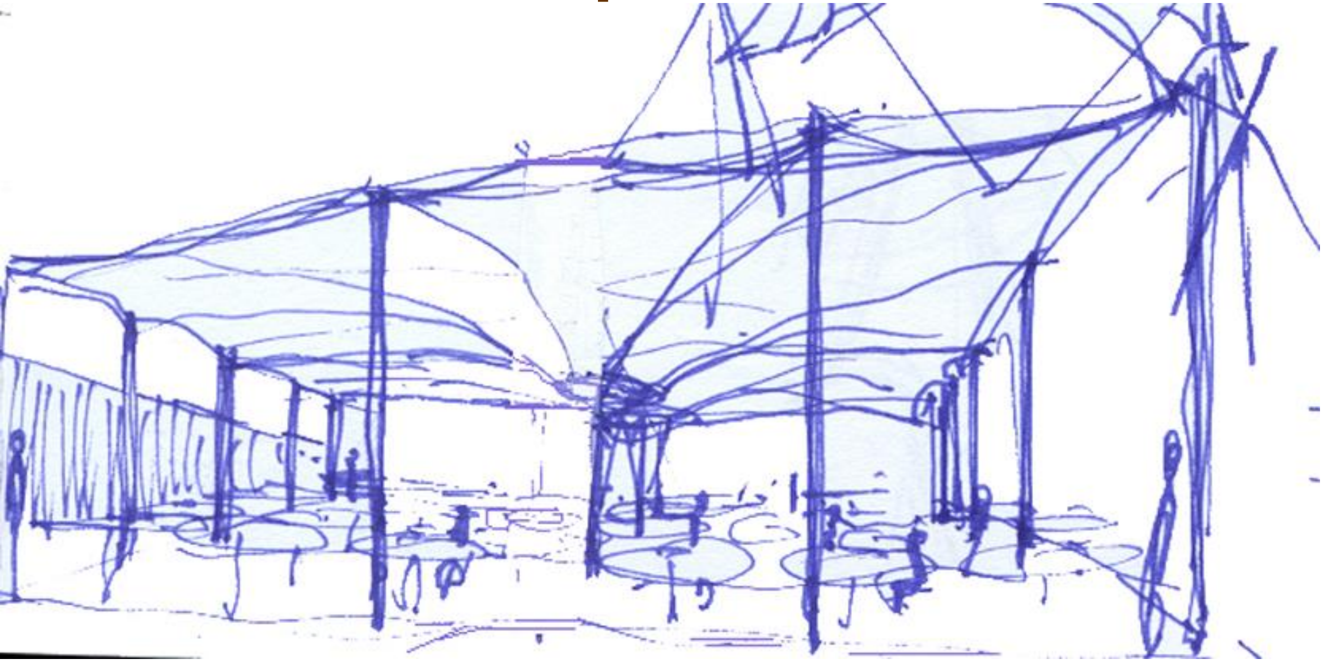
https://www.pinterest.pt/pin/513692519786186541/

https://japan-magazine.jnto.go.jp/en/1801_tadao-ando.html

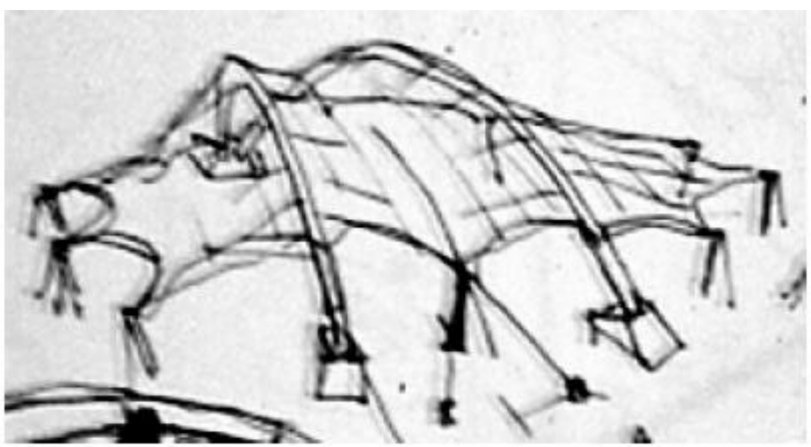
https://intuarch.com/neuroscience-creativity-and-architecture/

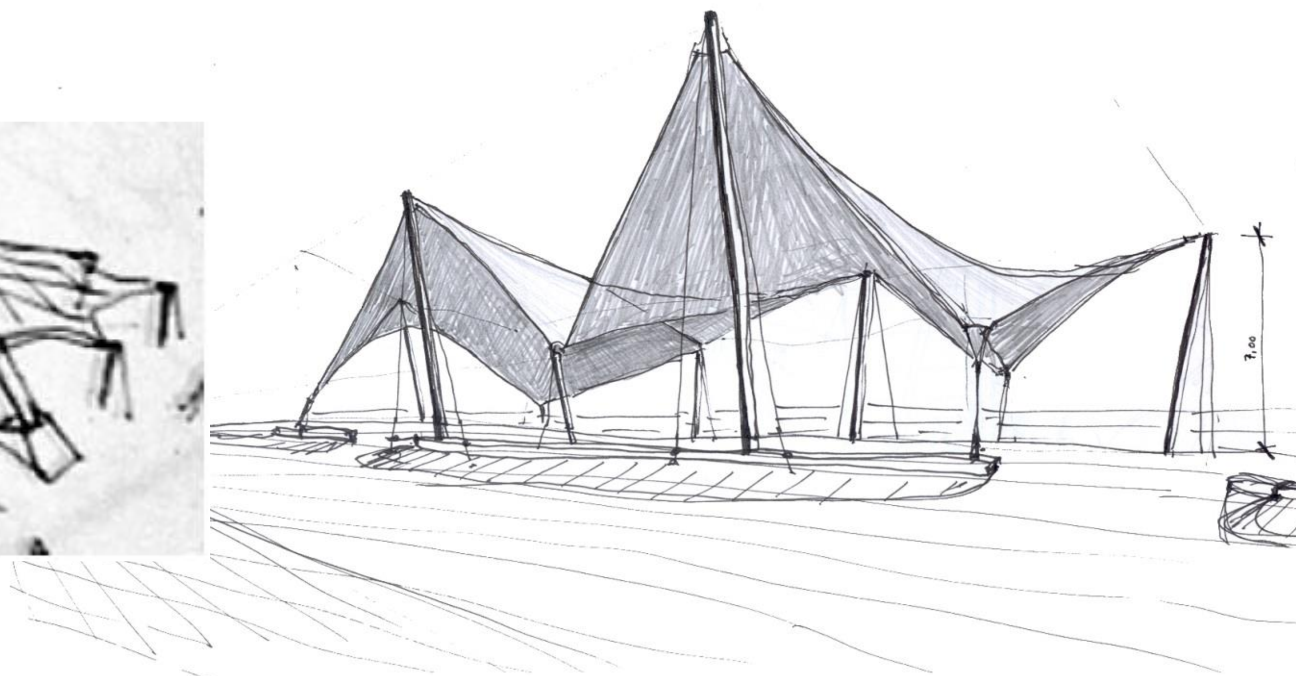
Relação entre Geometria e Arquitetura (geometria descritiva e sistemas de representação)

Geometria e Arquitectura

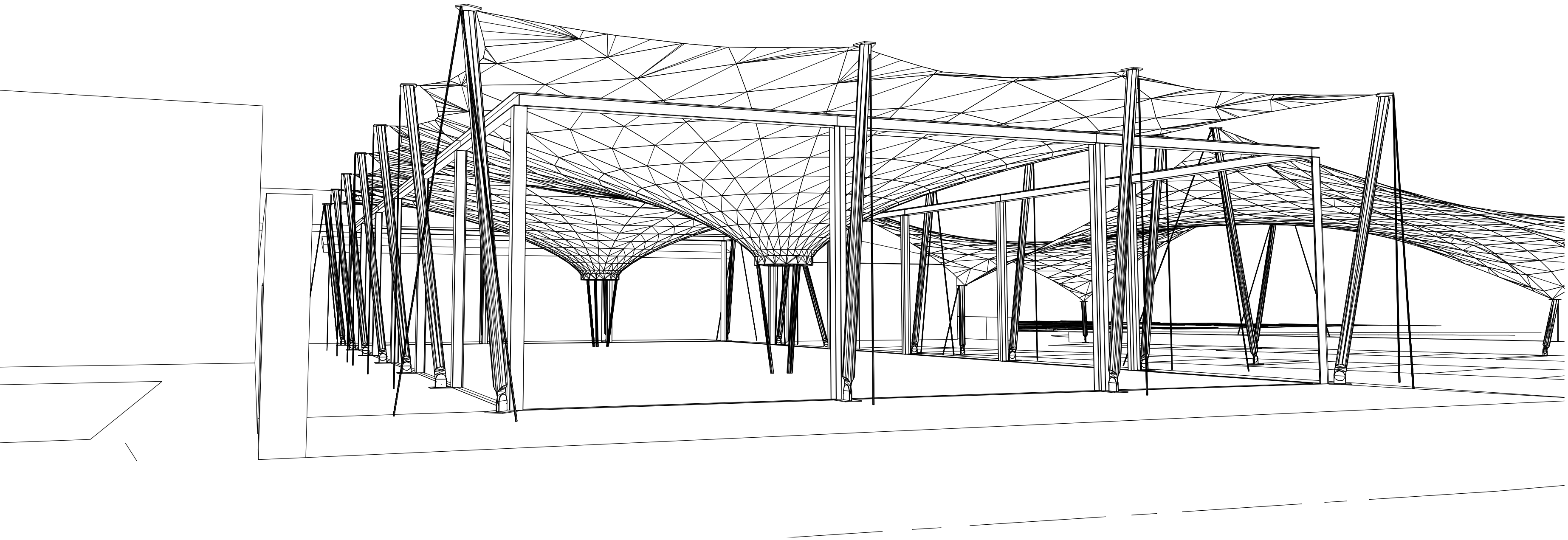


Representação e Concepção, desde os esquiços...

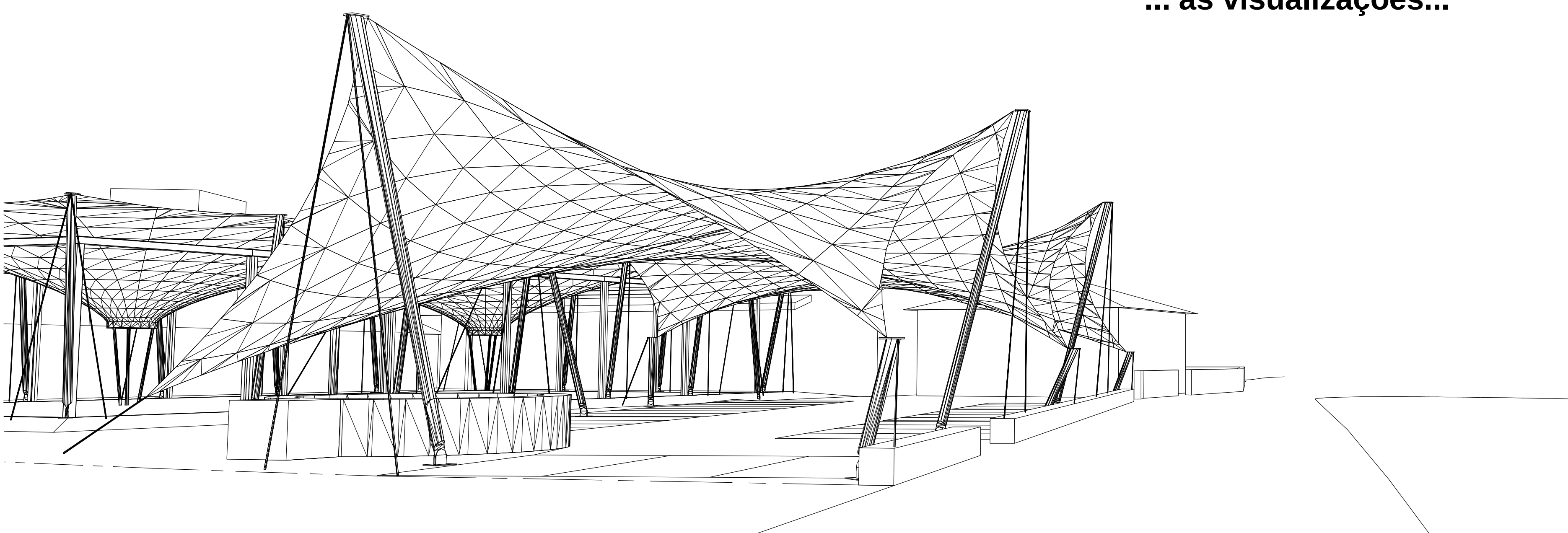




Geometria e Arquitectura



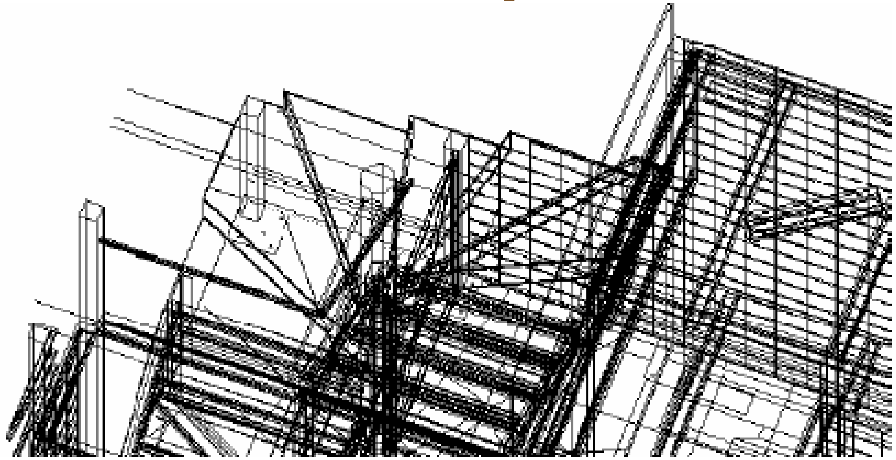
... às visualizações...



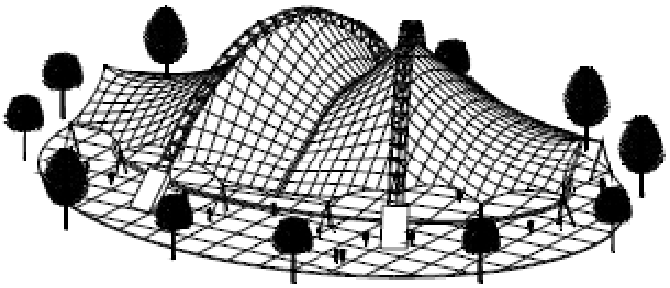
Geometria e Arquitectura

... e renderizações.

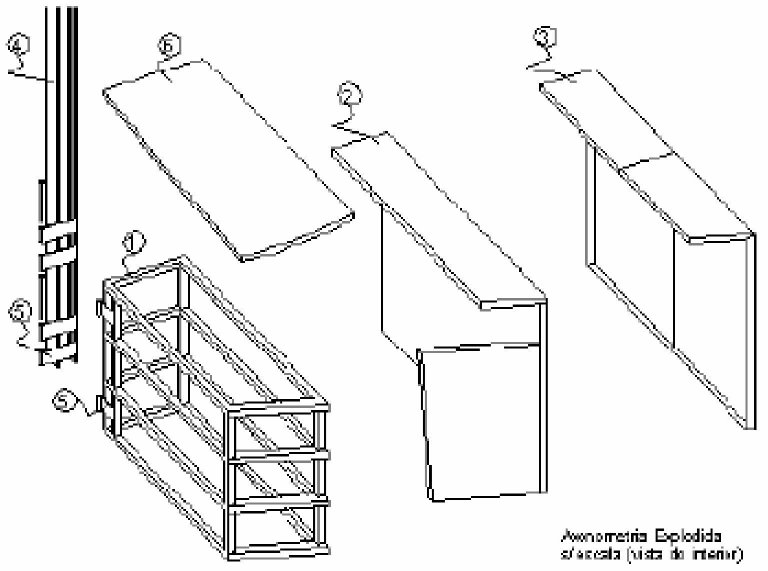
Geometria e Arquitectura



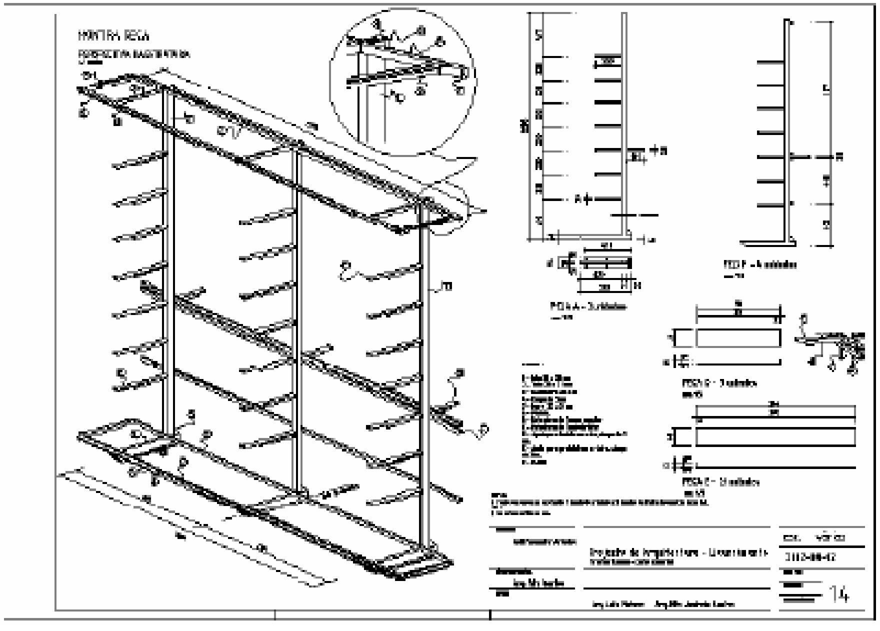
visualização informática



visualização informática



excerto de desenho para construção

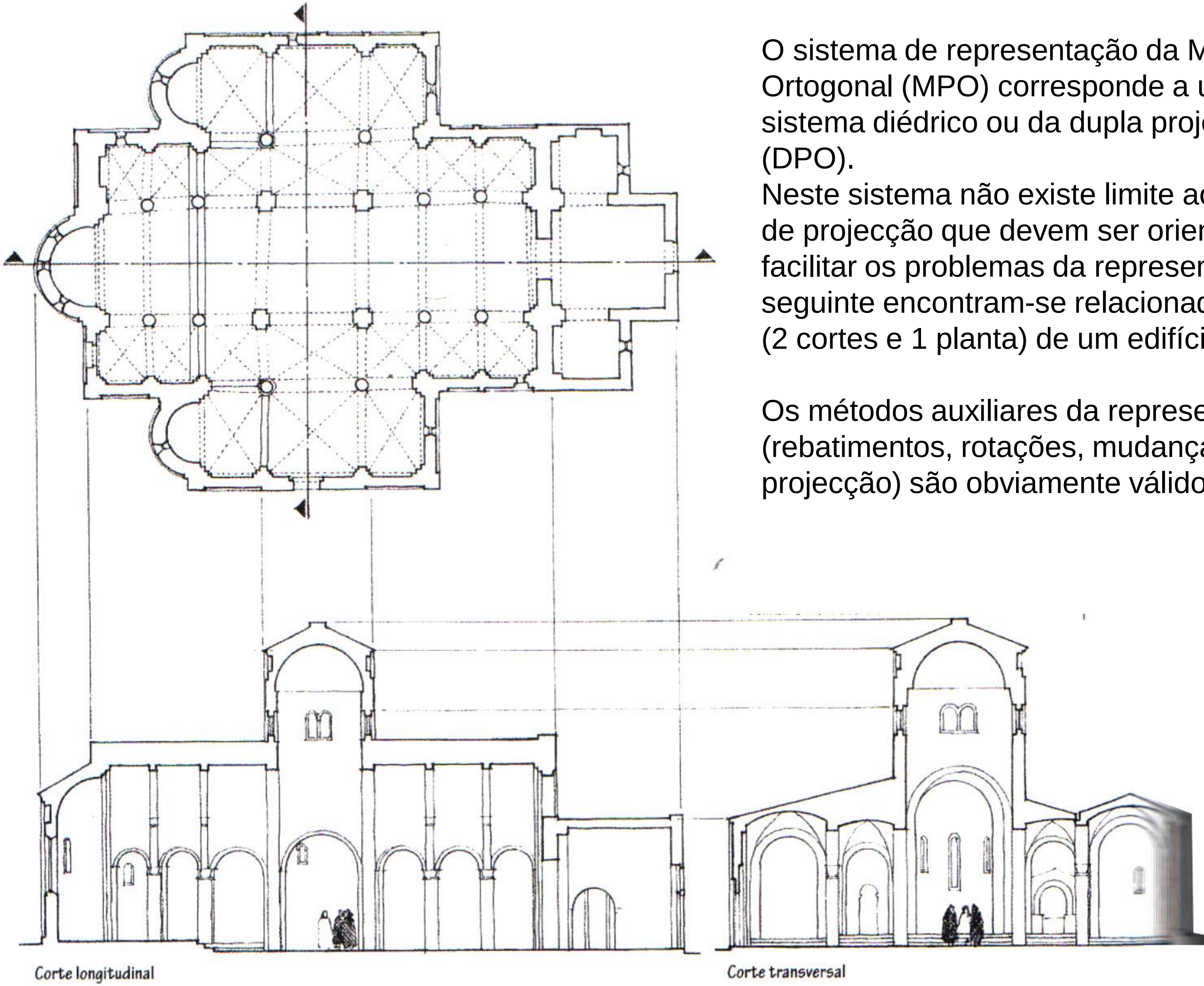


desenho para construção

Múltipla Projecção Ortogonal (MPO)

O sistema de representação da Múltipla Projecção Ortogonal (MPO) corresponde a uma extensão do sistema diédrico ou da dupla projecção ortogonal (DPO).
Neste sistema não existe limite ao número de planos de projecção que devem ser orientados de modo a facilitar os problemas da representação. Na figura seguinte encontram-se relacionadas três projecções (2 cortes e 1 planta) de um edifício.

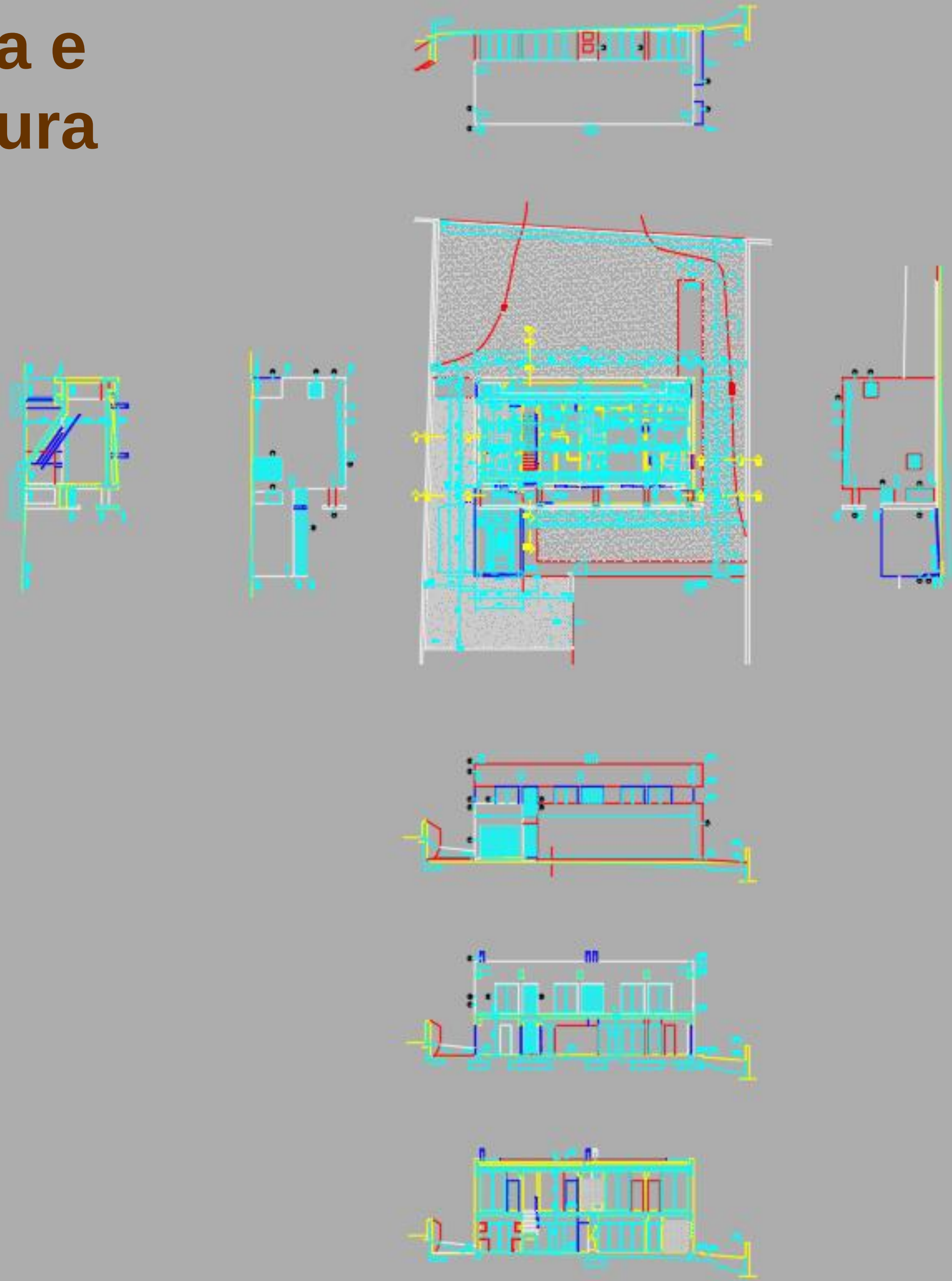
Os métodos auxiliares da representação da DPO (rebatimentos, rotações, mudanças de plano de projecção) são obviamente válidos na MPO.



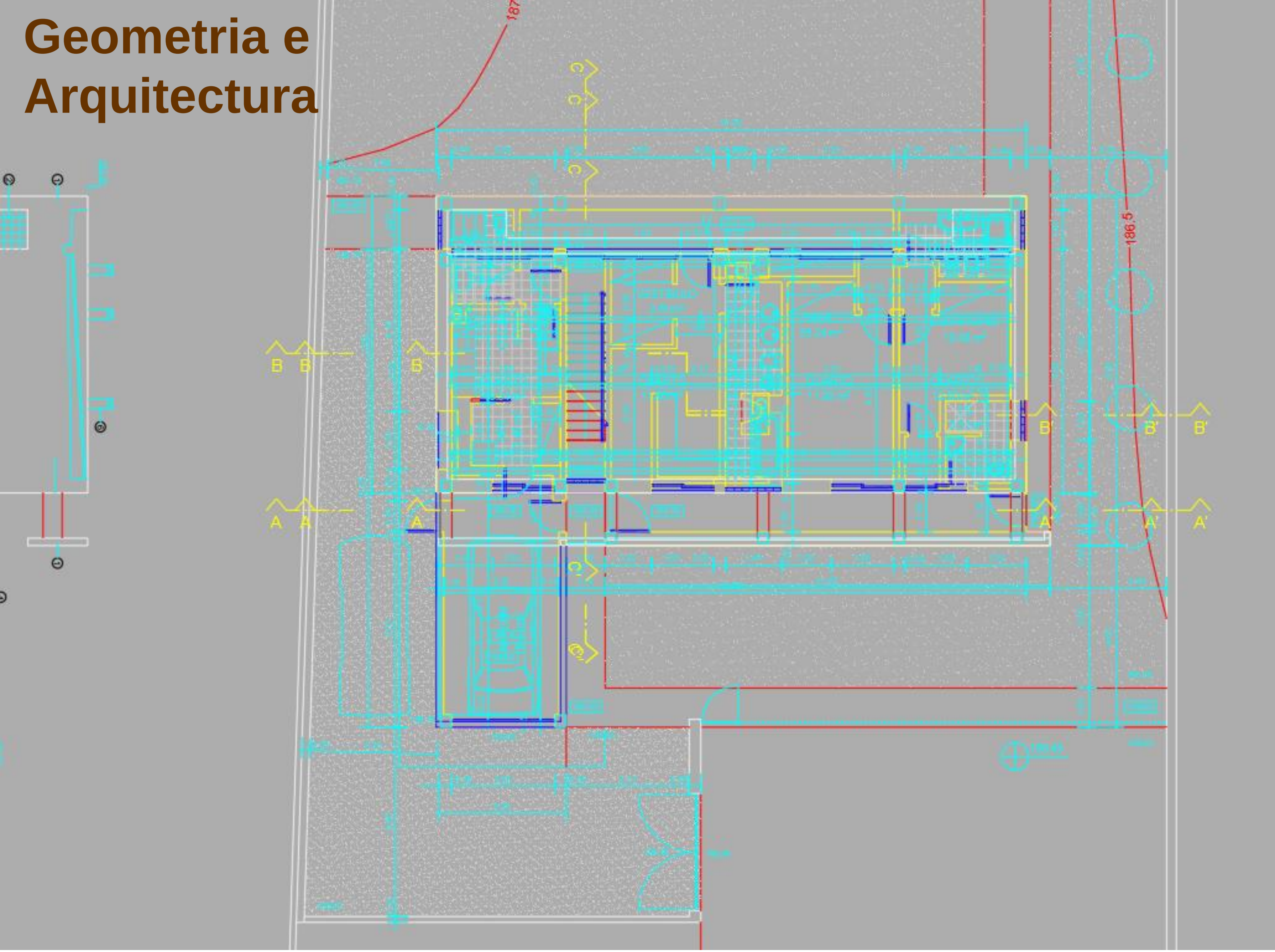
In
CHING F, JUROSZEK S: Representação gráfica para desenho e projeto. 2001. Ed. Gustavo Gili. ISBN 84-252-1848-9

Geometria e Arquitectura

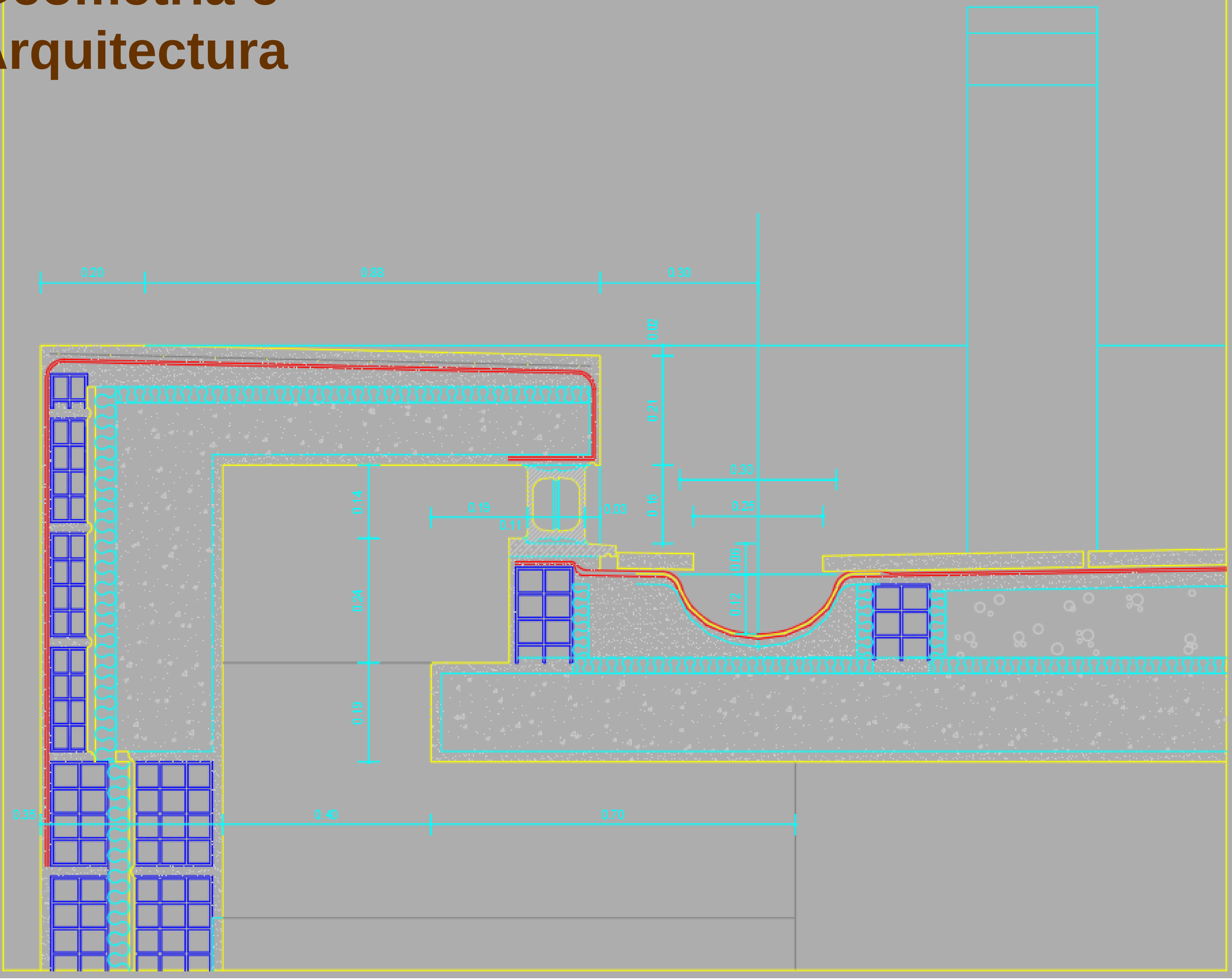
Geometria e Arquitectura



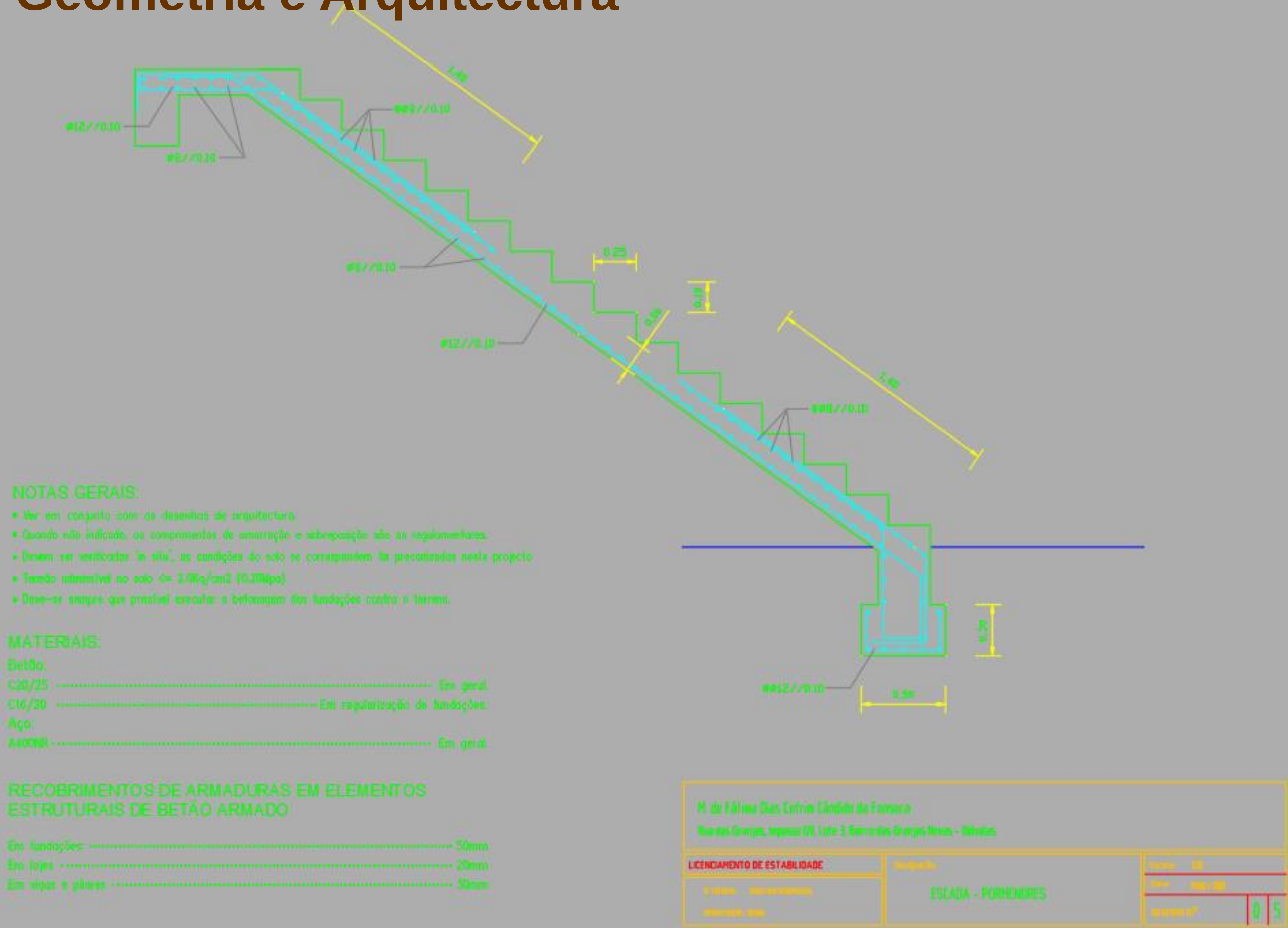
Geometria e Arquitectura



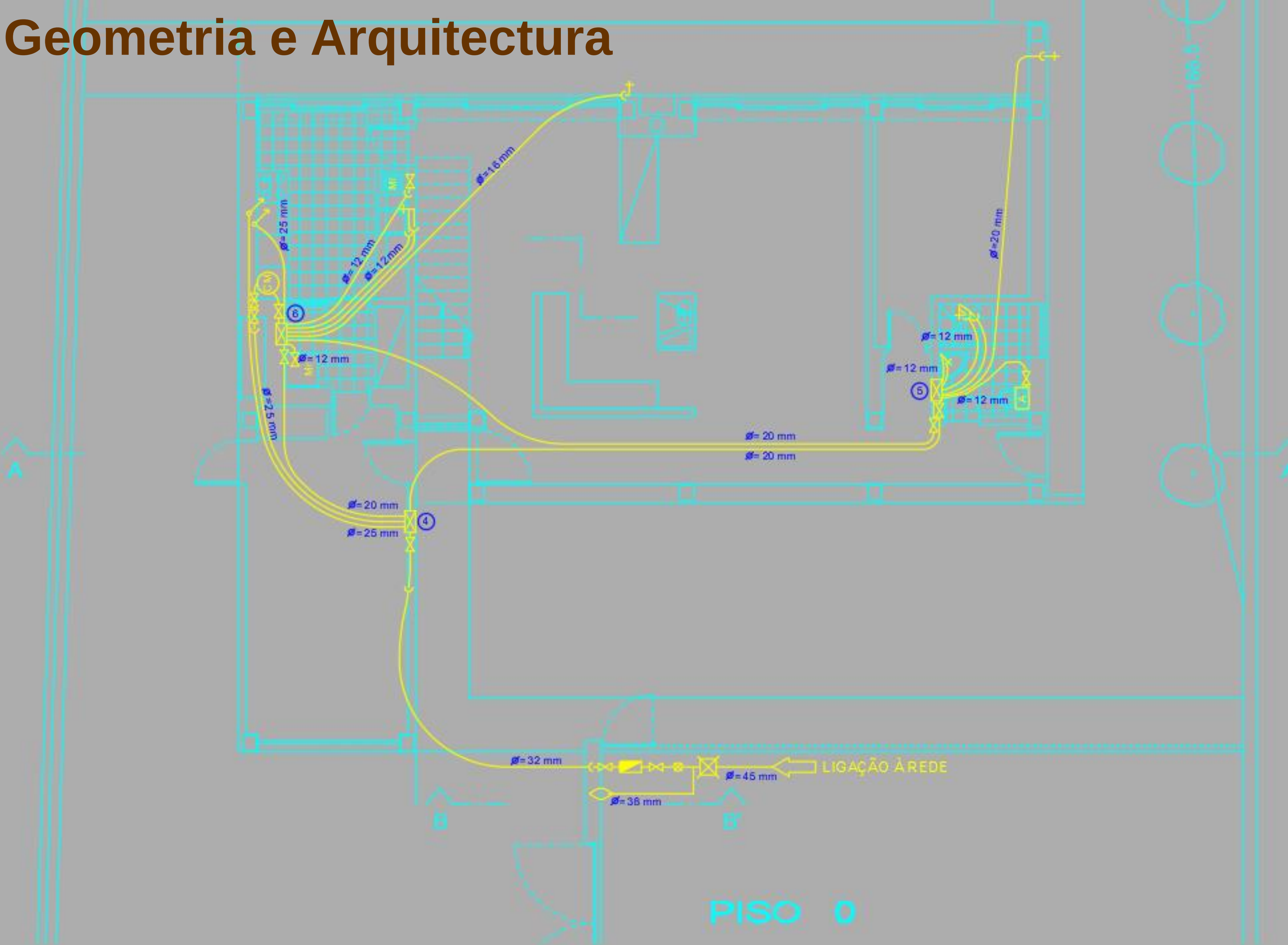
Geometria e Arquitectura



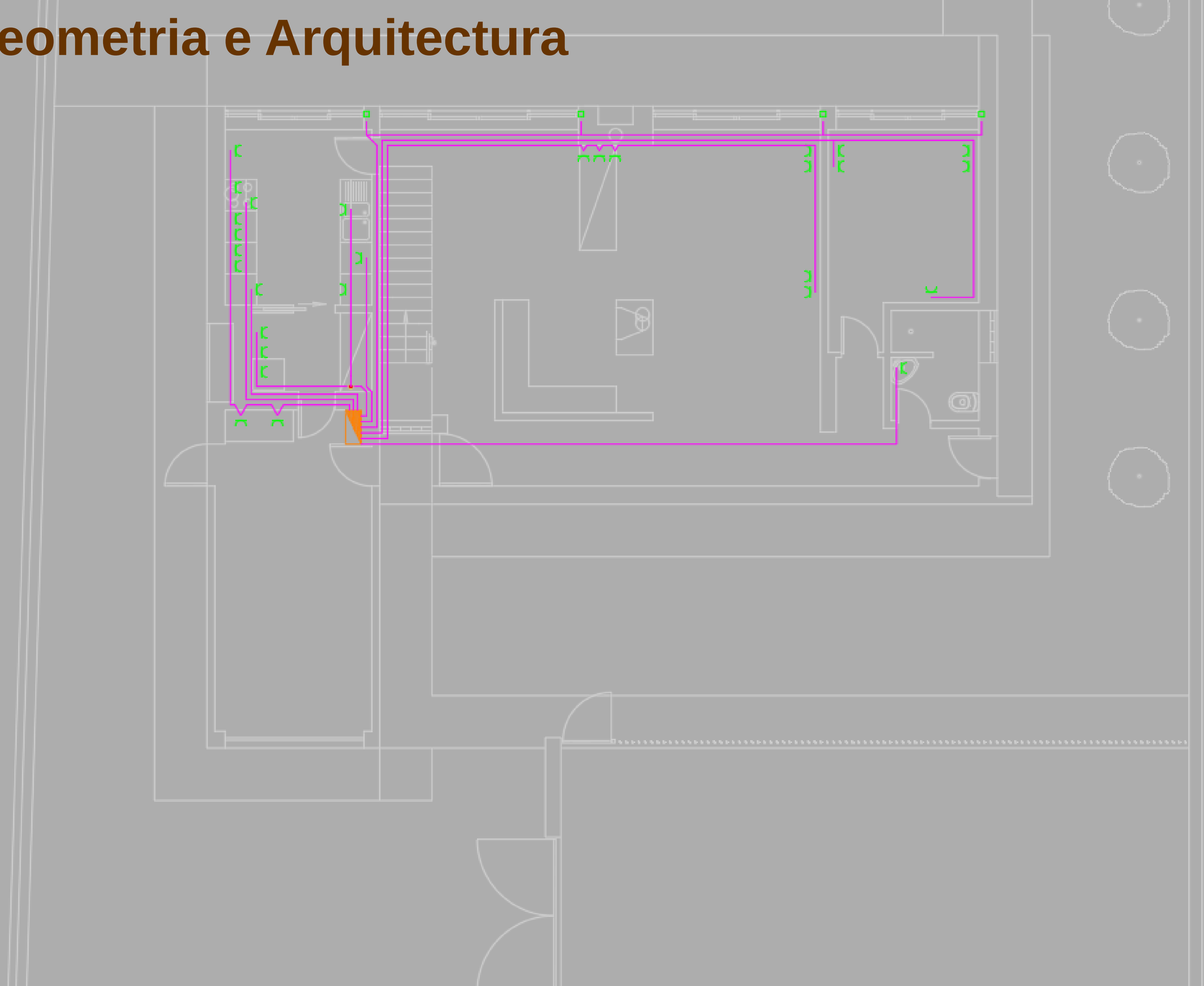
Geometria e Arquitectura



Geometria e Arquitectura

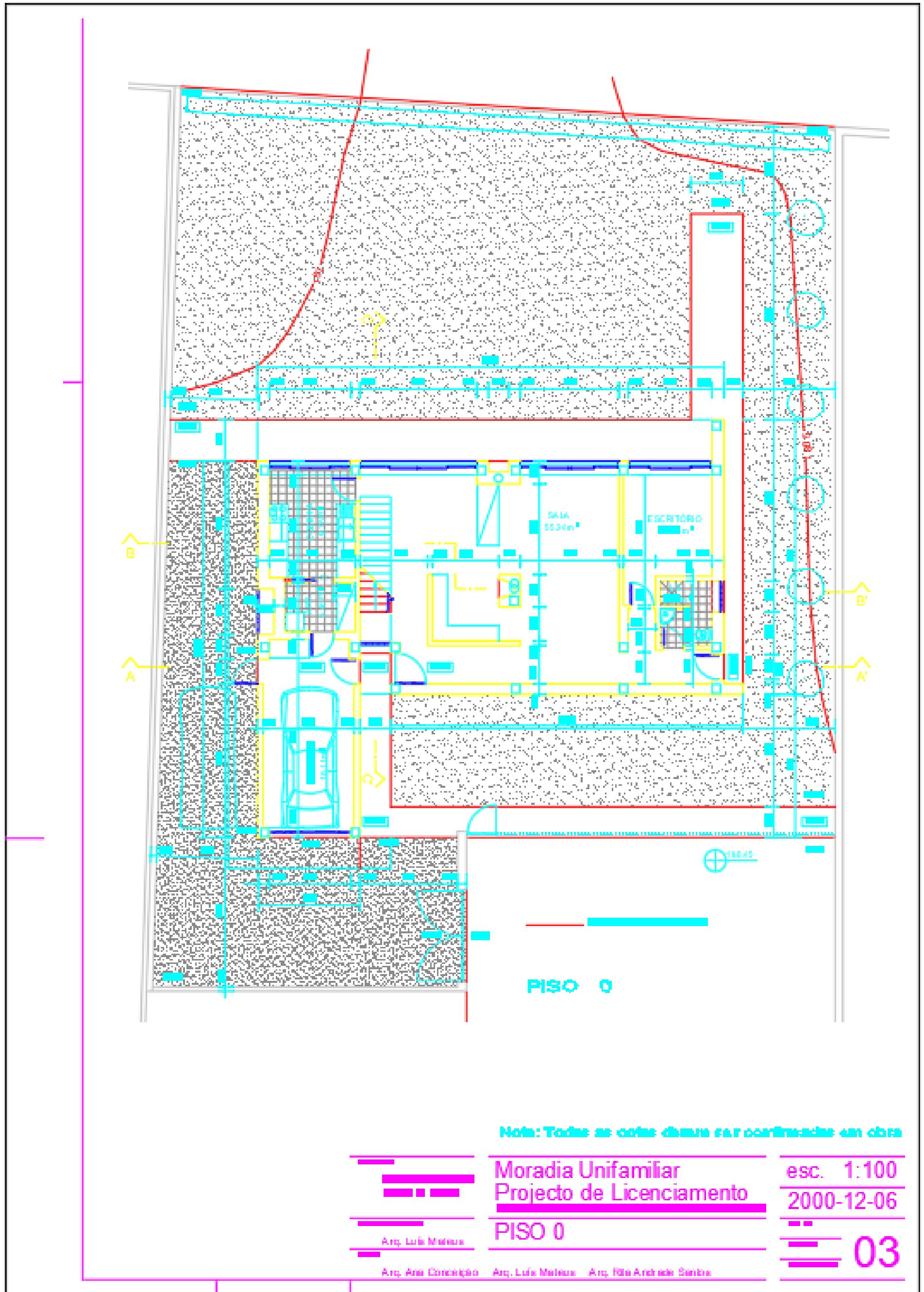


Geometria e Arquitectura



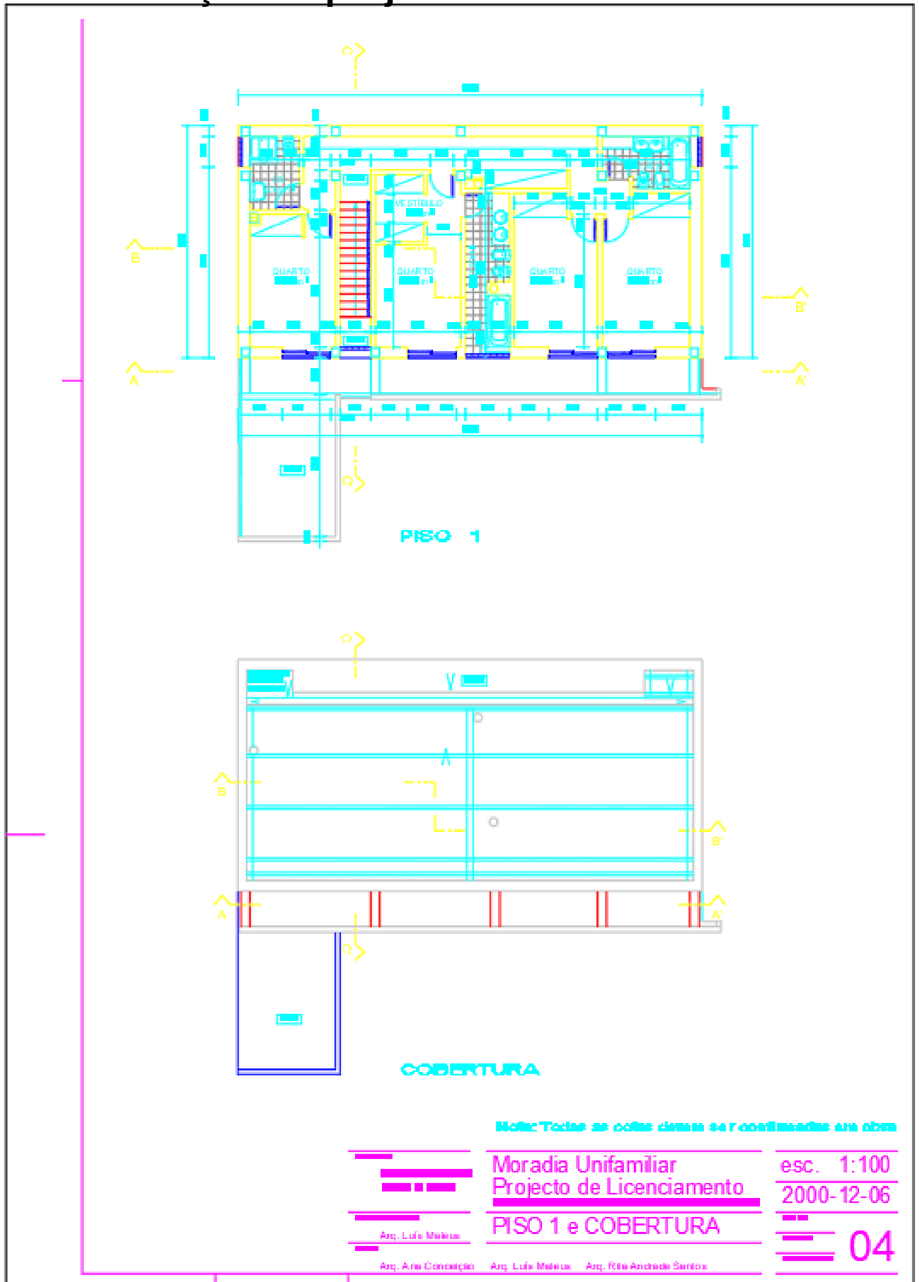
Geometria e Arquitectura

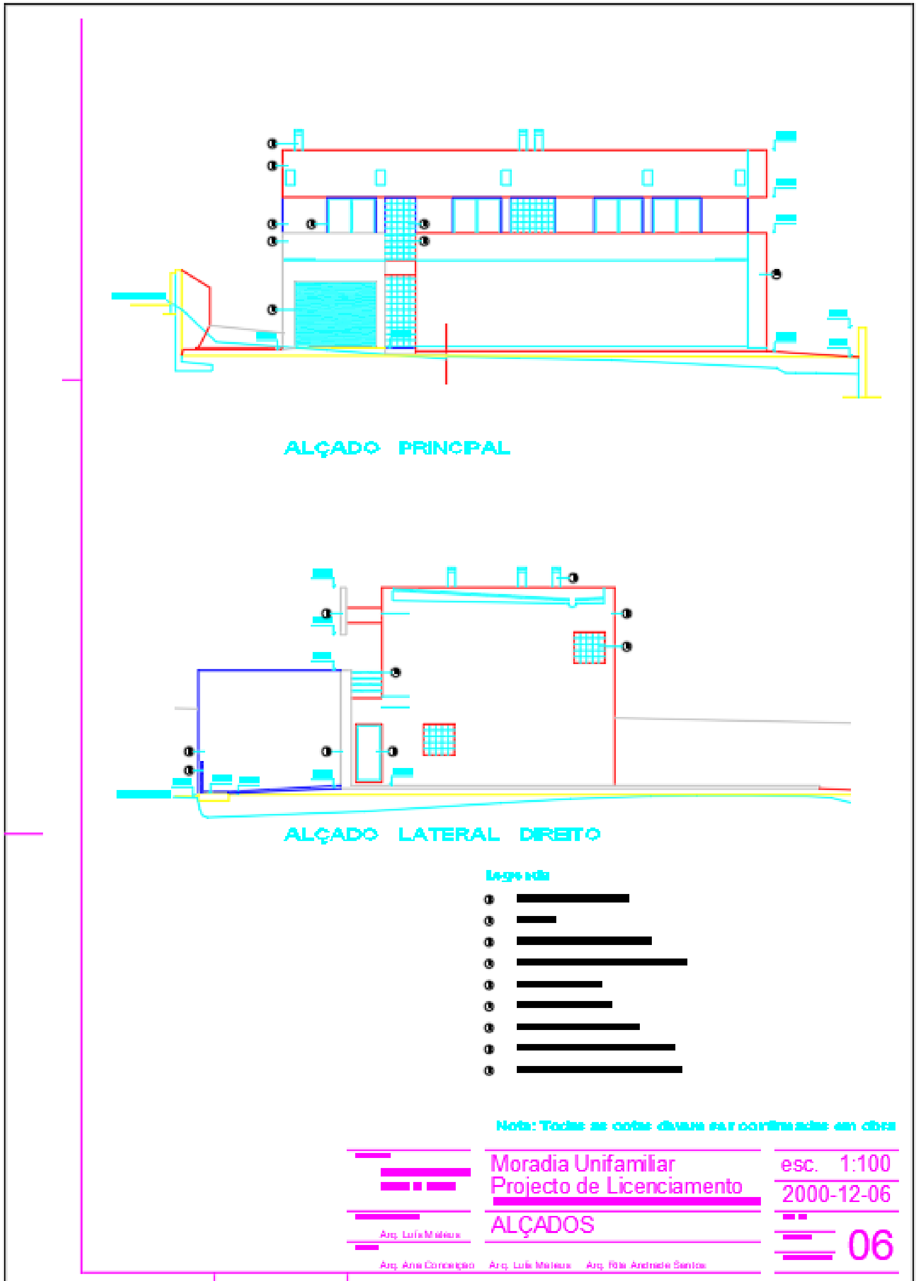
Comunicação do projecto.



Geometria e Arquitectura

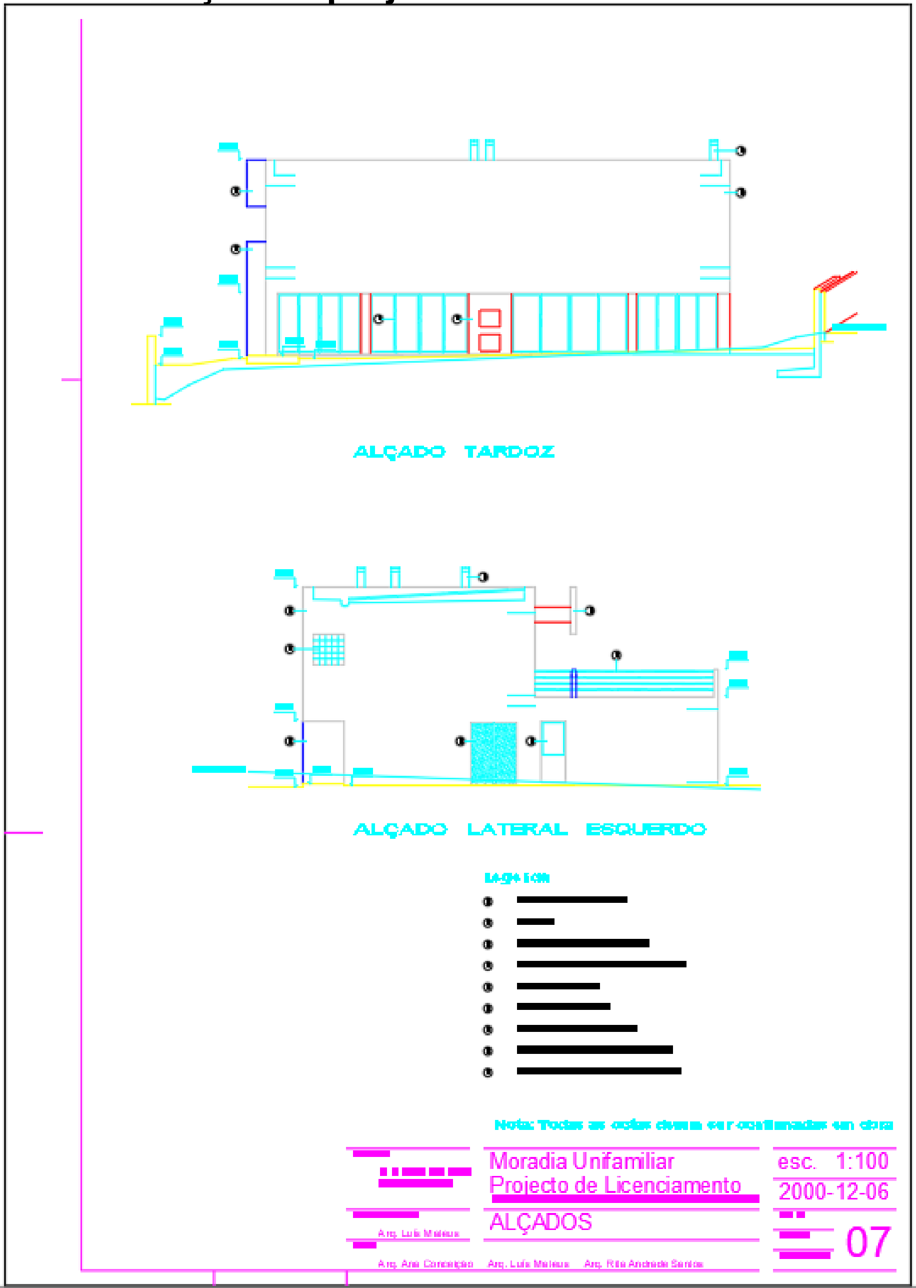
Comunicação do projecto.

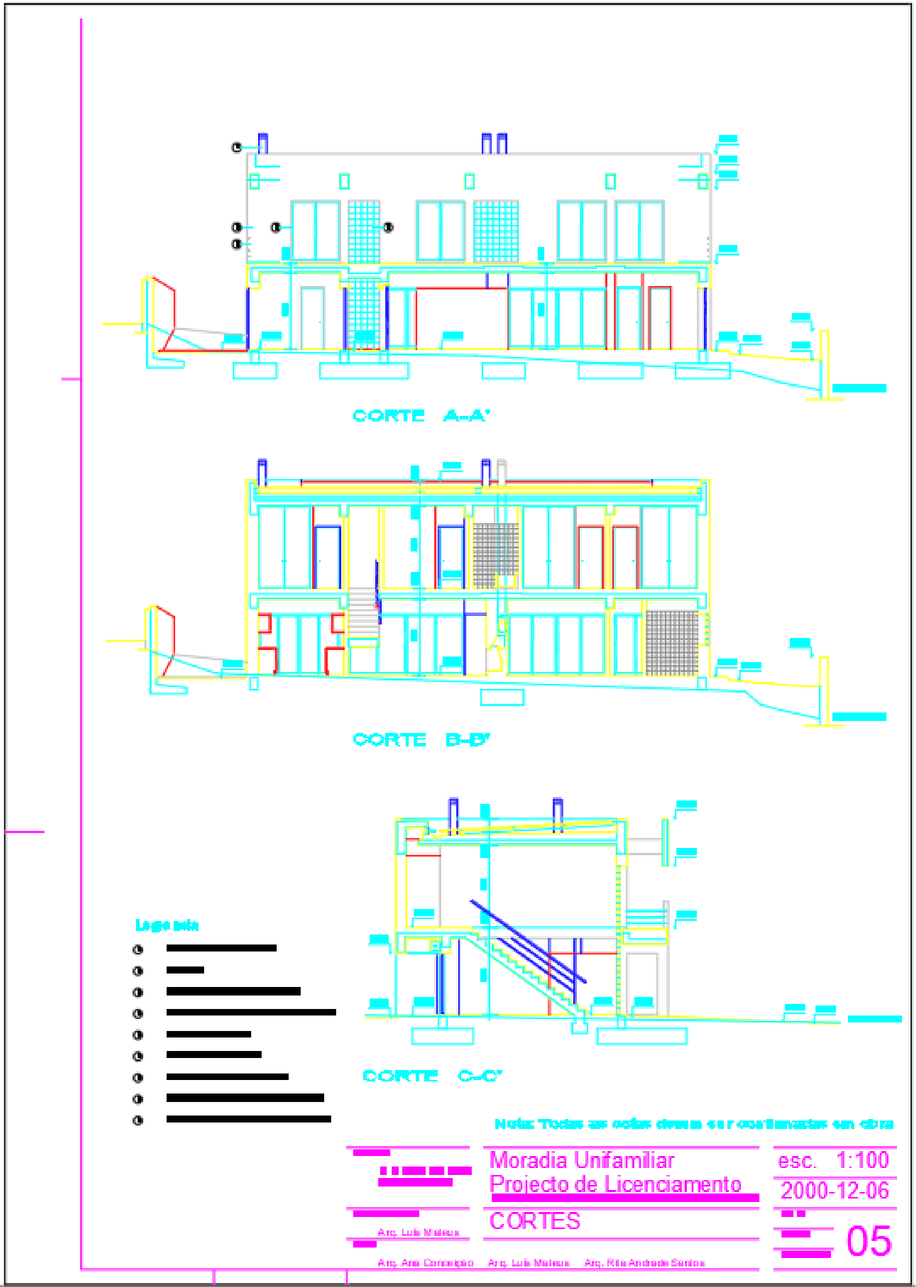




Geometria e Arquitectura

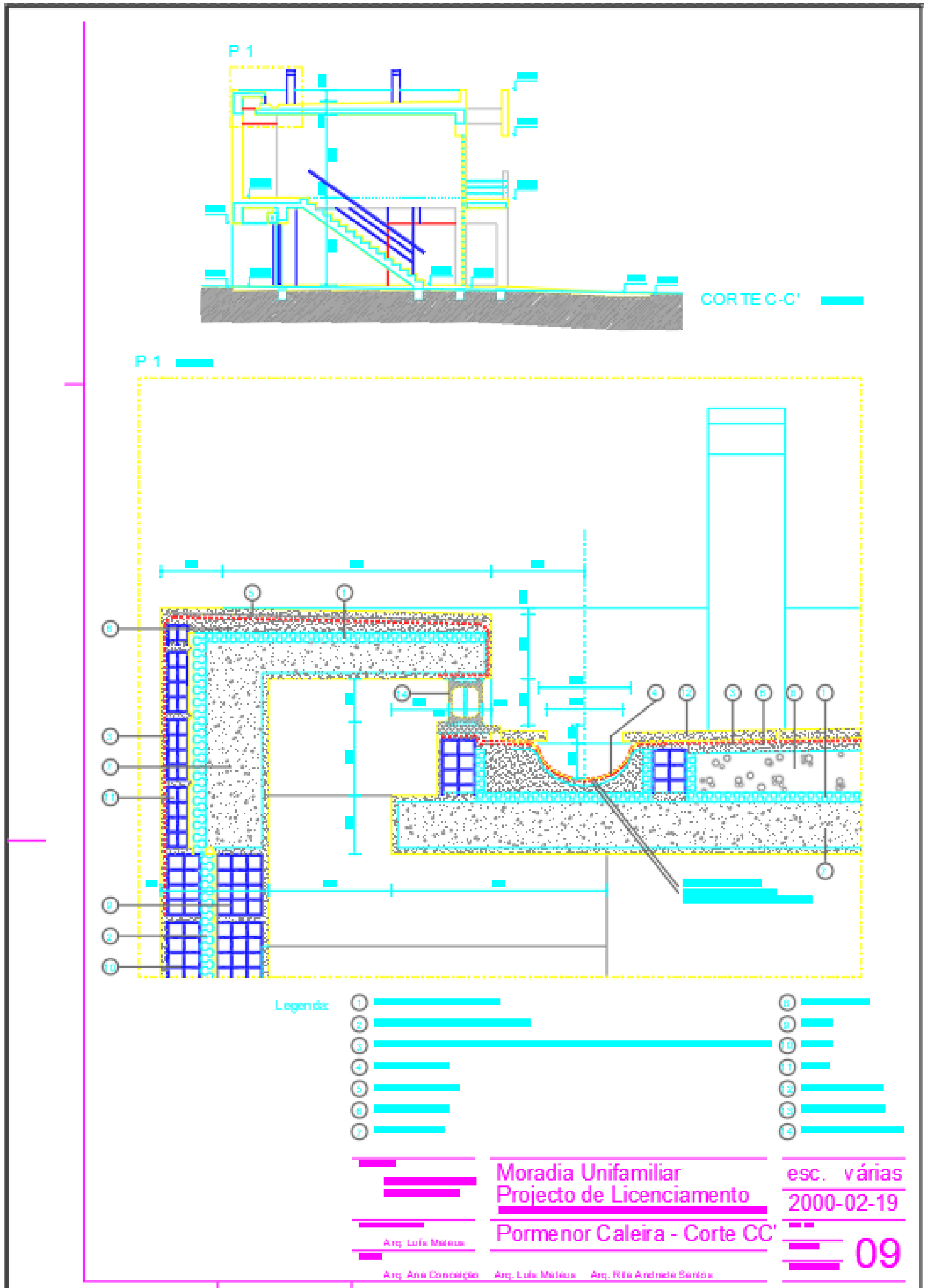
Comunicação do projecto.





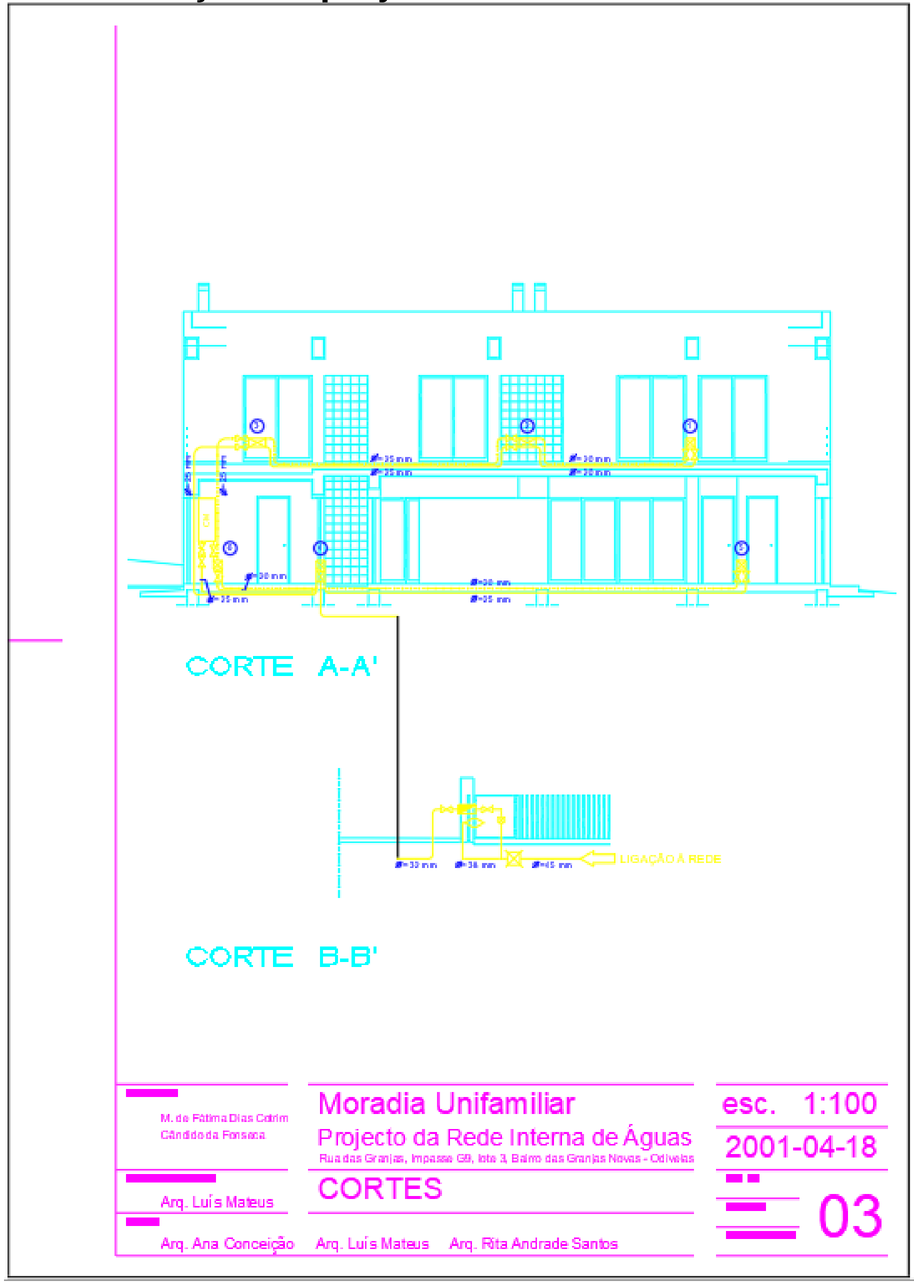
Geometria e Arquitectura

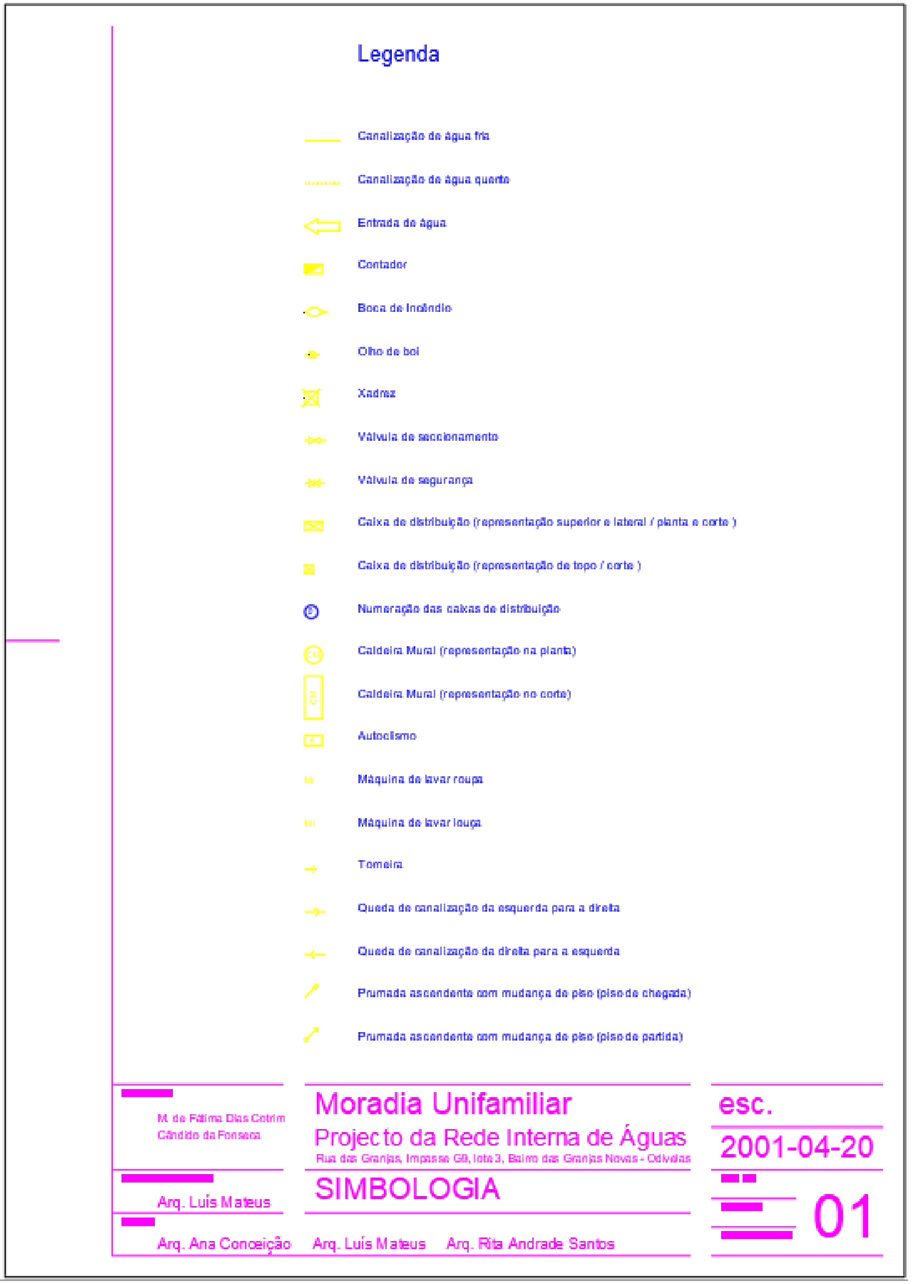
Comunicação do projecto.



Geometria e Arquitectura

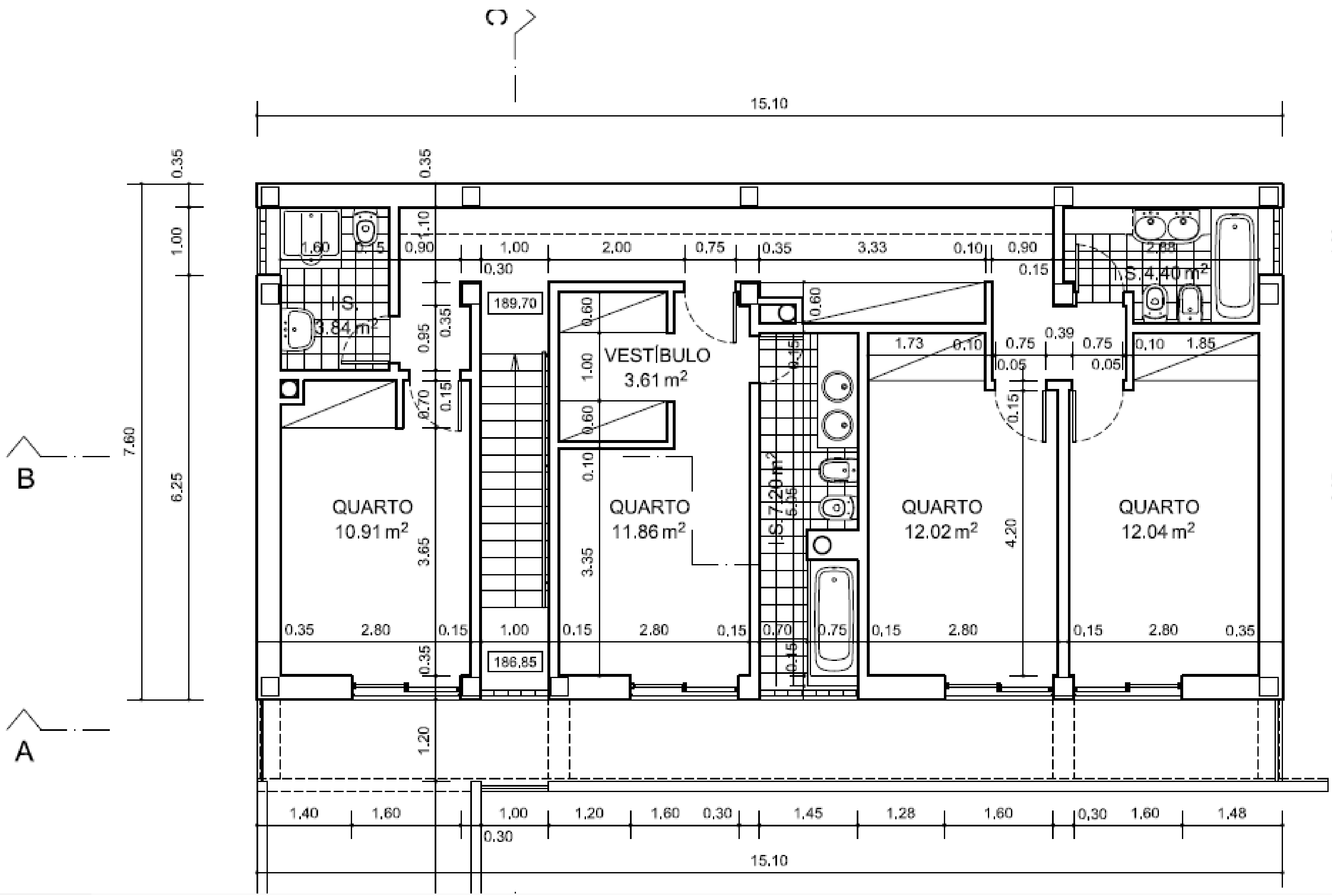
Comunicação do projecto.





Geometria e Arquitectura

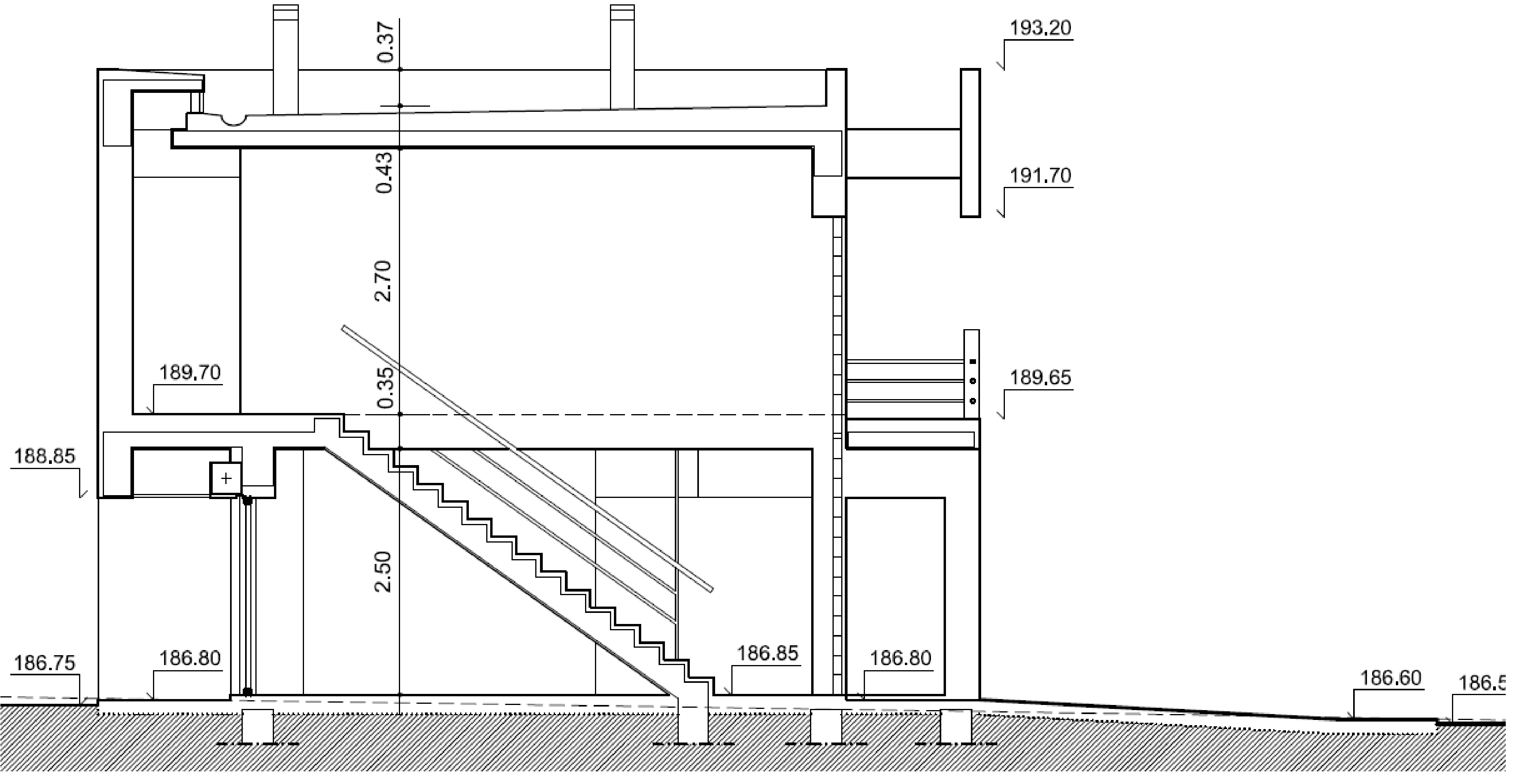
Comunicação do projecto.



A PLANTA

Geometria e Arquitectura

Comunicação do projecto.



O CORTE

Geometria e Arquitectura

A construção.

Geometria e Arquitectura

A construção.

Geometria e Arquitectura

A obra construída.

Geometria e Arquitectura

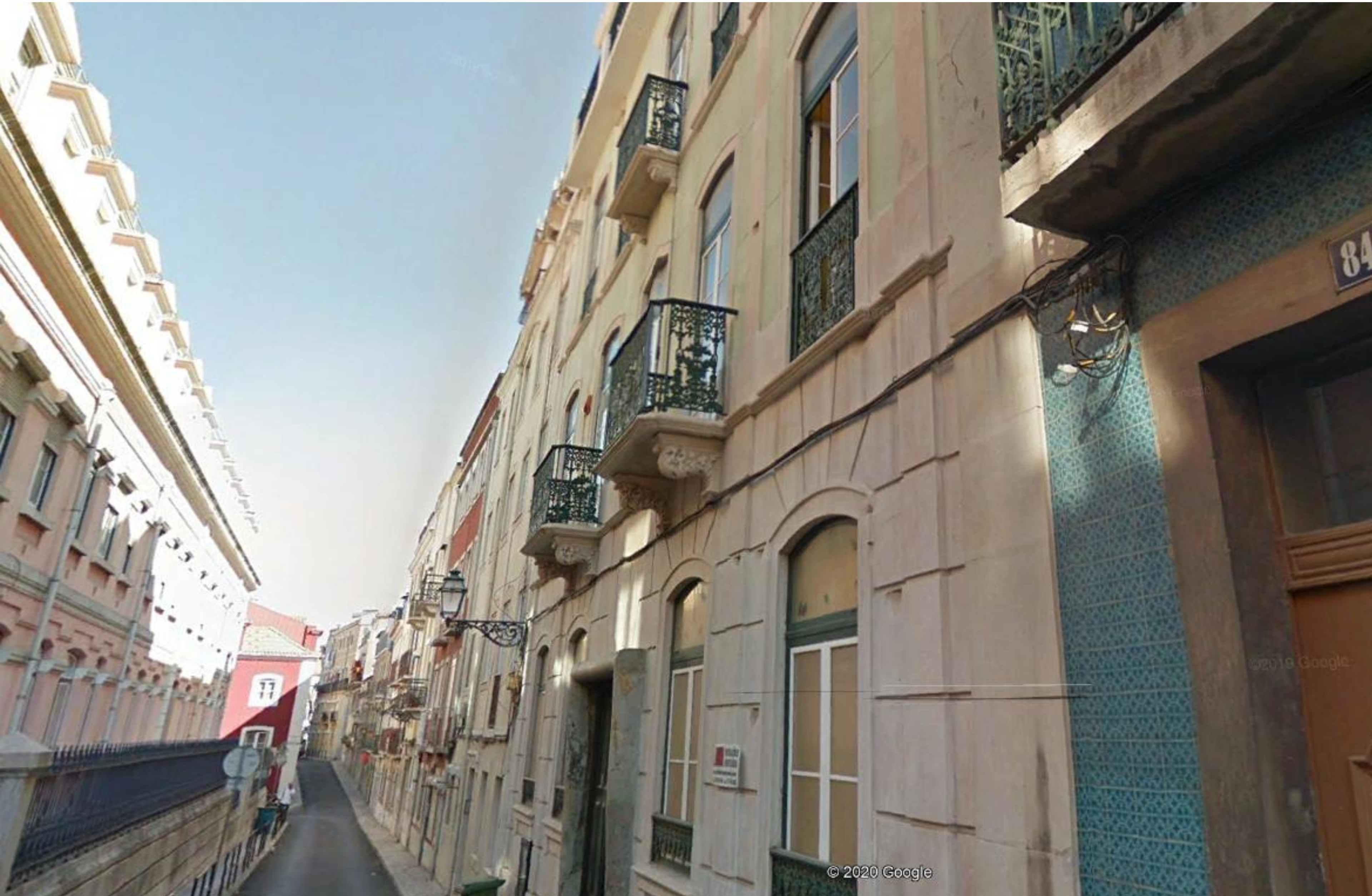
A representação do existente.

Geometria e Arquitectura

A representação do existente.

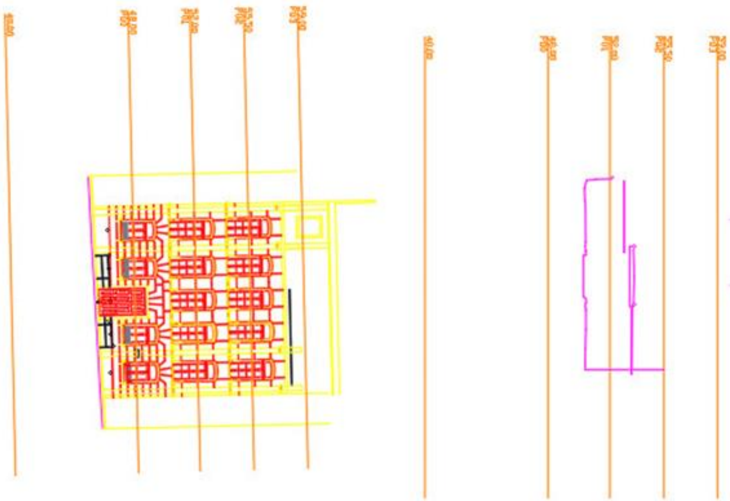
Geometria e Arquitectura

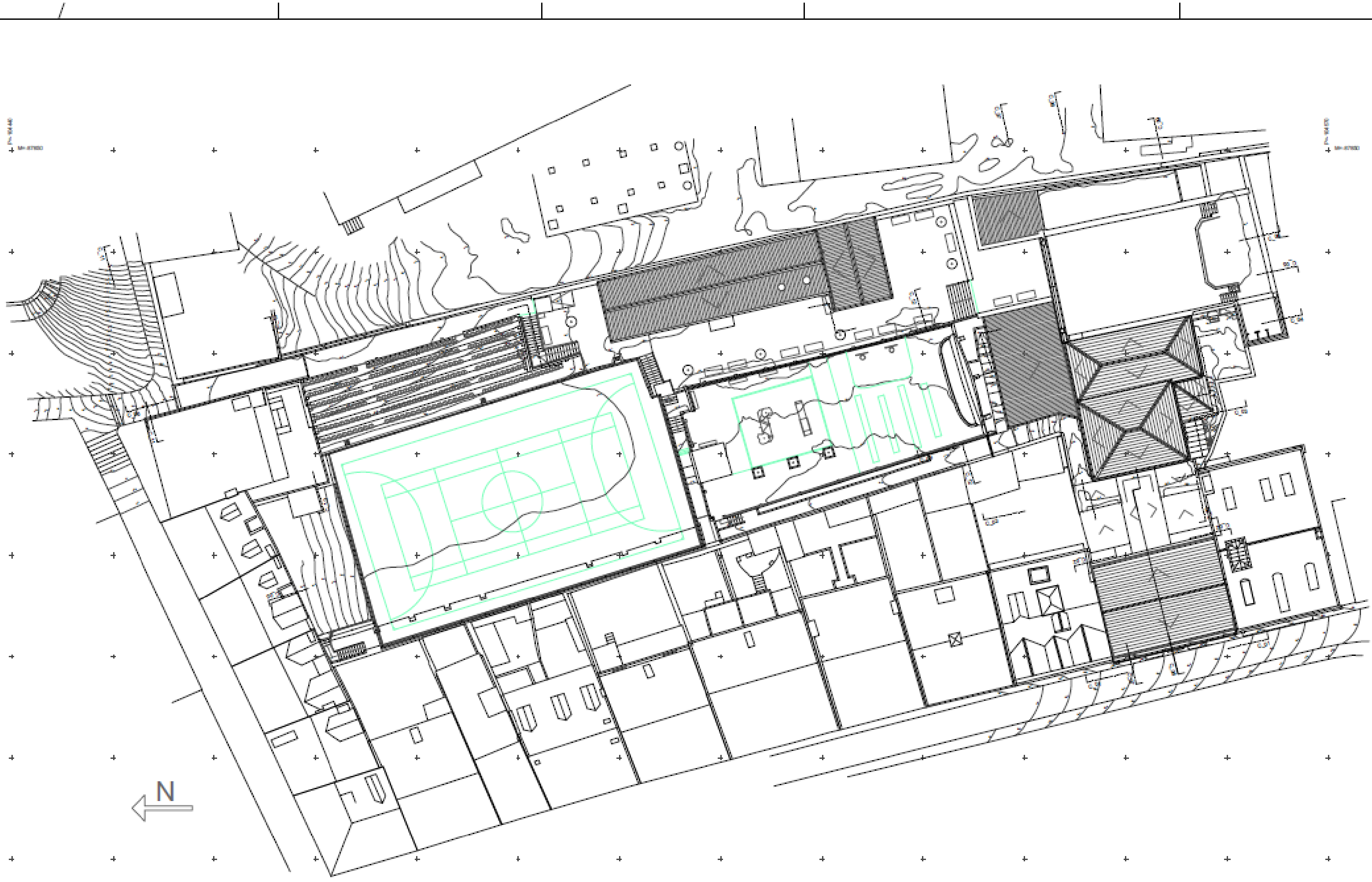
A representação do existente.



Geometria e Arquitectura

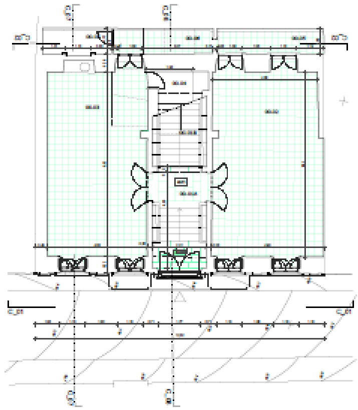
A representação do existente.



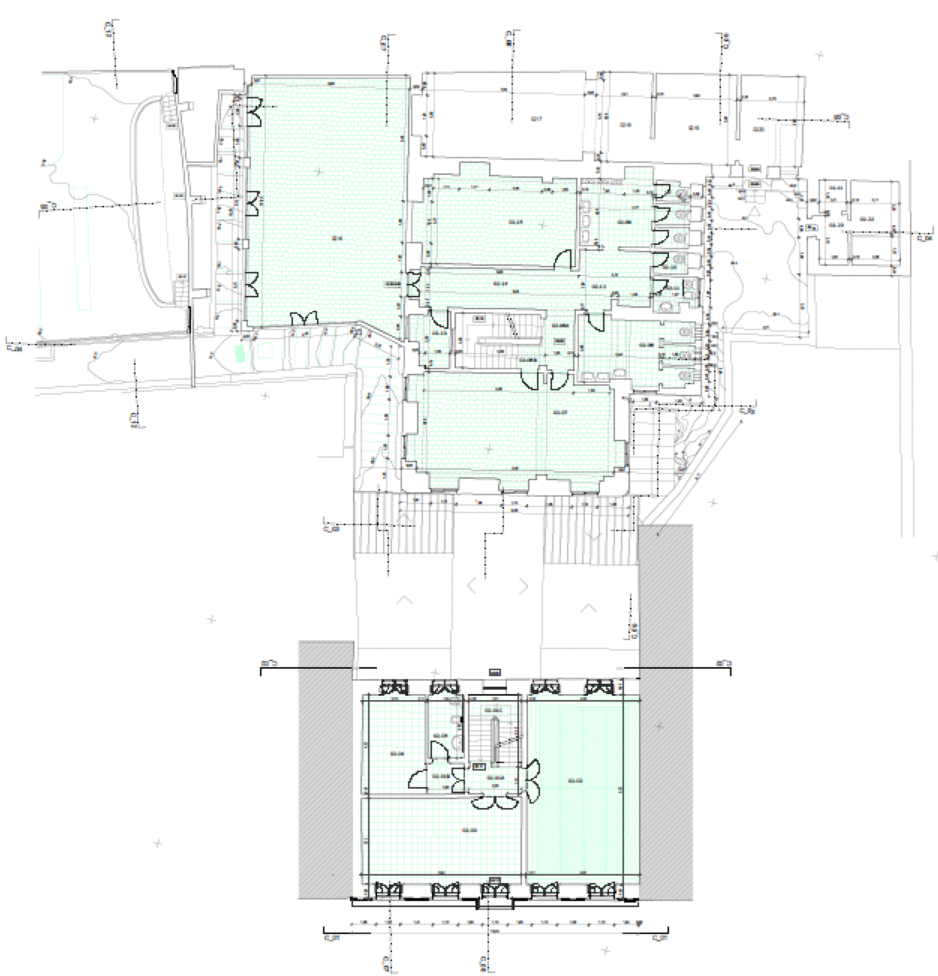


Desenhos sem cotagens

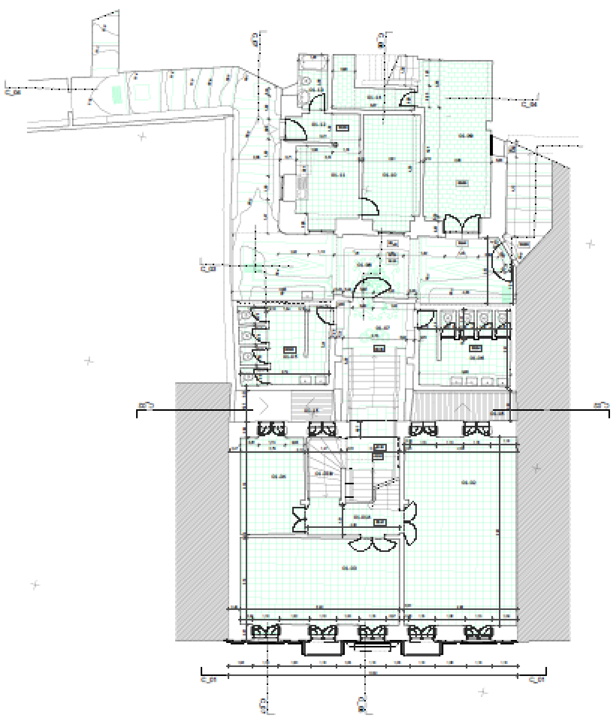
LISBOA	Levantamento arquitetónico da EB 1 nº 37 - Luísa Ducla Soares	esc. 1:200
		2015-09-18
FACULDADE DE ARQUITETURA	Planta geral e Coberturas	01
	Arq. Luís Mateus Arq. Victor Ferreira	



Planta 0



Planta 2



Planta 1

LEGENDA

ID Divisão - Área

Piso 0

00.01 - A:10.26m²
- B:8.90m²
00.02 - 38.42m²
00.03 - 34.85m²
00.04 - (não verificado)
00.05 - 5.06m²
00.06 - 4.86m²
00.07 - 3.39m²

Piso 1

01.01 - A:5.98m²
- B:4.39m²
01.02 - 40.17m²
01.03 - 26.14m²
01.04 - 11.74m²
01.05 - 12.89m²
01.06 - 12.34m²
01.07 - 18.77m²
01.08 - 24.11m²
01.09 - 21.86m²
01.10 - 12.27m²
01.11 - 9.18m²
01.12 - 4.33m²
01.13 - 3.09m²
01.14 - 4.78m²
01.15 - 5.76m²
01.16 - 5.91m²

Piso 2

02.01 - A:3.36m²
- B:2.37m²
- C:6.85m²
02.02 - 40.39m²
02.03 - 26.22m²
02.04 - 13.11m²
02.05 - 4.34m²
02.06 - A:4.62m²
- B:8.07m²
02.07 - 41.52m²
02.08 - 13.86m²
02.09 - 14.18m²
02.10 - 1.43m²
02.11 - 2.69m²
02.12+02.14 - 20.17m²
02.13 - 3.83m²
02.14 (incluído com 02.12)
02.15 - 37.32m²
02.16 - 75.82m²
02.17 - 27.95m²
02.18 - 10.27m²
02.19 - 14.03m²
02.20 - 10.85m²
02.21 - 1.73m²
02.22 - 7.77m²
02.23 - 3.10m²

Desenhos com cotagens

LISBOA CÂMARA MUNICIPAL

FACULDADE DE ARQUITETURA

Levantamento arquitetónico da
EB 1 nº 37 - Luísa Ducla Soares
Rua do Passadiço, nº 86, 1150-260 Lisboa

Planta 0, Planta 1 e Planta 2

Arq. Luís Mateus   Arq. Victor Ferreira

esc. 1:100

2015-09-18

02

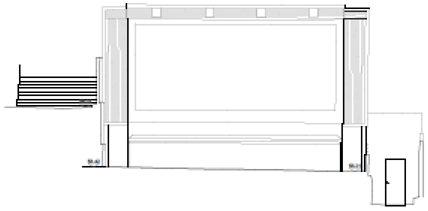
Corte 09

Corte 04

Corte 03

Corte 01

Corte 02



Corte 12

Desenhos com cotagens

LISBOA

Levantamento arquitetónico da
EB 1 nº 37 - Luísa Ducla Soares
Rua do Passadiço, nº 88, 1150-260 Lisboa

Cortes 01, 02, 03, 04, 09 e 12

Arq. Luís Mateus   Arq. Victor Ferreira

FACULDADE DE ARQUITETURA

esc. 1:100

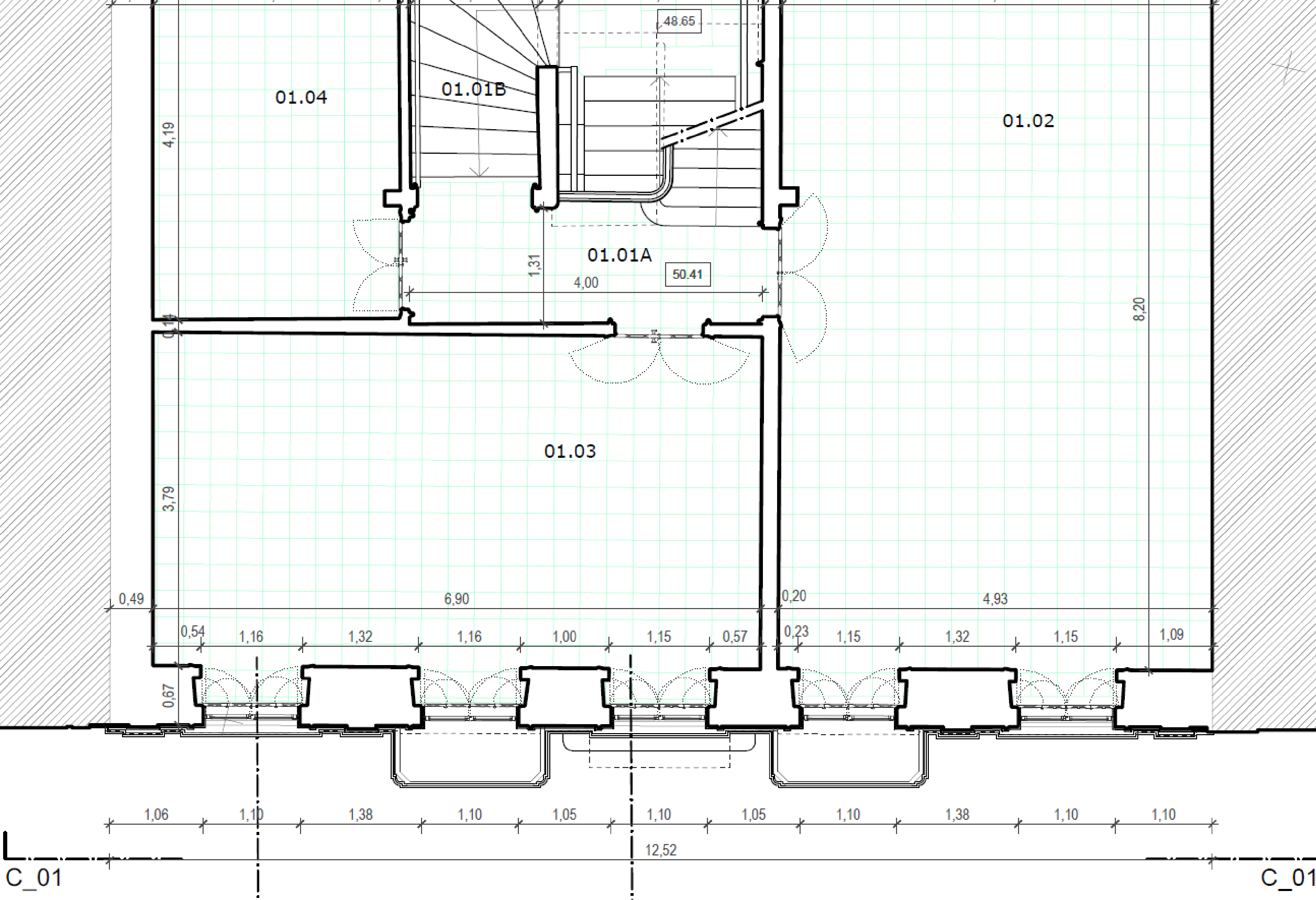
2015-09-18

04

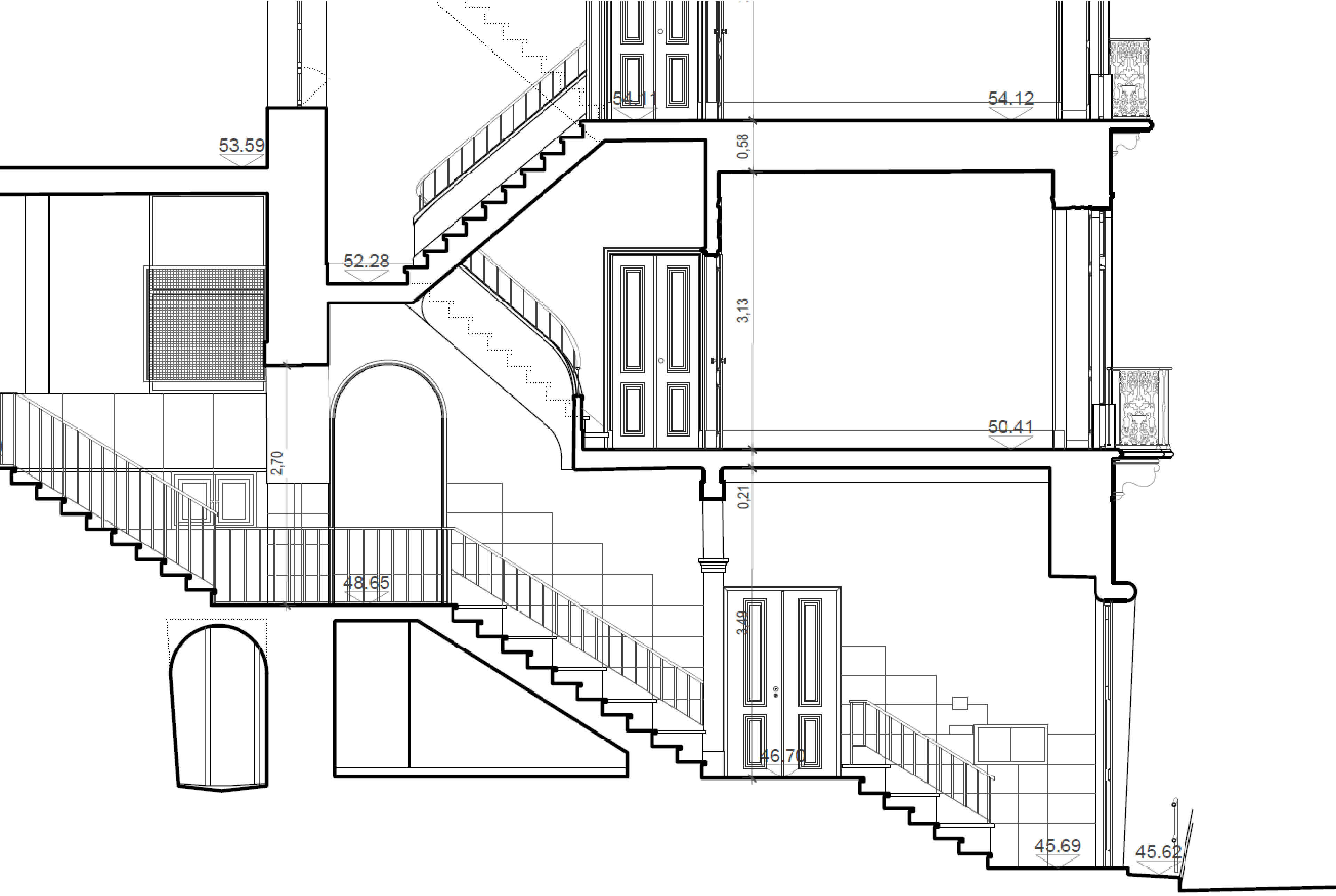
Desenhos sem cotagens

REQUERENTE LISBOA CÂMARA MUNICIPAL	Levantamento arquitetónico da EB 1 nº 37 - Luísa Ducla Soares Rua do Passadiço, nº 86, 1150-255 Lisboa	esc. 1:200 2015-09-18
EXECUÇÃO FACULDADE DE ARQUITETURA UNIVERSIDADE DE LISBOA	Planta geral e Coberturas Arq. Luís Mateus Arq. Victor Ferreira	NÚMERO DE DESENHO: 01 SUBSTITUI: SUBSTITUÍDO POR:

A LEGENDA

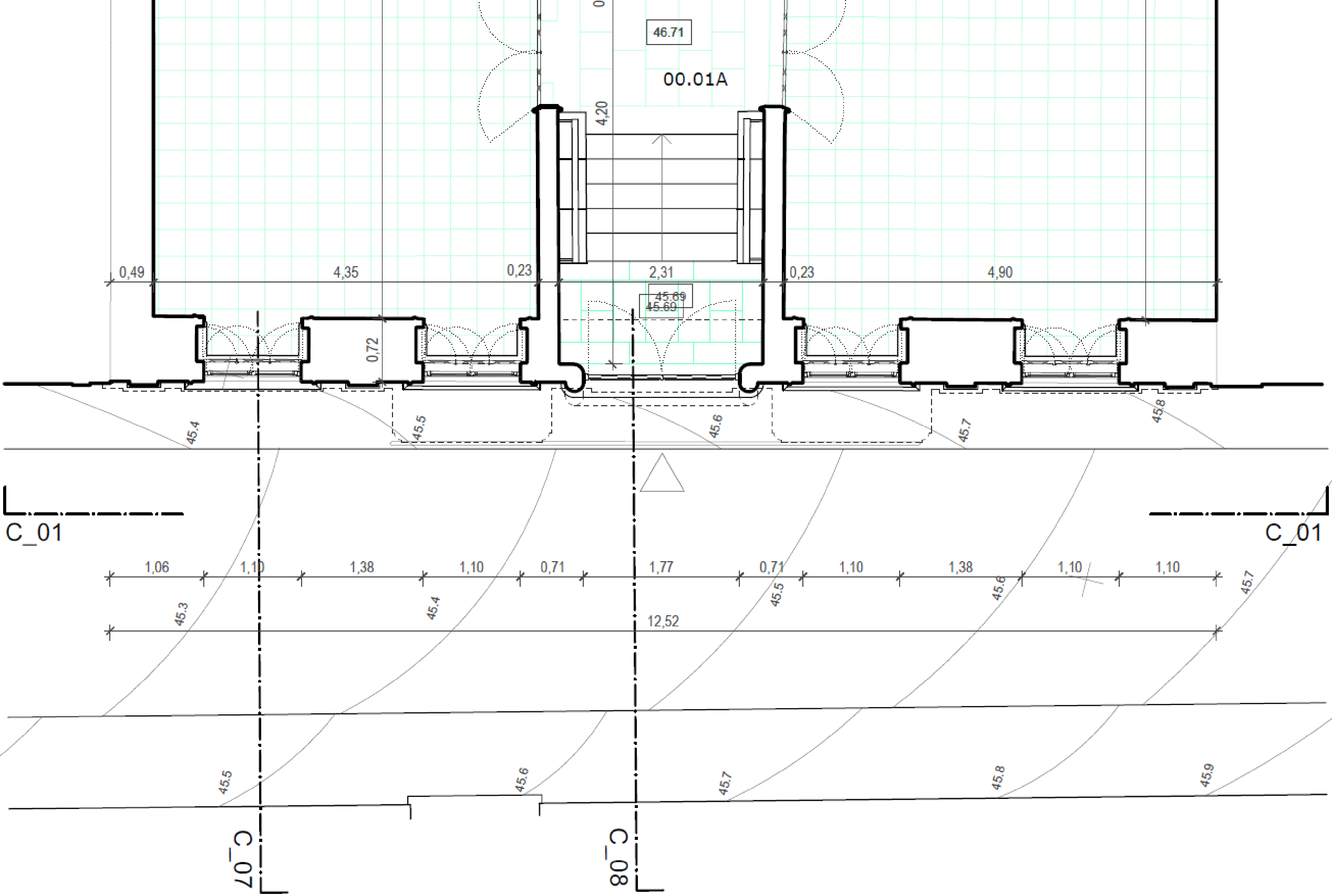

01.04
01.01B
48.65
01.02
4,19
01.01A
50.41
1,31
4,00
8,20
0,14
01.03
3,79
0,49
6,90
0,20
4,93
0,54
1,16
1,32
1,16
1,00
1,15
0,57
0,23
1,15
1,32
1,15
1,09
0,67
1,06
1,10
1,38
1,10
1,05
1,10
1,05
1,10
1,38
1,10
1,10
12,52
C_01
C_01

A PLANTA


54.11
54.12
53.59
0,58
52.28
3,13
50.41
2,70
0,21
48.65
3,49
46.70
45.69
45.62

O CORTE

O ALÇADO



A PLANTA E AS CURVAS DE NÍVEL

Tipos de linhas e a sua utilização mais comum

TRAÇO CONTÍNUO GROSSO (arestas vistas em primeiro plano em desenho de peças, linhas de corte em desenho de peças ou arquitectura)

TRAÇO CONTÍNUO MÉDIO (arestas vistas em primeiro plano em desenho de arquitectura)

TRAÇO CONTÍNUO FINO (linhas de chamada e cotagens, linhas de segundo plano em desenho de arquitectura, formas vizinhas em desenho de peças ou de arquitectura)

TRAÇO PONTO MÉDIO (localização dos cortes em desenhos de arquitectura ou de peças)

TRAÇO PONTO FINO (eixos de peças, posições extremas de peças móveis, indicação de rotações de peças, arestas "para cá" do plano de corte em desenho de peças)

TRAÇO INTERROMPIDO GROSSO (arestas e linhas de contorno ocultas em desenho de peças)

TRAÇO INTERROMPIDO MÉDIO (arestas e linhas de contorno ocultas em desenho de peças e em desenho de arquitectura)

TRAÇO INTERROMPIDO FINO (arestas e linhas de contorno ocultas em desenho de arquitectura e em desenho de peças)

TRAÇO PONTILHADO (arestas "para cá" do plano de corte em desenho de arquitectura)

TRACEJADO (indicação genérica de superfícies em corte, não é comum utilizar-se no desenho de arquitectura)

Estas regras devem ser adaptadas a cada caso. Em geral a o desenho técnico de peças é mais “carregado” que o desenho técnico de arquitectura.
Estas regras relativas aos traçados são mais ou menos aceites e o seu significado é mais ou menos conhecido. Porém pode sempre considerar-se uma expressão com “assinatura” própria de cada um. Podem também por vezes ser utilizadas cores para tornar os traçados mais expressivos.

Nomenclatura e articulação das peças desenhadas

Em Arquitectura:
- Planta (planta de tectos; planta do r/c; planta do piso 1; planta de implantação; planta de localização; etc.)
- Corte (corte A-B; corte transversal A-B; corte longitudinal A-B; corte alçado A-B; etc.)
- Alçado (alçado 1; alçado sul; alçado principal; alçado tardóz; alçado lateral direito; etc.)

A articulação entre peças desenhadas é livre mas tem de ser coerente.

Em desenho de peças:
- Vista (vista superior; vista inferior; vista frontal; vista principal; vista posterior; vista lateral esquerda; etc.)
- Corte (corte A-B; etc.)

Em particular no desenho de peças é comum haver a referência a dois métodos de representação e articulação entre vistas: i) método europeu e, ii) método americano.

No método europeu o objecto interpõe-se entre o observador e o plano de projecção.
No método americano o plano de projecção interpõe-se entre o observador e o objecto.

A consequência prática da adopção de um destes métodos verifica-se no modo como as vistas se articulam entre si.
No método europeu, se considerarmos a vista principal, a vista lateral esquerda encontra-se à direita desta, e a vista inferior situa-se acima desta.
No método americano passa-se exactamente o contrário, a vista inferior fica abaixo da vista principal e a vista lateral esquerda fica à esquerda da vista principal.

Teórica 2

• Geometria Descritiva
• Sistemas de coordenadas
• Paralelismo e Perpendicularidade (generalização)
• A noção de projeção e de sistema de representação
• O sistema da múltipla projeção ortogonal (MPO) como extensão da dupla projeção ortogonal (DPO); a mudança do plano de projeção como operação fundamental; Princípios conceptuais e operatividade.

A Geometria Descritiva

Geometria Descritiva

O que é?

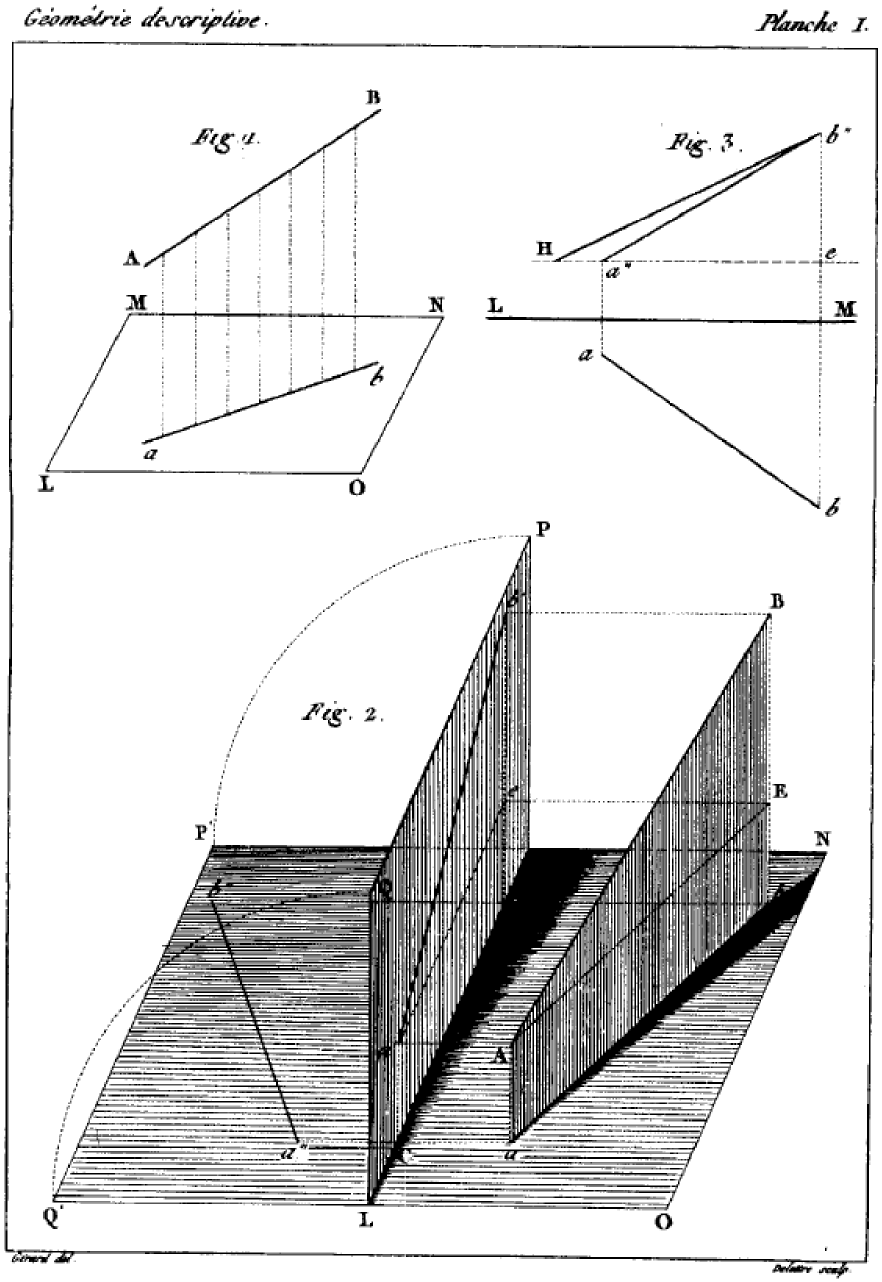
Tal como foi definida pelo seu autor, Gaspard Monge (1746-1818), a geometria descritiva é a arte (ou ciência?) que tem dois objectivos principais:

“O primeiro é representar com exactidão, sobre desenhos que não têm mais que duas dimensões, os objectos que têm três, e que são susceptíveis de definição rigorosa.”

“O segundo objectivo da geometria descritiva é o de deduzir da descrição exacta dos corpos tudo o que segue necessariamente das suas formas e das suas posições relativas.”

Para o efeito, considerou um sistema de representação baseado nas projecções ortogonais sobre dois planos de projecção perpendiculares entre si. Trata-se da dupla projecção ortogonal, também conhecida como método de Monge.

Hoje, podemos considerar a geometria descritiva como a parte da geometria que se ocupa dos sistemas de representação (dupla projecção ortogonal, axonometria, projecções cotadas, perspectiva) e de tudo aquilo que pode ser estudado através destes métodos. Pode ainda considerar-se que o estudo gráfico da geometria do espaço através de ferramentas de modelação 3D se econtra no âmbito da geometria descritiva.



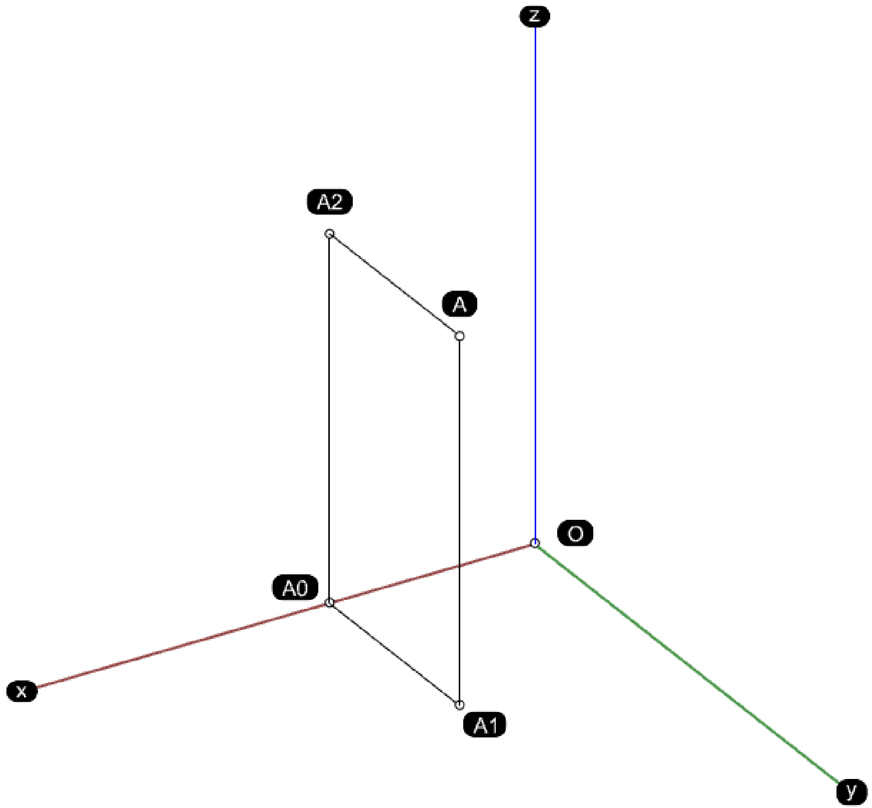
O referencial cartesiano de mão direita

Face às ligações entre a geometria descritiva e a geometria algébrica, e por uma questão de uniformização, hoje consideram-se como planos de projecção os planos coordenados x.z (plano coordenado frontal) e x.y (plano coordenado horizontal). O plano coordenado y.z assume a orientação de perfil.

À distância de um ponto A ao plano x.y dá-se o nome de COTA. A cota pode ser observada na projecção frontal sobre o plano x.z através do comprimento do segmento $[A_0A_2]$.

À distância de um ponto A ao plano x.z dá-se o nome de AFASTAMENTO. O afastamento pode ser observado na projecção horizontal sobre o plano x.y através do comprimento do segmento $[A_0A_1]$.

À distância de um ponto A ao plano de perfil y.z dá-se o nome de ABCISSA. A abcissa pode ser observada no eixo x através do comprimento do segmento $[A_0O]$.



As abcissas, afastamentos e cotas podem ser positivas, negativas ou nulas.

Um ponto fica definido num referencial através do terno (ABCISSA, AFASTAMENTO, COTA).
Por exemplo, o ponto A tem as coordenadas (20.0, 21.0, 35.0).

É importante notar que muitas vezes, na representação em Arquitectura, o referencial é implícito e não tornado explícito nos desenhos. Nesse caso as coordenadas são relativas e não absolutas.

As rectas e os planos no referencial cartesiano

A TAXONOMIA DAS RECTAS E PLANOS baseia-se na posição relativa que estes assumem relativamente a um par de planos de projecção ou coordenados, um considerado frontal (x.z) e o outro considerado horizontal (x.y). Note-se que, se considerarmos como plano frontal, o plano y.z, uma recta que era de frente e nível (fronto-horizontal), passa a ser de topo.

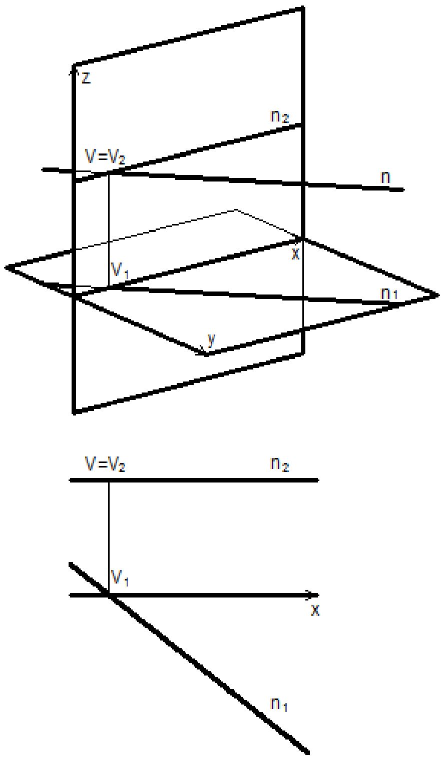
TAXONOMIA DAS RECTAS:
- Recta de nível.
- Recta de topo ➔ projectante (no PFP).
- Recta de frente e nível (ou fronto-horizontal).
- Recta de frente.
- Recta vertical ➔ projectante (no PHP).
- Recta de perfil.
- Recta oblíqua.

TAXONOMIA DOS PLANOS:
- Plano de nível ➔ projectante (no PFP).
- Plano de topo ➔ projectante (no PFP).
- Plano de perfil ➔ projectante (no PFP e no PHP).
- Plano vertical ➔ projectante (no PHP).
- Plano frontal ➔ projectante (no PHP).
- Plano oblíquo.
- Plano de rampa.

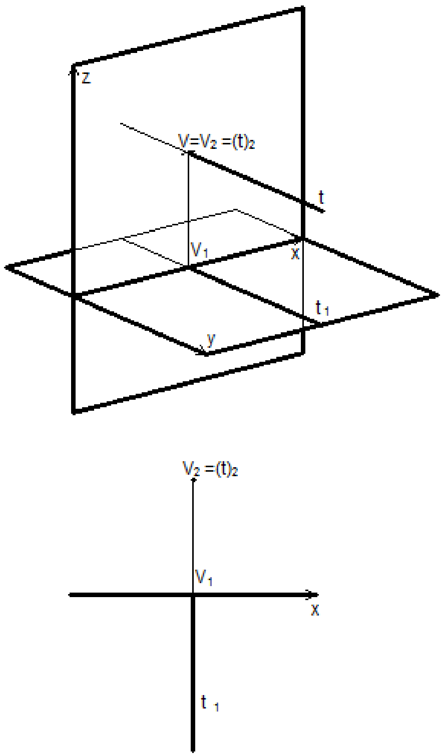
As rectas no referencial cartesiano

Tipos de rectas.

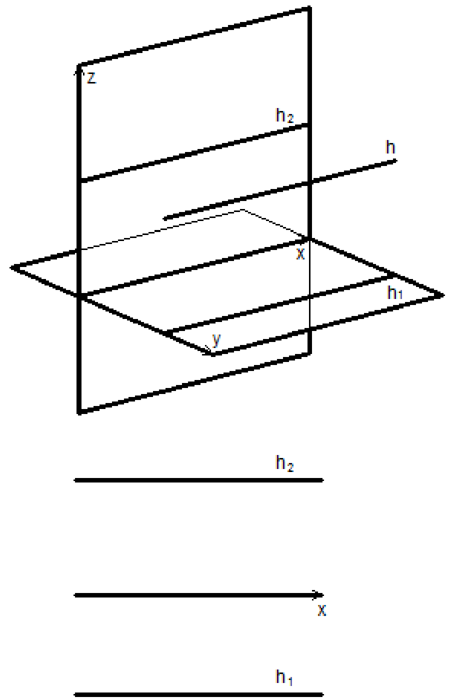
RECTA DE NÍVEL



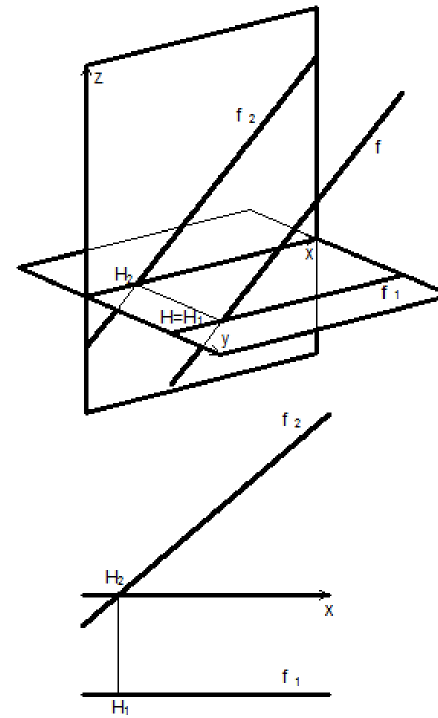
RECTA DE TOPO



RECTA FRONTO-HORIZONTAL



RECTA DE FRENTE

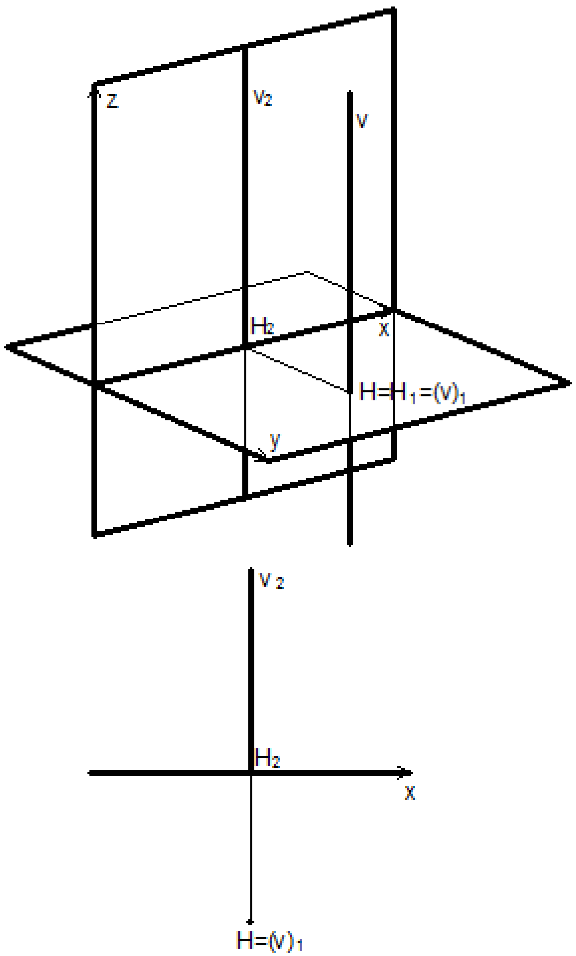


Nota:
De acordo com a convenção actualmente em prática, deve considerar-se, nas figuras, o sentido contrário para o eixo x, de modo a considerar-se um referencial de mão direita).

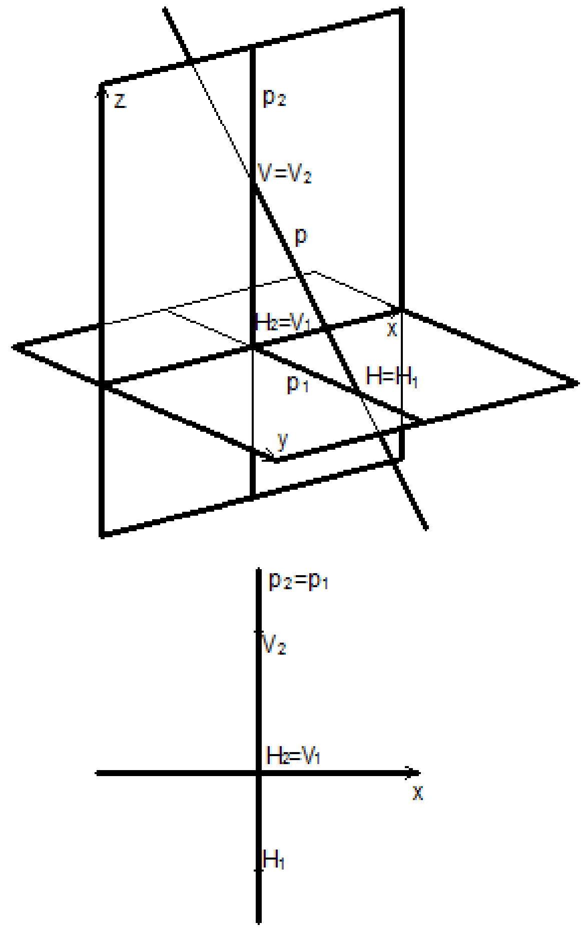
As rectas no referencial cartesiano

Tipos de rectas.

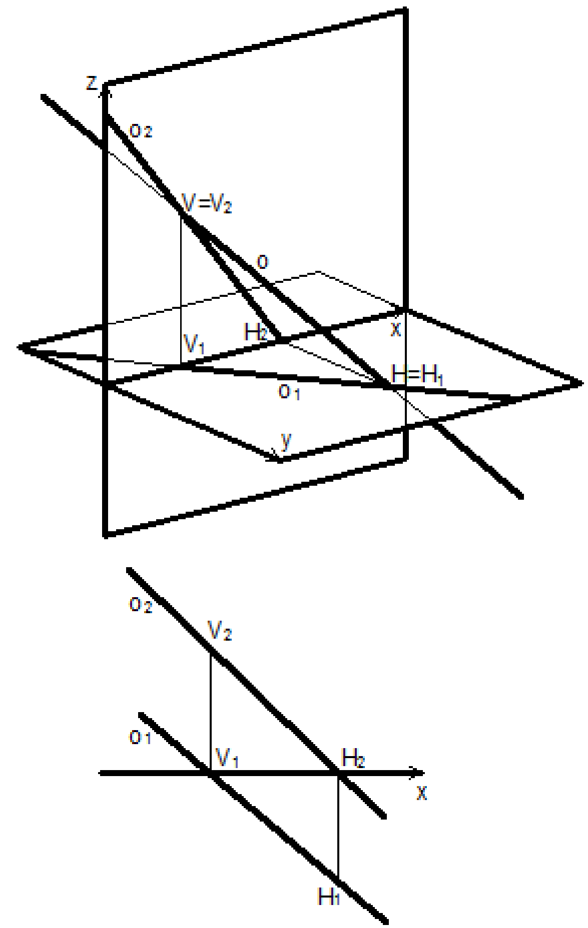
RECTA VERTICAL



RECTA DE PERFIL



RECTA OBLÍQUA

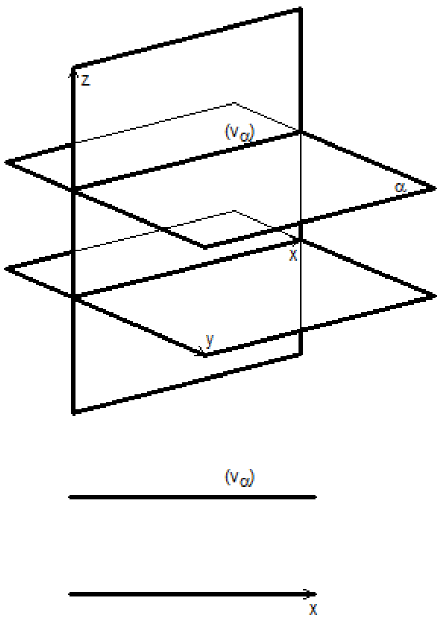


Nota:
De acordo com a convenção actualmente em prática, deve considerar-se, nas figuras, o sentido contrário para o eixo x, de modo a considerar-se um referencial de mão direita).

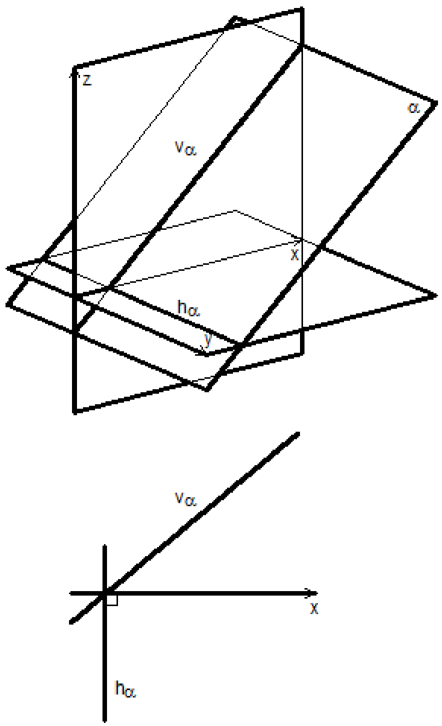
Os planos no referencial cartesiano

Tipos de planos.

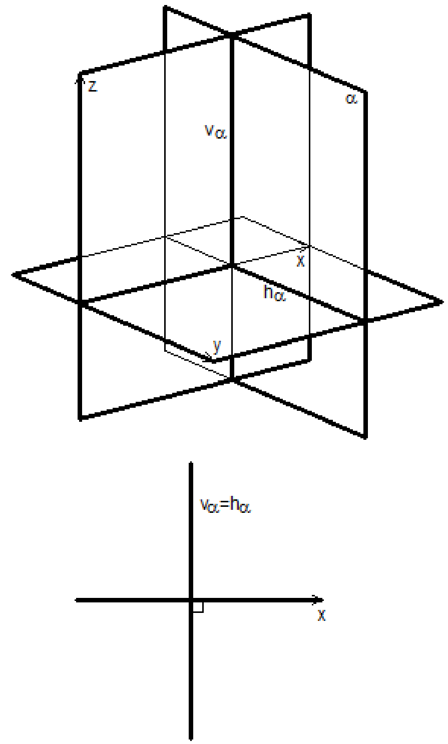
PLANO DE NÍVEL



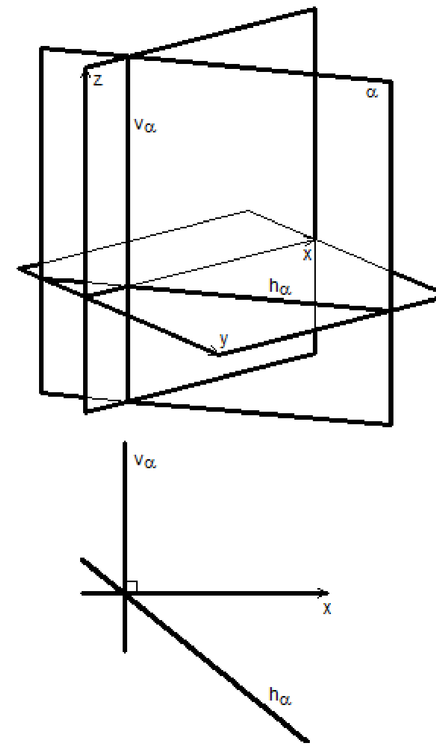
PLANO DE TOPO



PLANO DE PERFIL



PLANO VERTICAL

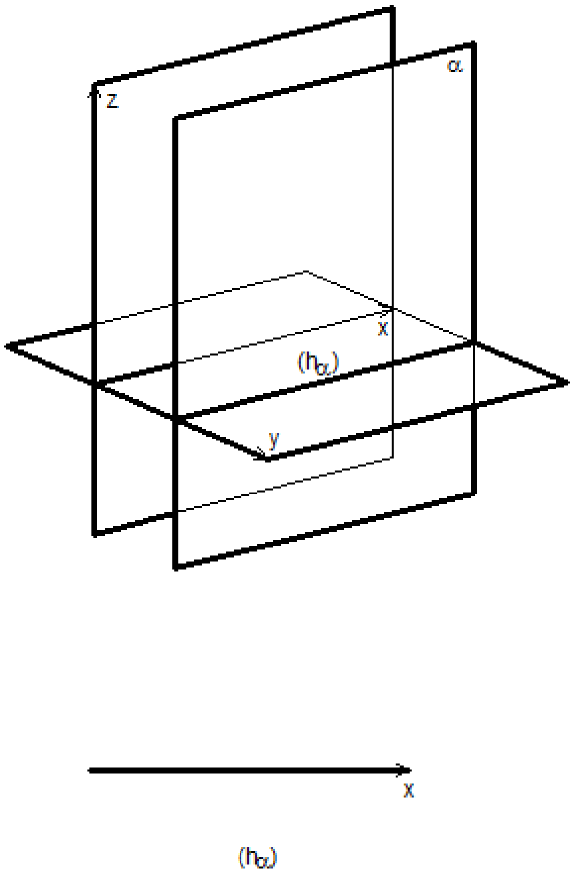


Nota:
De acordo com a convenção actualmente em prática, deve considerar-se, nas figuras, o sentido contrário para o eixo x, de modo a considerar-se um referencial de mão direita).

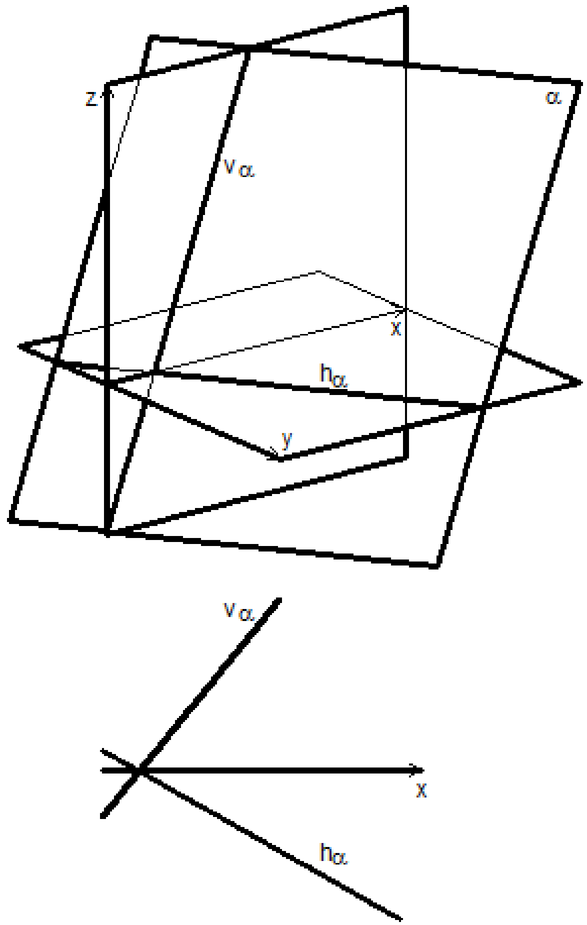
Os planos no referencial cartesiano

Tipos de planos.

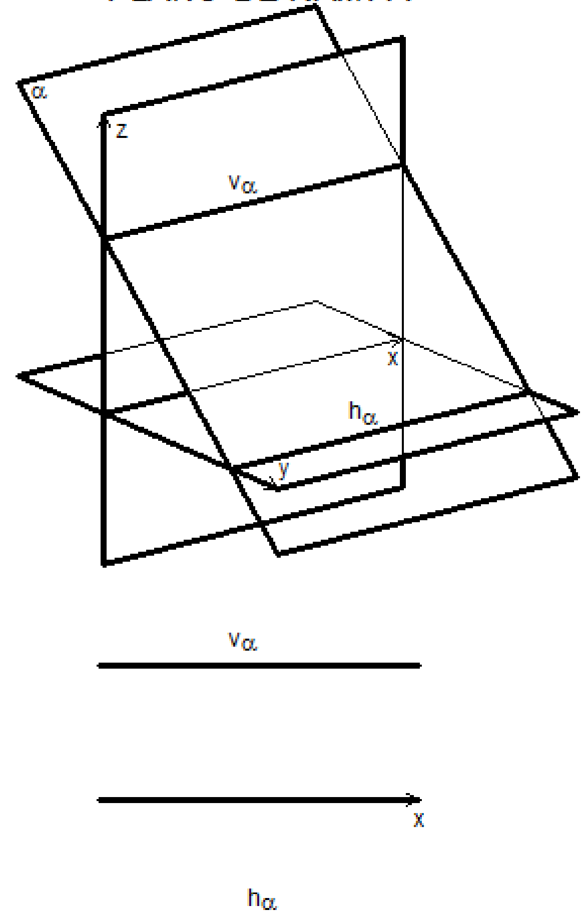
PLANO FRONTAL



PLANO OBLÍQUO

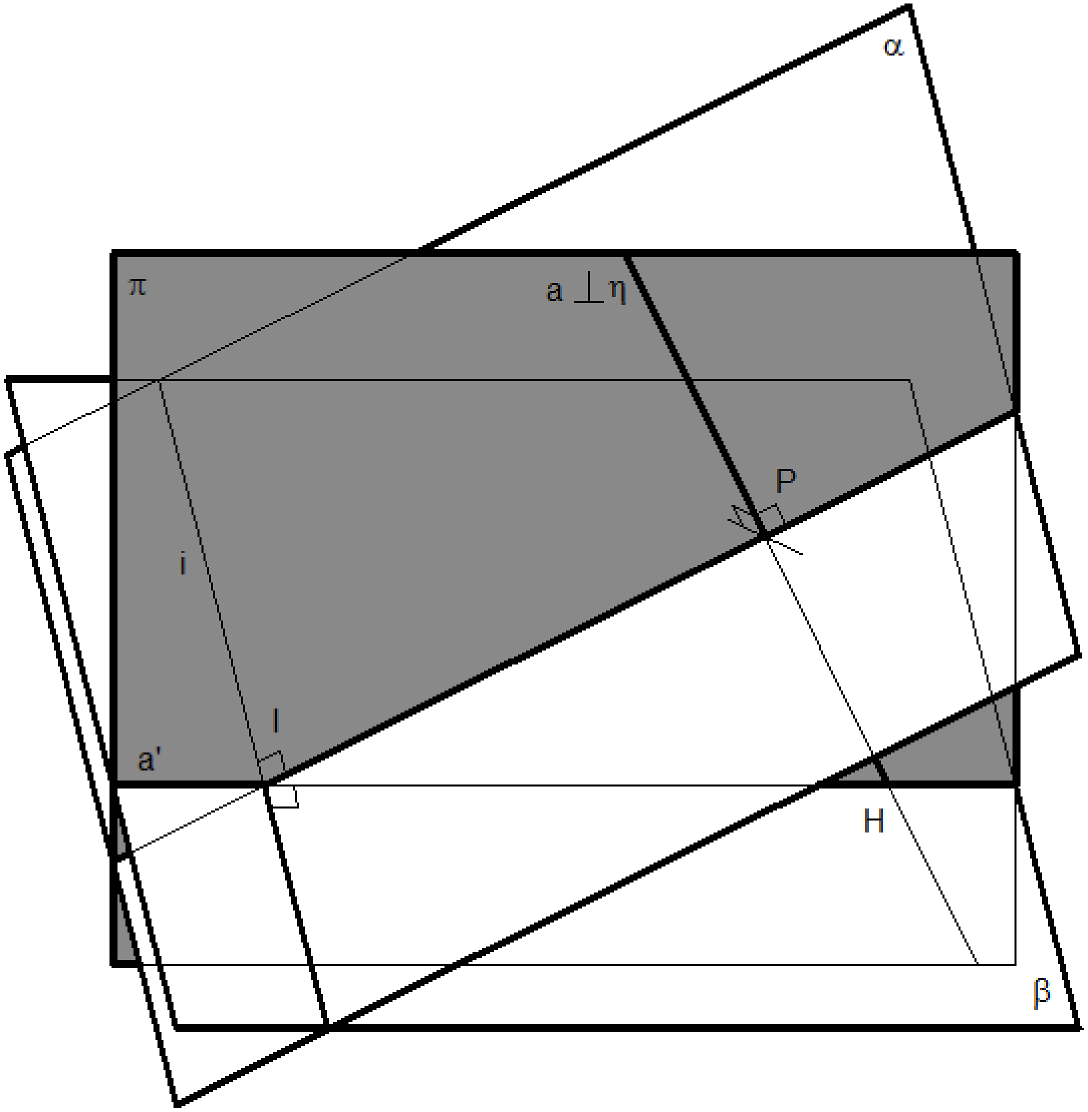


PLANO DE RAMPA



Nota:
De acordo com a convenção actualmente em prática, deve considerar-se, nas figuras, o sentido contrário para o eixo x, de modo a considerar-se um referencial de mão direita).

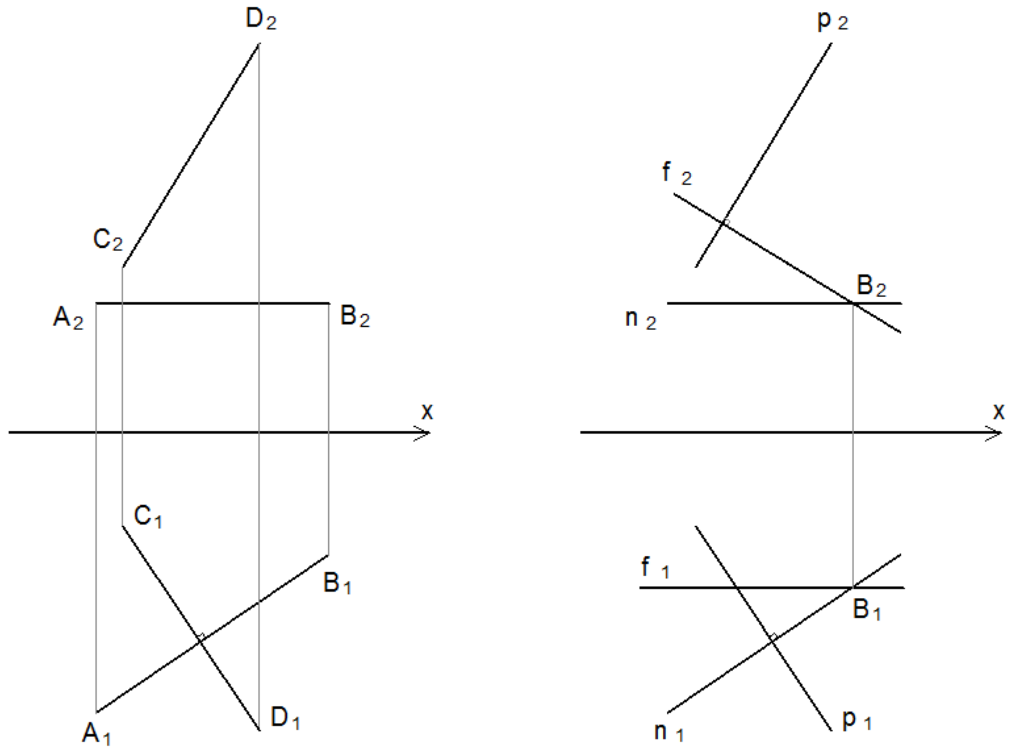
Perpendicularidade



Perpendicularidade (dupla projecção ortogonal)

As projecções duas rectas em DPO, perpendiculares ou ortogonais entre si, só serão perpendiculares se uma das rectas for paralela ao plano de projecção (figura à esquerda).

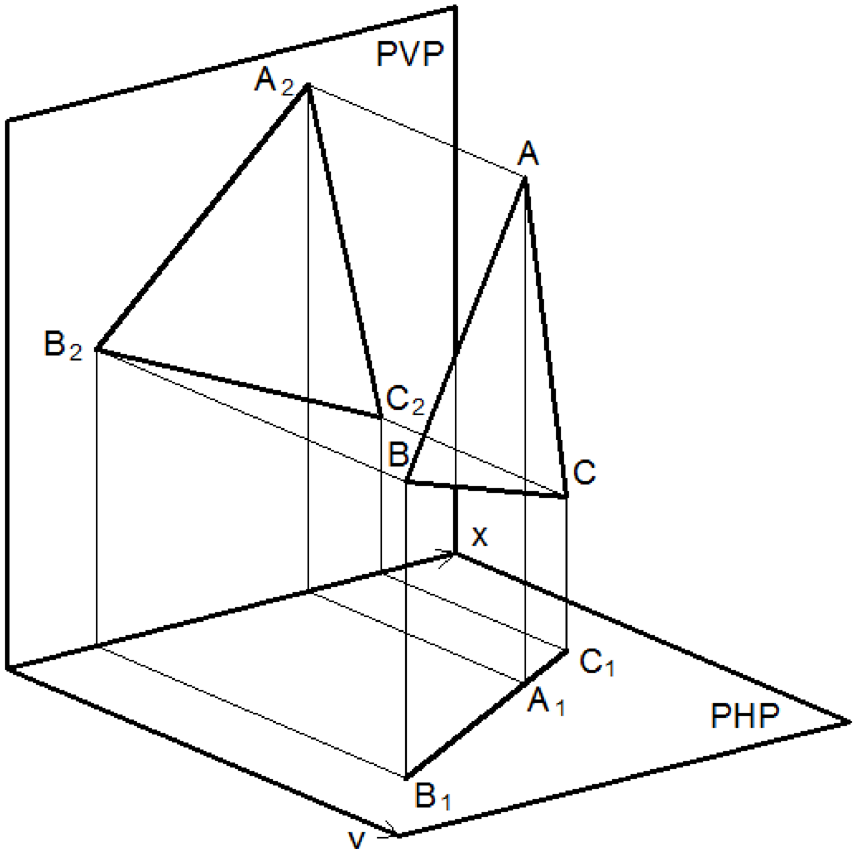
Como consequência da afirmação anterior, se uma recta for perpendicular a um plano α, as projecções (em DPO) frontal e horizontal da recta, são perpendiculares às projecções das rectas frontais e horizontais, respectivamente, do plano α.

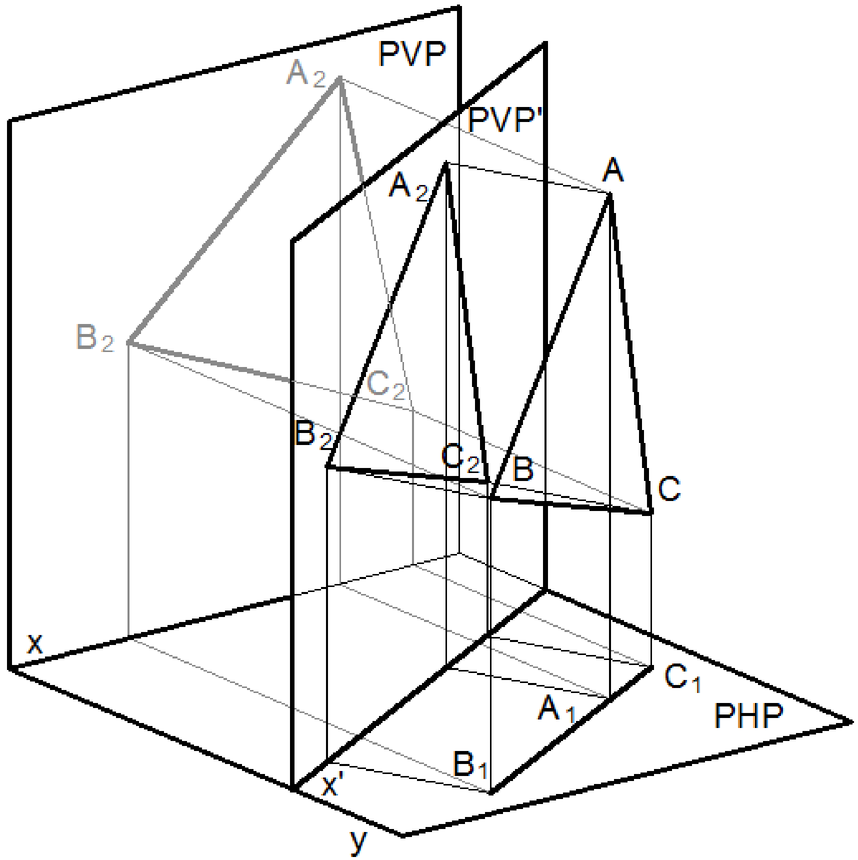


Nota:
De acordo com a convenção actualmente em prática, deve considerar-se, nas figuras, o sentido contrário para o eixo x, de modo a considerar-se um referencial de mão direita).

A mudança do plano de projecção (Da DPO à MPO)

A operação da mudança do plano de projecção é o que está na base da múltipla projecção ortogonal. Na prática posiciona-se o novo plano de projecção em função de uma necessidade prática (determinação de uma verdadeira grandeza de uma medida, de um ângulo, etc.) Na prática da Arquitectura e do Design, é a operação base que permite resolver problemas concretos (desenhar o perfil de uma escada, desenhar o perfil de um encaixe, etc.).

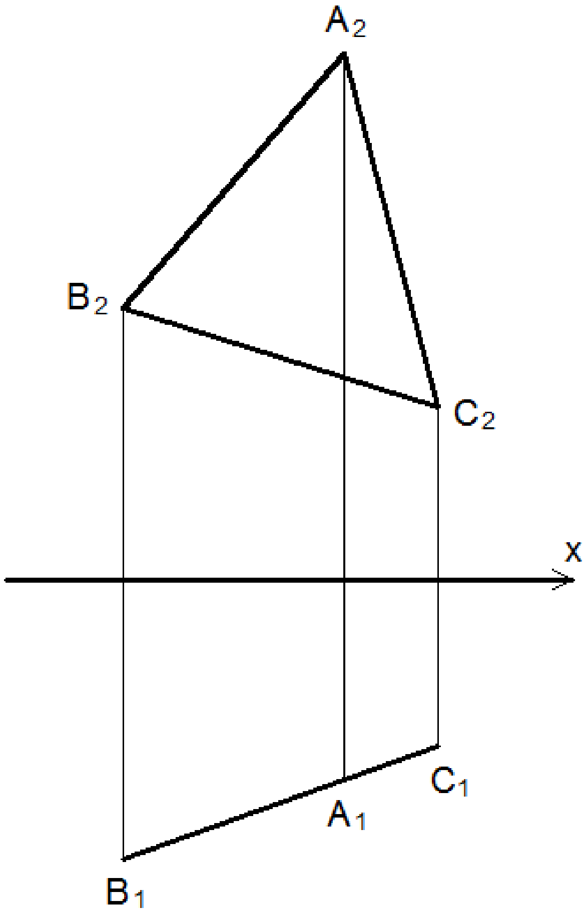


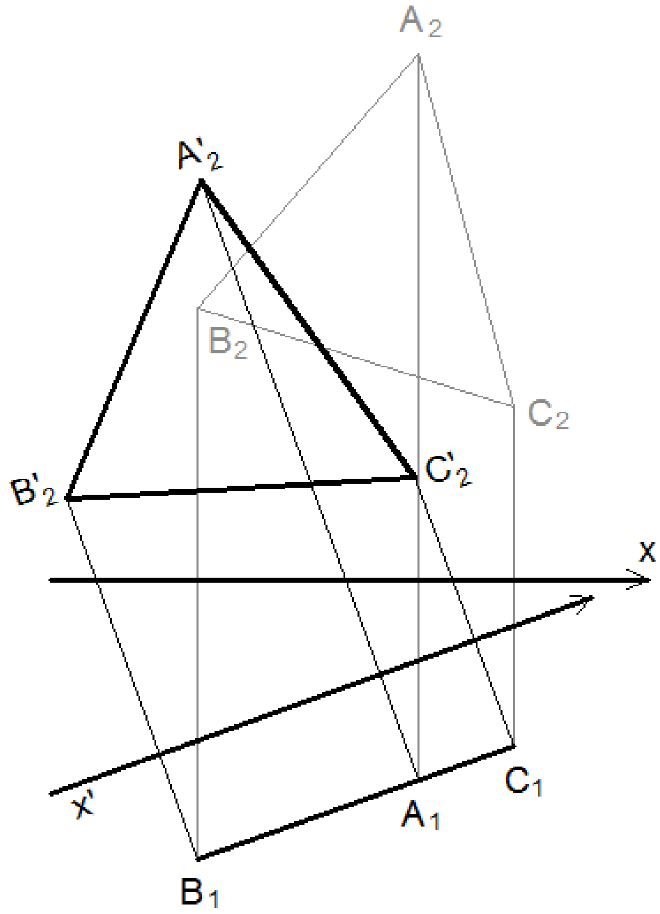


Nota:
De acordo com a convenção actualmente em prática, deve considerar-se, nas figuras, o sentido contrário para o eixo x, de modo a considerar-se um referencial de mão direita).

A mudança do plano de projecção (DPO)

Neste exemplo utilizou-se uma mudança do plano vertical de projecção para obter a verdadeira grandeza da área do triângulo na projecção 2'. Na verdade passou-se da dupla projecção ortogonal (DPO) para a múltipla projecção ortogonal (MPO). Neste caso passou a ter-se 3 projecções do triângulo. Note-se ainda que, como se tratou de uma nova projecção num plano vertical, as cotas não se alteraram.





Nota:
De acordo com a convenção actualmente em prática, deve considerar-se, nas figuras, o sentido contrário para o eixo x, de modo a considerar-se um referencial de mão direita).

Teórica 3

- Operações geométricas

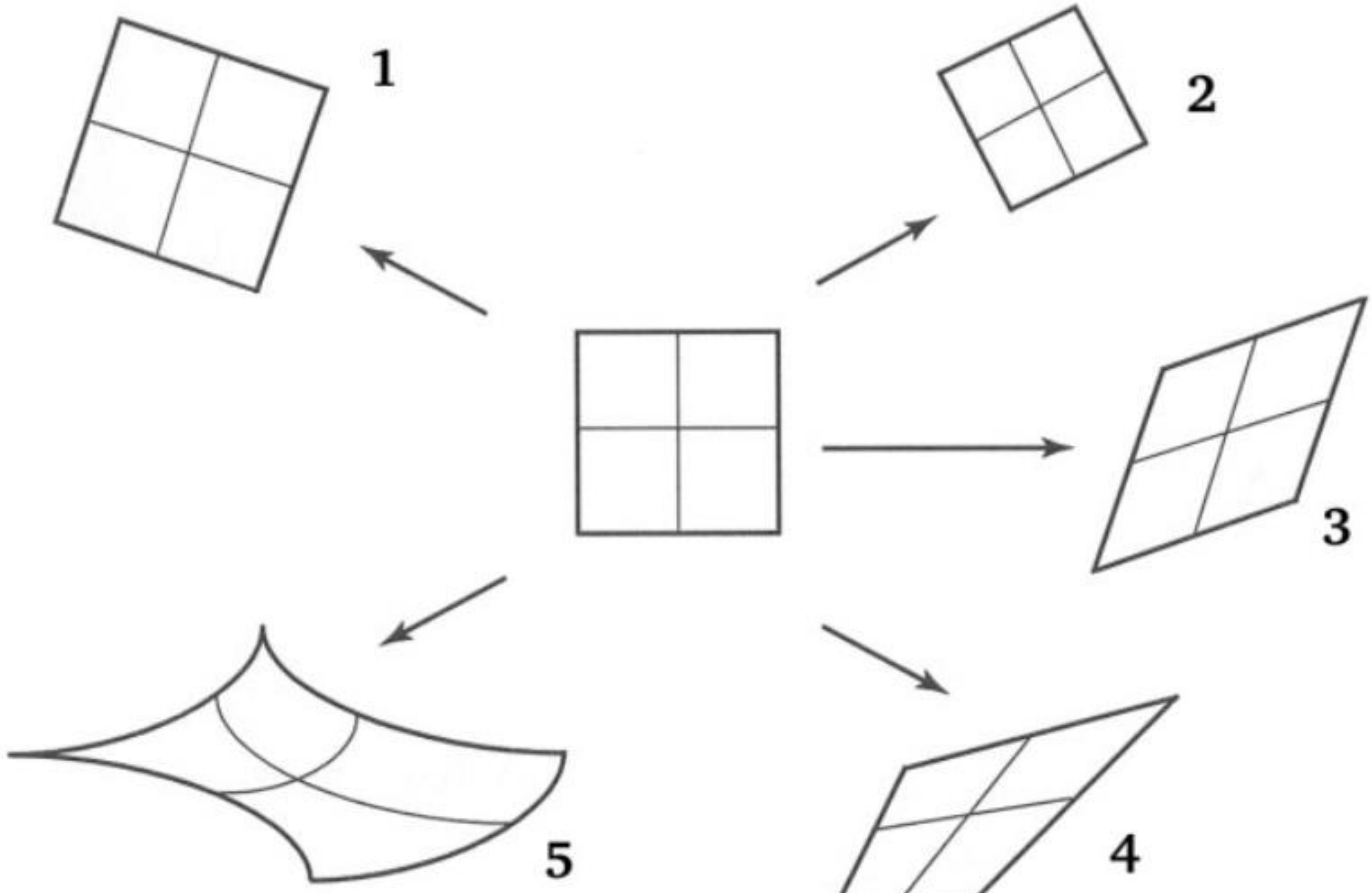
   - Transformações geométricas no plano e no espaço (euclidianas, afins, projetivas, topológicas) incluindo o rebatimento do plano como caso particular da rotação

   - Secções planas (em prismas, pirâmides, cones e cilindros) incluindo a dterminação da verdadeira grandeza - generalização

Transformações geométricas

Tranformações geométricas no plano

1- Euclidiana (rígida)
2- Homotética (escala)
3- Afim
4- Projectiva
5- Topológica

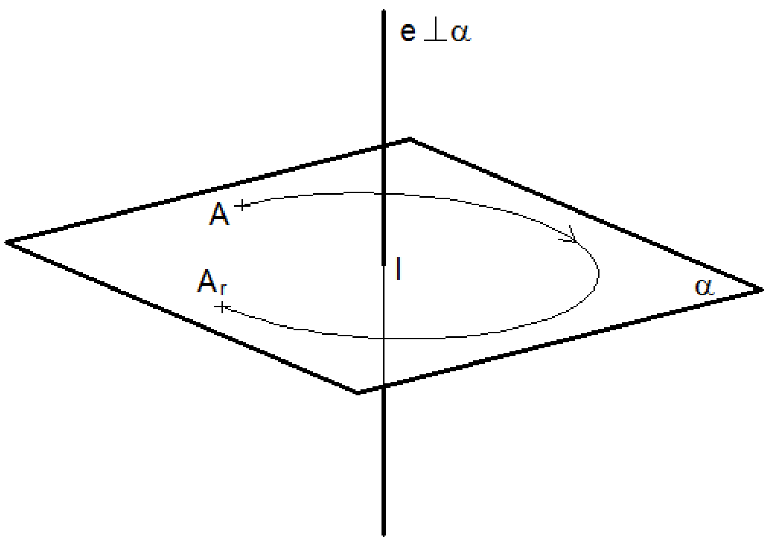


http://tarsadalominformatika.elte.hu/tananyagok/buildingspatial/lecke1_lap1.html

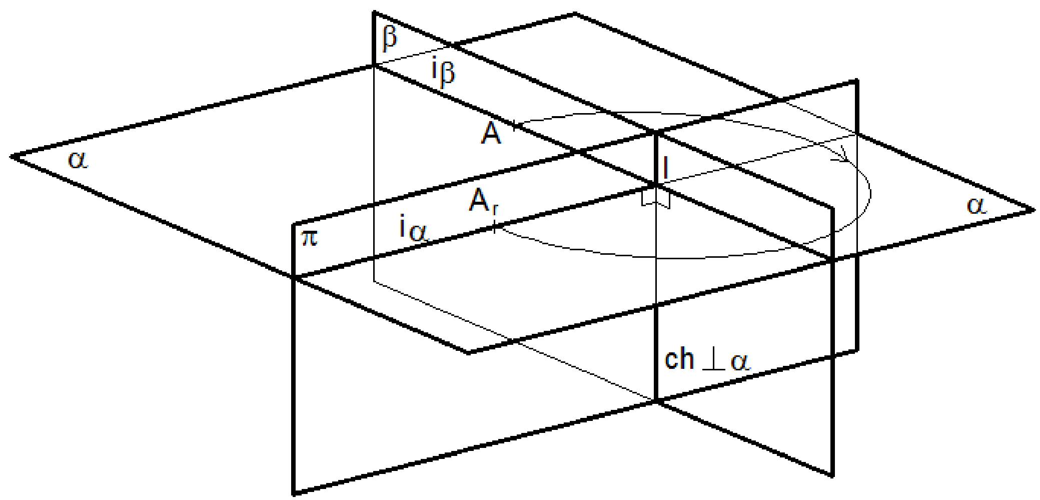
Rotações e rebatimentos (princípios gerais)

Numa rotação (ou rebatimento) cada ponto descreve um arco contido num plano perpendicular ao eixo (à charneira).
O rebatimento é um caso particular da rotação. O rebatimento corresponde a uma rotação de um plano, até ficar coincidente com outro, em torno de um eixo que é a recta comum aos dois planos.

ROTAÇÃO DE UM PONTO A

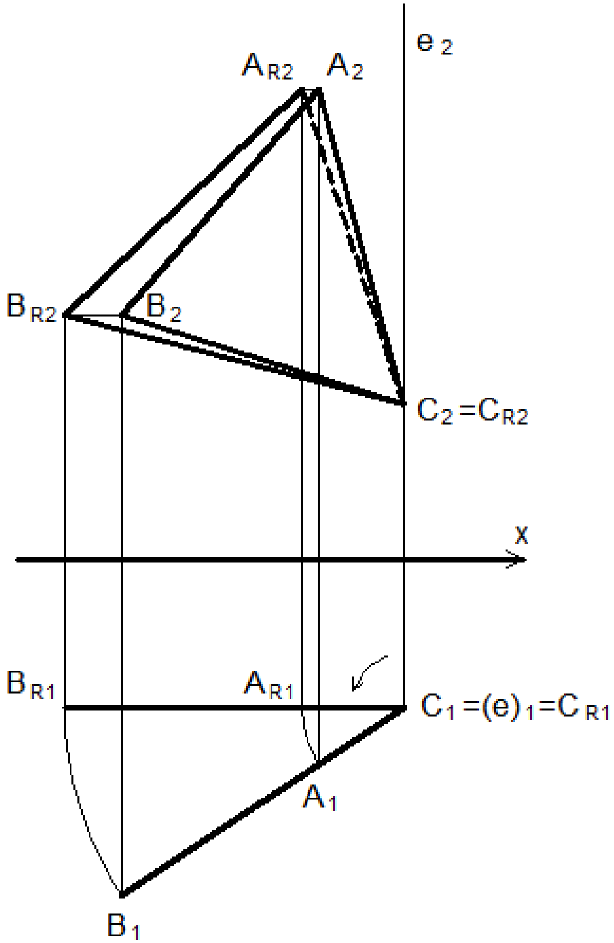


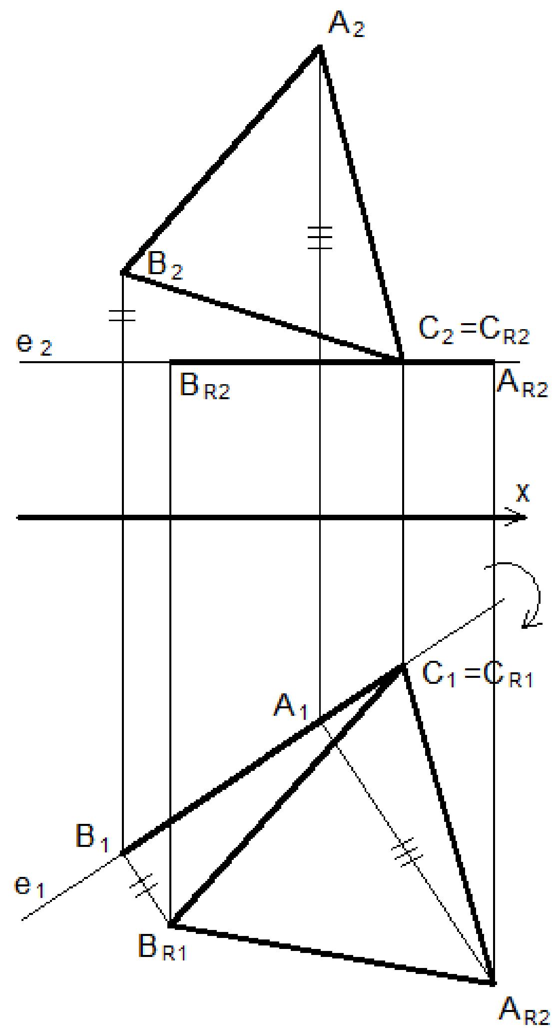
REBATIMENTO DE UM PLANO β



Rebatimento de planos projectantes (MPO)

À esquerda: Rebatimento de um plano vertical para uma plano frontal (charneira vertical).
À direita: Rebatimento de um plano vertical para um plano de nível (charneira horizontal).

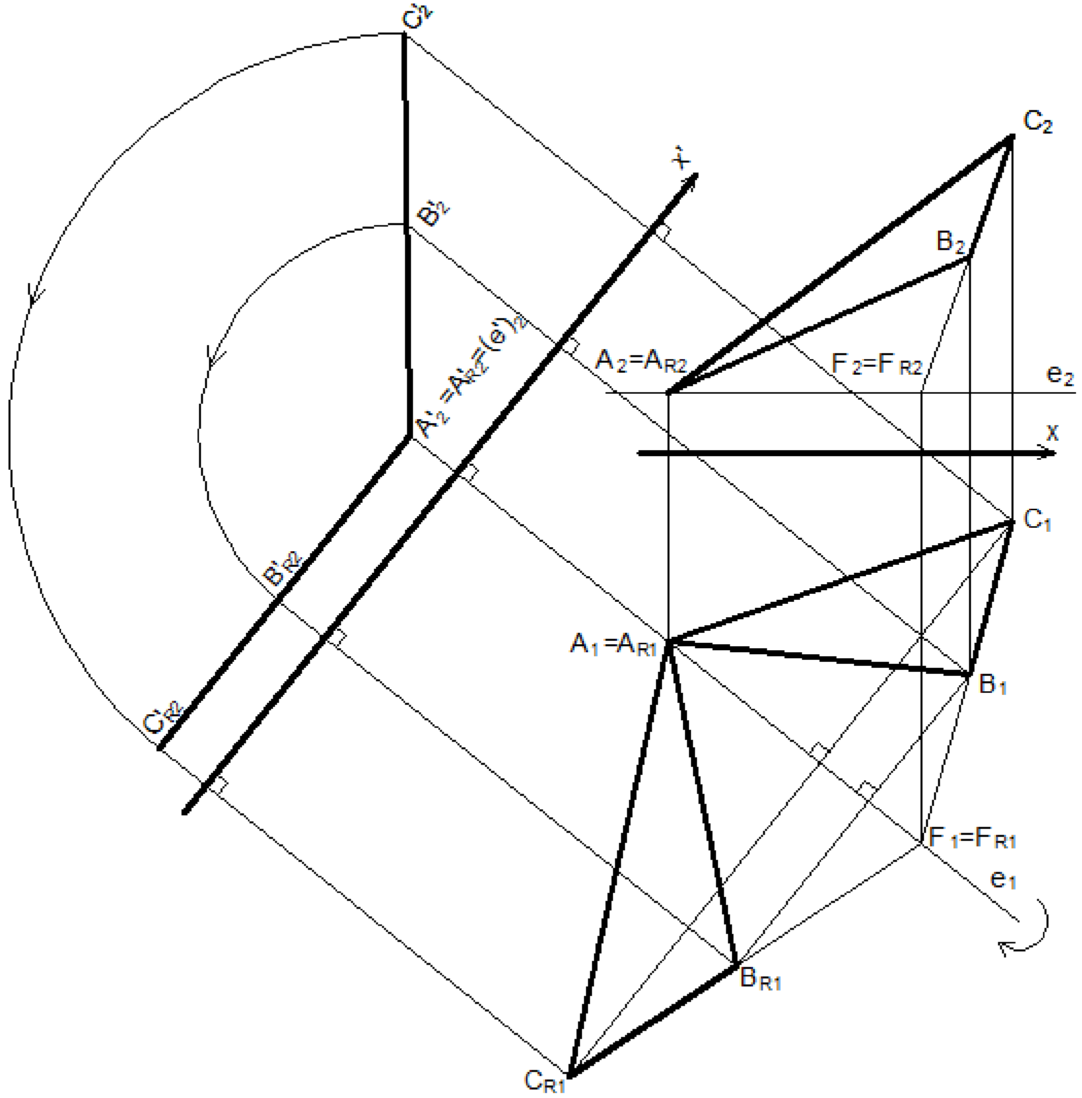




Nota:
De acordo com a convenção actualmente em prática, deve considerar-se, nas figuras, o sentido contrário para o eixo x, de modo a considerar-se um referencial de mão direita).

Rebatimento de planos oblíquos (MPO)

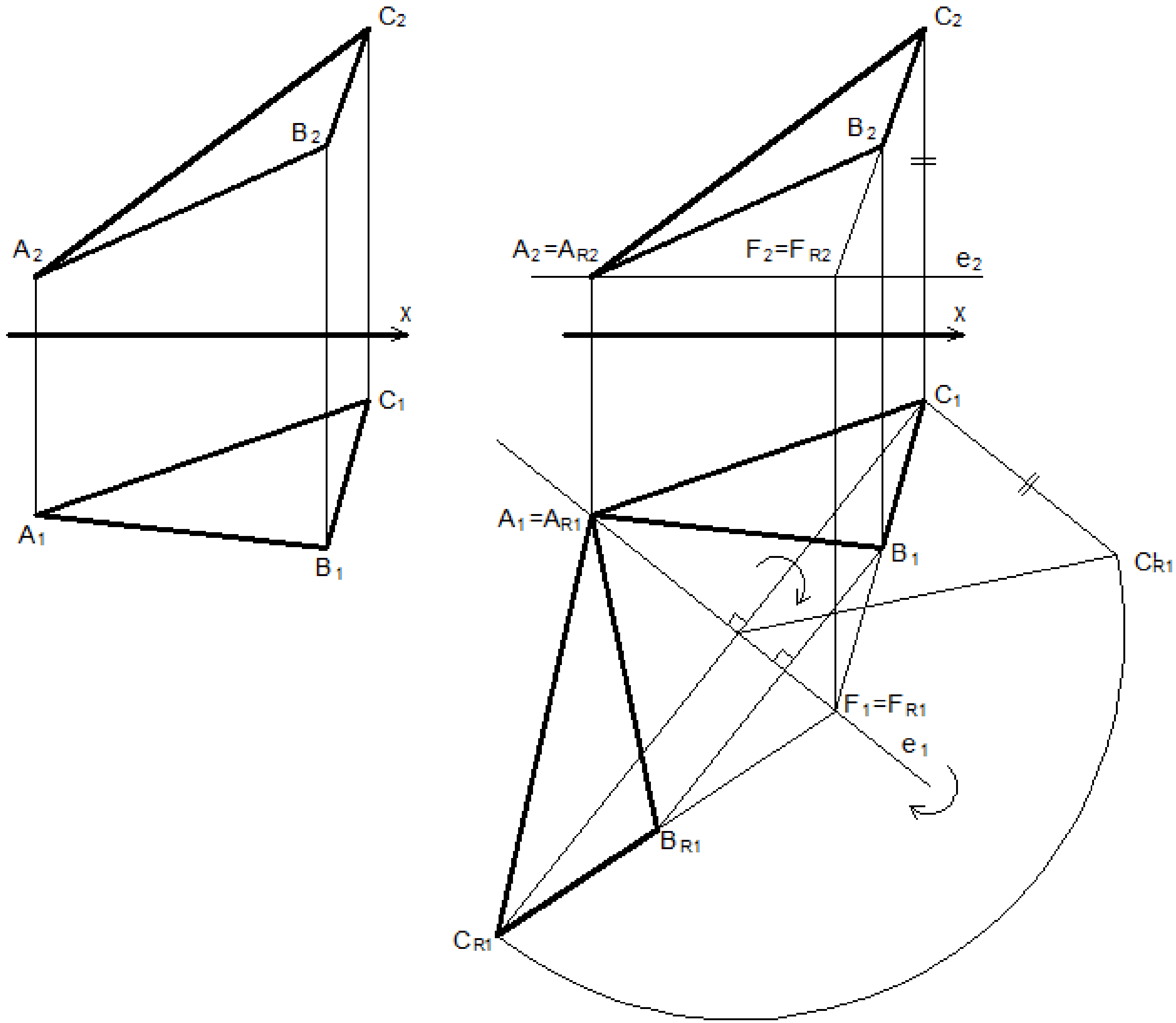
Rebatimento de um plano vertical para um plano de nível (**utilização da mudança de planos como método auxiliar**).



Nota:
De acordo com a convenção actualmente em prática, deve considerar-se, nas figuras, o sentido contrário para o eixo x, de modo a considerar-se um referencial de mão direita).

Rebatimento de planos oblíquos (MPO)

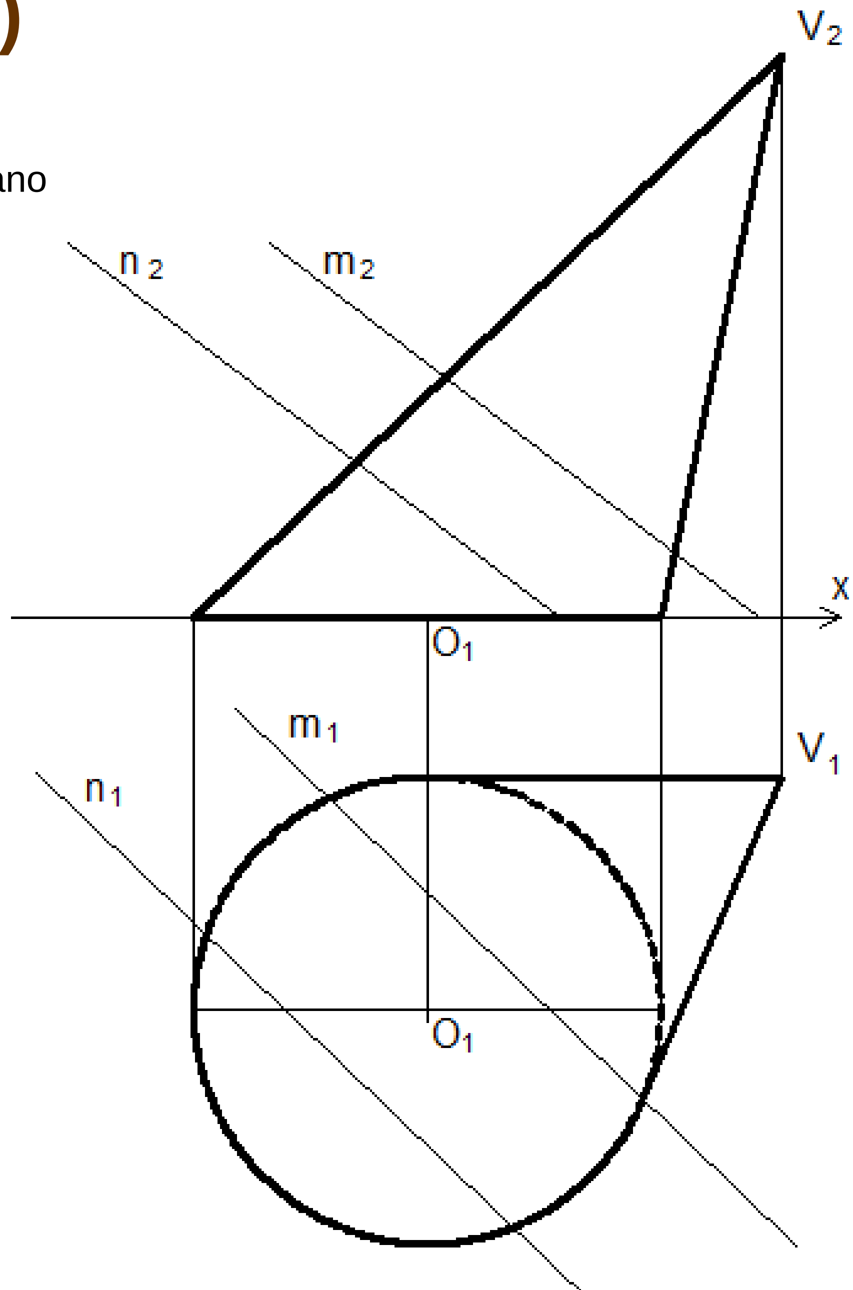
Rebatimento de um plano vertical para um plano de nível (**método do triângulo do rebatimento**).



Nota:
De acordo com a convenção actualmente em prática, deve considerar-se, nas figuras, o sentido contrário para o eixo x, de modo a considerar-se um referencial de mão direita).

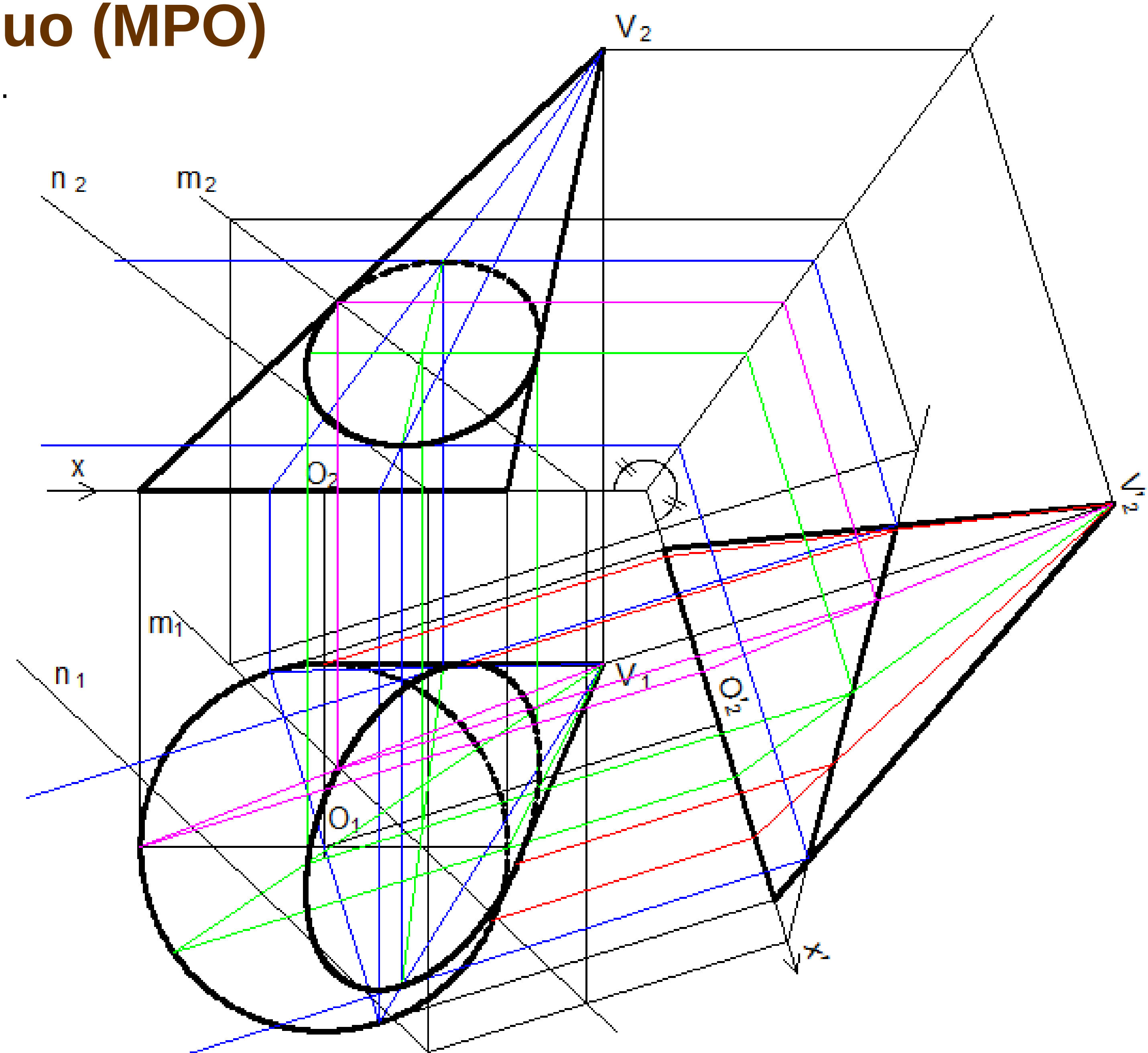
A determinação de uma secção cónica num cone oblíquo (MPO)

Dados:
As rectas m e n definem o plano que produz a secção.



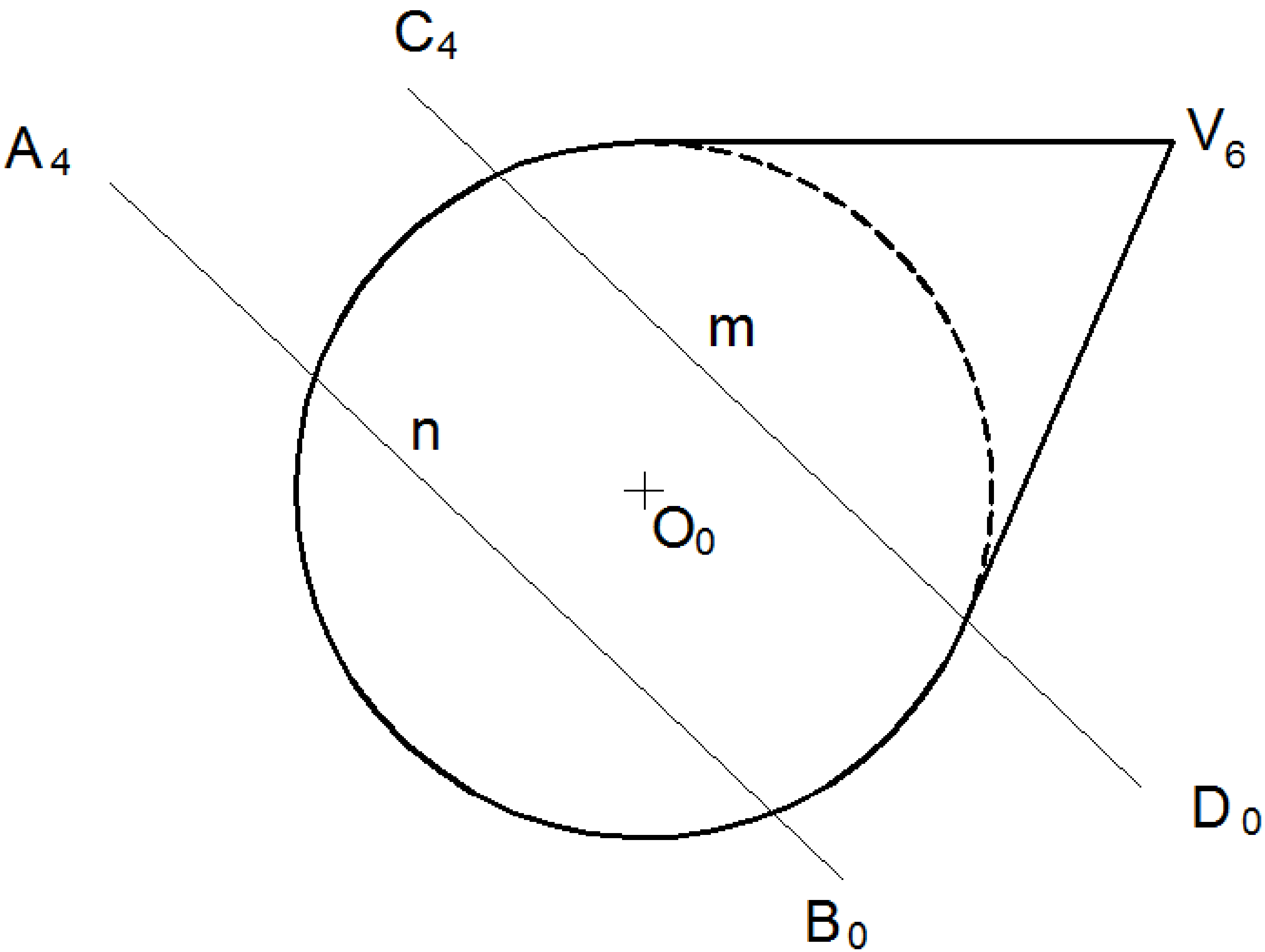
A determinação de uma secção cónica num cone oblíquo (MPO)

Resolução.



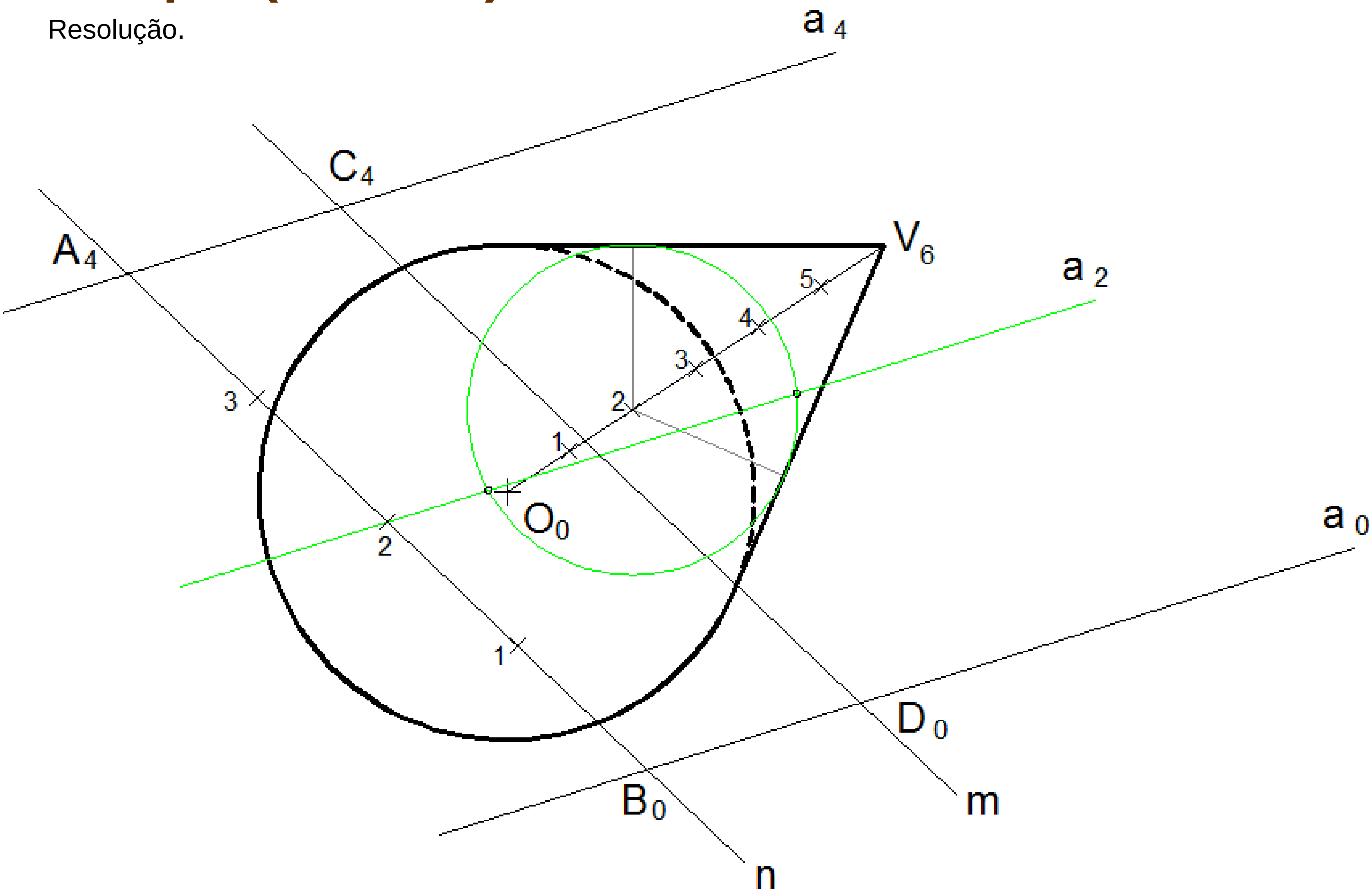
A determinação de uma secção cónica num cone oblíquo (cotadas)

Dados:
O plano secante está definido pelas
Rectas de nível m e n.



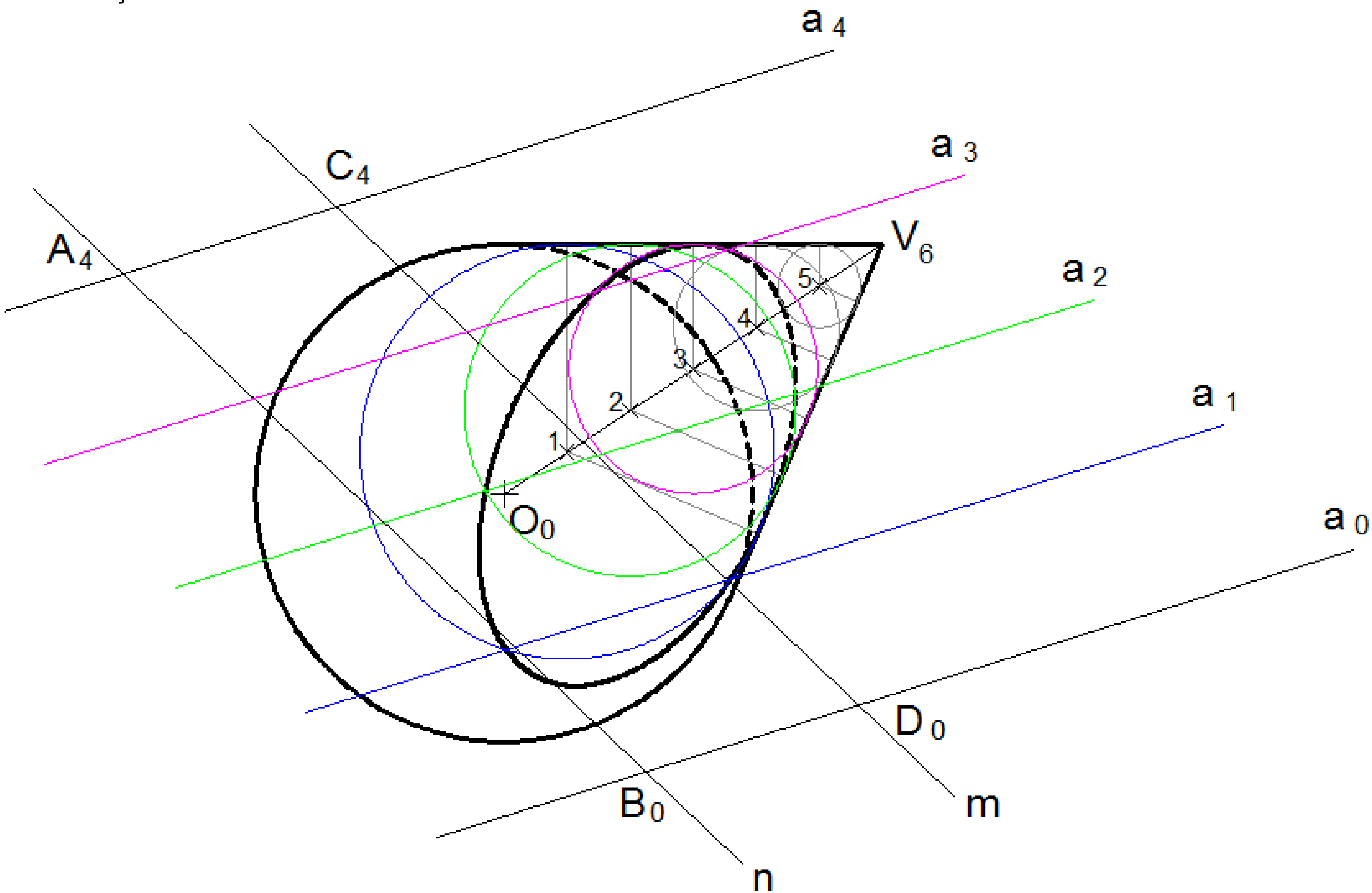
A determinação de uma secção cónica num cone oblíquo (cotadas)

Resolução.



A determinação de uma secção cónica num cone oblíquo (cotadas)

Resolução.



Teórica 4

• Estudo das superfícies

- Génese e conceitos (linha, superfície, sólido, direção e orientação, condições de pertença, retas tangentes e normais a linhas curvas, retas e planos tangentes a superfícies, retas e planos normais a superfícies, curvatura de uma linha e curvatura de uma superfície, contorno aparente, critérios de classificação)
- Classes de superfícies (poliedros regulares, superfícies regradas planificáveis e empenadas, superfícies não regradas, superfícies de revolução, superfícies topográficas)

Estudo das Superfícies - Noções gerais

Cada linha recta tem uma DIRECÇÃO; direcção é a propriedade comum a uma família de rectas paralelas entre si.

Cada linha recta contém um PONTO IMPRÓPRIO, isto é, um ponto situado no infinito.

A cada direcção de rectas corresponde apenas um ponto impróprio, isto é, todas as rectas paralelas entre si têm o mesmo ponto do infinito, daí dizer-se que rectas paralelas são rectas concorrentes no infinito.

Cada plano tem uma ORIENTAÇÃO; orientação é a propriedade comum a uma família de planos paralelos entre si.

Cada plano contém uma RECTA IMPRÓPRIA, isto é, uma recta situada no infinito.

A cada orientação de planos corresponde apenas uma recta imprópria, isto é, todos os planos paralelos entre si têm a mesma recta do infinito, daí dizer-se que planos paralelos se intersectam no infinito.

Uma orientação contém uma infinidade de direcções.

O lugar geométrico de todos os pontos impróprios e de todas as rectas impróprias é o PLANO IMPRÓPRIO, isto é, o plano do infinito.

A SUPERFÍCIE é uma entidade bidimensional gerada pelo movimento contínuo da linha.

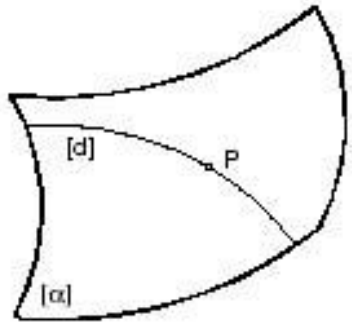
A GERATRIZ é a linha, deformável ou indeformável, que se move no espaço para gerar a superfície.

A DIRECTRIZ é a linha ou superfície em que se apoia a geratriz no seu movimento.

Se a directriz for uma superfície, então a superfície gerada diz-se de NÚCLEO.

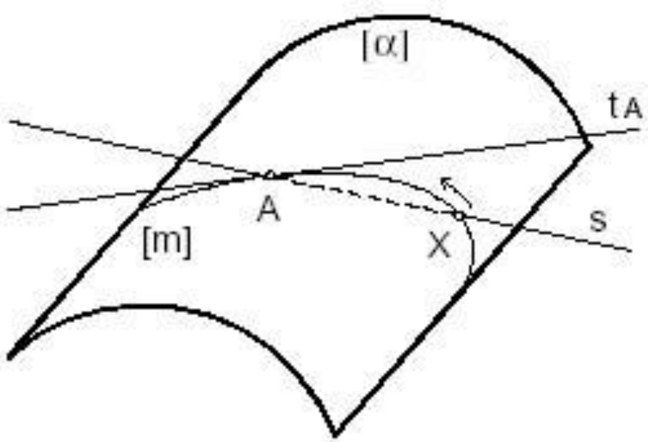
Estudo das Superfícies - Noções gerais

Condições de pertença



Se o ponto P pertencer à linha $[d]$ e a linha $[d]$ pertencer à superfície $[\alpha]$, então o ponto P pertence à superfície $[\alpha]$.

Recta tangente



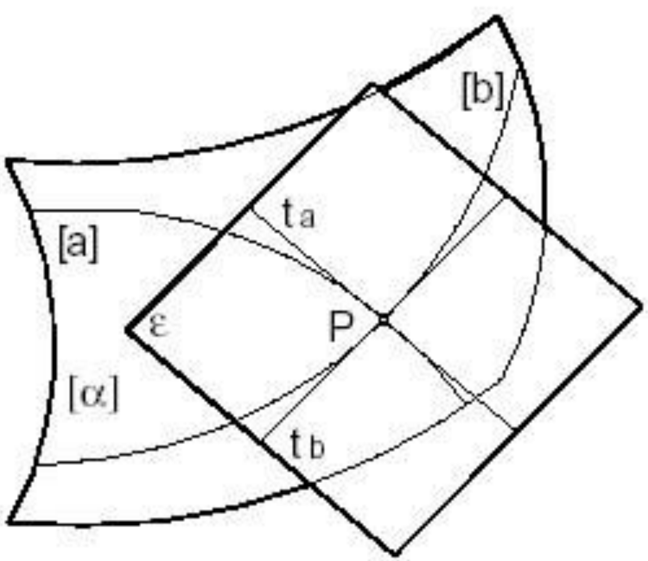
O ponto A pertence à linha $[m]$ e a linha $[m]$ pertence à superfície $[\alpha]$.

A recta t_A, tangente à linha $[m]$ no ponto A, é a posição limite da recta secante s, quando o ponto X tende para o ponto A.

Se a recta t_A é tangente à linha $[m]$, é também tangente à superfície $[\alpha]$.

Estudo das Superfícies - Noções gerais

Plano tangente



Sejam $[a]$ e $[b]$ duas linhas, pertencentes à superfície $[\alpha]$, concorrentes no ponto P.

Sejam t_a e t_b as rectas tangentes às linhas $[a]$ e $[b]$, respectivamente, no ponto P.

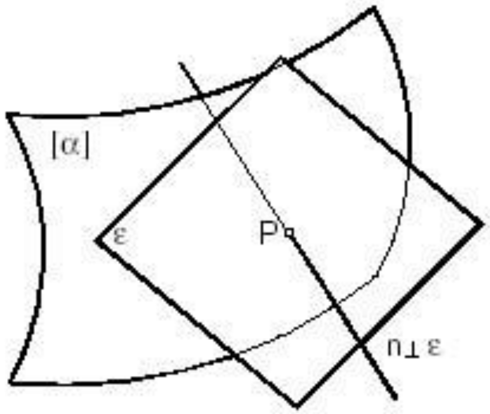
O plano ε, definido pelas rectas t_a e t_a, é o plano tangente à superfície $[\alpha]$ no ponto P.

O plano ε é o lugar geométrico de todas as rectas tangentes à superfície $[\alpha]$ no ponto P.

Do plano tangente a uma superfície diz-se que é OSCULANTE.

Estudo das Superfícies - Noções gerais

Recta normal e plano normal



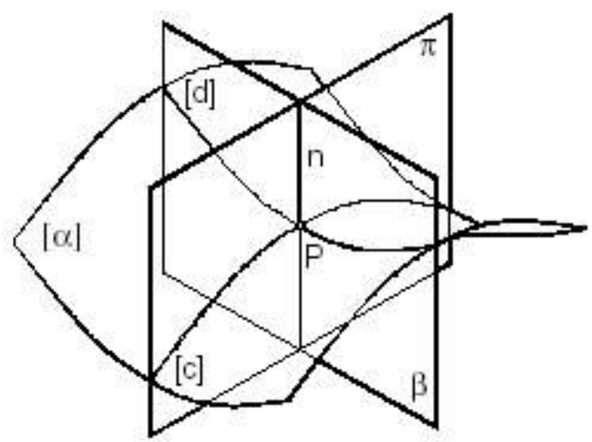
Seja ε o plano tangente à superfície $[\alpha]$ no ponto P.

Seja n uma recta perpendicular ao plano ε no ponto P.

A recta n diz-se NORMAL à superfície $[\alpha]$ no ponto P.

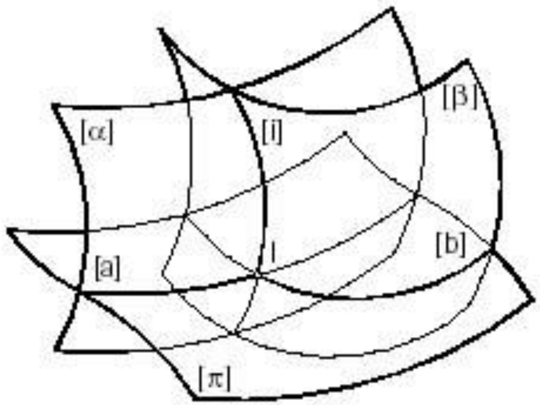
De um plano que contenha a recta n diz-se que é normal à superfície $[\alpha]$ no ponto P.

Curvatura de uma superfície

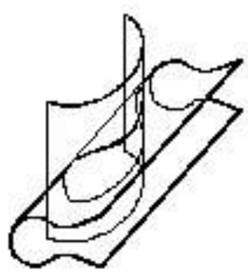


Estudo das Superfícies - Noções gerais

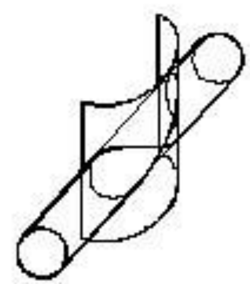
Intersecção de superfícies



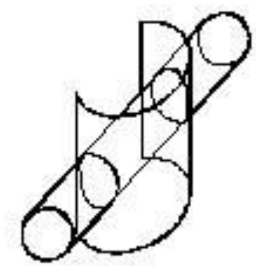
Se duas superfícies $[\alpha]$ e $[\beta]$ se intersectam segundo uma linha $[i]$, então existe pelo menos uma superfície $[\pi]$ que intersecta a superfície $[\alpha]$ segundo uma linha $[a]$, intersecta a superfície $[\beta]$ segundo uma linha $[b]$, de tal modo que a linha $[a]$ intersecta a linha $[b]$ num ponto I da linha $[i]$.



Se a linha de intersecção for única e fechada tem-se um ARRANCAMENTO.



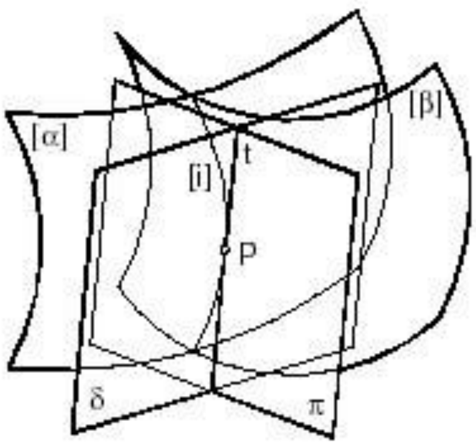
Se a linha de intersecção tiver um ponto duplo tem-se um BEIJAMENTO.



Se existir uma linha de entrada e uma linha de saída distintas tem-se uma PENETRAÇÃO.

Estudo das Superfícies - Noções gerais

Recta tangente à linha de intersecção



Seja $[i]$ a linha de intersecção entre as superfícies $[\alpha]$ e $[\beta]$.

Seja P um ponto da linha $[i]$, logo ponto comum $[\alpha]$ e $[\beta]$.

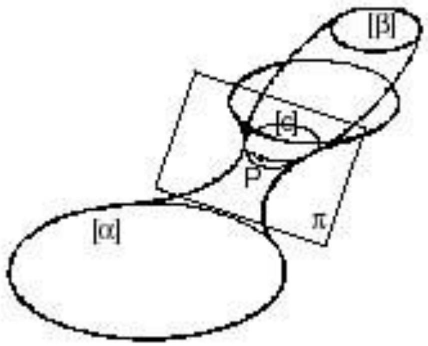
Seja δ o plano tangente à superfície $[\alpha]$ no ponto P.

Seja π o plano tangente à superfície $[\beta]$ no ponto P.

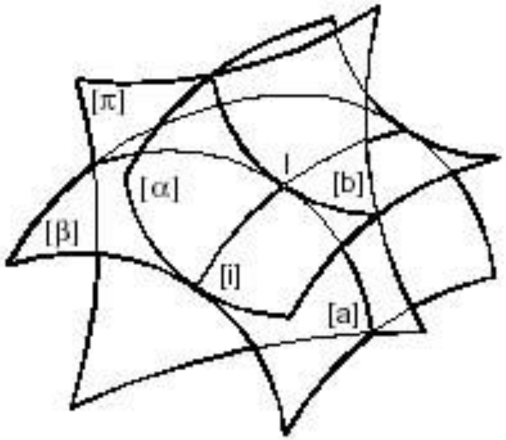
A recta t, de intersecção entre os planos δ e π, é a recta tangente à linha $[i]$ no ponto P.

Estudo das Superfícies - Noções gerais

Concordância entre superfícies



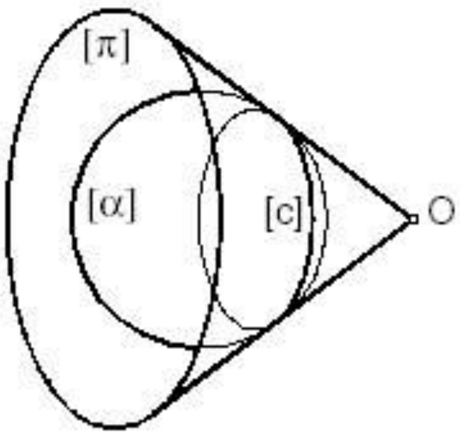
Se duas superfícies $[\alpha]$ e $[\beta]$ admitirem os mesmos planos tangentes π em todos os pontos P da linha $[c]$ comum a ambas, então as duas superfícies dizem-se concordantes segundo a linha $[c]$.



Se duas superfícies $[\alpha]$ e $[\beta]$ forem concordantes segundo uma linha $[i]$, então existe pelo menos uma superfície $[\pi]$ que intersecta as superfícies $[\alpha]$ e $[\beta]$ segundo as linhas $[b]$ e $[a]$, respectivamente, de tal modo que as linhas $[b]$ e $[a]$ são tangentes entre si num ponto I da linha $[i]$.

Estudo das Superfícies - Noções gerais

Contorno aparente



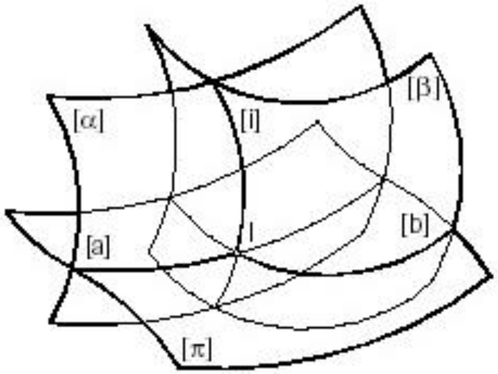
O contorno aparente de uma superfíce $[\alpha]$ para um "observador" (centro de projecções) O é a linha $[c]$ de concordância entre a superfície $[\alpha]$ e uma superfície cónica $[\pi]$ de vértice O, que projectada a partir de O sobre uma superfície $[\beta]$ qualquer determina nesta uma linha $[c']$ que delimita a projecção de $[\alpha]$.

Se o observador estiver no infinito, então $[\pi]$ é uma superfície cilíndrica.

Distinção entre superfície e sólido

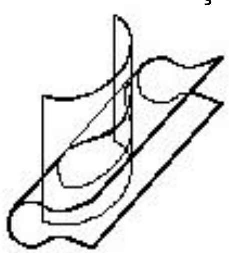
Uma superfície é a entidade que delimita o volume do sólido.

Estudo das Superfícies - Intersecções

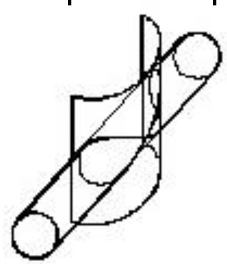


Se duas superfícies $[\alpha]$ e $[\beta]$ se intersectam segundo uma linha $[i]$, então existe pelo menos uma superfície $[\pi]$ que intersecta a superfície $[\alpha]$ segundo uma linha $[a]$, intersecta a superfície $[\beta]$ segundo uma linha $[b]$, de tal modo que a linha $[a]$ intersecta a linha $[b]$ num ponto I da linha $[i]$.

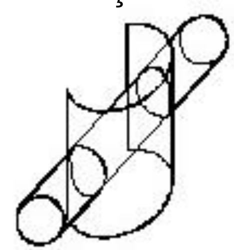
Linha de intersecção única



Linha de intersecção com ponto duplo



Duas linhas de intersecção

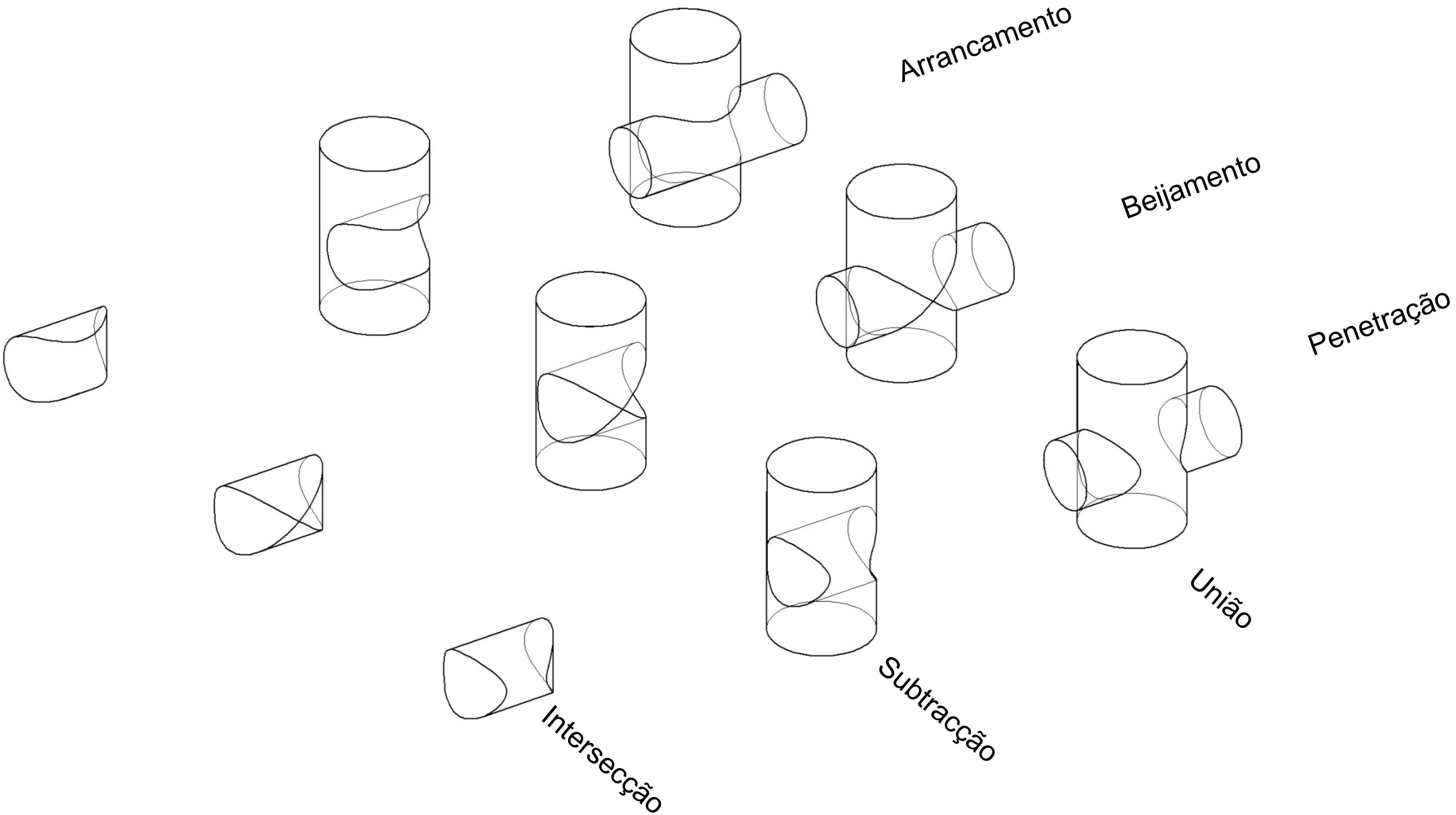


Da declaração feita, podem deduzir-se métodos gráficos para resolver a intersecção entre superfícies (e sólidos). Cada um desses métodos consistirá em definir superfícies auxiliares por meio das quais se determinam pontos das linhas de intersecção entre as superfícies base.

A seguir veremos dois métodos: i) intersecção entre superfícies cónicas, e ii) intersecção entre superfícies de revolução.

<u>Note-se no entanto, que perante cada caso concreto podem ser deduzidos mais convenientes aplicáveis ao caso em estudo. É por exemplo o caso em que uma das superfícies é projectante.</u>

Estudo das Superfícies – Intersecções (sólidos)



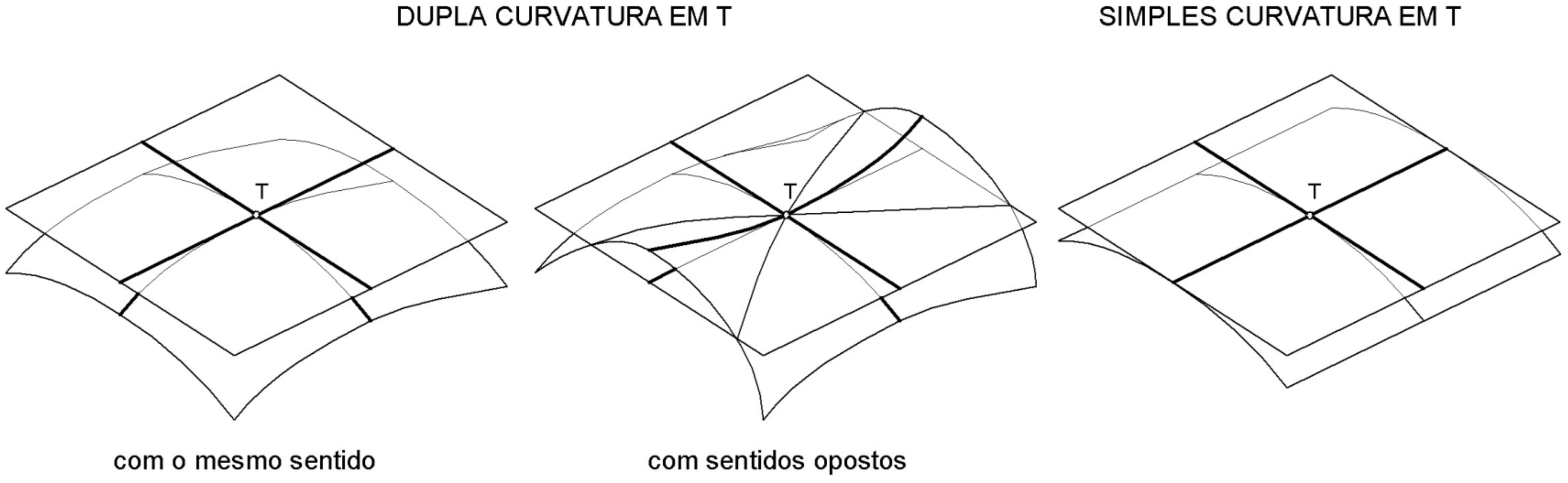
Intersecções (exemplos de Arquitectura)

Guardiola House – Peter Eisenman
https://www.bmiaa.com/guardiola-house-peter-at-frac-centre-val-de-loire/

Cubic Houses – Pete Blom
https://pressfrom.info/fr/lifestyle/voyage/-12400-pour-changer-damsterdam-faites-un-tour-a-rotterdam.html

Estudo das Superfícies – critérios de classificação

1. Quanto ao <u>tipo de geratriz</u> (regradas - geradas pelo movimento de uma recta; e curvas - não regradas)
2. Quanto à <u>ordem</u> (número máximo de pontos que uma recta pode ter em comum com a superfície)
3. Quanto à <u>curvatura</u> – critério de classificação local
4. Quanto à <u>topologia</u> (abertas e fechadas)
5. (outros)



Estudo das Superfícies – critérios de classificação

CLASSIFICAÇÃO DE SUPERFÍCIES QUANTO AO TIPO DE GERATRIZ			exemplos
		SUPERFÍCIES POLIÉDRICAS	poliédricas regulares, semi-regulares e irregulares
REGRADAS	PLANIFICÁVEIS	SUPERFÍCIE PLANA	plano
		definidas por 1 PONTO e 1 DIRECTRIZ	cónica; cilíndrica; prismática; piramidal (1)
		definidas por 2 DIRECTRIZES	convolutas; superfícies de igual pendente
		SUPERFÍCIES TANGENCIAIS	helicoidal tangencial
		outras	
	NÃO PLANIFICÁVEIS	definidas por 3 DIRECTRIZES	parabolóide hiperbólico; hiperbolóide de revolução; cilindróide; conóide; helicoidais regradas; superfícies de arco enviesado (1)
		outras	superfície regrada de uma só face
CURVAS		SUPERFÍCIES DE REVOLUÇÃO (2)	esférica; tórica; elipsoidal
		outras	serpentina; superfícies mínimas

(1) Note-se que há superfícies regradas que são de revolução

(2) Note-se que há superfícies de revolução que são regradas.

Estudo das Superfícies – Poliedros

CLASSIFICAÇÃO DE SUPERFÍCIES QUANTO AO TIPO DE GERATRIZ			exemplos
REGRADAS	PLANIFICÁVEIS	SUPERFÍCIES POLIÉDRICAS	poliédricas regulares, semi-regulares e irregulares
		SUPERFÍCIE PLANA	plano
		definidas por 1 PONTO e 1 DIRECTRIZ	cónica; cilíndrica; prismática; piramidal [1]
		definidas por 2 DIRECTRIZES	convolutas; superfícies de igual pendente
		SUPERFÍCIES TANGENCIAIS	helicoidal tangencial
		outras	
	NÃO PLANIFICÁVEIS	definidas por 3 DIRECTRIZES	parabolóide hiperbólico; hiperbolóide de revolução; cilindróide; conóide; helicoidais regradas; superfícies de arco enviesado [1]
		outras	superfície regrada de uma só face
CURVAS		SUPERFÍCIES DE REVOLUÇÃO [2]	esférica; tórica; elipsoidal
		outras	serpentina; superfícies mínimas

[1] Note-se que há superfícies regradas que são de revolução

[2] Note-se que há superfícies de revolução que são regradas.

Estudo das Superfícies – Poliedros regulares

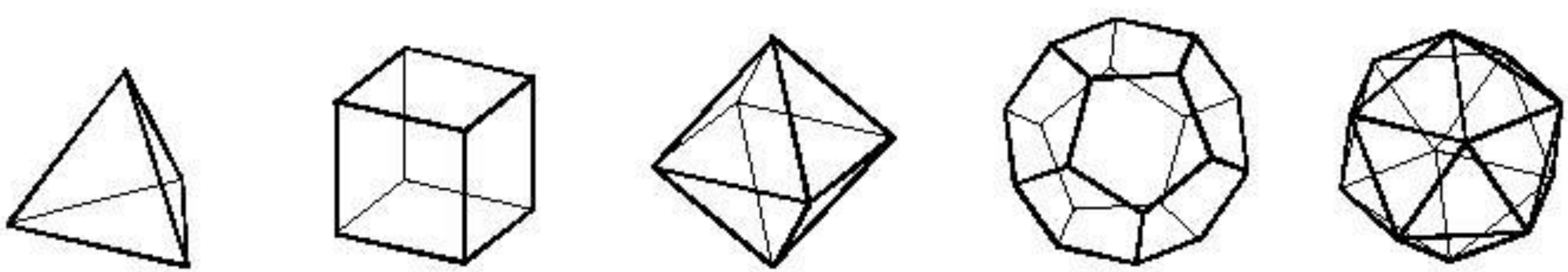
Superfícies Poliédricas

(Apenas serão considerados poliedros convexos topologicamente equivalentes à esfera)

A relação entre o número de arestas (**A**), vértices (**V**) e faces (**F**) de qualquer poliedro topologicamente equivalente a uma esfera vem dada pela fórmula de Euler:

$$\mathbf{A + 2 = V + F}$$

Poliedros regulares: Todas as faces são poligonos regulares de apenas um tipo; todos os vértices pertencem a uma superfície esférica; são os "Sólidos platónicos".



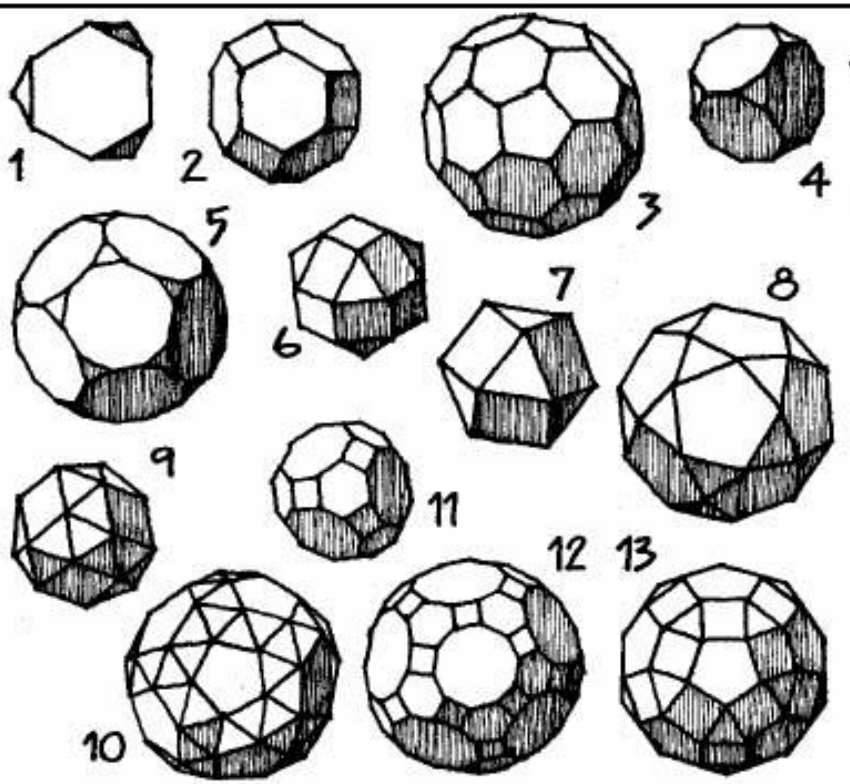
Tetraedro Cubo Octaedro Dodecaedro Icosaedro

Estudo das Superfícies – Poliedros semi-regulares

Poliedros semi-regulares:

- poliedros de Arquimedes

Todas as faces são poligonos regulares de dois ou mais tipos sendo o comprimento da aresta uma constante; todos os vértices pertencem a uma superfície esférica; são os "Sólidos Arquimedianos"; todas as arestas e vértices são congruentes e podem obter-se dos poliedros regulares por algum processo de transformação geométrica. Também podem considerar-se nesta categoria os prismas regulares e os antiprismas regulares embora normalmente não seja comum.



1- Troncotetraedro
2- Troncoctaedro
3- Troncoicosaedro
4- Troncocubo
5- Troncododecaedro
6- Rombicuboctaedro
7- Cuboctaedro
8- Icosidodecaedro
9- Cubo achatado
10- Dodecaedro achatado
11- Troncocuboctaedro
12- Troncoicosidodecaedro
13- Rombicosidodecaedro

in "EDROS"

Estudo das Superfícies – Poliedros

Poliedros irregulares:

Todas as faces são polígonos de vários tipos; os vértices podem ou não pertencer a uma superfície esférica; o comprimento da aresta não é constante.

- pirâmides, bipirâmides, troncos de pirâmide, prismas, troncos de prisma

Uma bipirâmide é um sólido gerado pela "soma" de uma pirâmide com a sua simétrica relativamente ao plano da base.

- sólidos de Johnson

São poliedros em que todas as faces são regulares de mais que um tipo, não sendo, no entanto, poliedros regulares, semi-regulares, prismas regulares ou antiprismas regulares. Existem 92 ao todo.

Um poliedro que tenha por vértices os centros das faces de um outro poliedro diz-se DUAL daquele.

Estudo das Superfícies – Poliedros

- antiprismas, antipiramóides, tronco-antiprismas, antiprismóides, *outros*

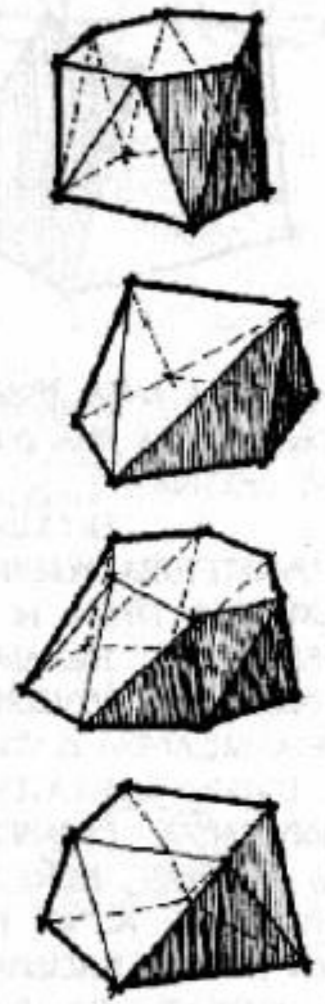
QUANDO LIGAMOS OS VÉRTICES DE DOIS POLÍGONOS NÃO COPLANARES, DE MODO A DEFINIR TRIÂNGULOS ENTRE ELES, FORMAM-SE POLIEDROS CONHECIDOS POR:

1- ANTIPRISMÓIDES – QUANDO OS POLÍGONOS NÃO TÊM MESMO NÚMERO DE LADOS.

2- ANTIPIRAMÓIDES – QUANDO UM DOS POLÍGONOS É SUBSTITUÍDO POR UM SEGMENTO DE RETA.

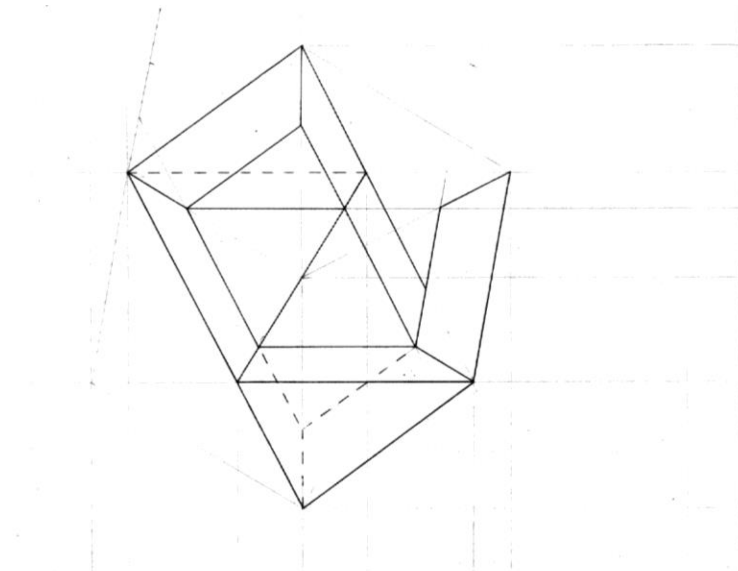
3- TRONCO-ANTIPRISMAS – QUANDO OS POLÍGONOS TÊM MESMO NÚMERO DE LADOS E NÃO SÃO DE PLANOS PARALELOS.

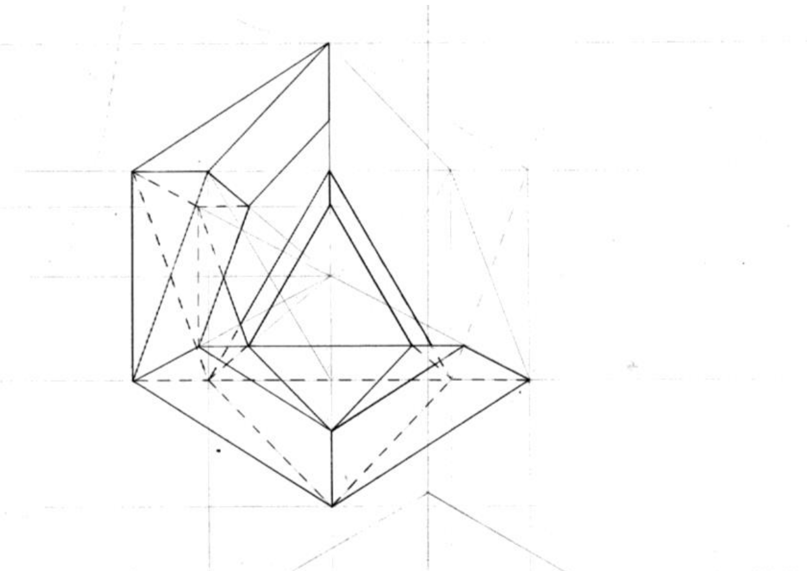
4- ANTIPRISMAS – QUANDO OS POLÍGONOS TÊM MESMO NÚMERO DE LADOS E ESTÃO EM PLANOS PARALELOS.

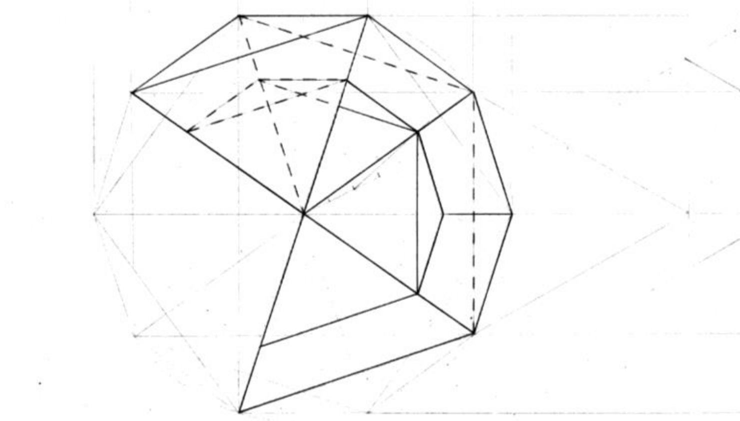


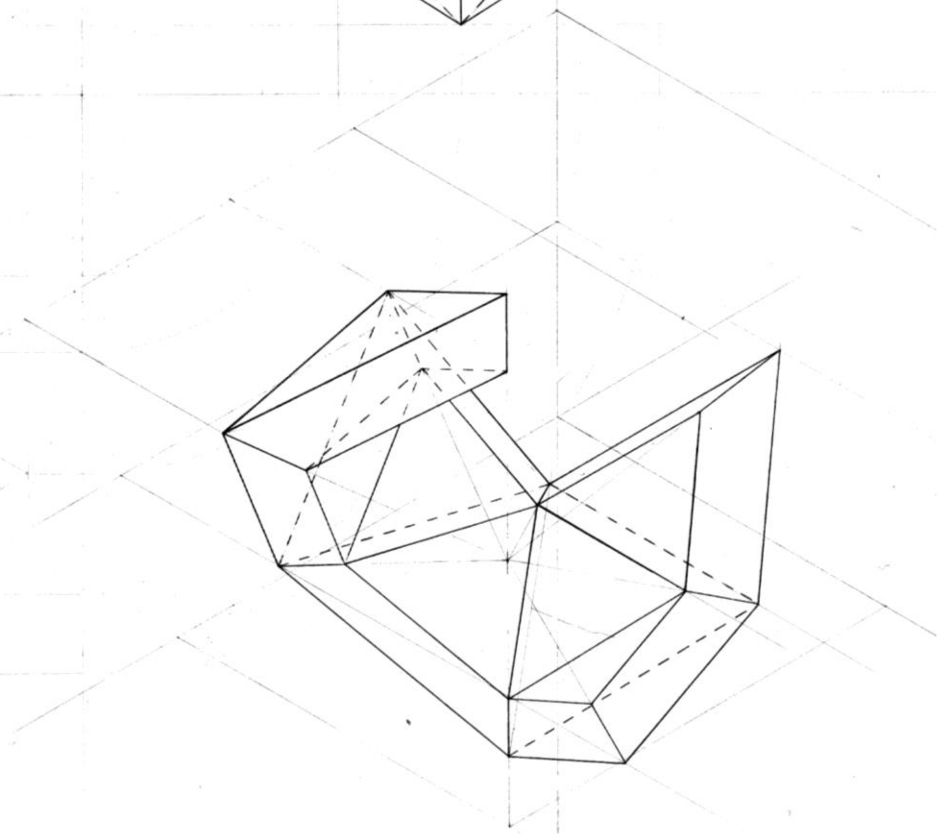
in "EDROS"

Poliedros (Exercícios resolvidos)

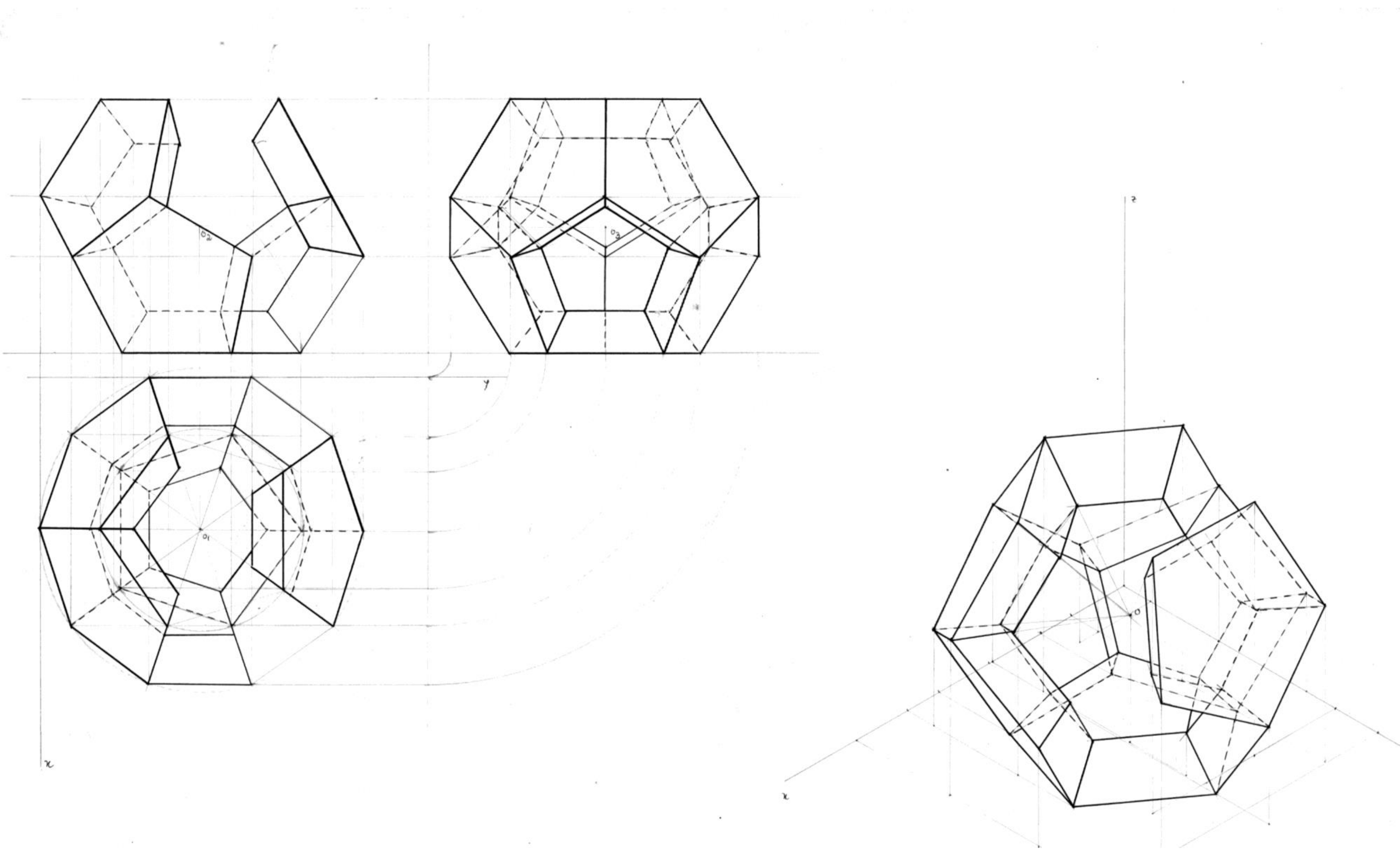








Poliedros (Exercícios resolvidos)



Poliedros (exemplos de Arquitectura)

https://www.archdaily.com/35128/habitable-polyhedron-manuel-villa

http://www.baumhaus.pt/casa-da-musica

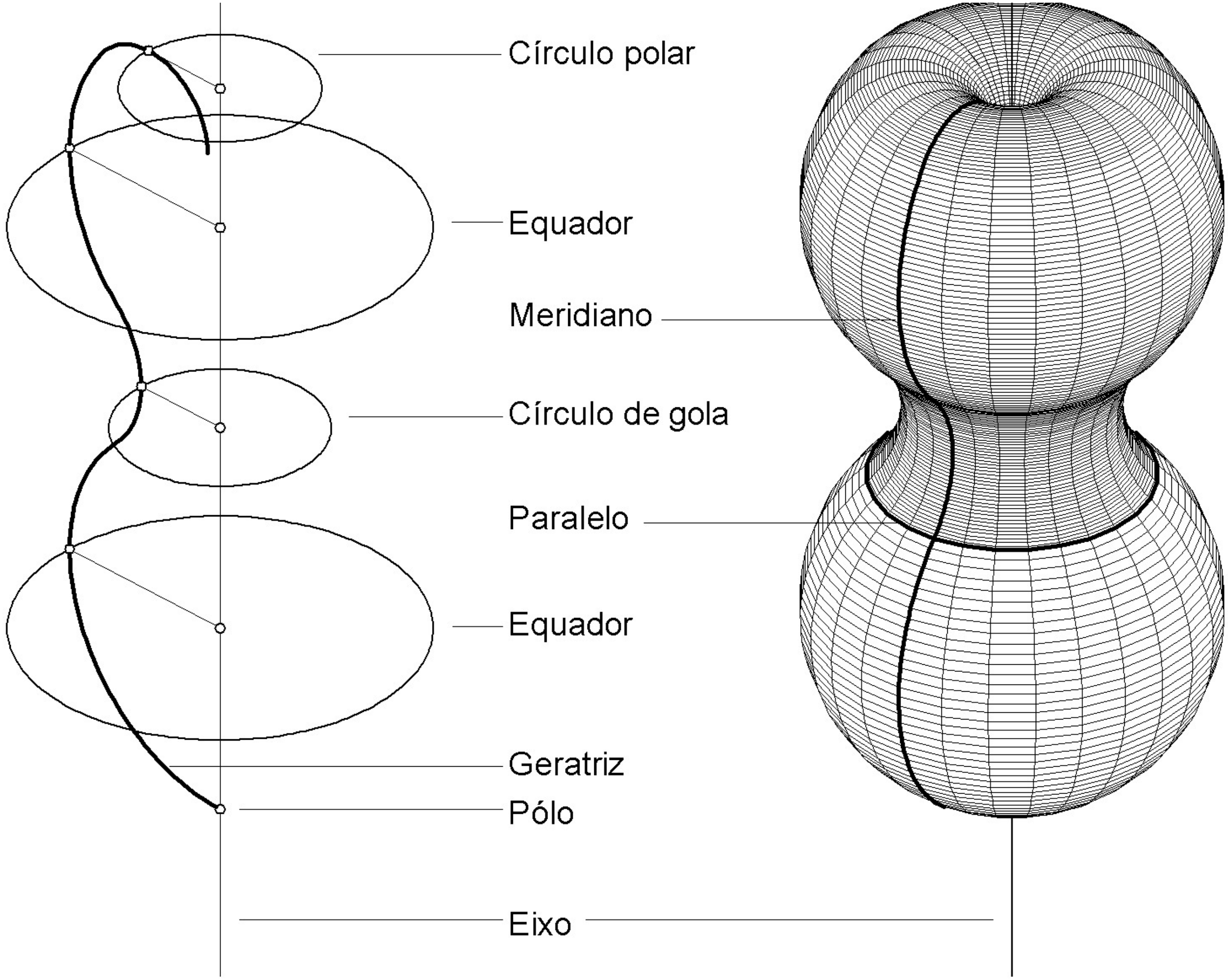
Estudo das Superfícies - superfícies de revolução

CLASSIFICAÇÃO DE SUPERFÍCIES QUANTO AO TIPO DE GERATRIZ			exemplos
		SUPERFÍCIES POLIÉDRICAS	poliédricas regulares, semi-regulares e irregulares
REGRADAS	PLANIFICÁVEIS	SUPERFÍCIE PLANA	plano
		definidas por 1 PONTO e 1 DIRECTRIZ	cónica; cilíndrica; prismática; piramidal [1]
		definidas por 2 DIRECTRIZES	convolutas; superfícies de igual pendente
		SUPERFÍCIES TANGENCIAIS	helicoidal tangencial
		outras	
	NÃO PLANIFICÁVEIS	definidas por 3 DIRECTRIZES	parabolóide hiperbólico; hiperbolóide de revolução; cilindróide; conóide; helicoidais regradas; superfícies de arco enviesado [1]
		outras	superfície regrada de uma só face
CURVAS		SUPERFÍCIES DE REVOLUÇÃO [2]	esférica; tórica; elipsoidal
		outras	serpentina; superfícies mínimas

[1] Note-se que há superfícies regradas que são de revolução

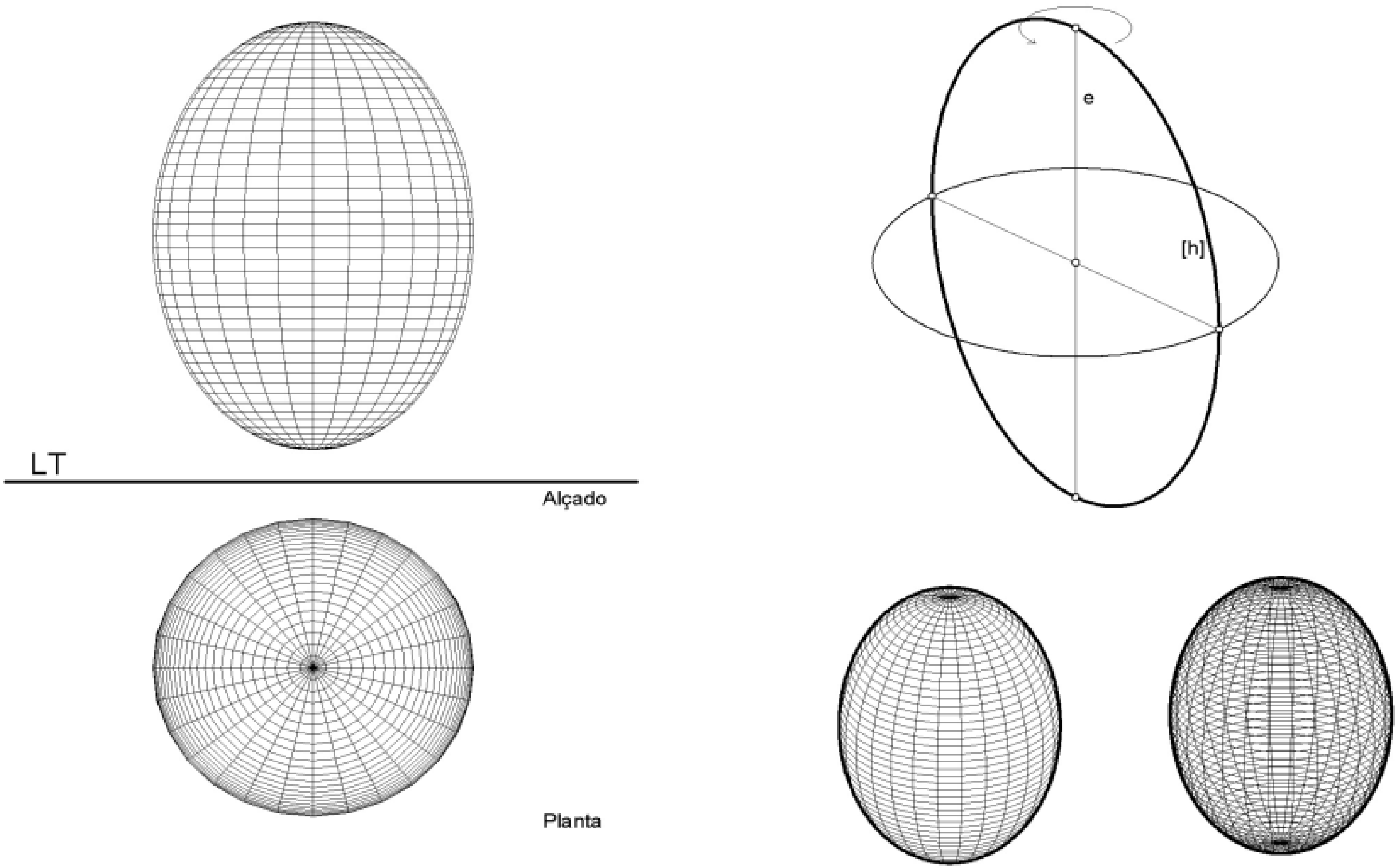
[2] Note-se que há superfícies de revolução que são regradas.

Superfícies de revolução



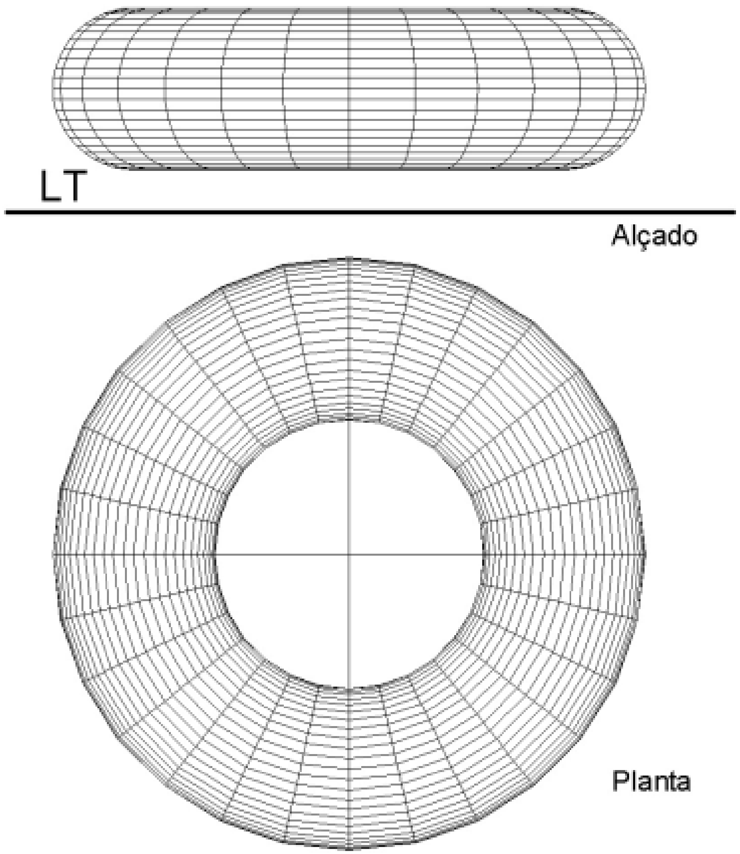
SUPERFÍCIE DE REVOLUÇÃO

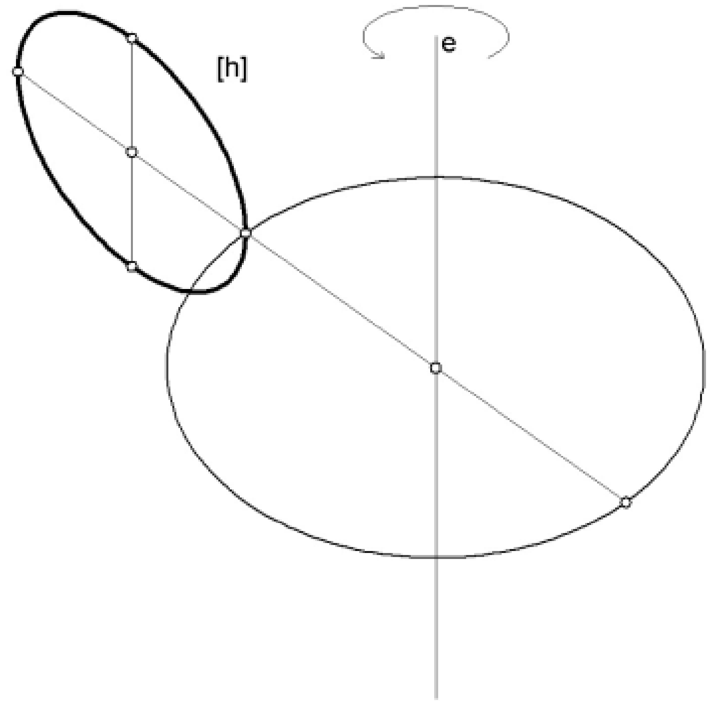
Superfícies de revolução (exemplos)

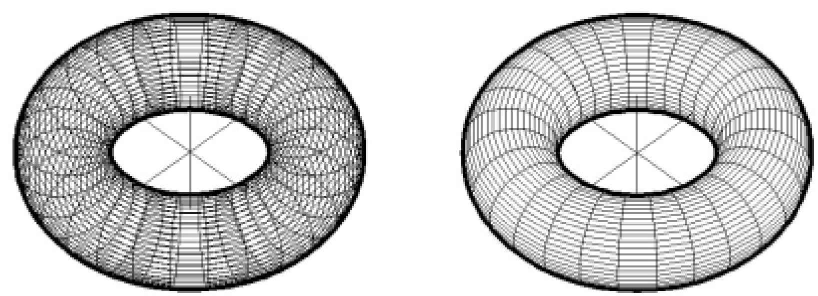


GERAÇÃO DO ELIPSÓIDE POR ROTAÇÃO DE UMA ELIPSE EM TORNO DE UM EIXO

Superfícies de revolução (exemplos)

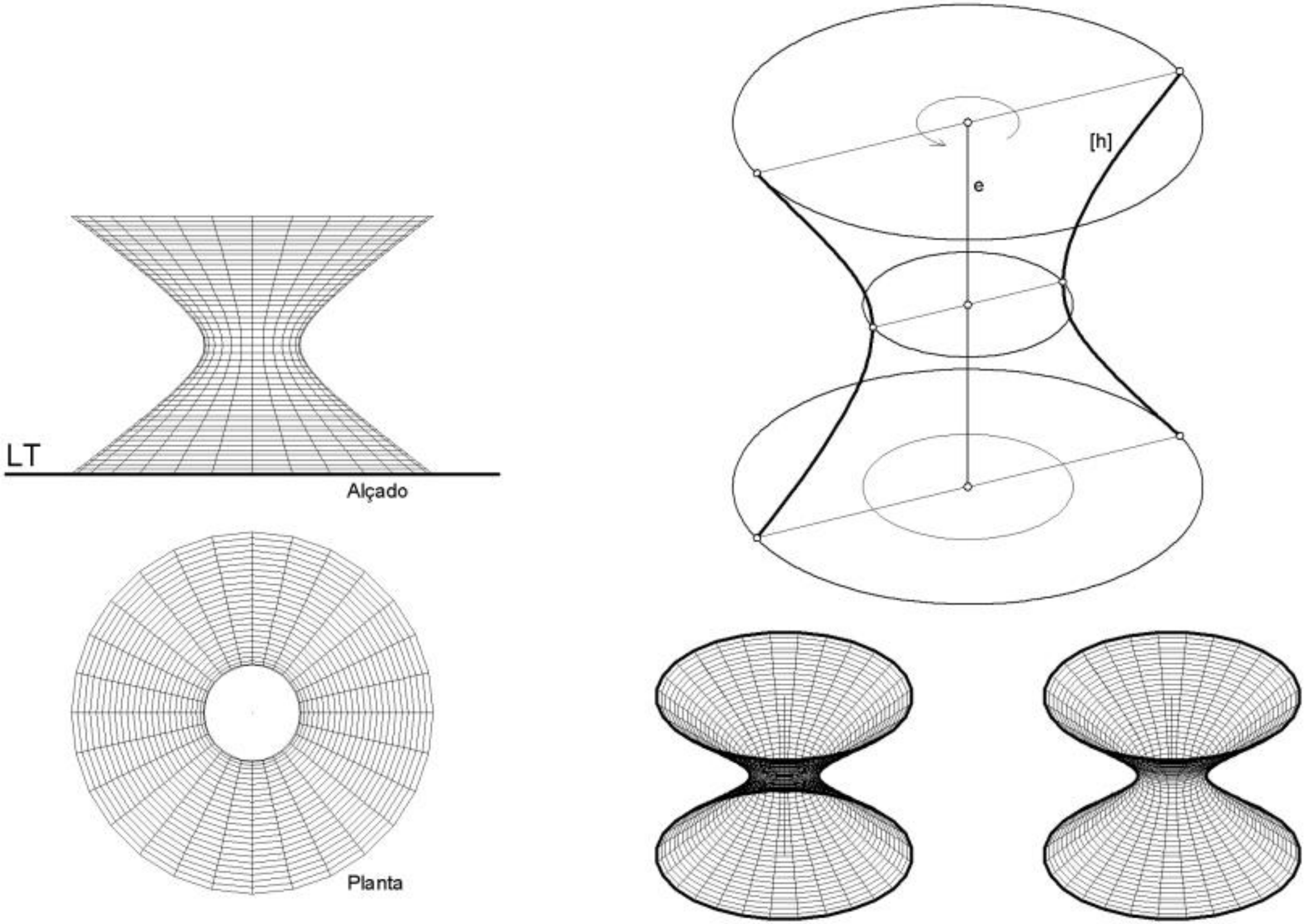






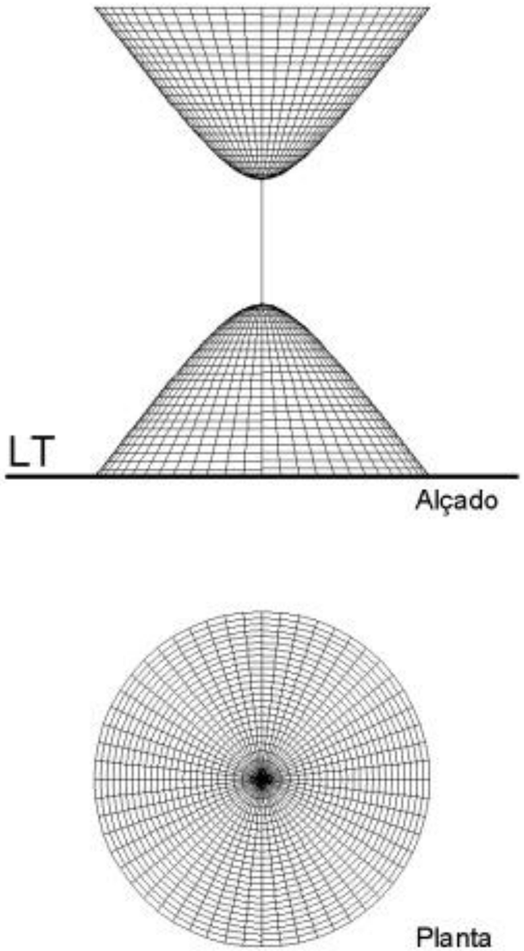
GERAÇÃO DO TORO POR ROTAÇÃO DE UMA CIRCUNFERÊNCIA EM TORNO DE UM EIXO COMPLANAR

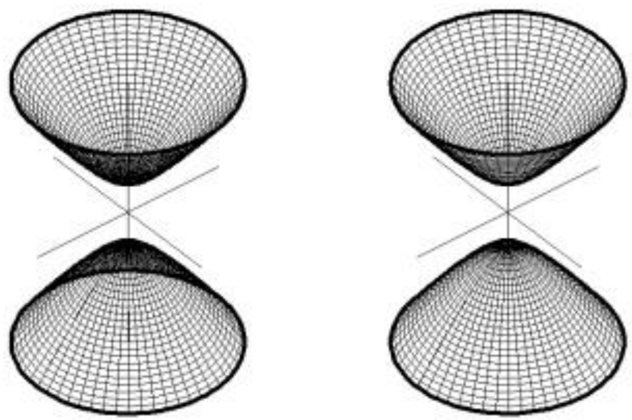
Superfícies de revolução (exemplos)

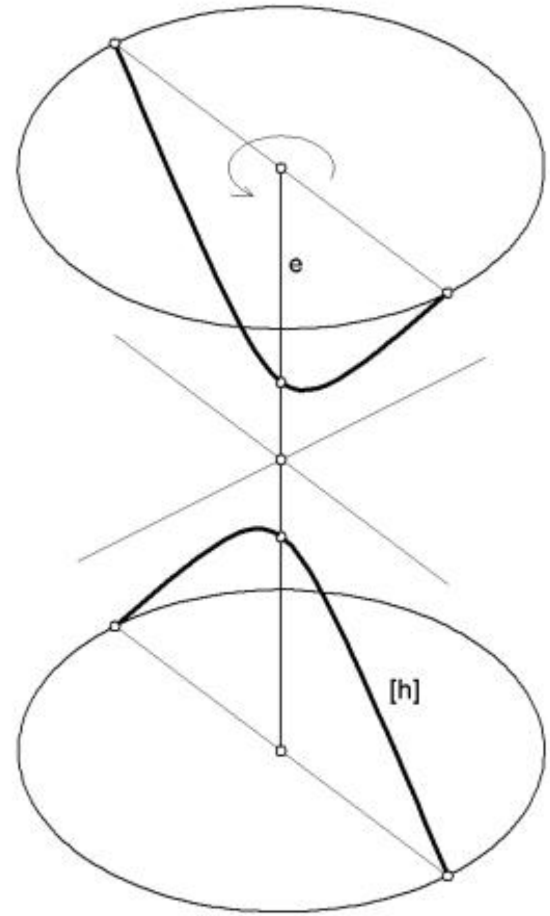


GERAÇÃO DO HIP. DE REVOLUÇÃO REGRADO POR ROTAÇÃO DA HIPÉRBOLE EM TORNO DO SEU EIXO

Superfícies de revolução (exemplos)

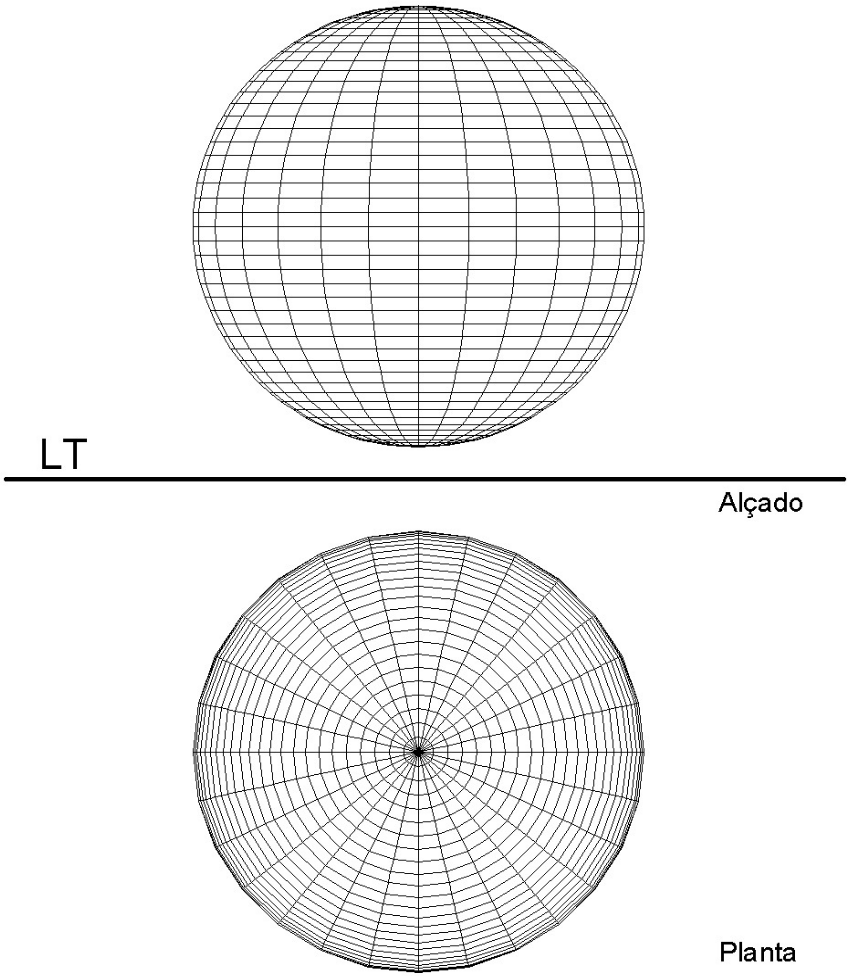


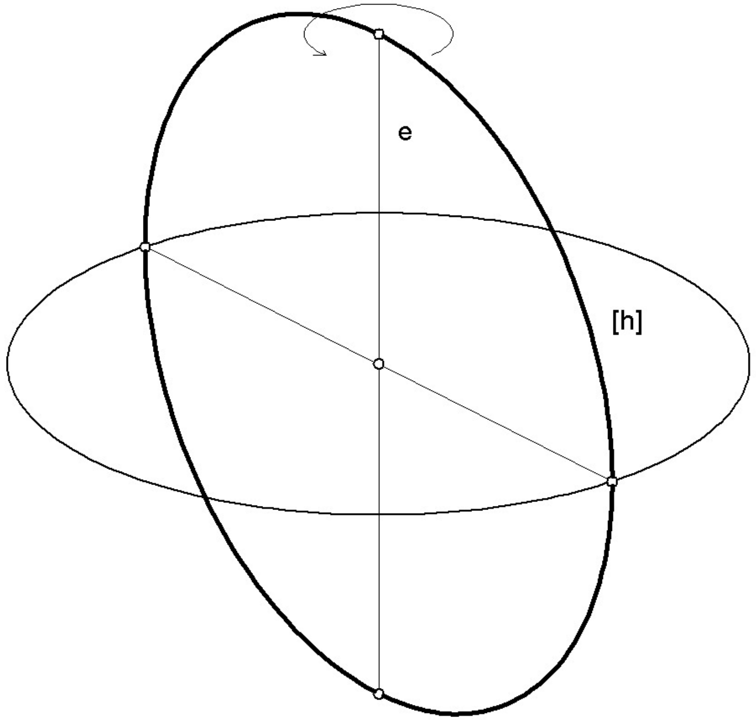


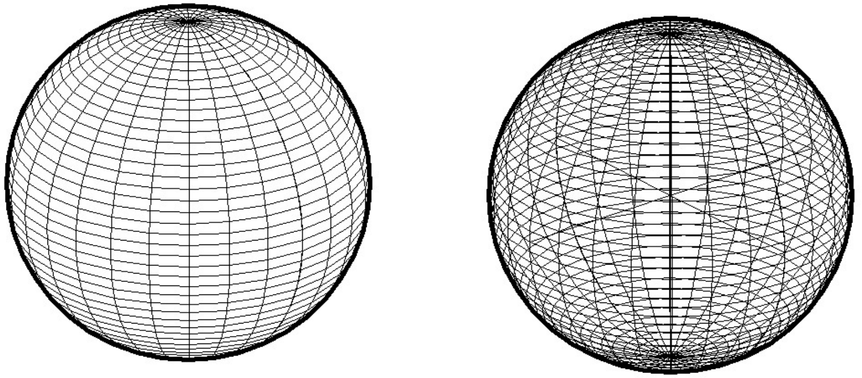


GERAÇÃO DO HIP. DE REVOLUÇÃO DE 2 FOLHAS POR ROTAÇÃO DA HIPÉRBOLE EM TORNO DO SEU EIXO

Superfícies de revolução (exemplos)







GERAÇÃO DA ESFERA POR ROTAÇÃO DE UMA CIRCUNFERÊNCIA EM TORNO DE UM DIÂMETRO

Sup. de revolução (exemplos na Arquitectura)

Water Tower in Ciechanów
https://hiveminer.com/Tags/architecture%2Ctorus/Recent

Torus sculpture - Architekt Lars Meess Olsohn
http://www.pneumocell.com/news/torus8m.html

Sup. de revolução (exemplos na Arquitectura)

Infosys Building – Hinjewadi, Pune, India
https://www.pinterest.pt/pin/157274211957221679/

Museu Oscar Niemeyer
https://www.terra.com.br/noticias/oscar-niemeyer/oscar-niemeyer-fotos-52.htm

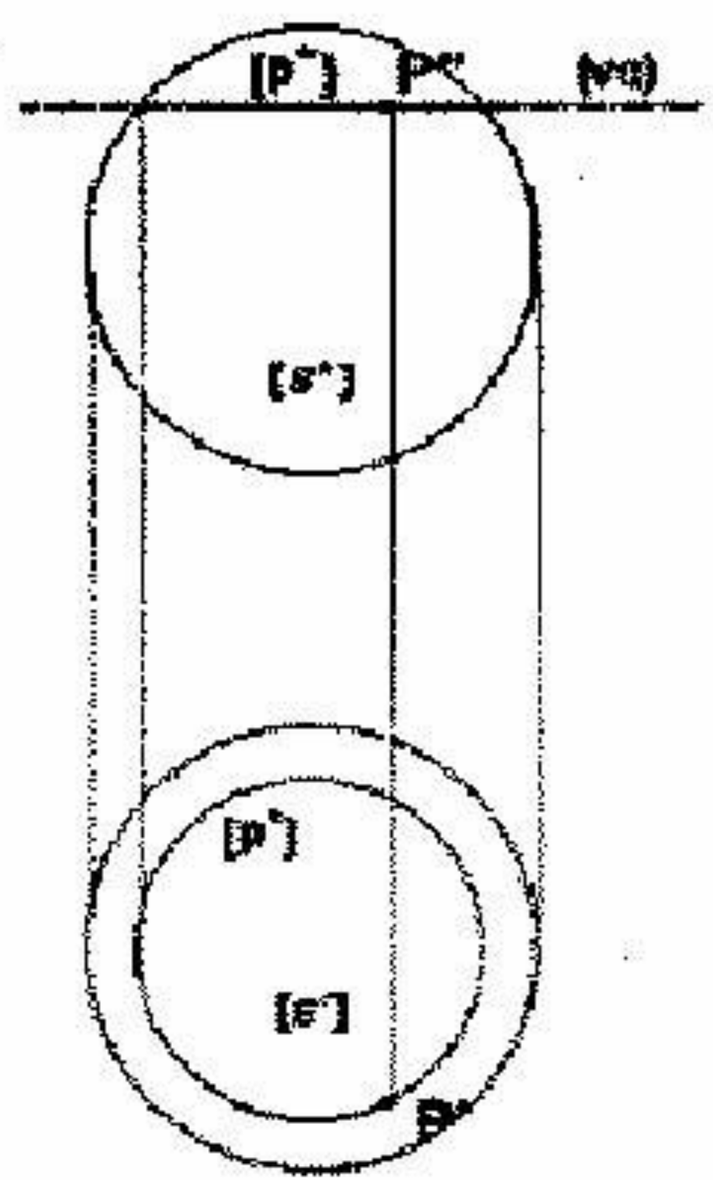
The Sphere – Expo 2017 – Lidner Group
https://www.lindner-group.com/en/references/detail/The-Sphere-Expo-2017-6908/

Arranha-céus em Londres
https://www.architecturaldigest.com/gallery/london-architectural-landmarks/

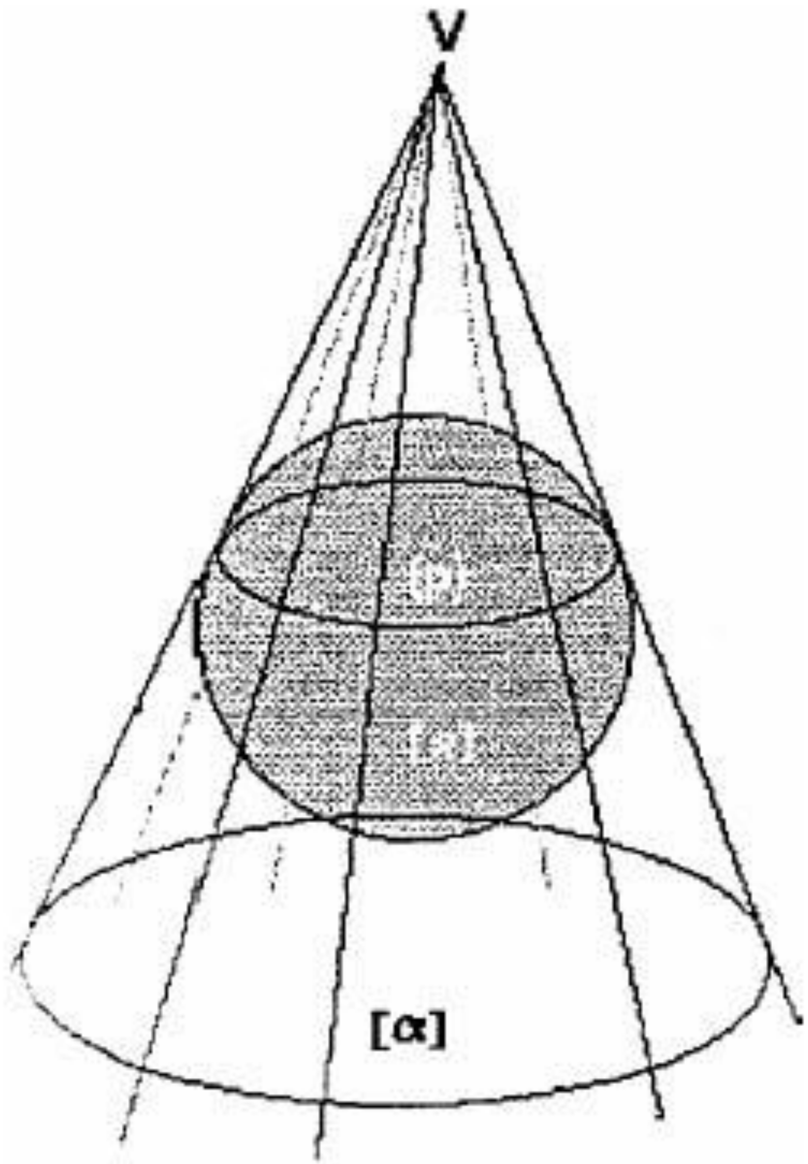
Estudo das Superfícies - superfície esférica

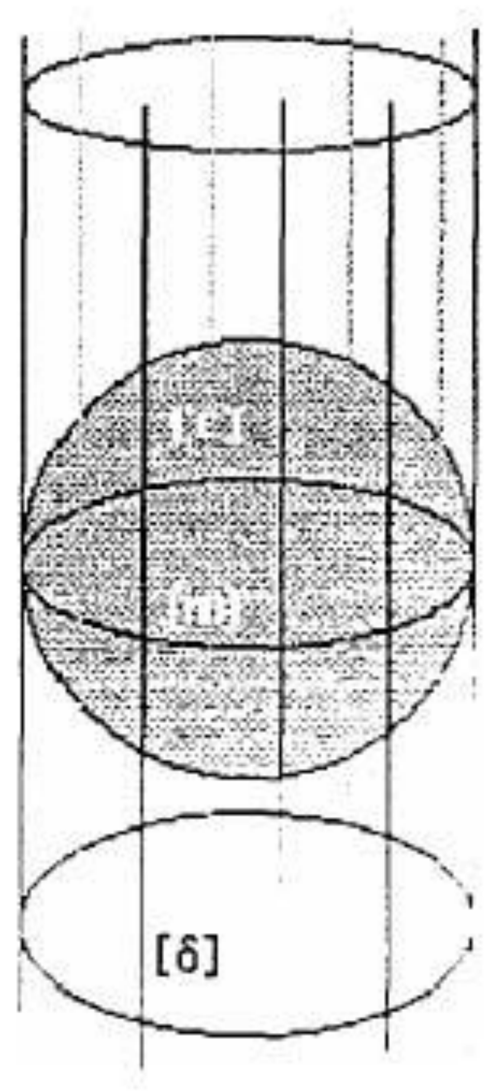
Desenhos da autoria do Professor Pedro Fialho de Sousa

1. Marcação de pontos na superfície

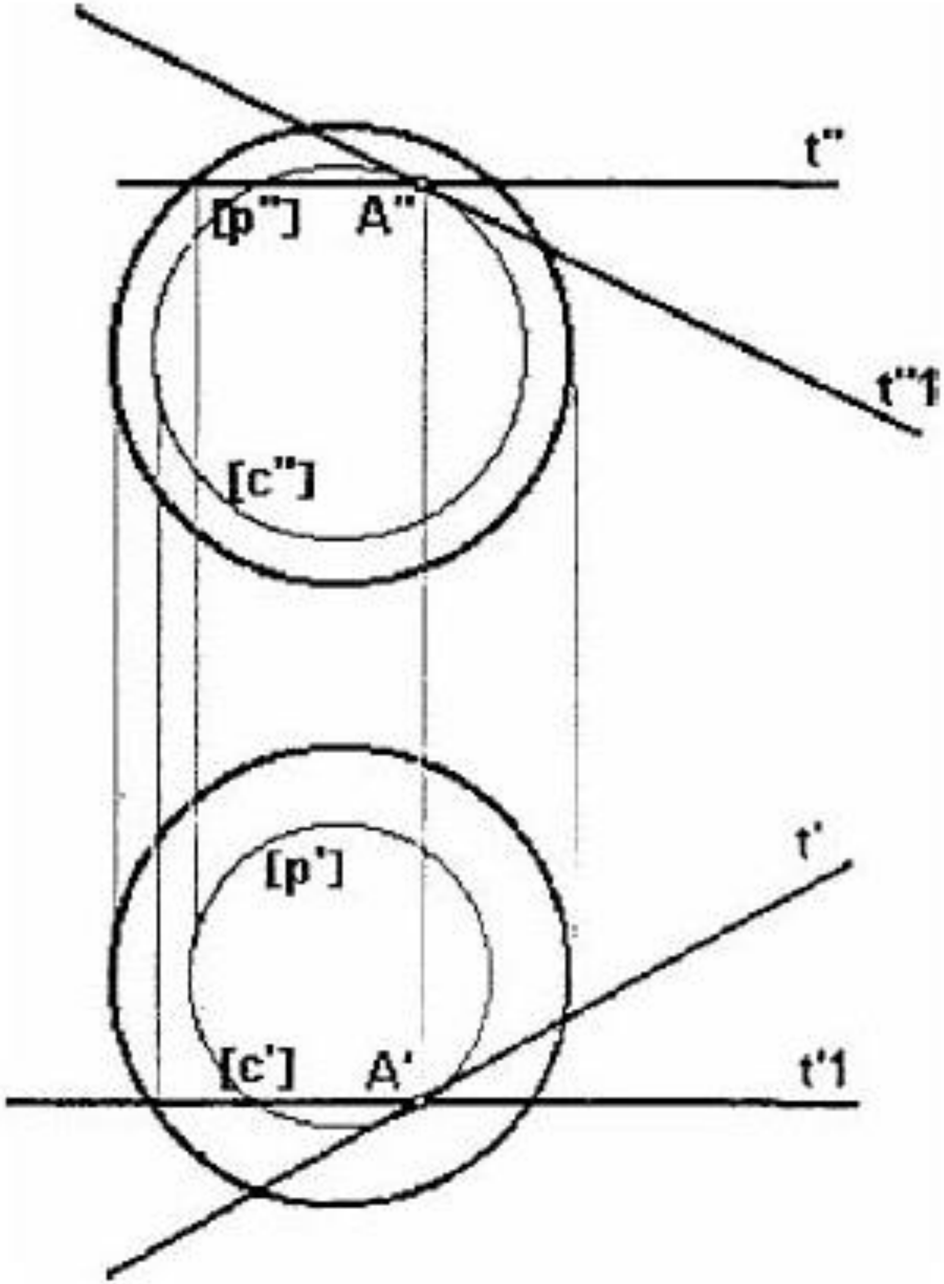


2. Concordância com superf. cónicas e cilindricas

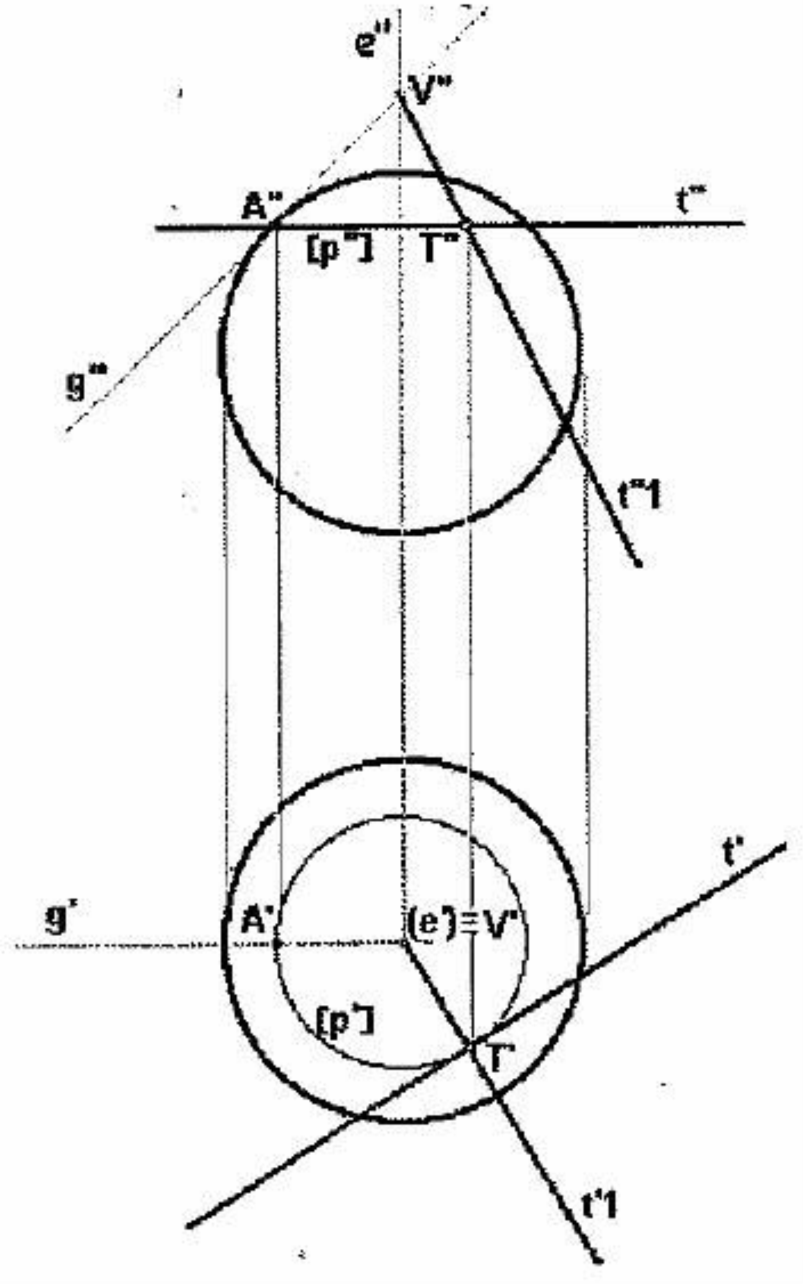




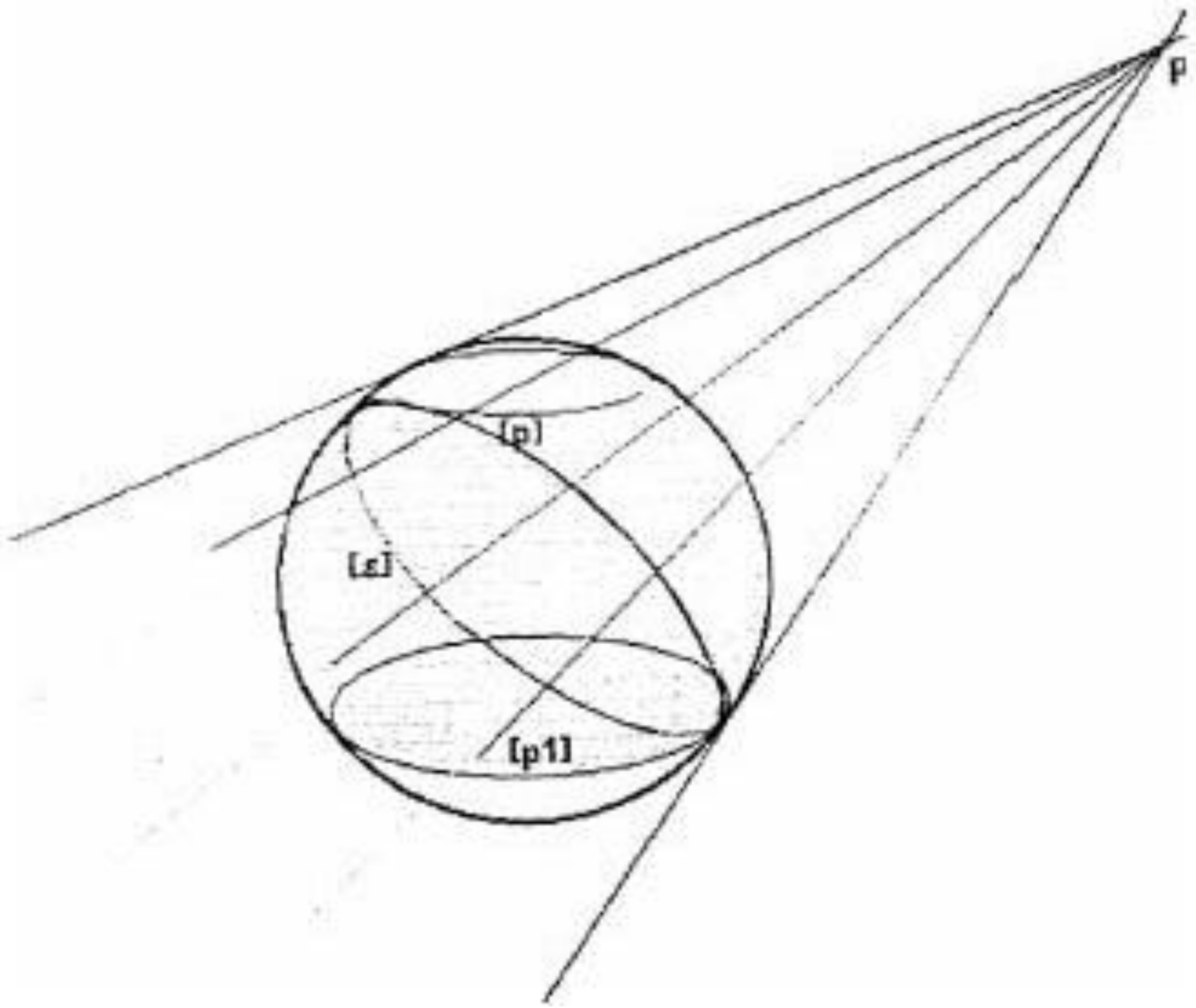
3. Plano tangente conduzido por ponto da superf.



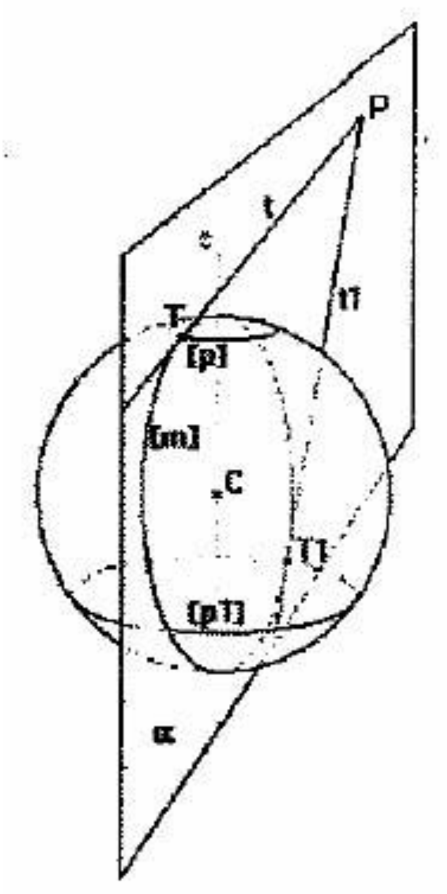
3. Plano tangente conduzido por ponto da superf.

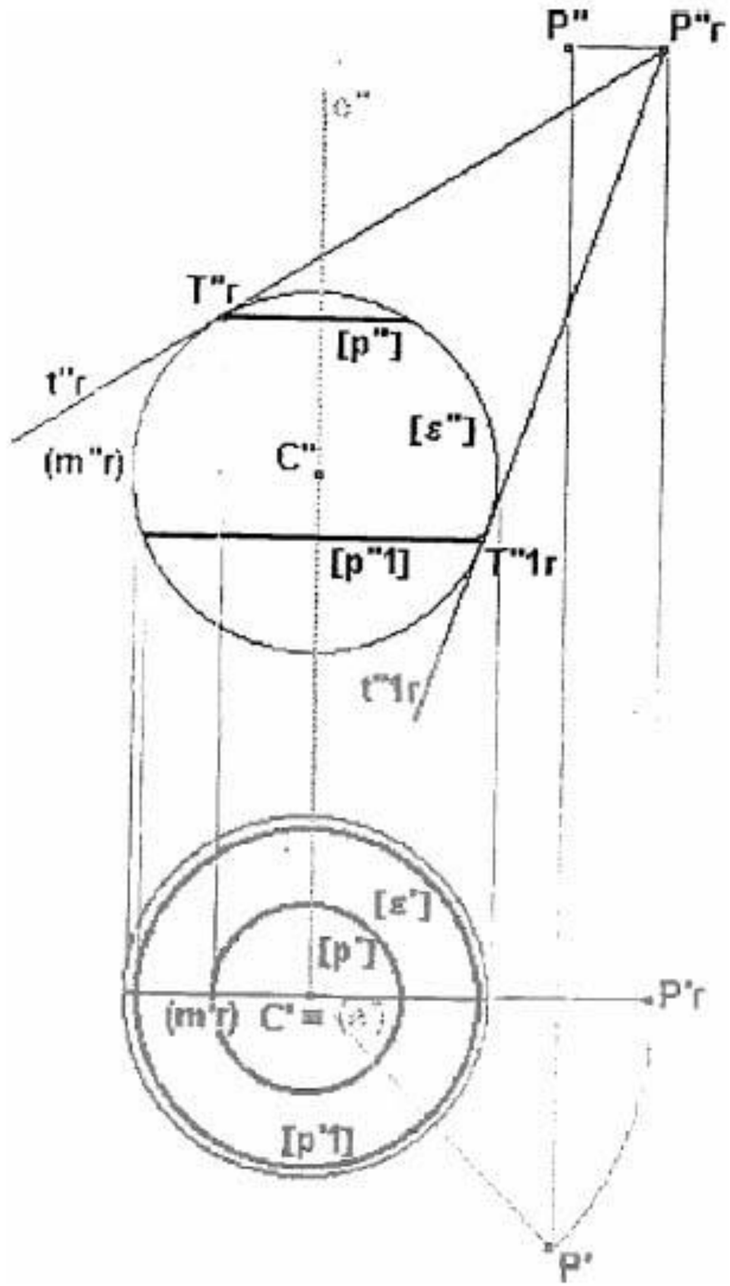


4. Plano tangente conduzido por ponto exterior

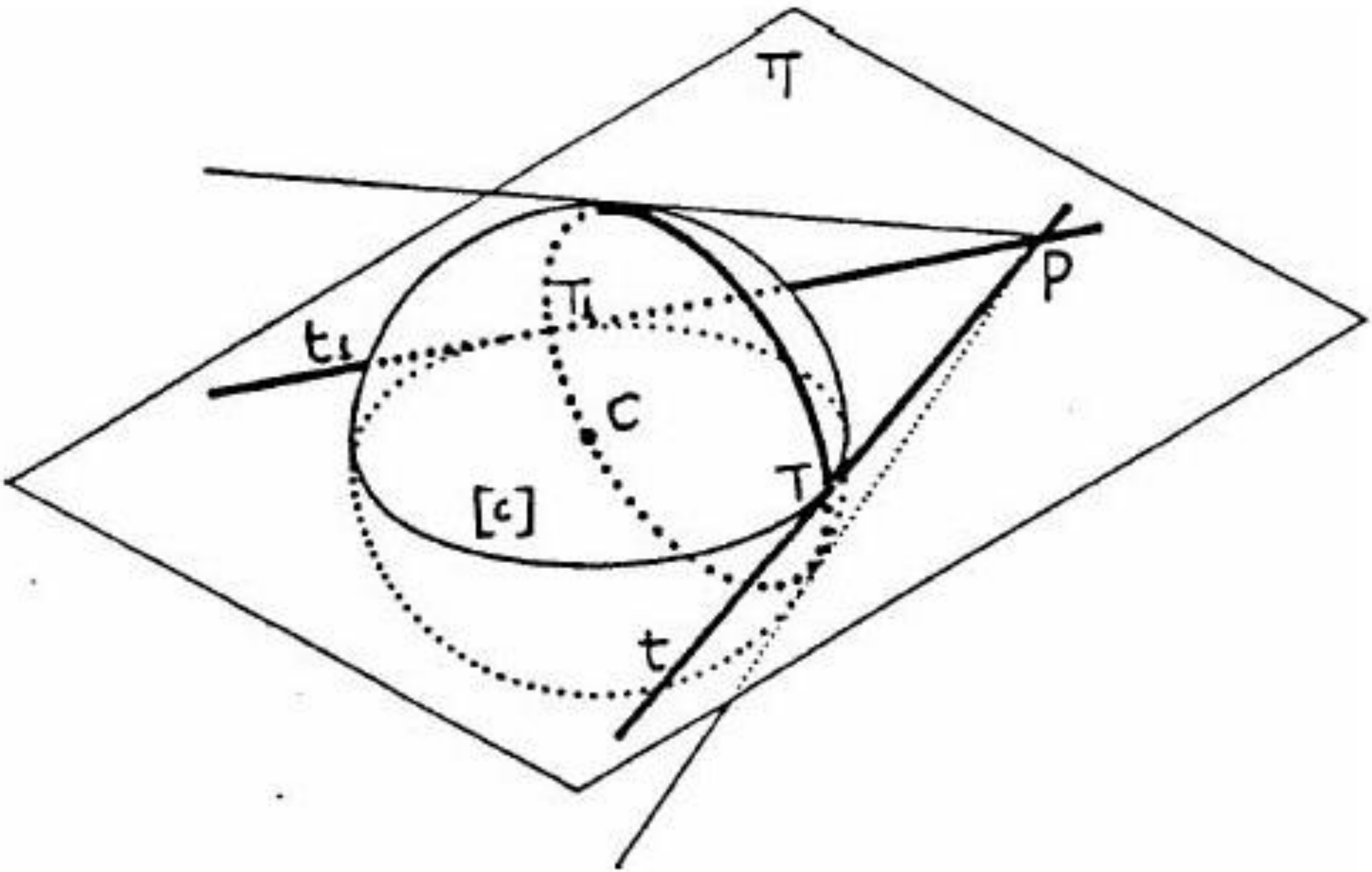


4. Plano tangente conduzido por ponto exterior

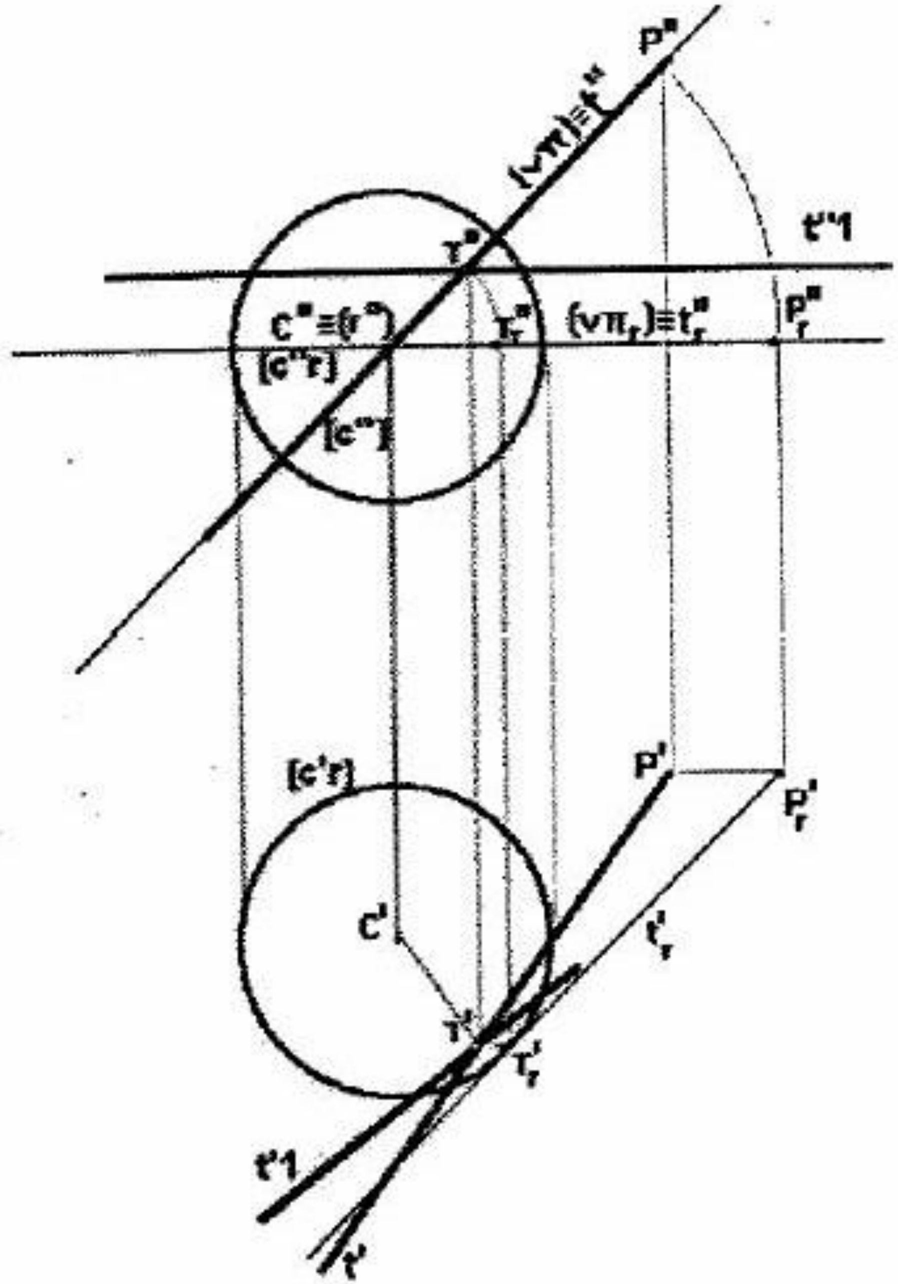




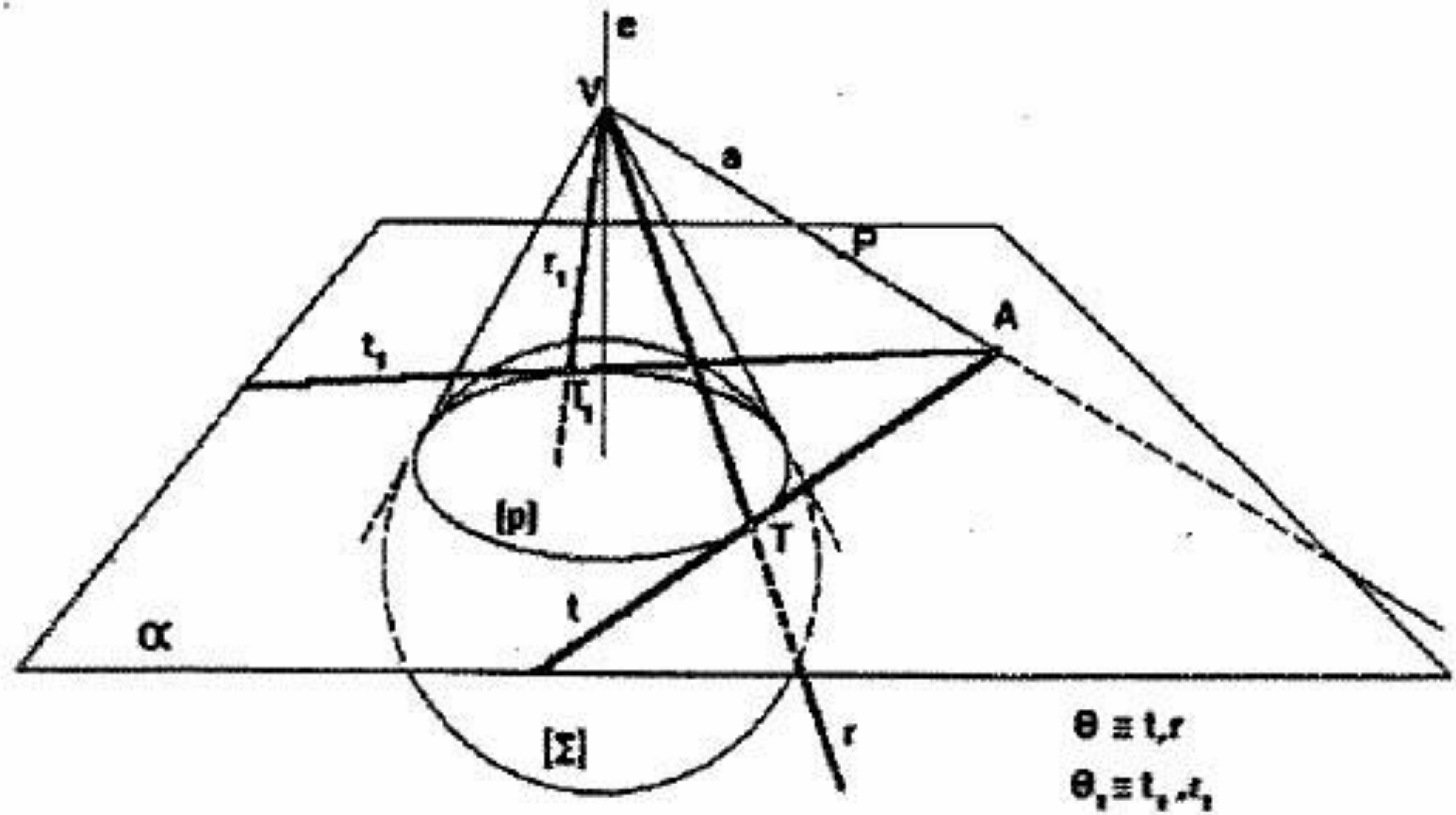
4. Plano tangente conduzido por ponto exterior



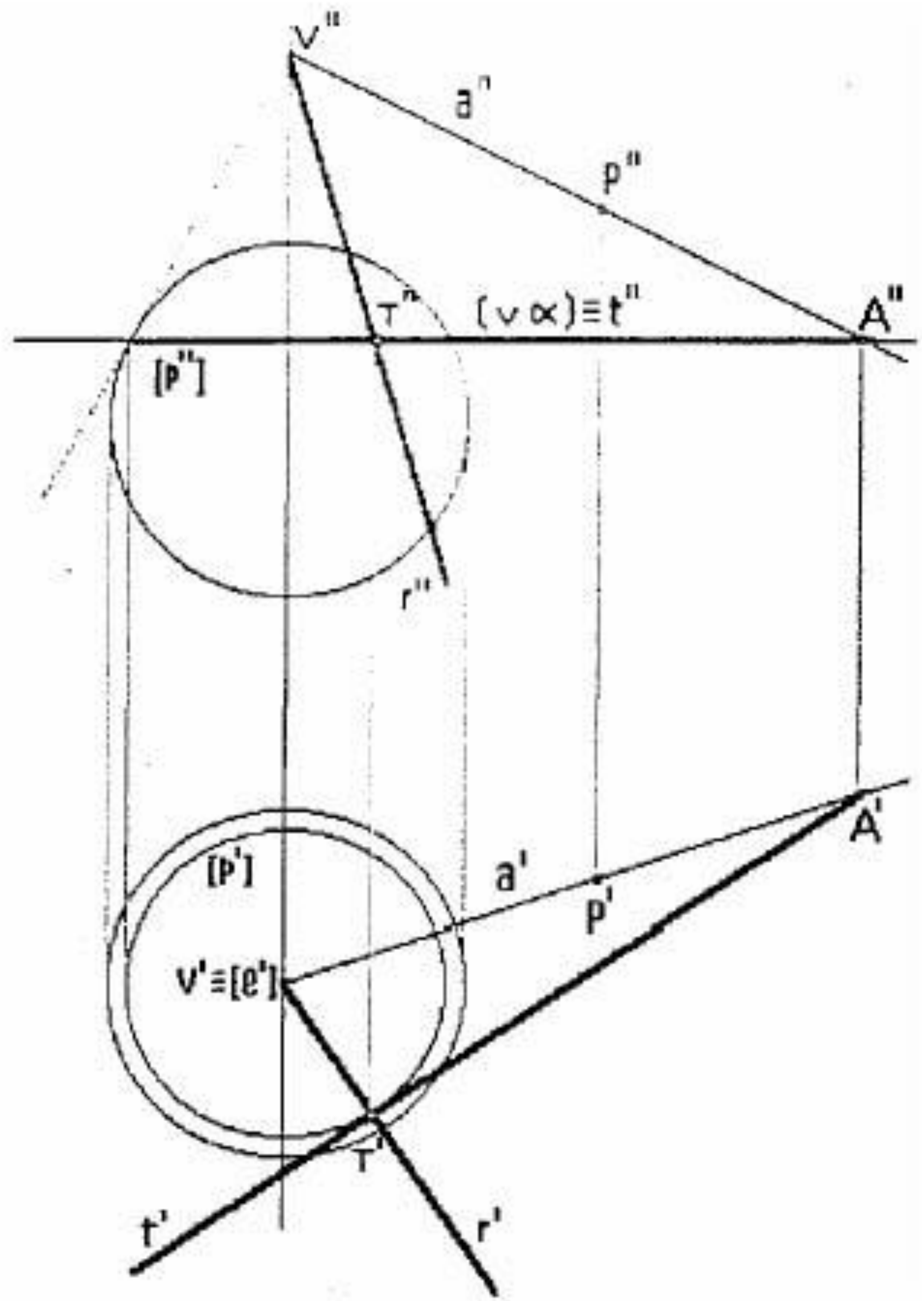
4. Plano tangente conduzido por ponto exterior



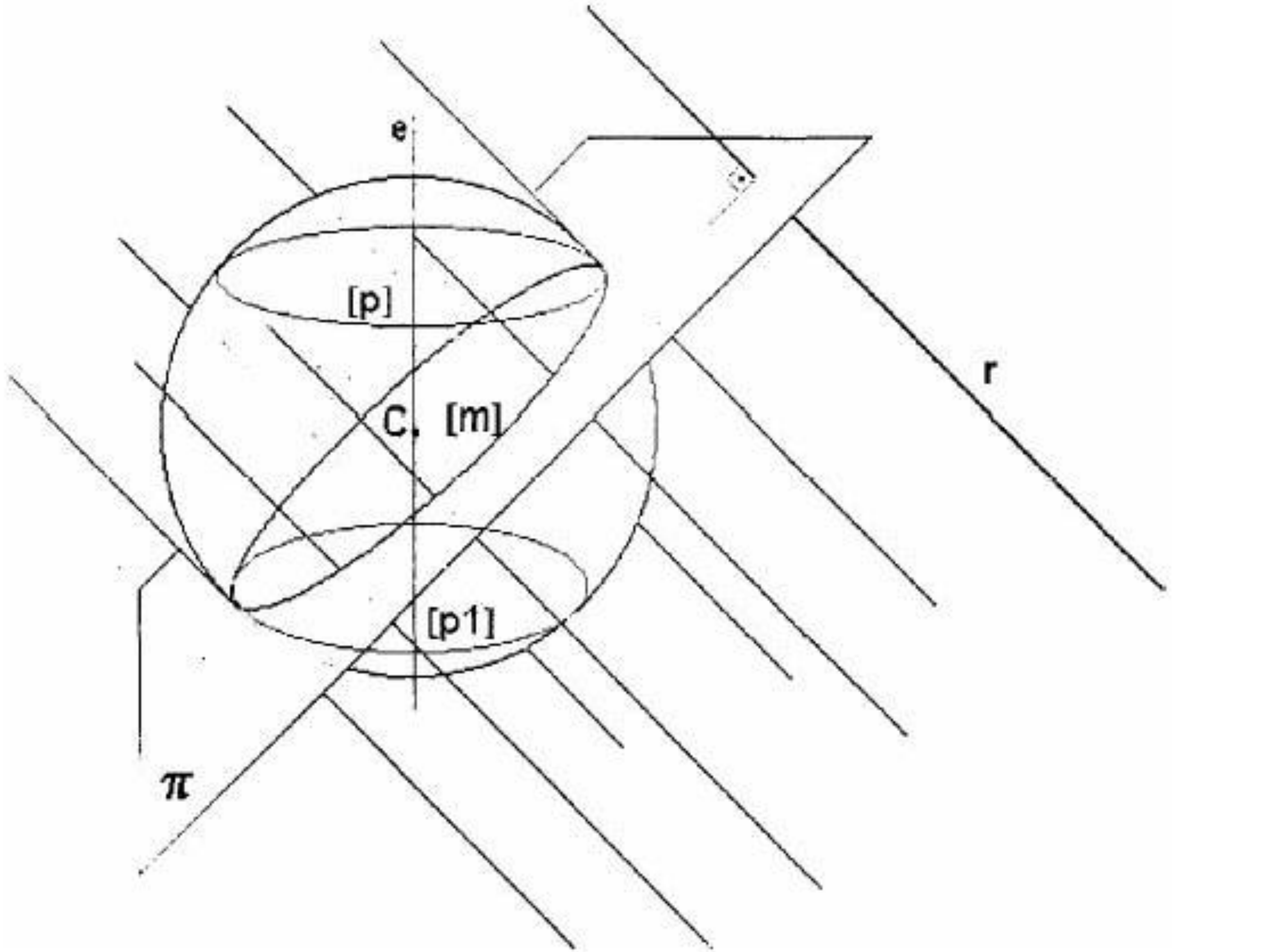
4. Plano tangente conduzido por ponto exterior



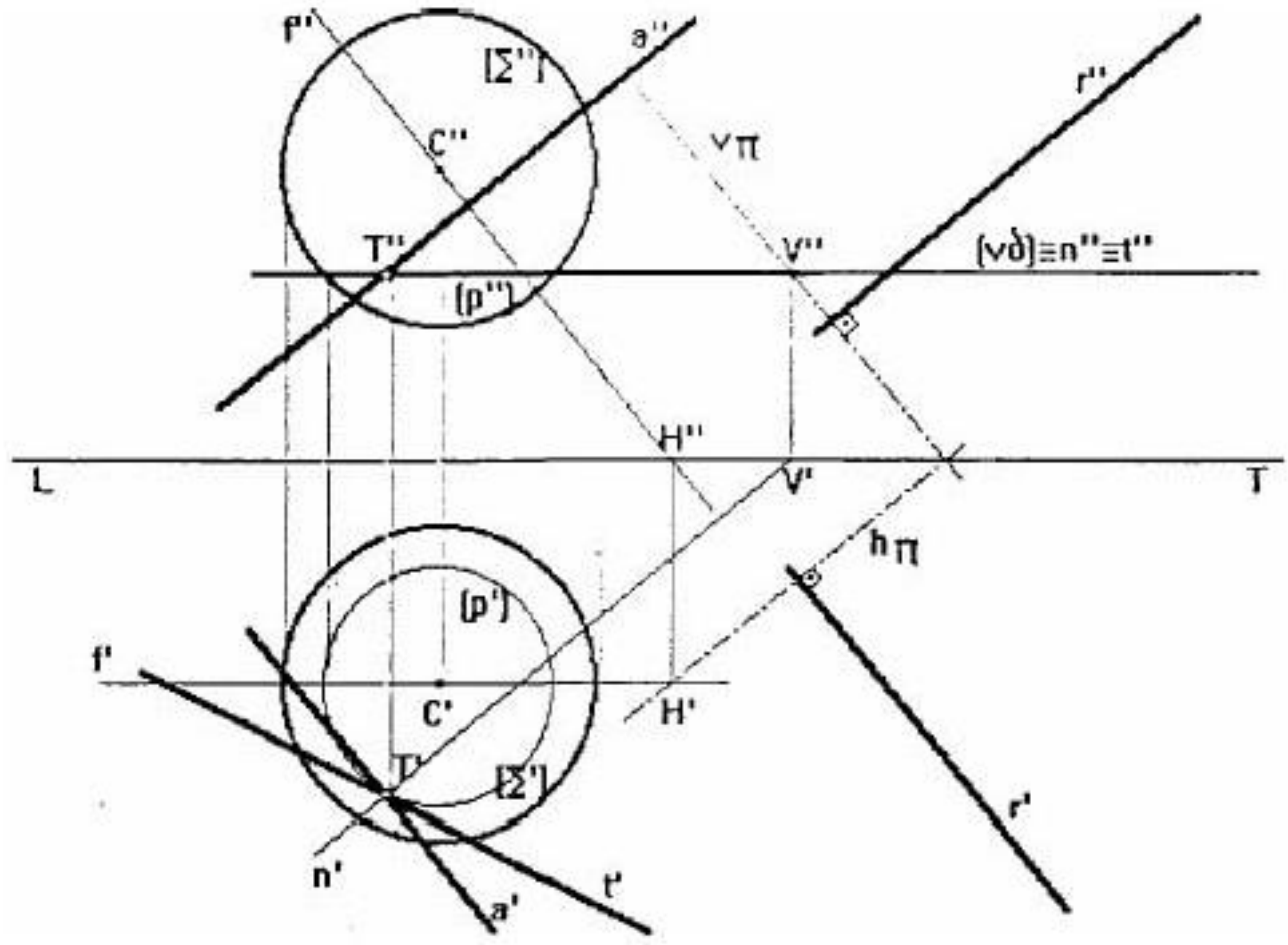
4. Plano tangente conduzido por ponto exterior



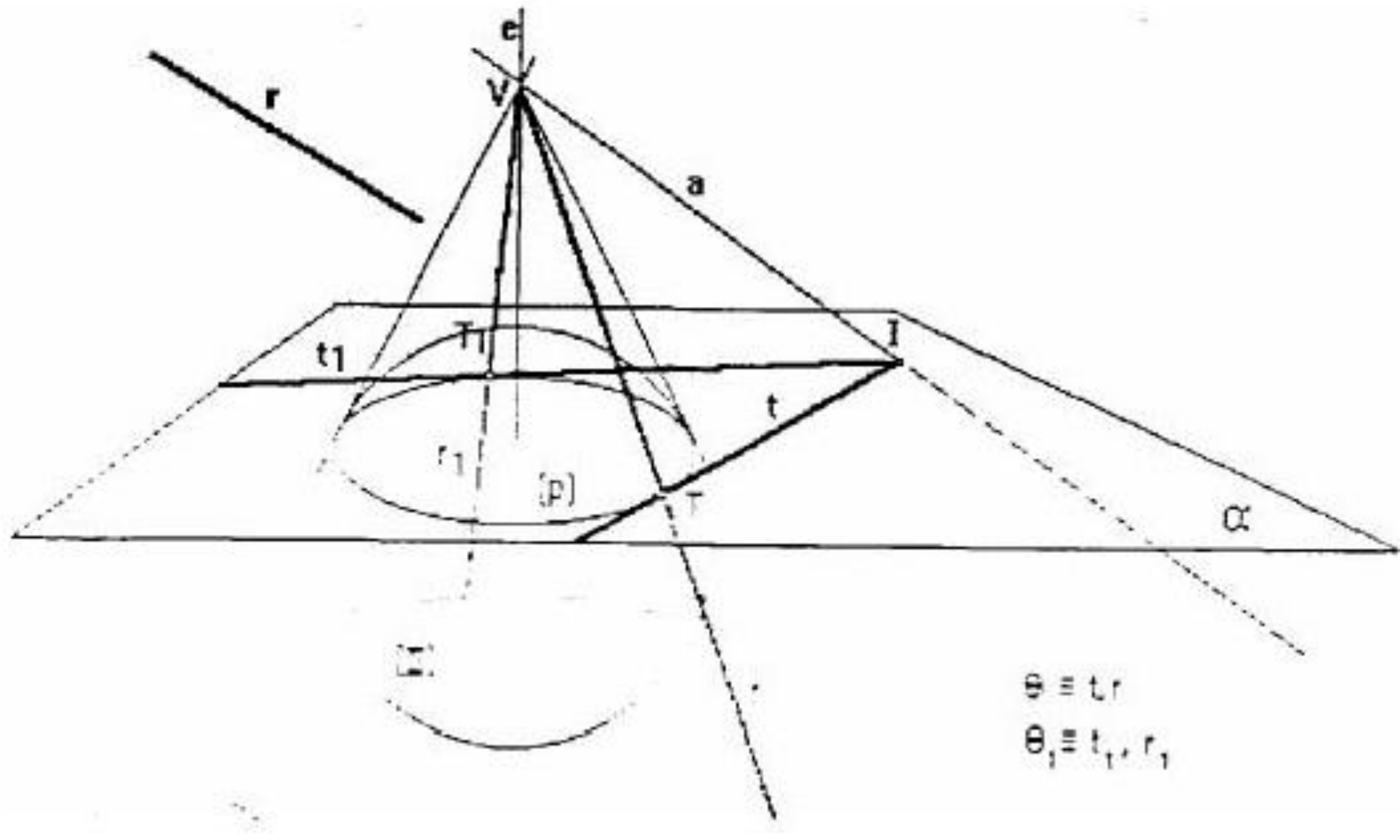
5. Plano tangente paralelo a uma recta dada



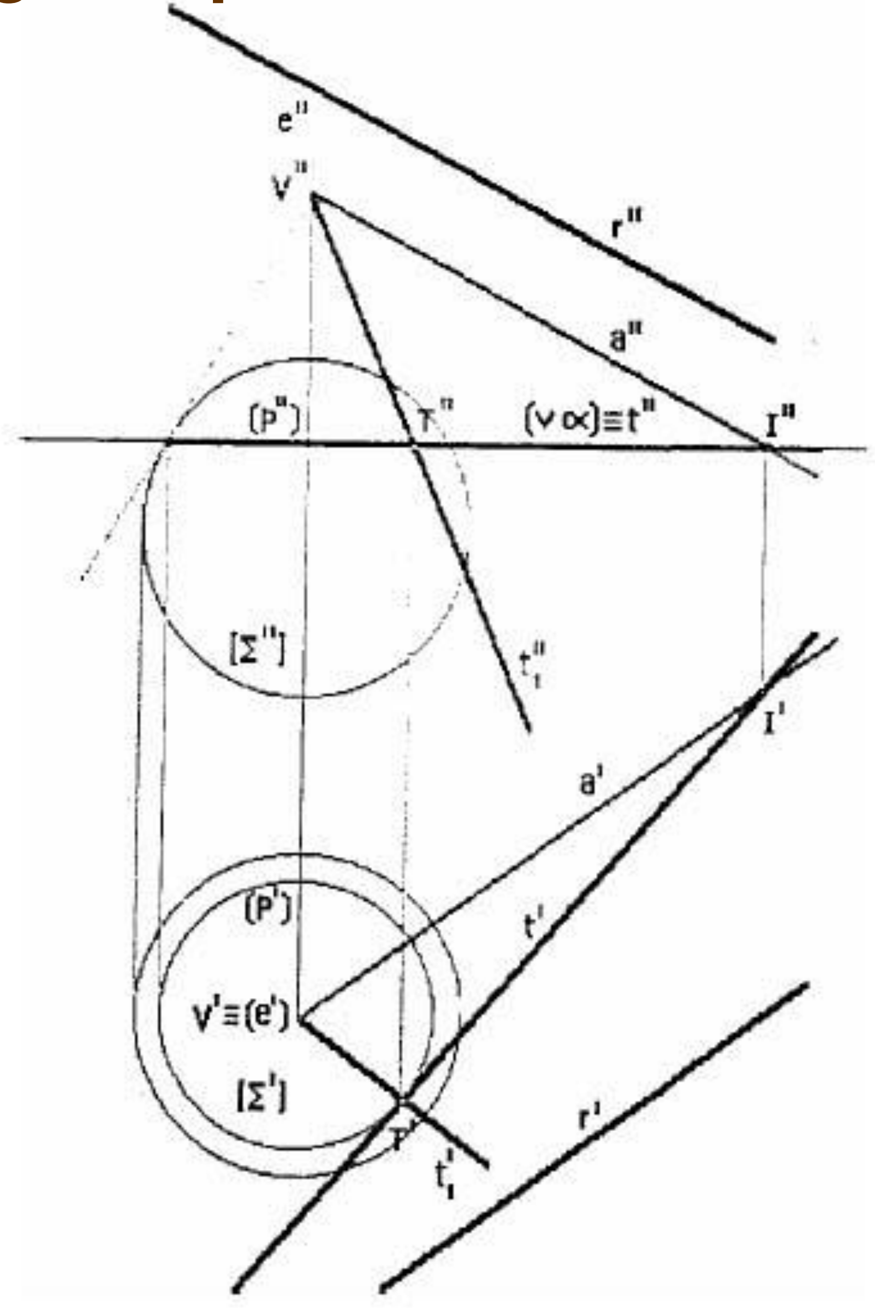
5. Plano tangente paralelo a uma recta dada



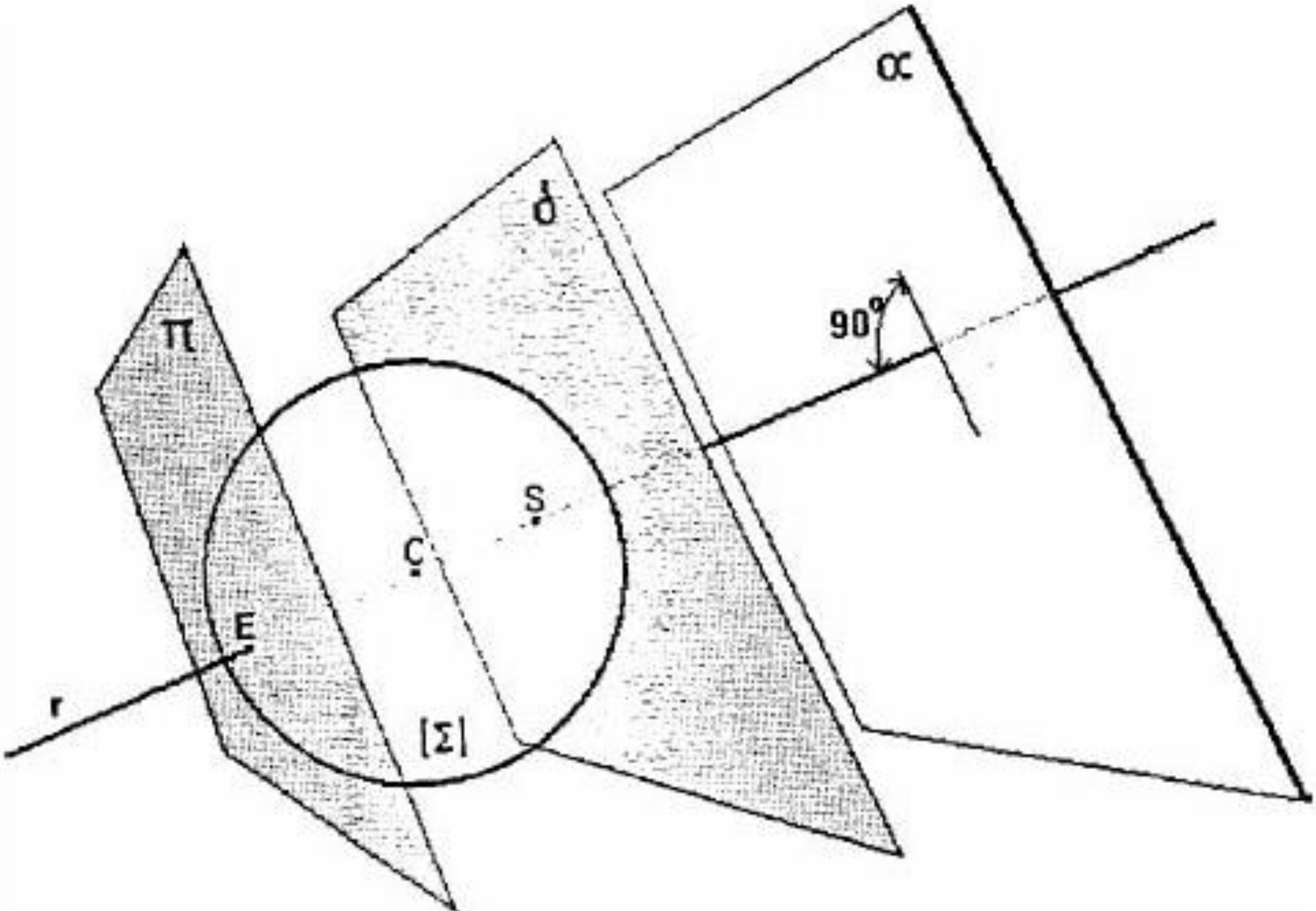
5. Plano tangente paralelo a uma recta dada



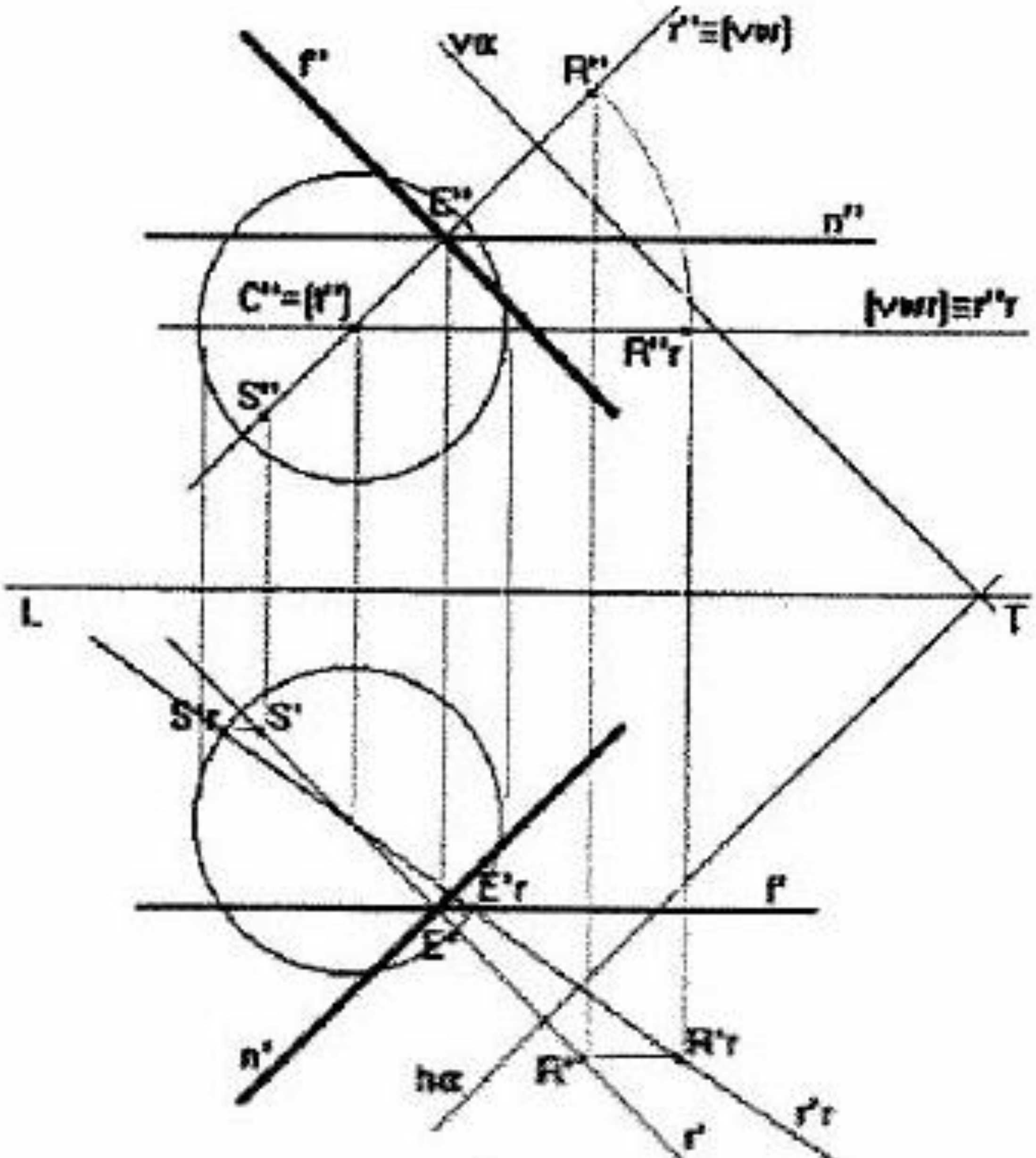
5. Plano tangente paralelo a uma recta dada



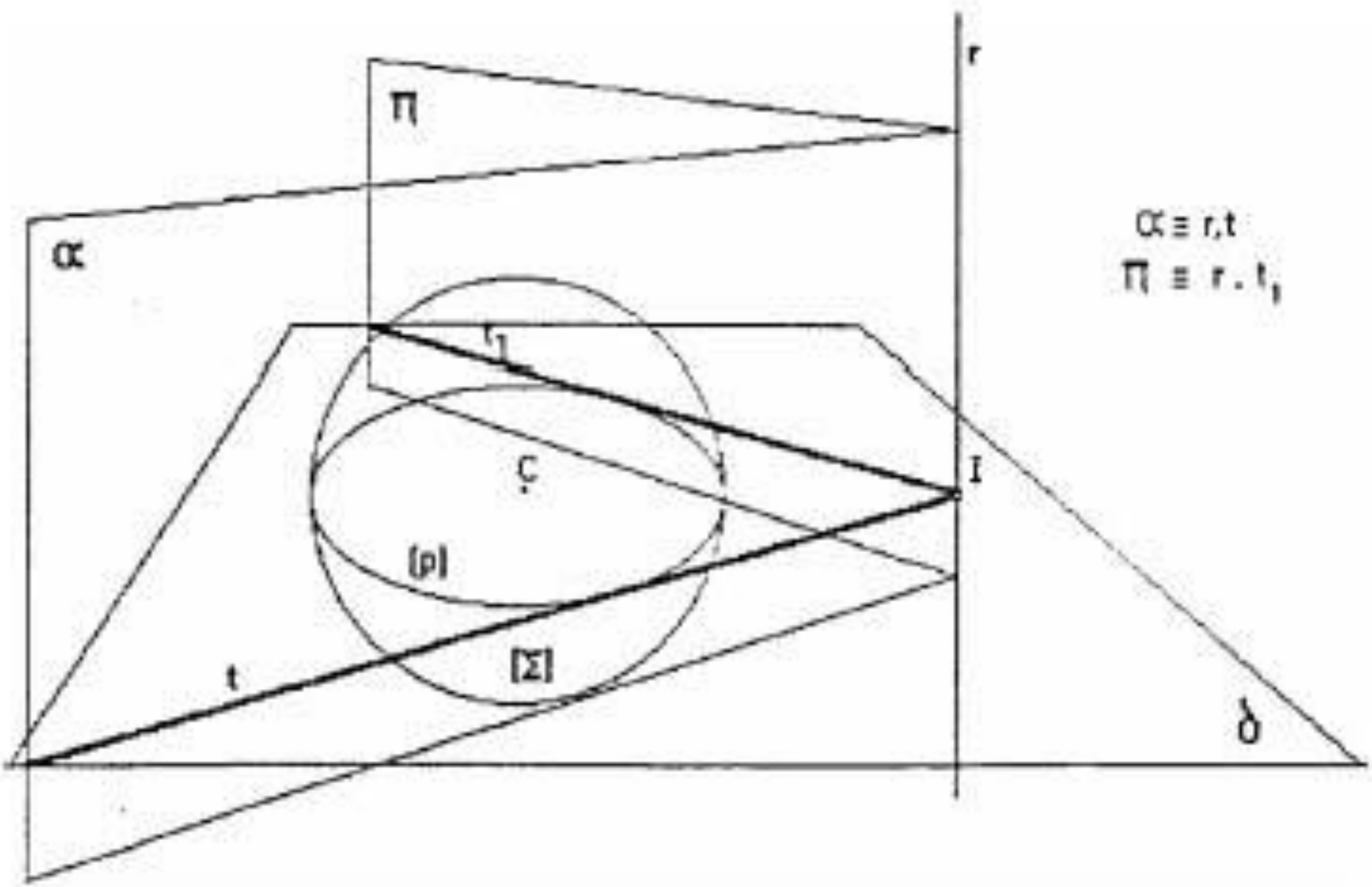
6. Plano tangente paralelo a um plano dado



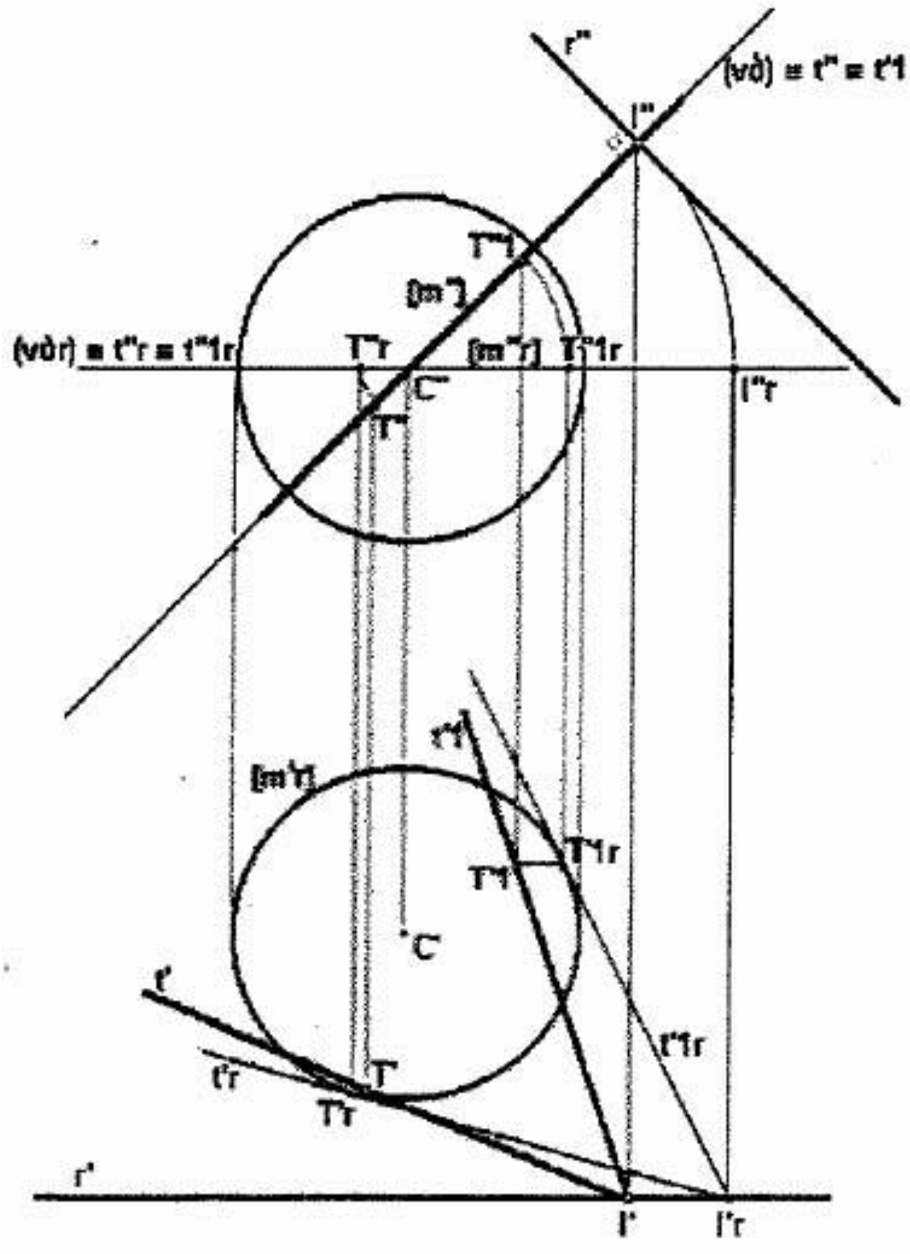
6. Plano tangente paralelo a um plano dado



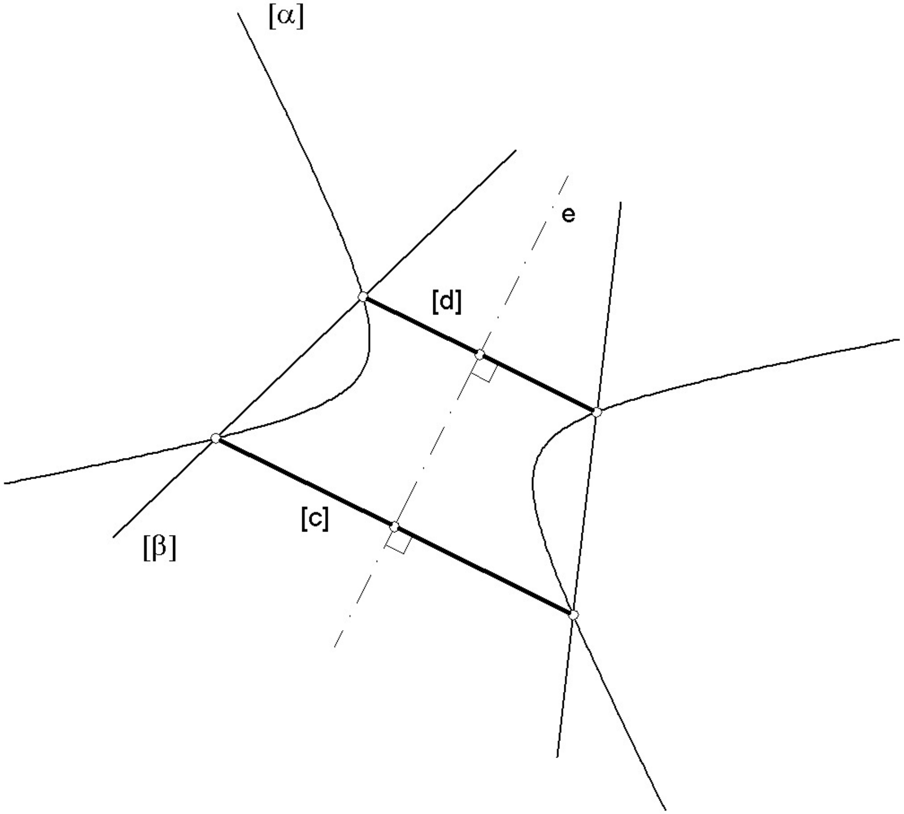
7. Plano tangente passante por uma recta dada

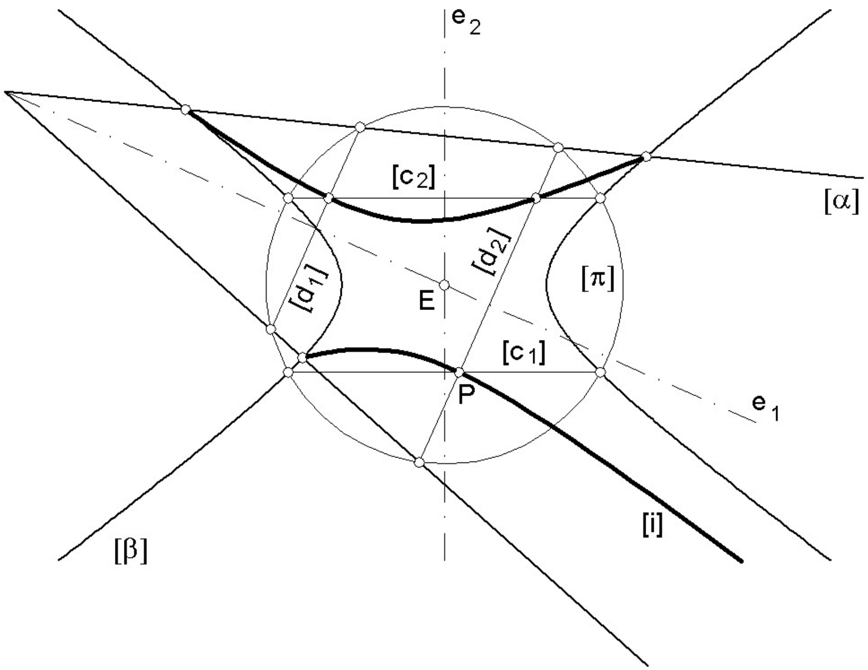


7. Plano tangente passante por uma recta dada



Intersecções entre superfícies de revolução





Duas superfícies de revolução com eixo comum intersectam-se segundo circunferências contidas em planos perpendiculares ao eixo.

Para intersectar duas superfícies de revolução com eixos concorrentes, utilizam-se superfícies esféricas auxiliares

Intersecções entre superfícies esféricas

Sydney Opera House. Image © Budget Direct via NeoMam Studios
https://www.archdaily.com.br/br/911774/7-propostas-rejeitadas-para-a-pera-de-sydney

Teórica 5

• O sistema das projeções cotadas (PC)
  - Princípios conceptuais, definições e operatividade
  - Representação de figuras geométricas simples em PC (esfera, pirâmide, prisma, cone, cilindro, toro,…)

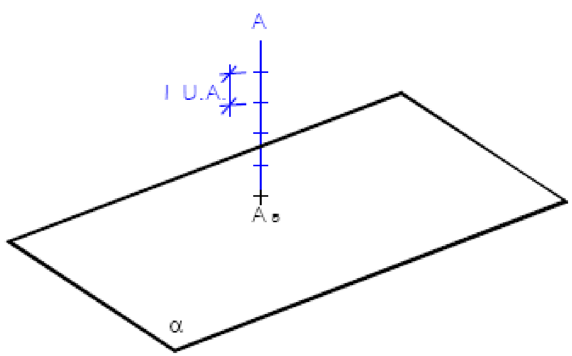
• O sistema das projeções cotadas (PC) e sua relação com o sistema da MPO
  - Da projeção única (em planta) às múltiplas projeções (cortes e alçados)
  - Articulação entre as projeções

Projecções cotadas

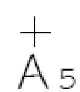
Trata-se de um sistema bastante prático para resolver problemas relacionados com superfícies, em particular os que assumem prepoderência numa dada vista, em geral a planta.

. Representação do ponto; unidade altimétrica; cotas inteiras; escalas

No sistema das Projecções Cotadas os pontos são definidos pela sua projecção horizontal num plano HORIZONTAL ou de REFERÊNCIA, associada a um valor numérico em índice. Esse índice corresponde à cota do ponto medida em UNIDADES ALTIMÉTRICAS (U.A.). Uma unidade altimétrica pode ser, por exemplo: 1cm, 1m, 3cm, 1dm, etc.



(visto em Perspectiva)



(visto em Cotadas)

Projecções cotadas

Se a cota do ponto for expressa por um número inteiro de unidades altimétricas então diz-se que o ponto tem cota INTEIRA ou REDONDA.

Neste Sistema de Representação é fundamental a indicação da ESCALA a que se produzem os desenhos. A escala pode ser NUMÉRICA ou GRÁFICA.

<u>exemplos de escalas numéricas:</u>

1/10

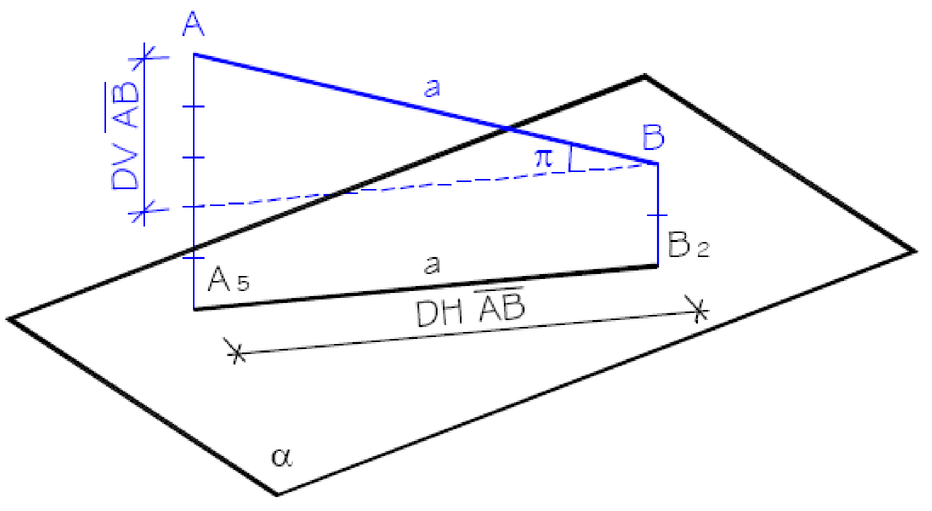
1/25 000

0,01

<u>exemplo de escala gráfica:</u>

Projecções cotadas

. Representação da recta; noção de declive de uma recta; graduação da recta



exemplo:

U.A.=1cm

esc. =1/1

DV = distância vertical

DH = distância horizontal

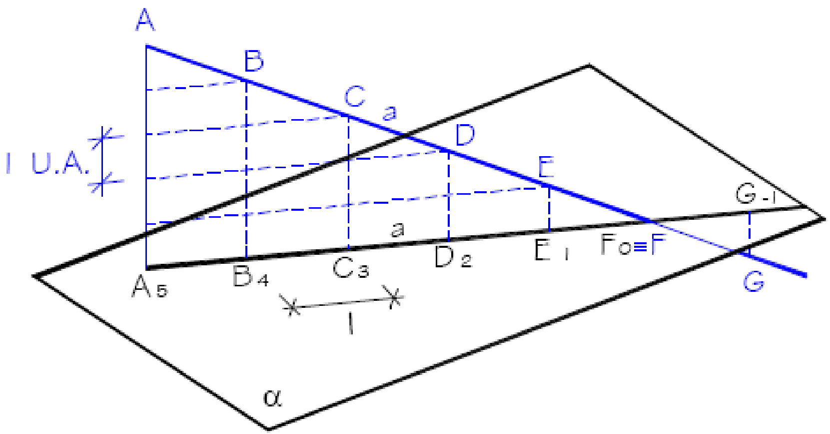
(visto em Perspectiva)

(visto em Cotadas)

Projecções cotadas

A recta fica definida pelas projecções de dois dos seus pontos. O ponto de cota 0 da recta é o seu TRAÇO HORIZONTAL.

À distância horizontal entre dois pontos, de uma recta, de cota redonda consecutiva, dá-se o nome de INTERVALO (I).

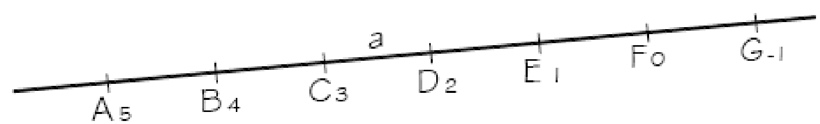


(visto em Perspectiva)

<u>exemplo:</u>

U.A. = 1cm

esc. = 1/1



(visto em Cotadas)

Projecções cotadas

O DECLIVE (d) de uma recta pode ser determinado pela razão entre as distâncias, vertical e horizontal, de dois dos seus pontos, e corresponde à tangente trigonométrica do ângulo π que mede a INCLINAÇÃO (i) da recta. Pode ainda ser determinado pela razão entre a unidade altimétrica e o intervalo.

$$\boxed{d = DV / DH}$$

$$\boxed{d = tg\ \pi}$$

$$\boxed{d = U.A. / I}$$

$$\boxed{i = arc\ tg\ \pi}$$

O declive de uma recta vem expresso por um índice, por exemplo: 0,4 ou 40%.

A inclinação de uma recta vem expressa em graus, por exemplo 50^0.

Projecções cotadas

<u>exemplo:</u>

U.A. = 2cm

Esc. = 1/1

<u>dados:</u>

A_5

B_{12}

DH **AB** = 28 cm

<u>problema:</u>

a) determine o declive a recta **A.B**

<u>resolução:</u>

d = DV **AB** / DH **AB** ⇔ d = ((12-5)x2)/28 ⇔ d= 14 / 28 = 0.5 = 50%

Projecções cotadas

Duas rectas são PARALELAS se tiverem projecções paralelas, o mesmo declive, e "subirem" no mesmo sentido.

A operação de GRADUAÇÃO de uma recta corresponde à determinação dos seus pontos de conta redonda.

exemplo:

dados do problema:

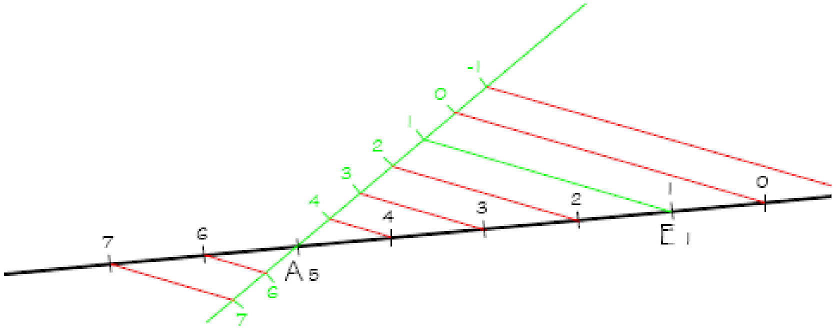
U.A. = 1cm

esc. = 1/1

resolução do problema:

U.A. = 1cm

esc. = 1/1



Projecções cotadas

A resolução gráfica deste problema passa por dividir um segmento em partes iguais.

Primeiro conduz-se, por A ou B, uma recta qualquer. Sobre essa recta efectua-se uma divisão em número e proporção equivalentes à que se pretende.

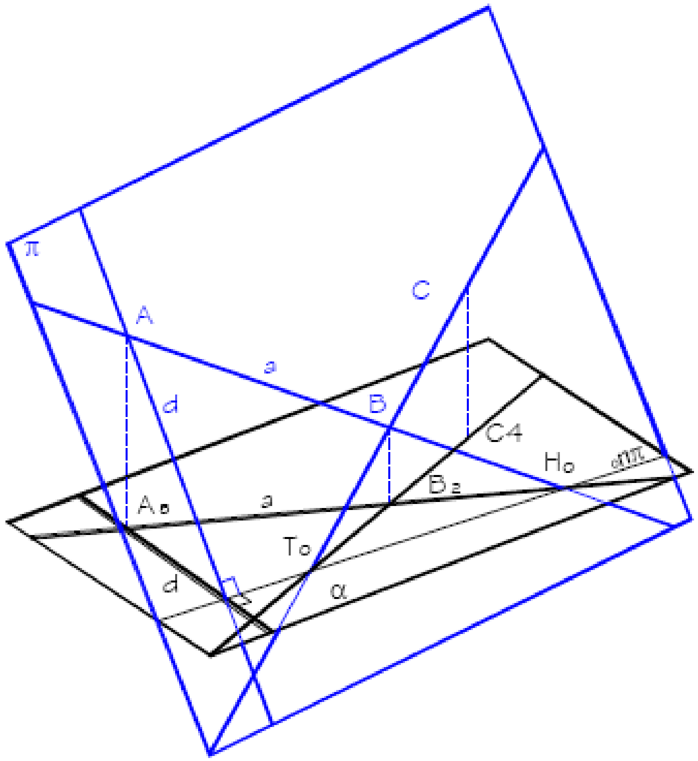
Une-se o ponto da divisão que corresponde ao ponto da recta pelo qual não foi conduzida a recta inicial.

Pelos restantes pontos da divisão conduzem-se paralelas à última recta desenhada.

Esta resolução fez-se pela aplicação de um Teorema de Thalles.

Projecções cotadas

. Representação do plano; recta de maior declive; declive do plano; graduação do plano



(visto em Perspectiva)

Um plano fica definido por três dos seus pontos.

A operação de graduação de um plano passa pela graduação de duas rectas do plano, e consiste na determinação das rectas de nível com cota redonda. A recta de nível com cota 0 é o TRAÇO HORIZONTAL do plano.

As rectas de MAIOR DECLIVE de um plano tem direcção ortogonal à das rectas de nível, pelo que as suas projecções horizontais são perpendiculares às projecções horizontais das rectas de nível. O declive de uma recta de maior declive de um plano é o declive do plano. A recta de maior declive é representada por duas rectas paralelas entre si e a traço contínuo, correspondendo à projecção horizontal da recta a que tiver maior espessura, servindo a outra de notação.

Projecções cotadas (rectas e planos)

A TAXONOMIA DAS RECTAS E PLANOS baseia-se na <u>posição relativa que estes assumem relativamente ao plano de projecção ou referência (horizontal)</u>.

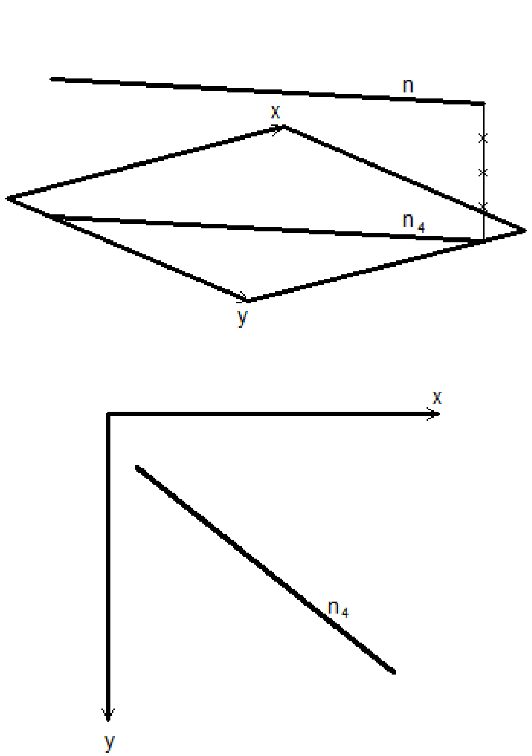
TAXONOMIA DAS RECTAS:
- Recta de nível.
- Recta vertical ➔ projectante (relativo ao PHP).
- Recta oblíqua.

TAXONOMIA DOS PLANOS:
- Plano de nível
- Plano vertical ➔ projectante (relativo ao PHP).
- Plano oblíquo.

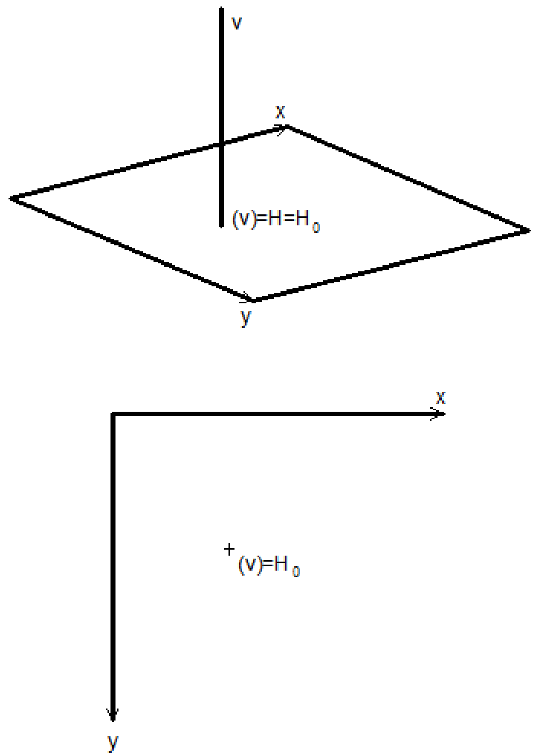
Note-se que o facto de haver apenas um plano de projecção reduz a taxonomia das rectas e planos.

Projecções cotadas (tipos de rectas)

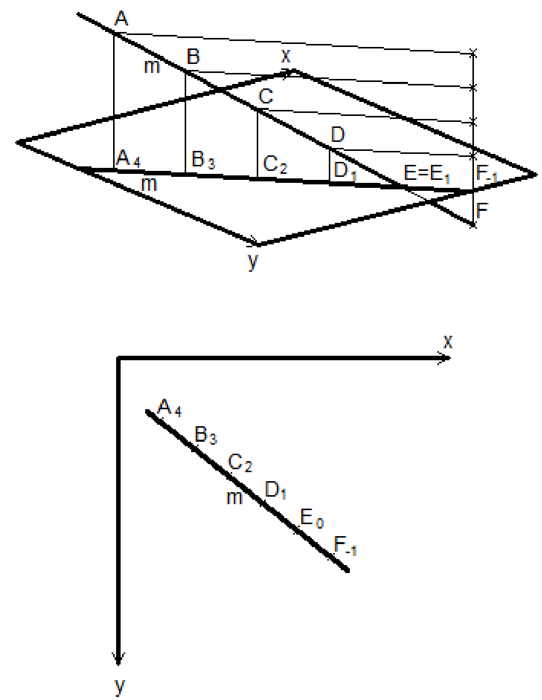
RECTA DE NÍVEL



RECTA DE VERTICAL



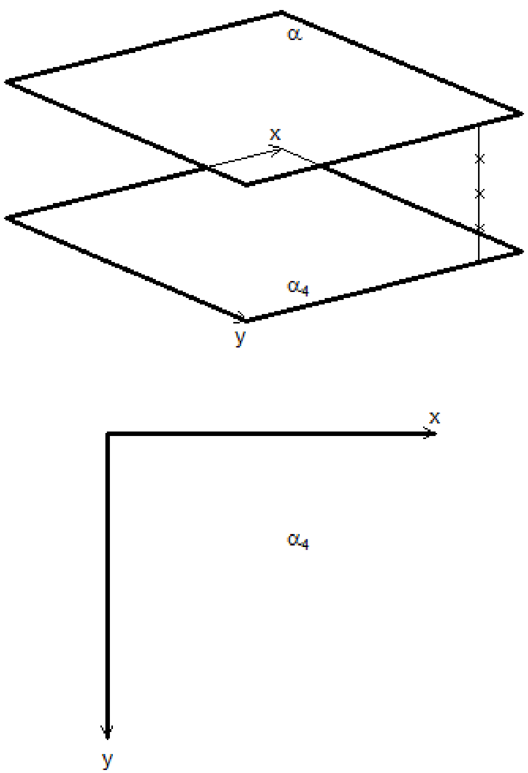
RECTA DE OBLÍQUA



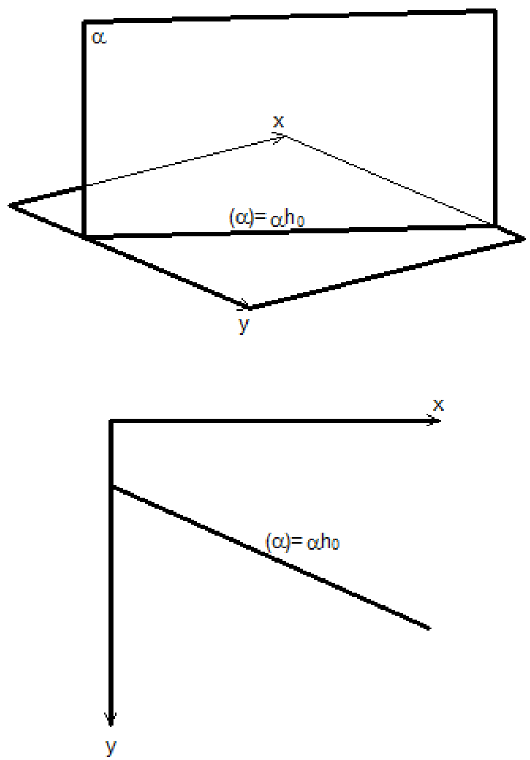
Nota:
De acordo com a convenção actualmente em prática, deve considerar-se, nas figuras, o sentido contrário para o eixo x, de modo a considerar-se um referencial de mão direita).

Projecções cotadas (tipos de planos)

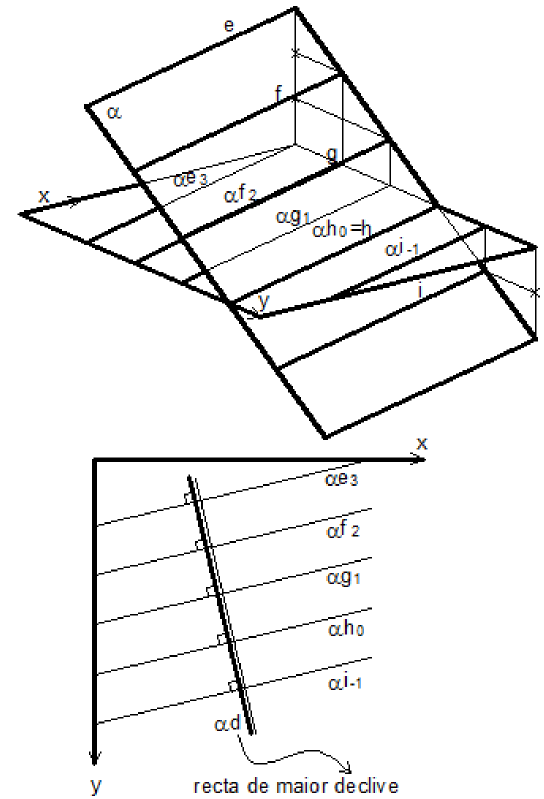
PLANO DE NÍVEL



PLANO VERTICAL



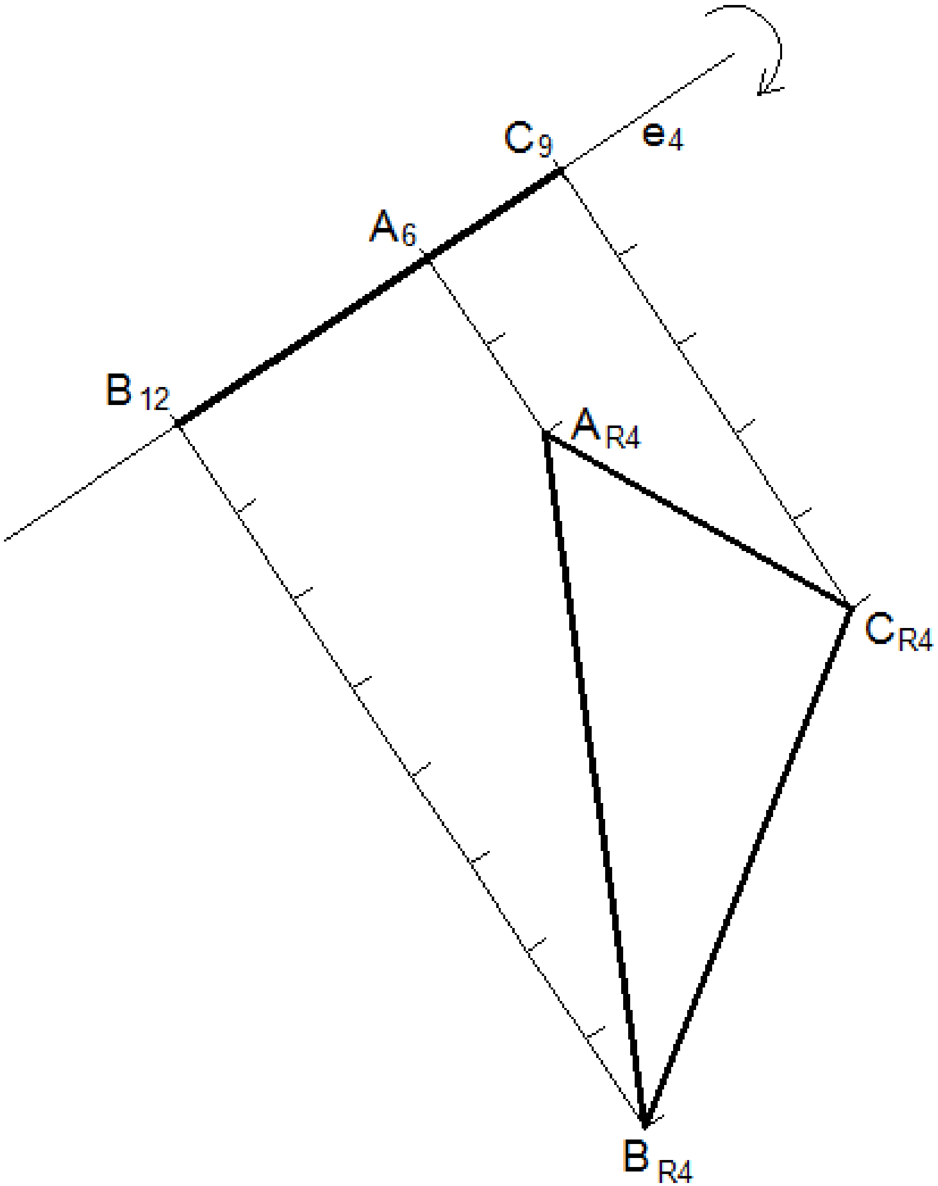
PLANO OBLÍQUO

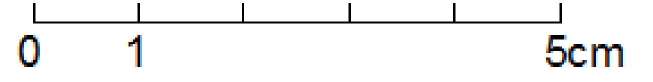


Nota:
De acordo com a convenção actualmente em prática, deve considerar-se, nas figuras, o sentido contrário para o eixo x, de modo a considerar-se um referencial de mão direita).

Rebatimento de planos projectantes (Cotadas)

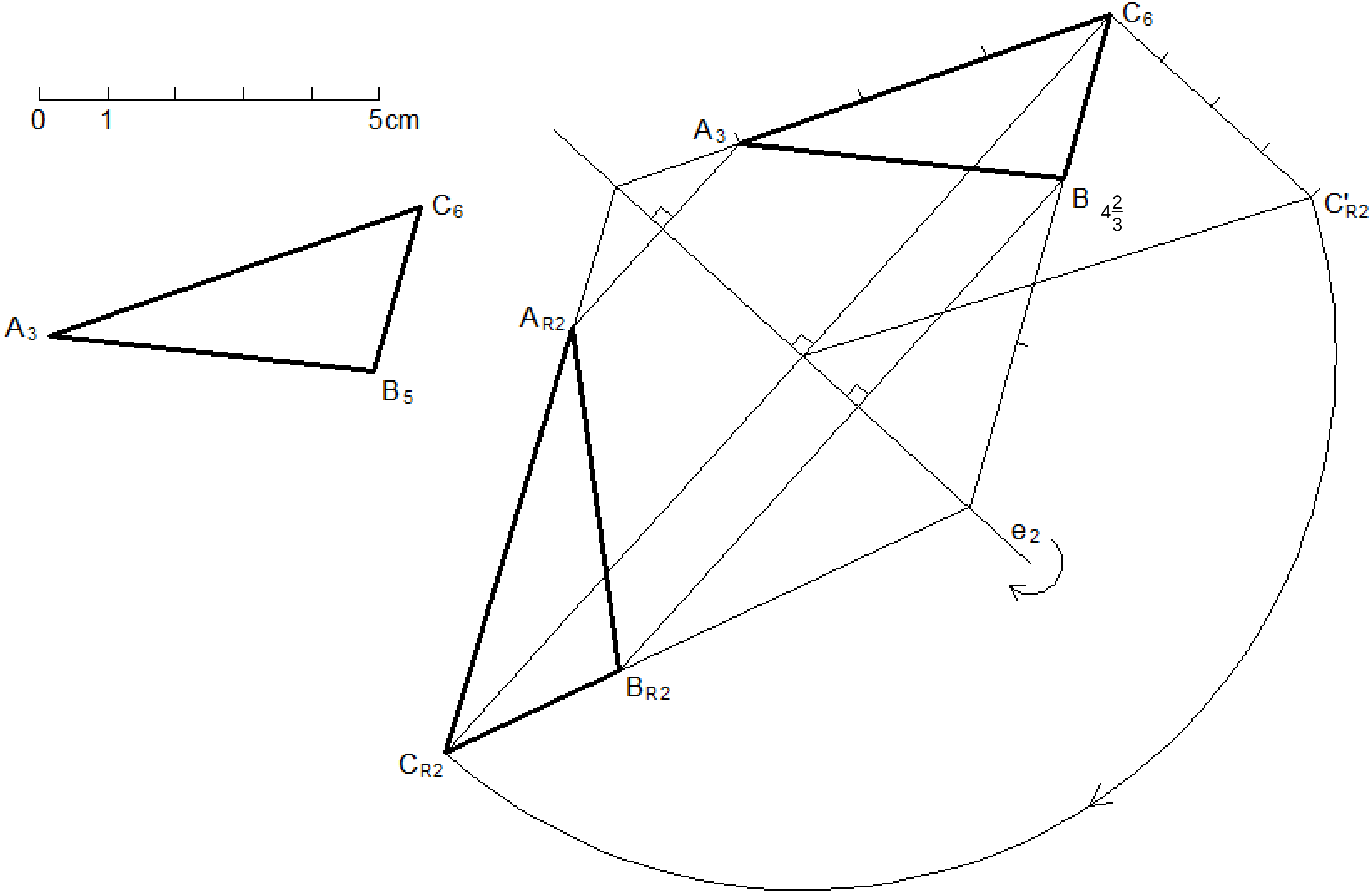
Rebatimento de um plano vertical para um plano de nível à cota 4 (charneira horizontal).





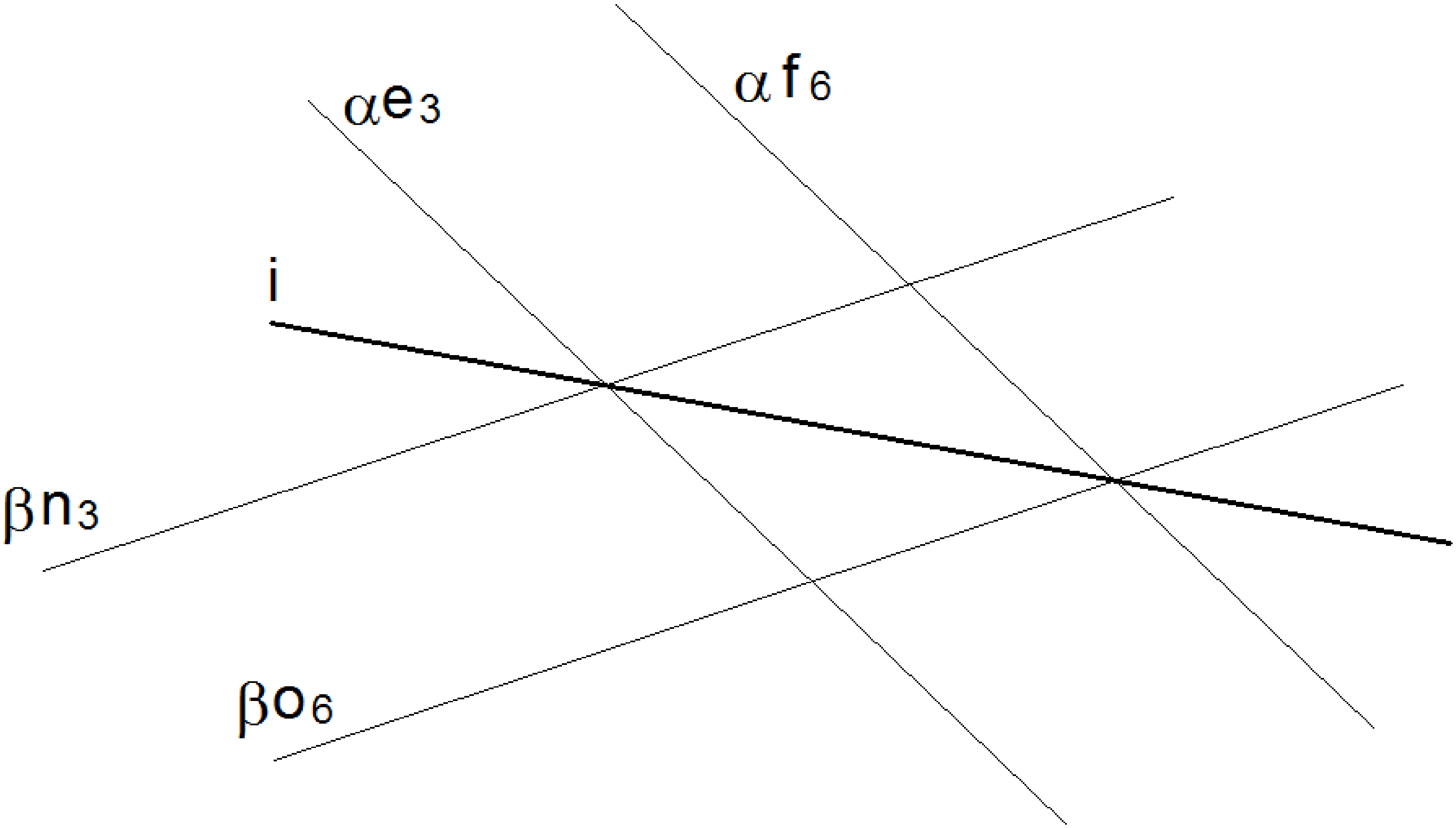
Rebatimento de planos oblíquos (Cotadas)

Rebatimento de um plano vertical para um plano de nível à cota 2 (**método do triângulo do rebatimento**).



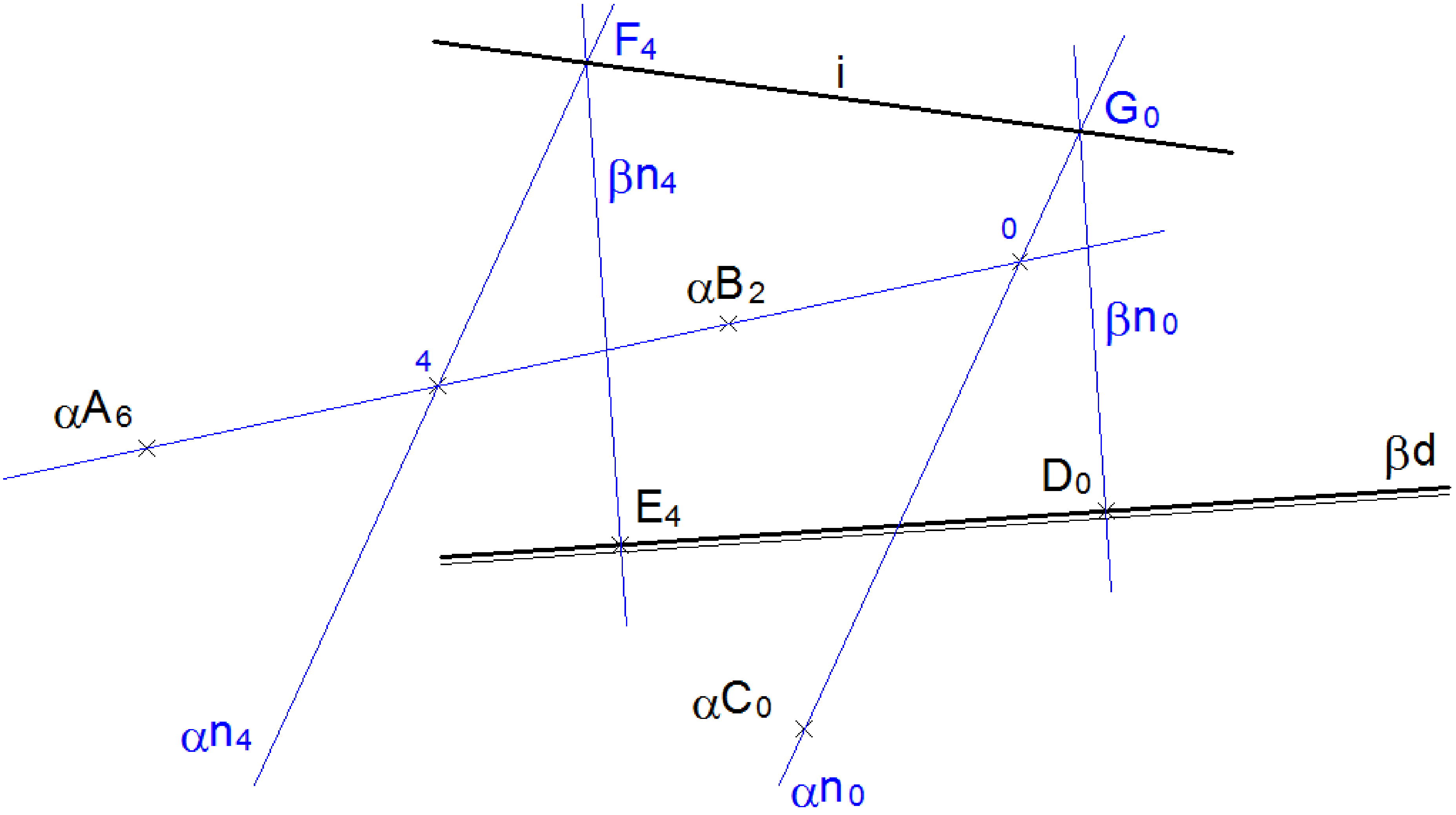
Intersecção entre planos - exemplos (Cotadas)

Determine a recta de intersecção **i** entre os planos **α** e **β** definidos por rectas de nível.



Intersecção entre planos - exemplos (Cotadas)

Determine a recta de intersecção **i** entre os planos **α** e **β**. O plano **α** está definido pelos pontos **A**, **B** e **C**. O plano **β** está definido por uma recta de maior declive **d**.

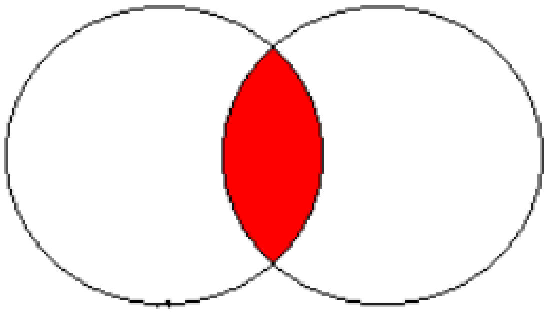


Teórica 6

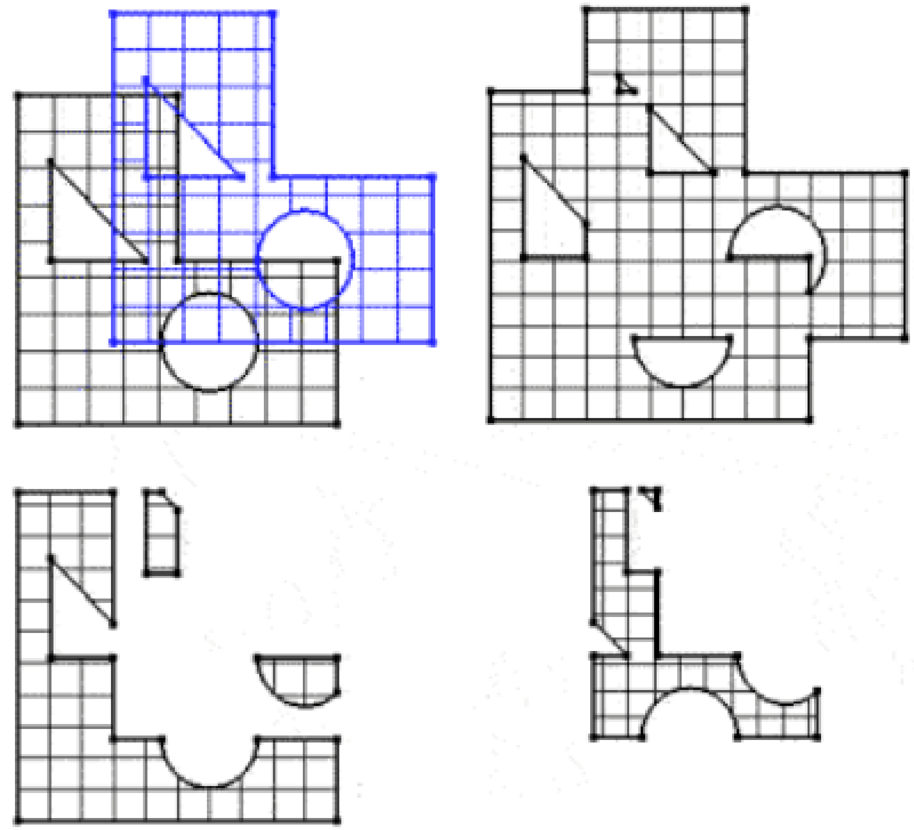
- Operações geométricas
  - Operações booleanas no plano e no espaço (união, intersecção, subtração)
  - Planificação das superfícies de pirâmides, prismas, cones e cilindros.

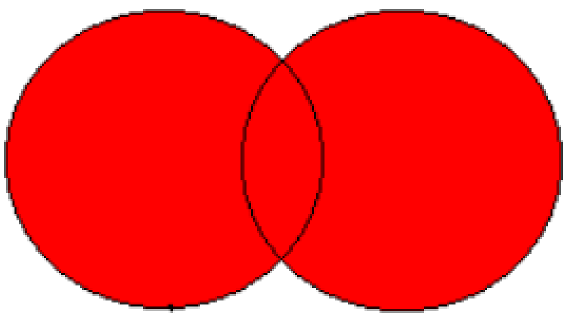
Transformações geométricas

Operações Booleanas no plano

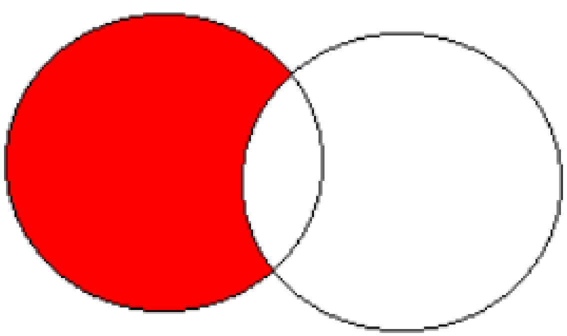


Intersecção





União



Subtracção

http://www.smlib.com/tsnlib.html

https://libguides.uwi.edu/c.php?g=280956&p=1891696

Superfícies planificáveis (1)

CLASSIFICAÇÃO DE SUPERFÍCIES QUANTO AO TIPO DE GERATRIZ			exemplos
		SUPERFÍCIES POLIÉDRICAS	poliédricas regulares, semi-regulares e irregulares
REGRADAS	PLANIFICÁVEIS	SUPERFÍCIE PLANA	plano
		definidas por 1 PONTO e 1 DIRECTRIZ	cónica; cilíndrica; prismática; piramidal [1]
		definidas por 2 DIRECTRIZES	convolutas; superfícies de igual pendente
		SUPERFÍCIES TANGENCIAIS	helicoidal tangencial
		outras	
	NÃO PLANIFICÁVEIS	definidas por 3 DIRECTRIZES	parabolóide hiperbólico; hiperbolóide de revolução; cilindróide; conóide; helicoidais regradas; superfícies de arco enviesado [1]
		outras	superfície regrada de uma só face
CURVAS		SUPERFÍCIES DE REVOLUÇÃO [2]	esférica; tórica; elipsoidal
		outras	serpentina; superfícies mínimas

[1] Note-se que há superfícies regradas que são de revolução

[2] Note-se que há superfícies de revolução que são regradas.

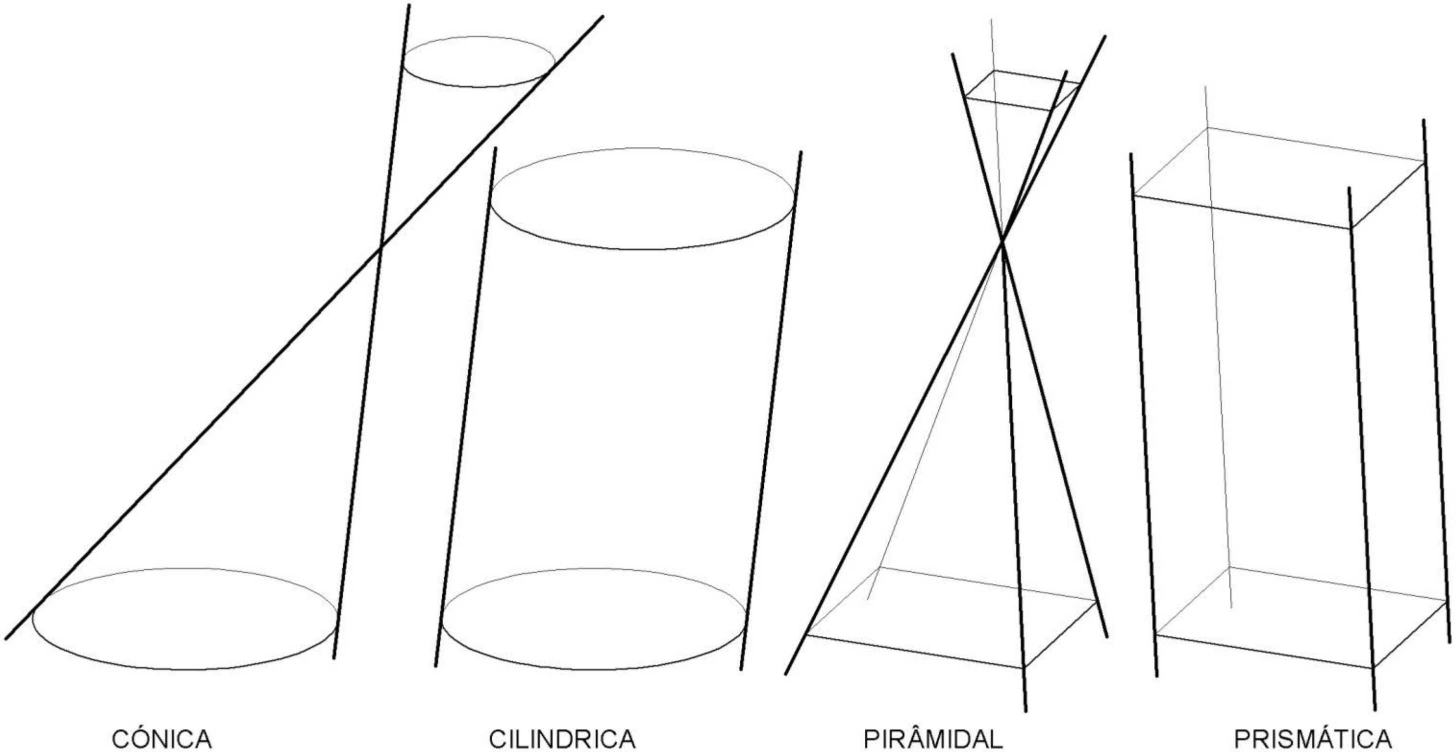
Superfícies planificáveis - conceito

Superfícies planificáveis

Para que uma superfície seja planificável deve ser regrada. Mas esta condição só por si não implica que a superfície seja planificável. Para além de ser regrada deve ainda acontecer que cada para de geratrizes infinitamente próximas entre si sejam concorrentes, isto é complanares. Do enunciado resulta que uma superfície planificável apenas admite um plano tangente por cada geratriz. A planificação corresponde ao "desenrolar" da superfíce até que esta coincida com uma dos planos tangentes. Nesta operação a superfíce não "estica" nem "encolhe", não se "rasga" nem adquire "pregas". Nesta operação preservam-se os comprimentos e os ângulos.

A resolução de problemas concretos depende, obviamente, do tipo particular de superfíce que se tem em presença. Assim, diferentes métodos serão utilizados para planificar superfícies cónicas ou cilindricas de revolução, cónicas ou cilindricas obliquas, convulutas, tangenciais, etc.

Superfícies planificáveis – “cónicas”



Teorema de Olivier

Este teorema aplica-se às transformadas das linhas de intersecção plana de superfícies cónicas e cilíndricas por planificação destas e pode ser enunciado do seguinte modo:

Se uma superfície, cónica ou cilíndrica, admite planos tangentes perpendiculares ao plano que produz a intersecção, então, os pontos de tangência entre a linha de intersecção e as rectas de intersecção entre os planos tangentes e o plano da intersecção correspondem, na planificação, aos pontos de inflexão da linha transformada da intersecção.

As linhas cónicas como intersecções planas em superfícies cónicas (de revolução ou não)

Uma linha CÓNICA resulta da intersecção produzida por um plano numa superfície cónica de segundo grau e pode ser representada através de uma equação de segundo grau.

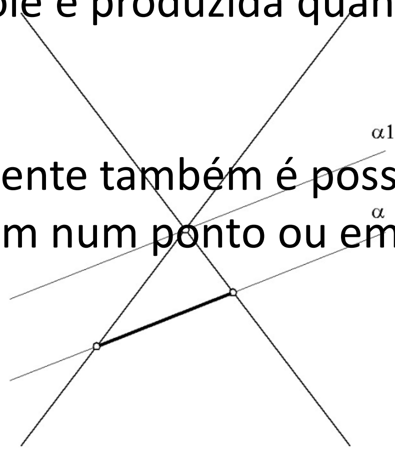
As linhas cónicas são de três tipos: elipse, parábola e hipérbole.

A elipse é produzida quando o plano intersecta todas as geratrizes da superfície cónica.

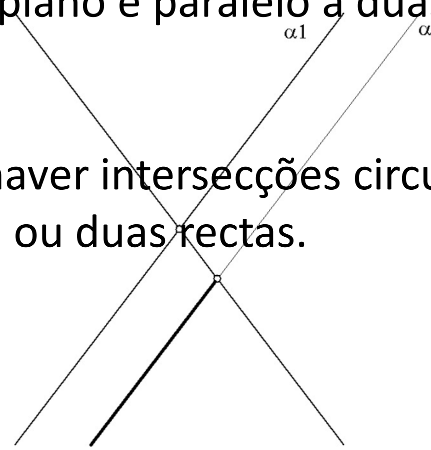
A parábola é produzida quando o plano é paralelo a uma geratriz da superfície cónica.

A hipérbole é produzida quando o plano é paralelo a duas geratrizes da superfície cónica.

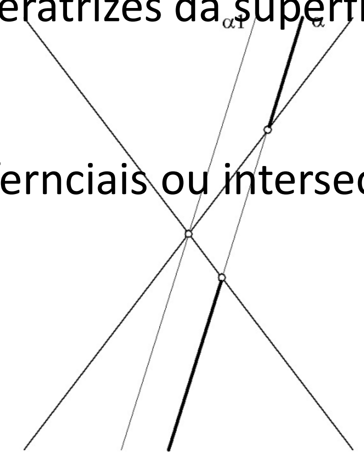
Naturalmente também é possível haver intersecções circunferenciais ou intersecções que degeneram num ponto ou em uma ou duas rectas.



ELIPSE

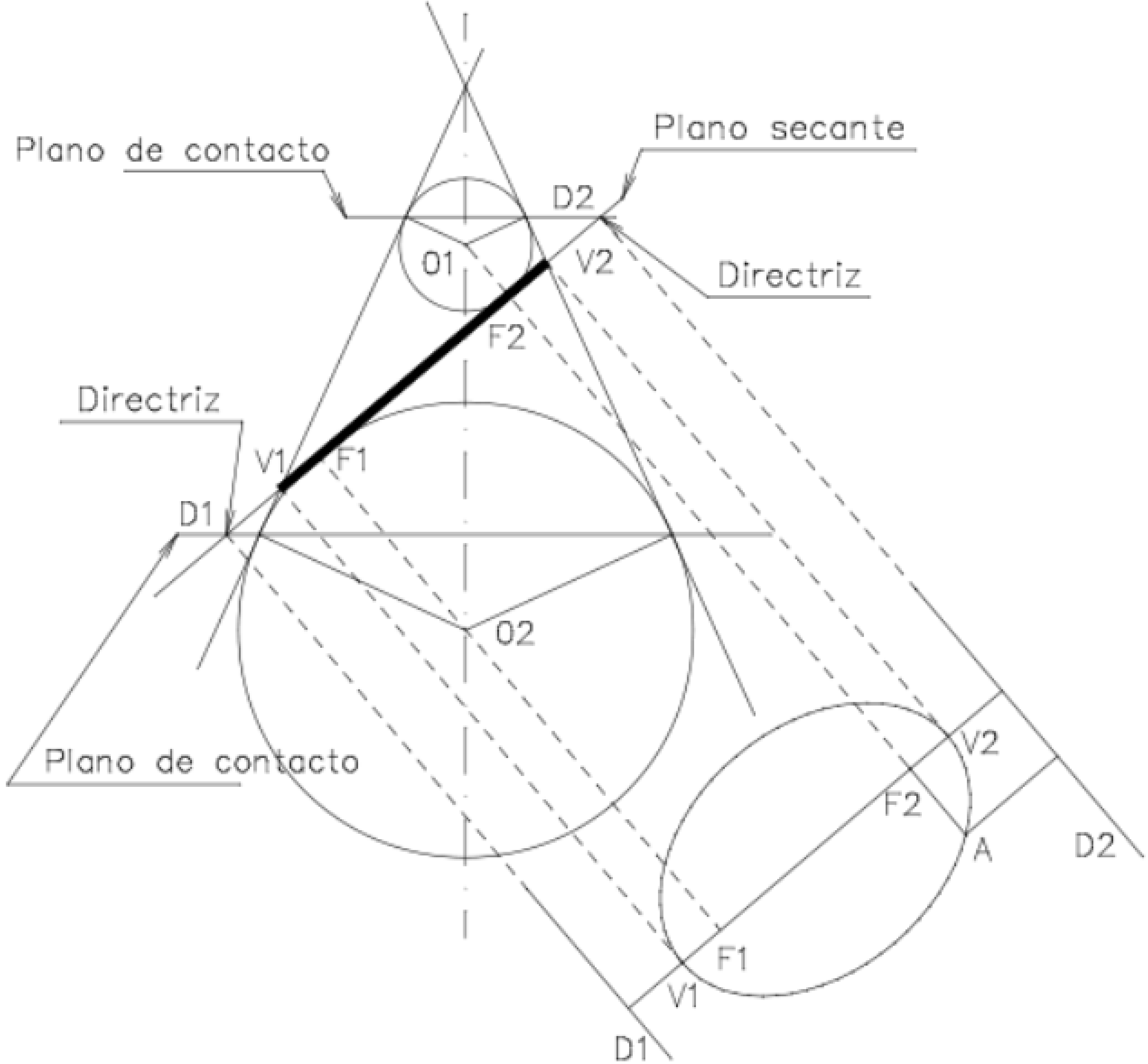


PARÁBOLA



HIPÉRBOLE

As linhas cónicas como intersecções planas em sup. cónicas de revolução (Teorema de Dandelin)



https://dibujotecni.com/geometria-plana/curvas-conicas/attachment/conicas2_dandelin/

As linhas cónicas como intersecções planas em superfícies cónicas (de revolução ou não)

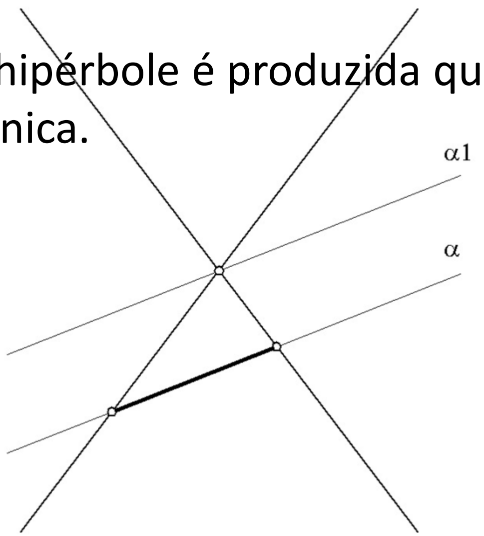
Uma linha CÓNICA resulta da intersecção produzida por um plano numa superfície cónica e pode ser representada através de uma equação de segundo grau.

As linhas cónicas são de três tipos: elipse, parábola e hipérbole.

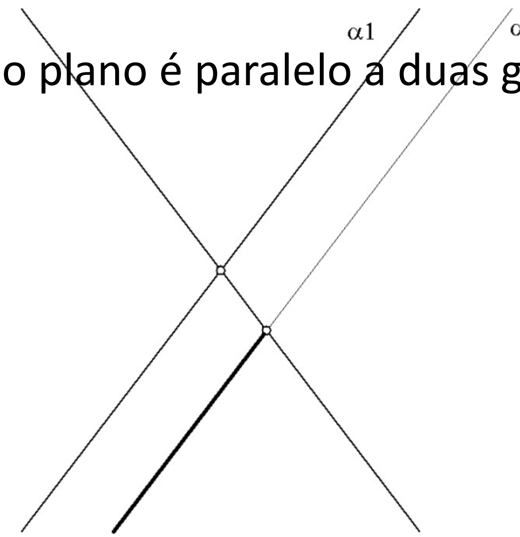
A elipse é produzida quando o plano intersecta todas as geratrizes da superfície cónica.

A parábola é produzida quando o plano é paralelo a uma geratriz da superfície cónica.

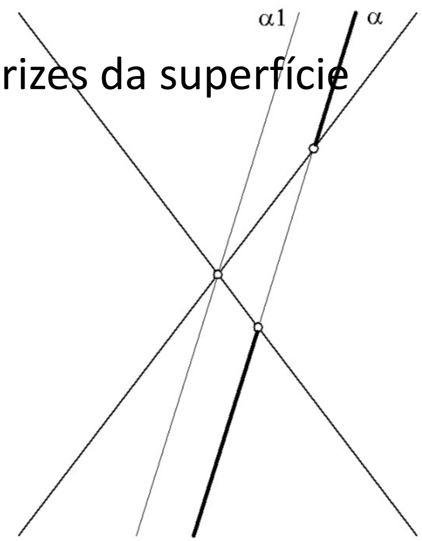
A hipérbole é produzida quando o plano é paralelo a duas geratrizes da superfície cónica.



ELIPSE

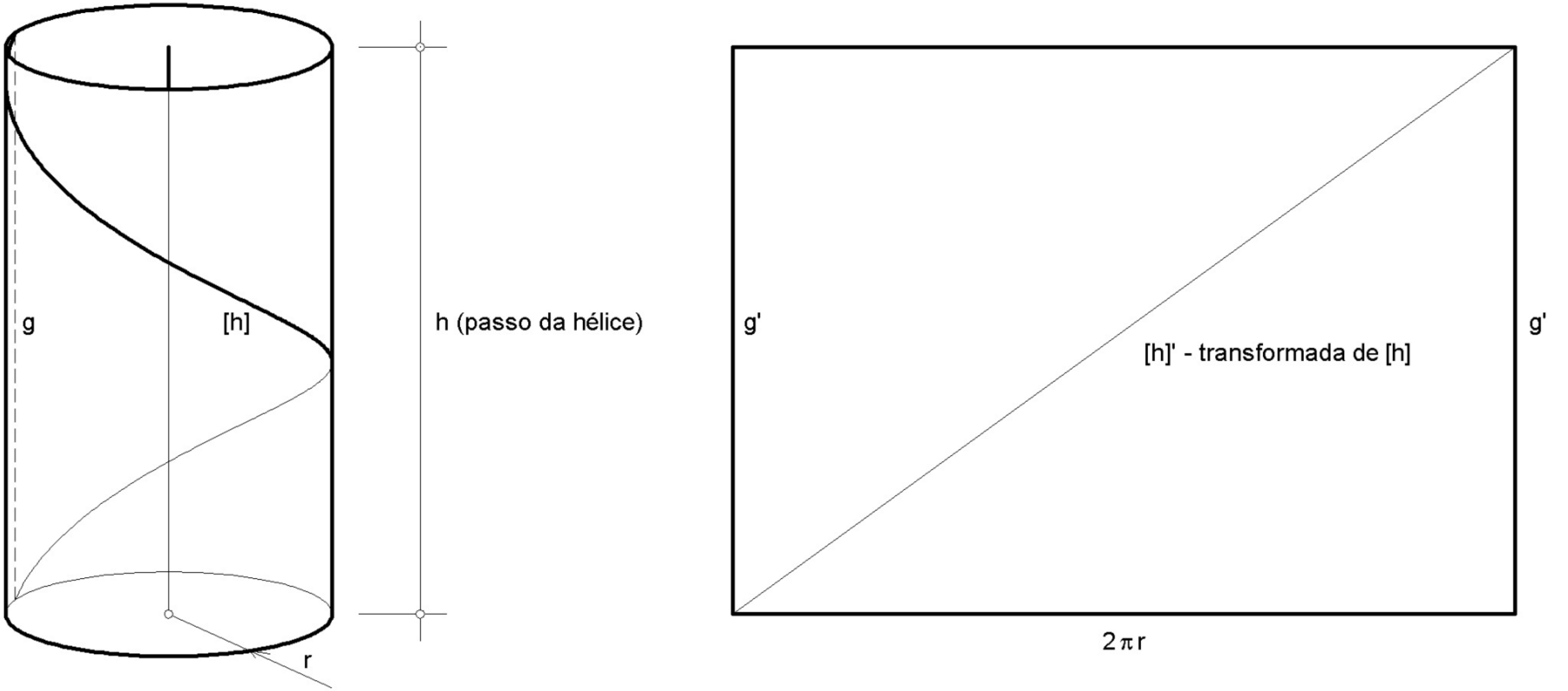


PARÁBOLA



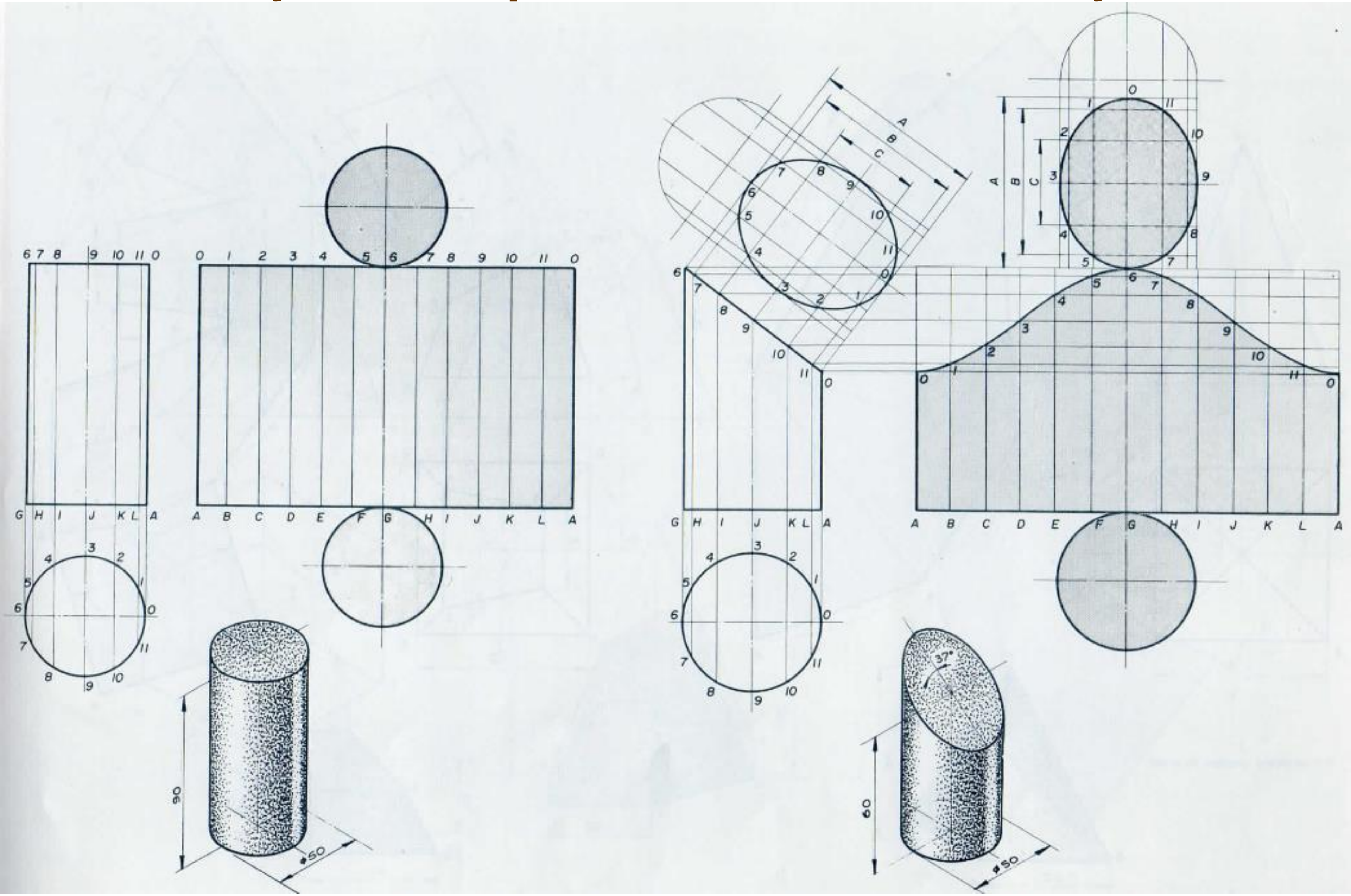
HIPÉRBOLE

A hélice cilíndrica



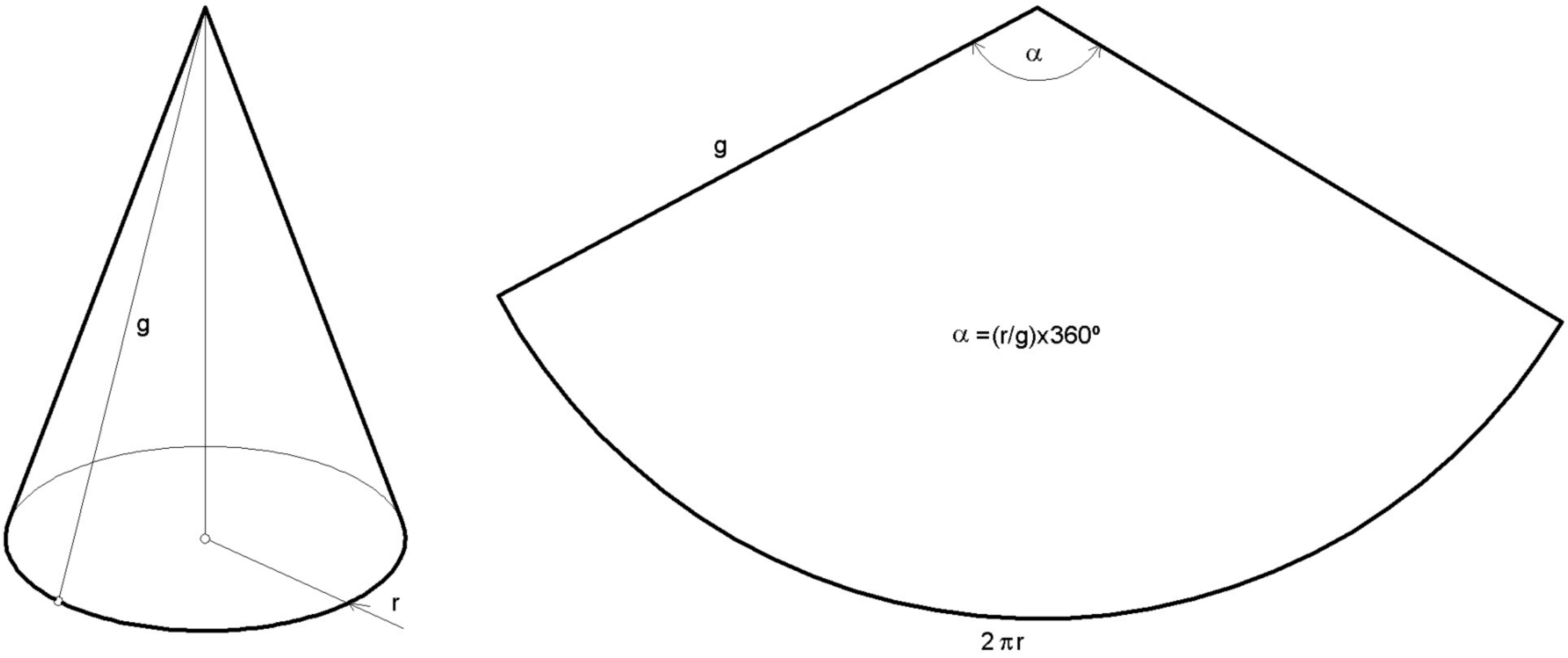
PLANIFICAÇÃO DA SUPERFÍCIE DO CILINDRO DE REVOLUÇÃO / HÉLICE CILÍNDRICA

Planificação da sup. do cilindro de revolução



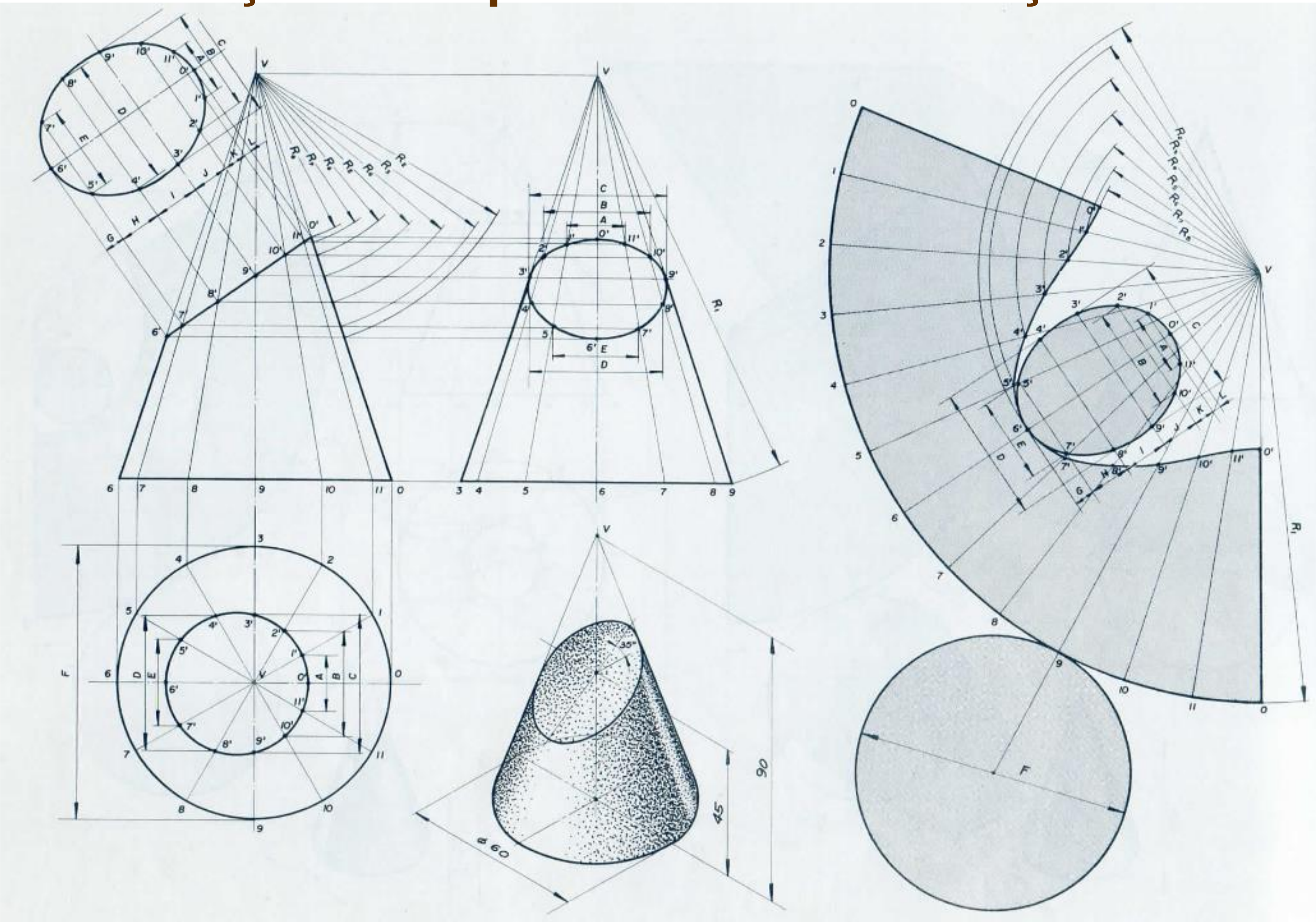
http://ftp.demec.ufpr.br/disciplinas/EngMec_NOTURNO/TM328/Protec/P.%20Cap.%2008.pdf

Planificação da superfície do cone de revolução



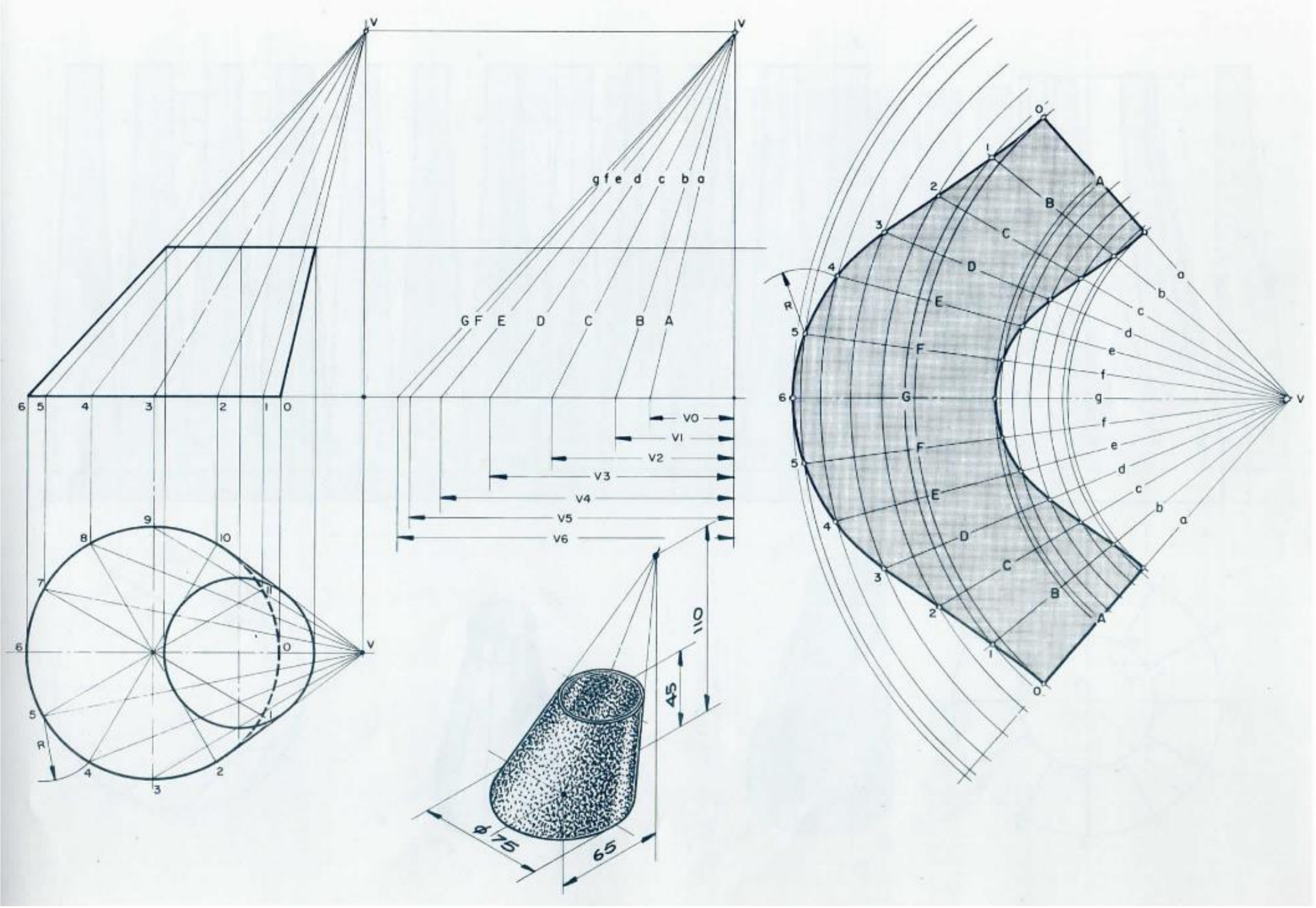
PLANIFICAÇÃO DA SUPERFÍCIE DO CONE DE REVOLUÇÃO

Planificação da sup. do cone de revolução



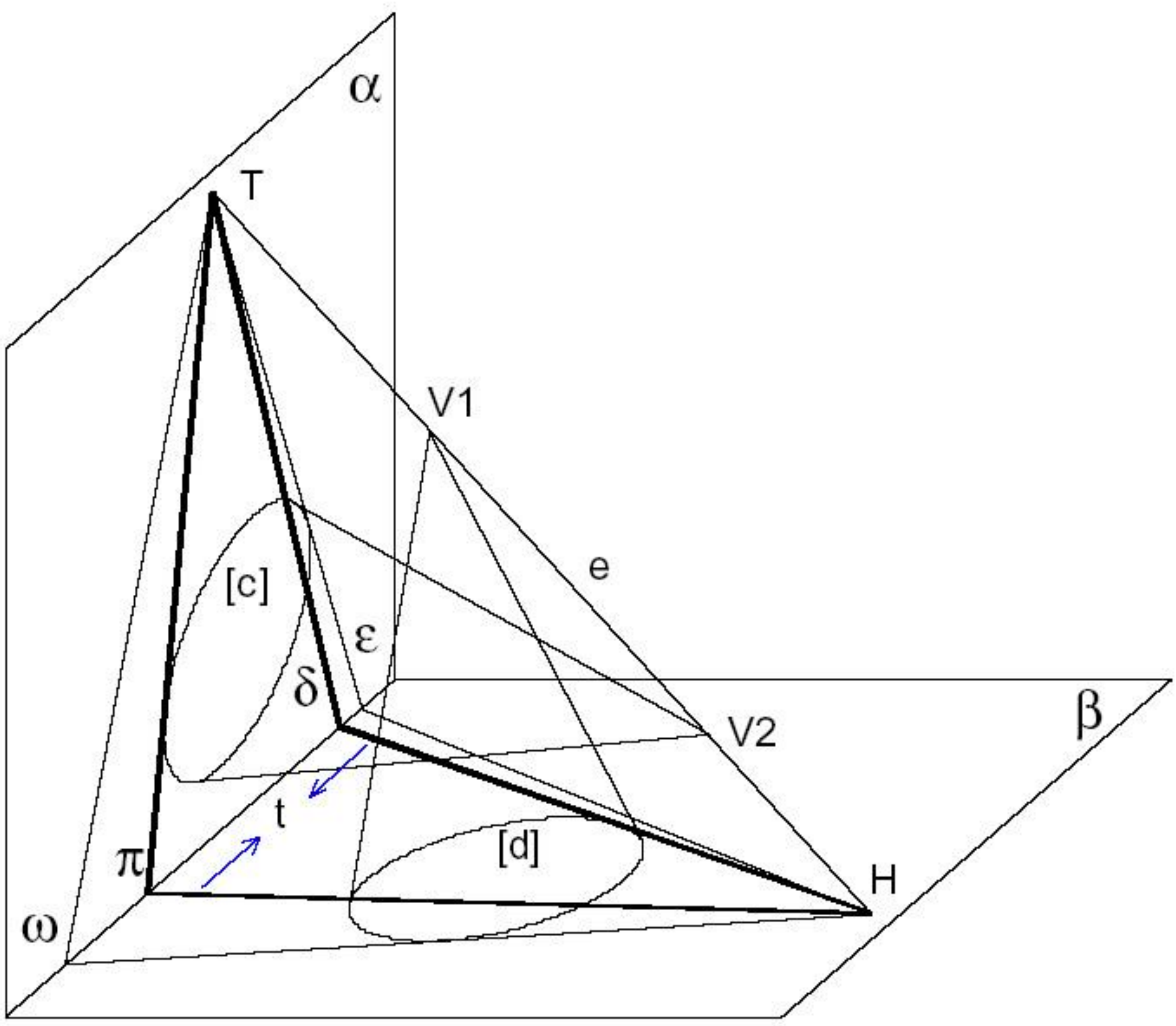
http://ftp.demec.ufpr.br/disciplinas/EngMec_NOTURNO/TM328/Protec/P.%20Cap.%2008.pdf

Planificação da sup. do cone oblíquo

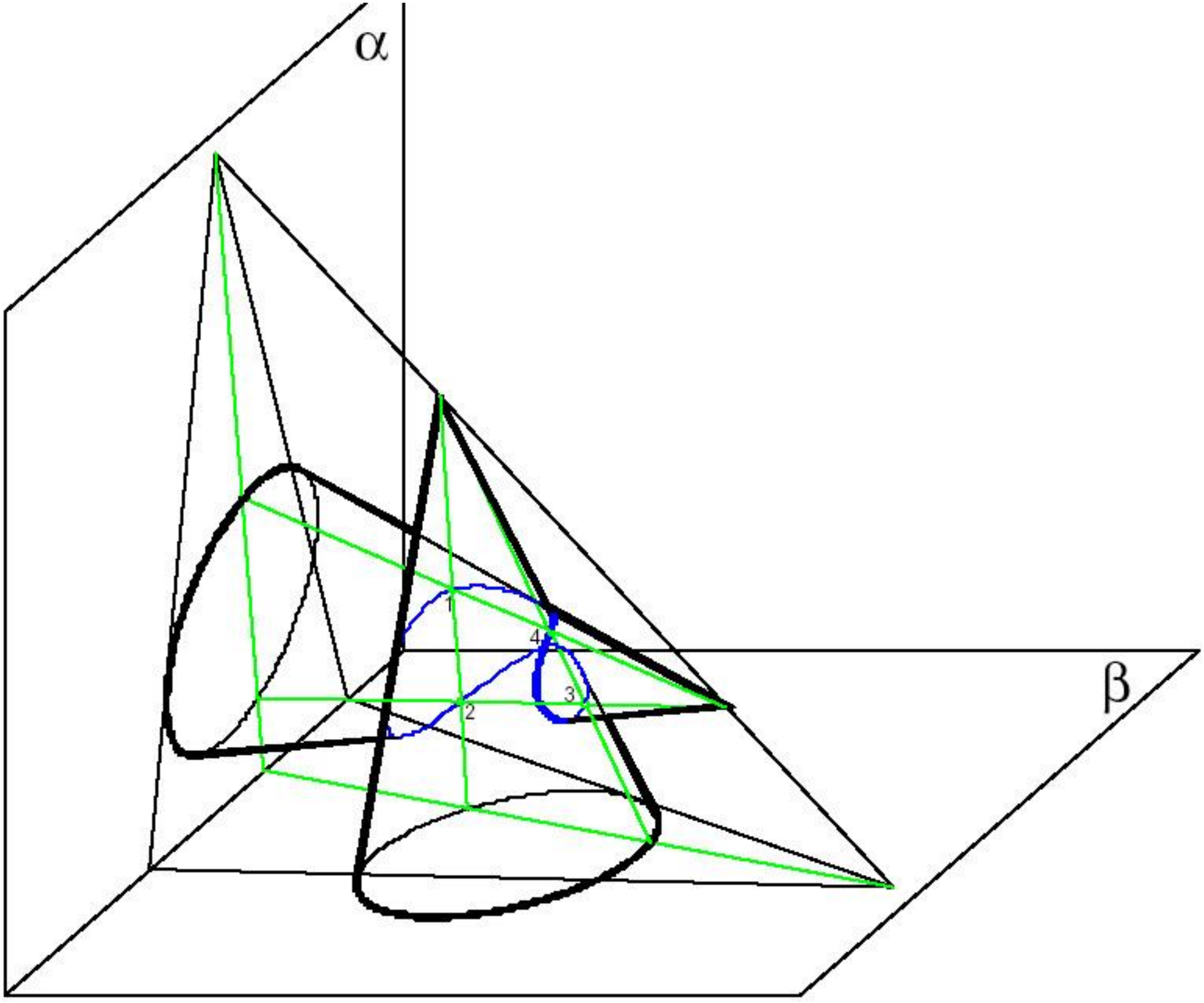


http://ftp.demec.ufpr.br/disciplinas/EngMec_NOTURNO/TM328/Protec/P.%20Cap.%2008.pdf

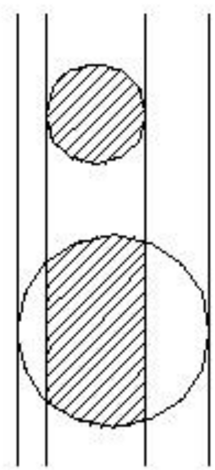
Intersecções entre superfícies cónicas



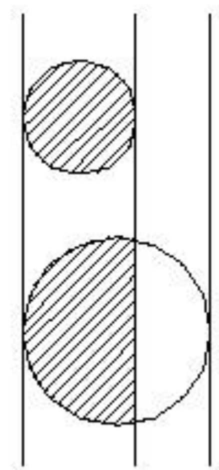
Intersecções entre superfícies cónicas



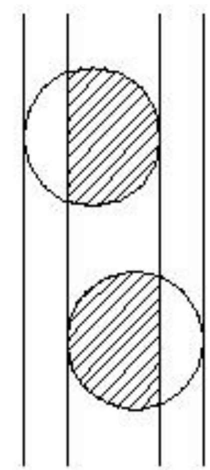
Intersecções entre superfícies cónicas



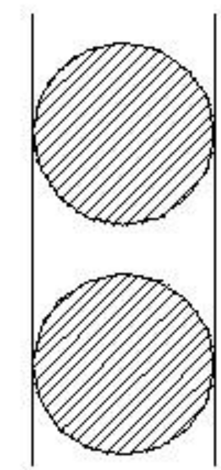
Penetração



Beijamento

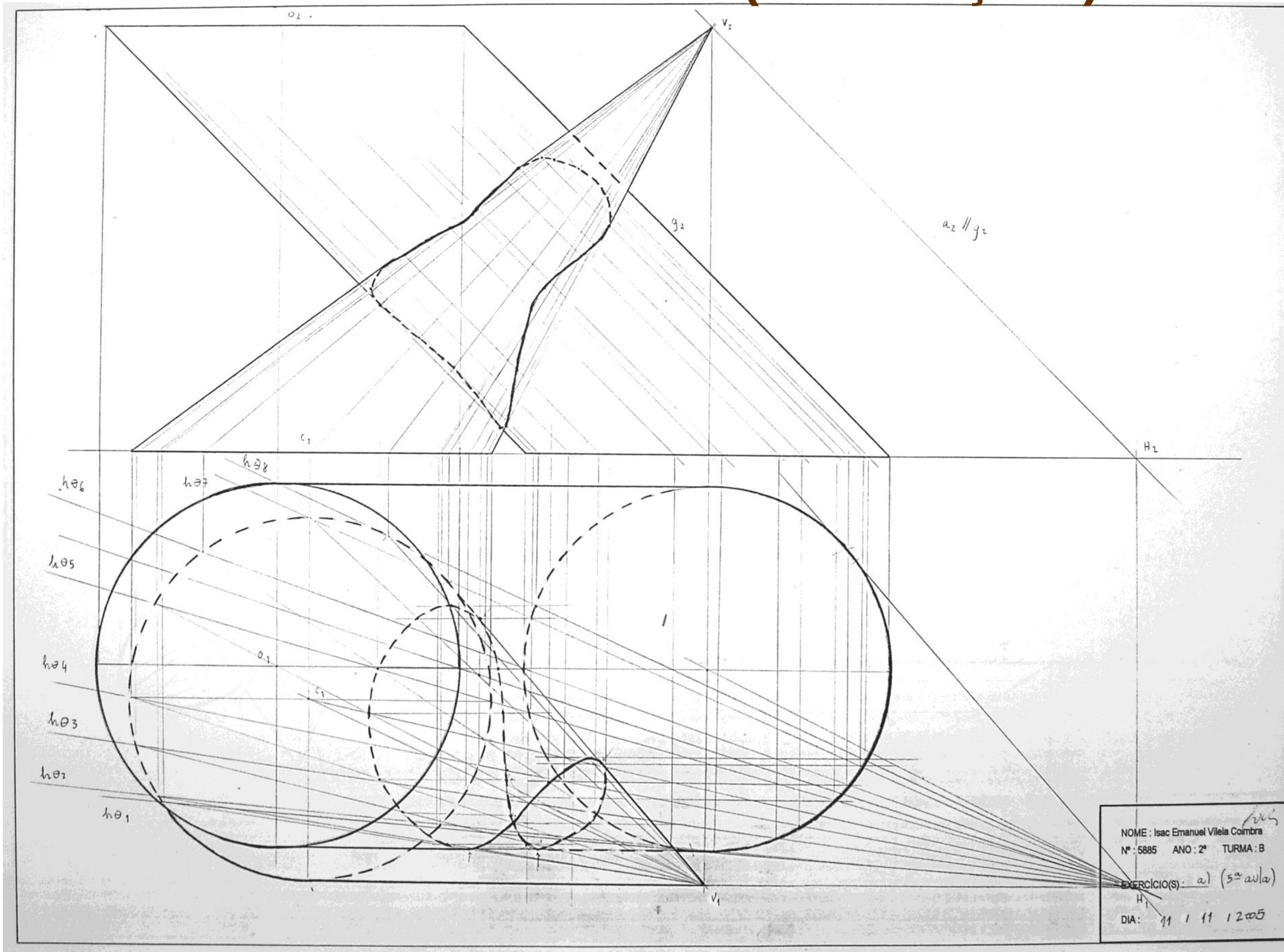


Arrancamento

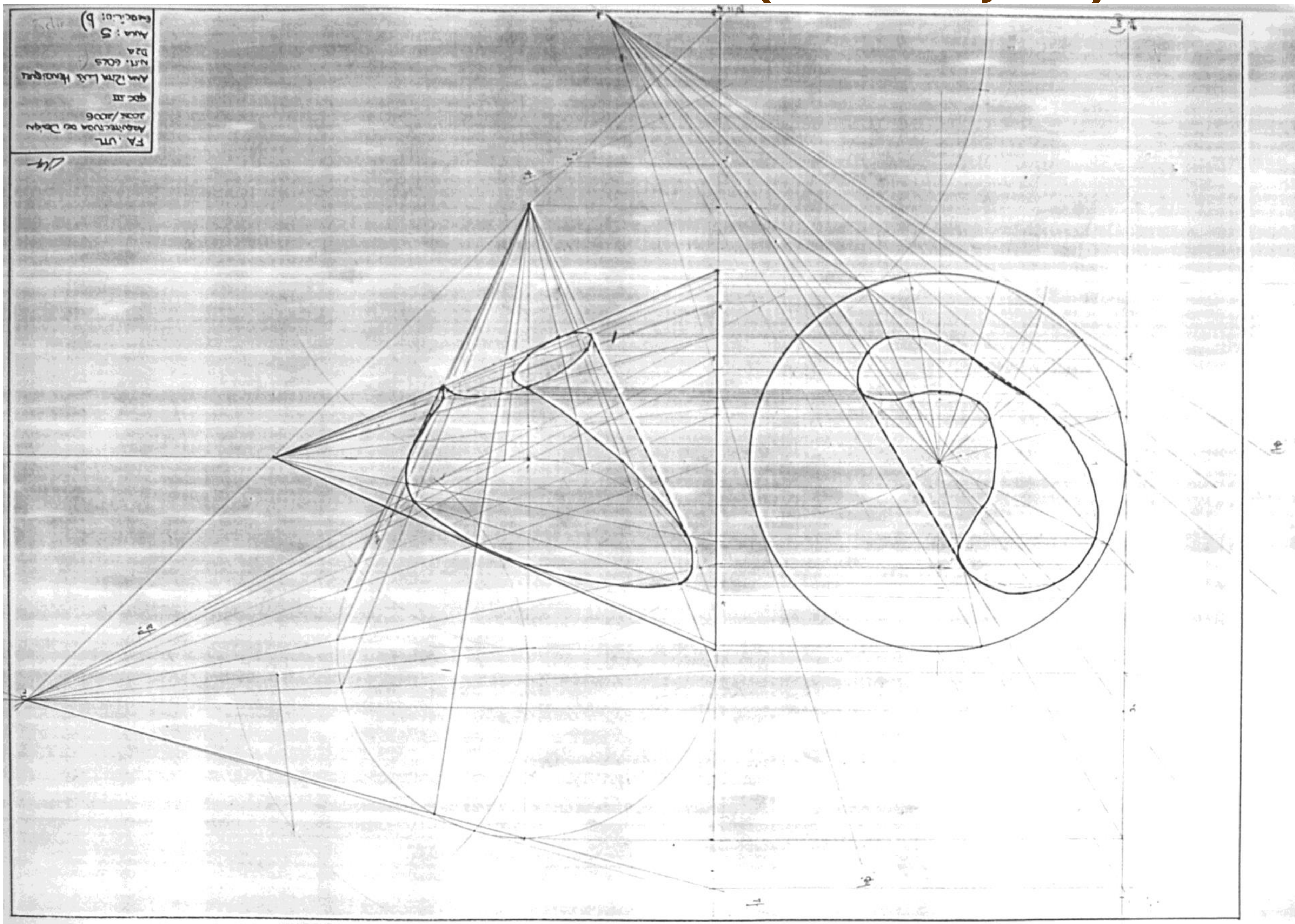


Beijamento Duplo

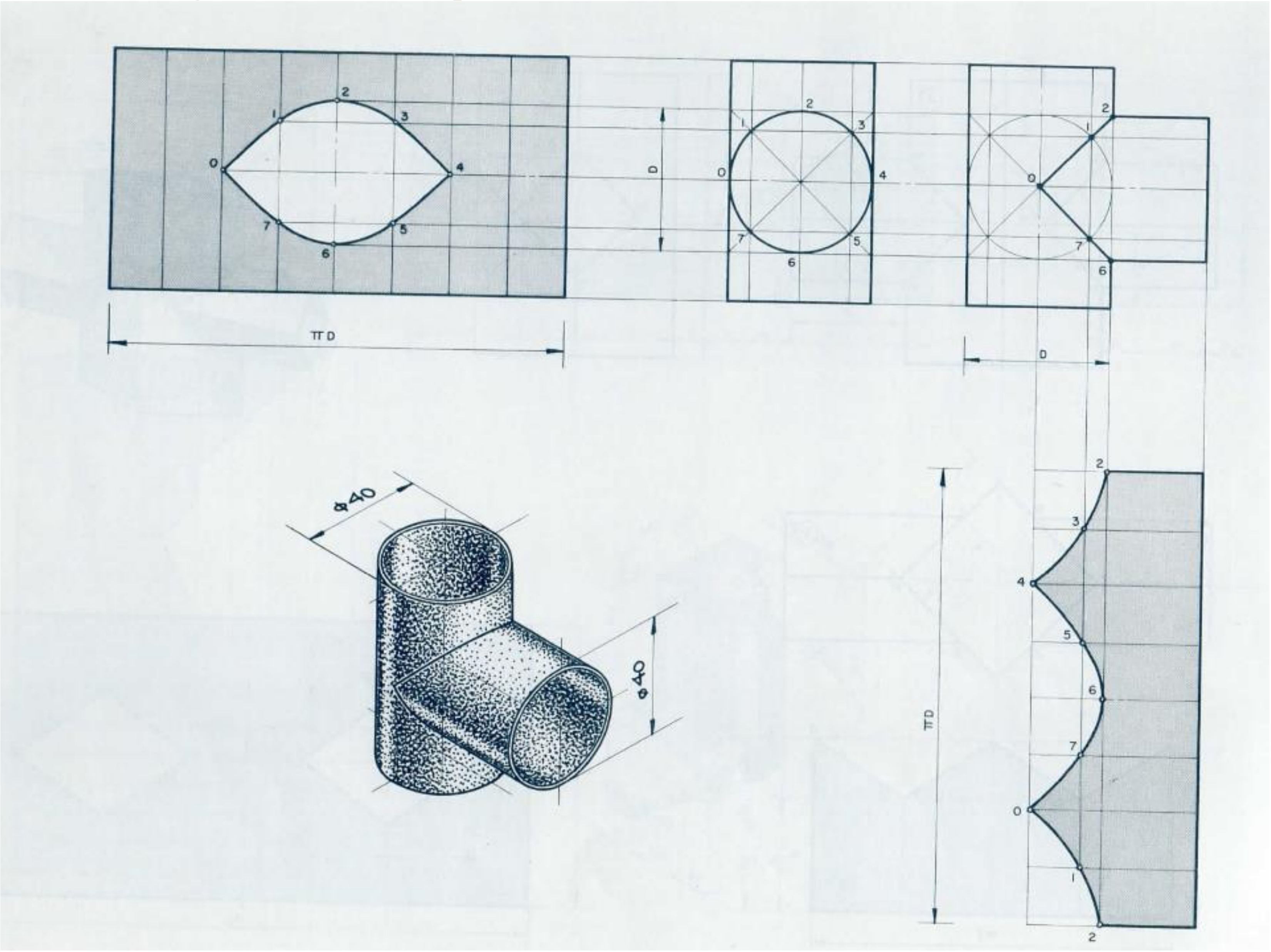
Exercícios resolvidos (intersecções)



Exercícios resolvidos (intersecções)

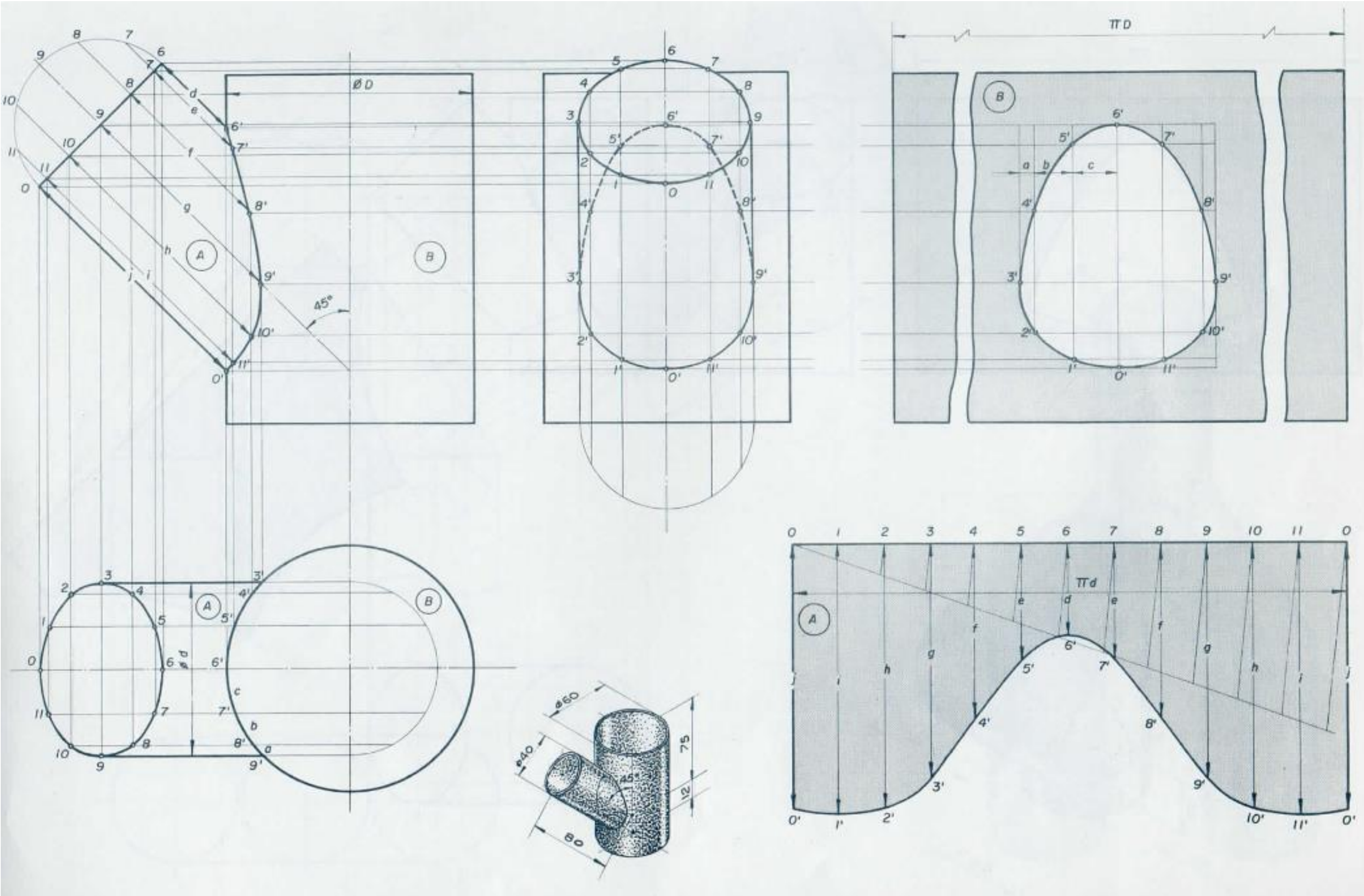


Planificação de sup. de cilindros



http://ftp.demec.ufpr.br/disciplinas/EngMec_NOTURNO/TM328/Protec/P.%20Cap.%2008.pdf

Planificação de sup. de cilindros

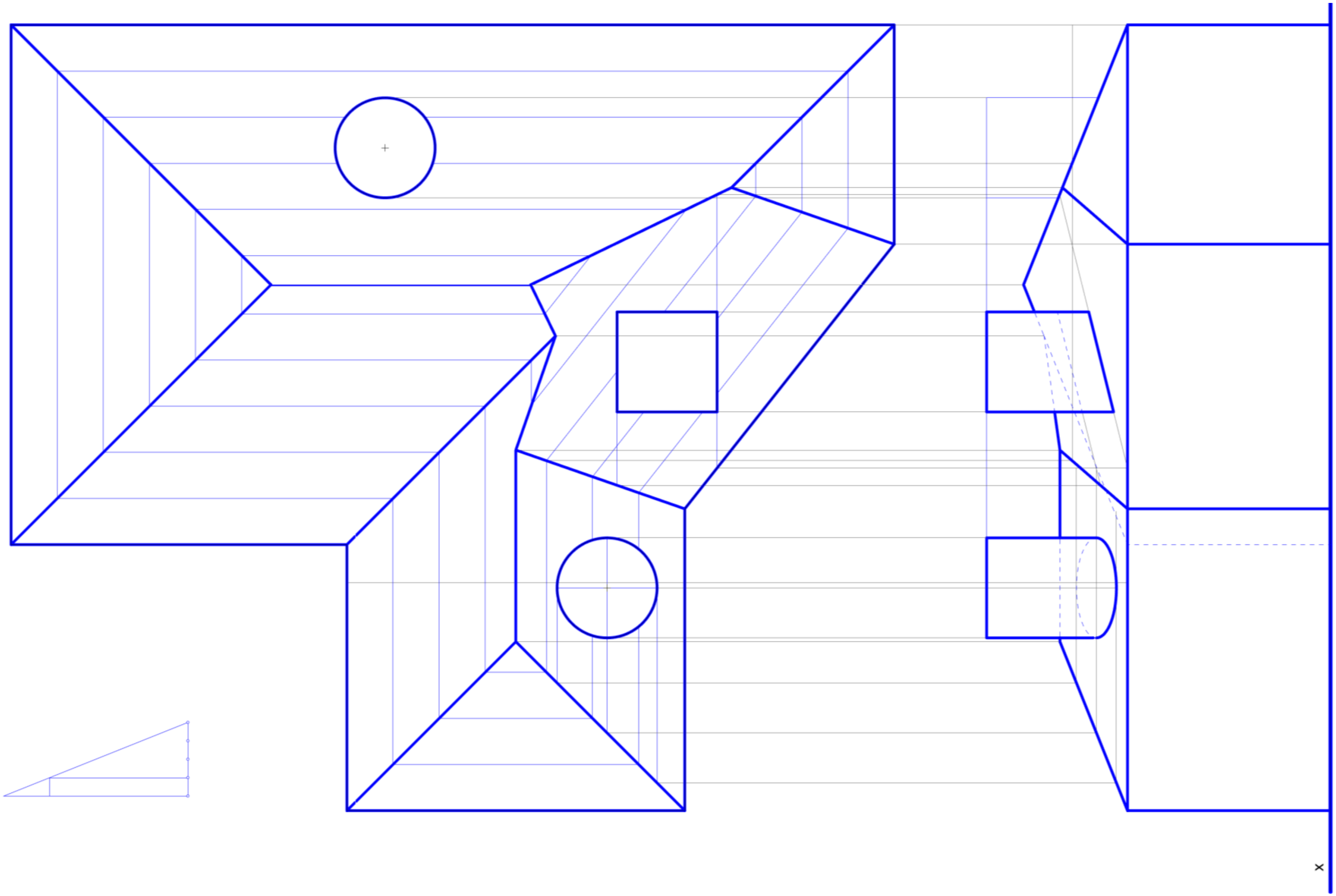


http://ftp.demec.ufpr.br/disciplinas/EngMec_NOTURNO/TM328/Protec/P.%20Cap.%2008.pdf

Teórica 7

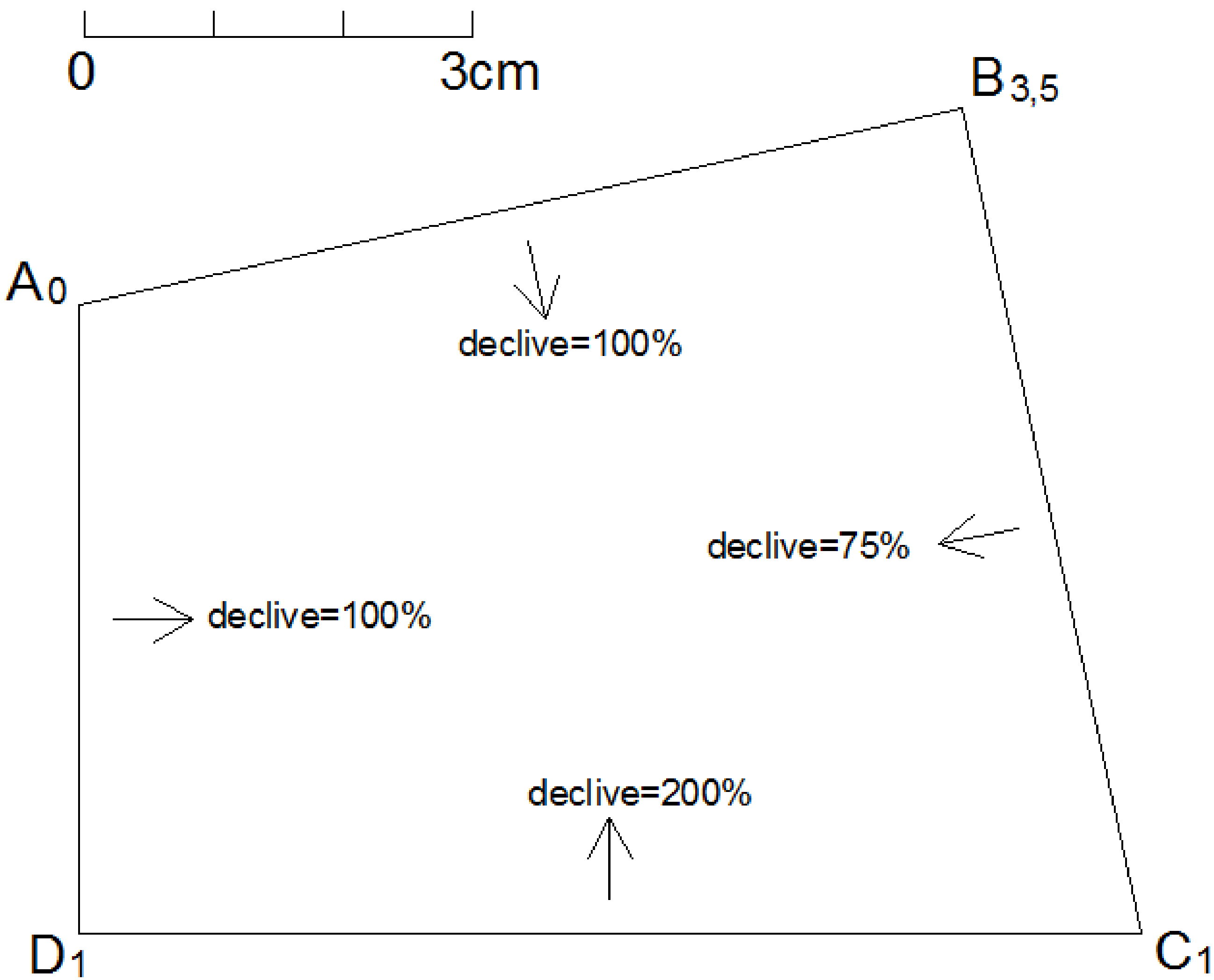
- MPO e PC
  - Intersecções de planos e sua aplicação à resolução de coberturas (limite horizontal)
  - Intersecções de planos e sua aplicação à resolução de coberturas (generalização)

Intersecção entre planos - exemplos (Cotadas)

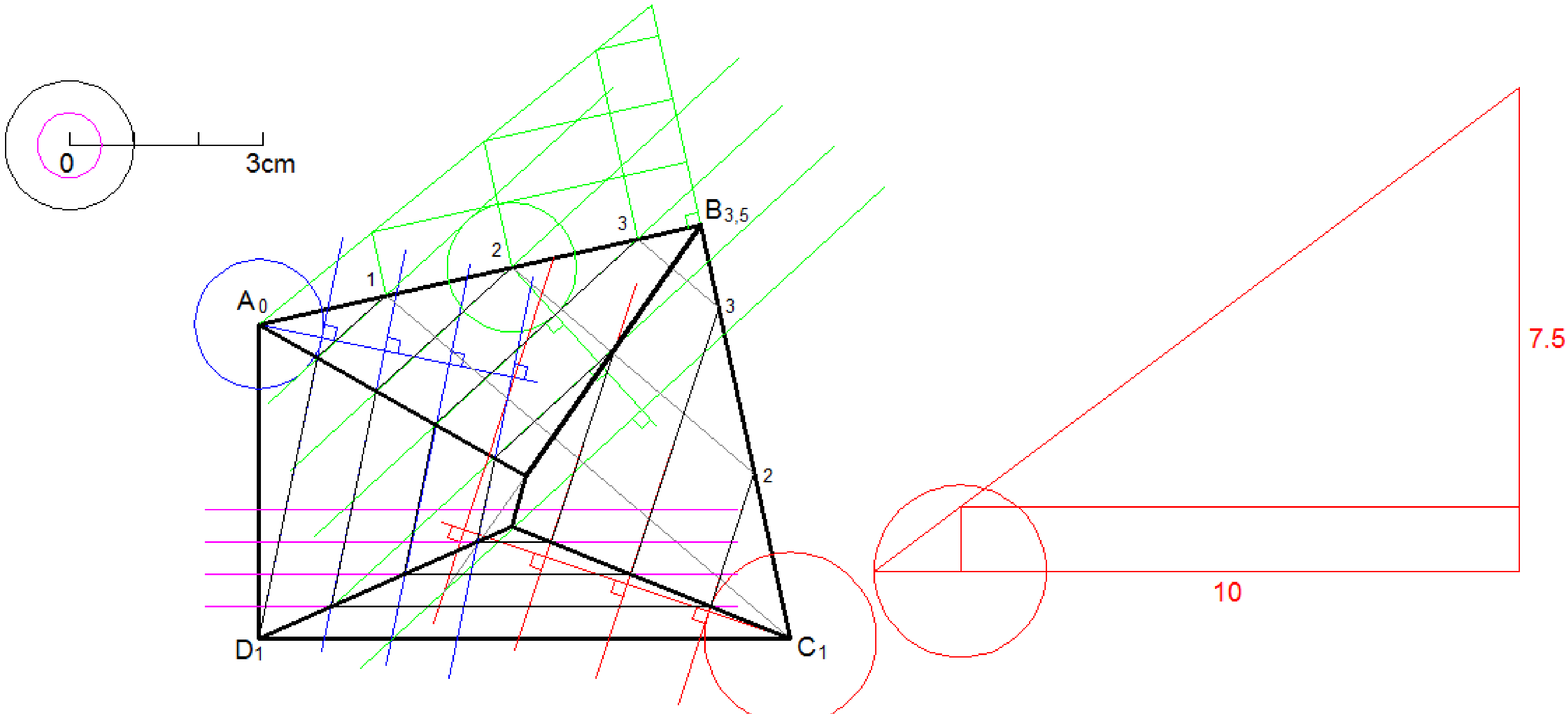


Intersecção entre planos - exemplos (Cotadas)

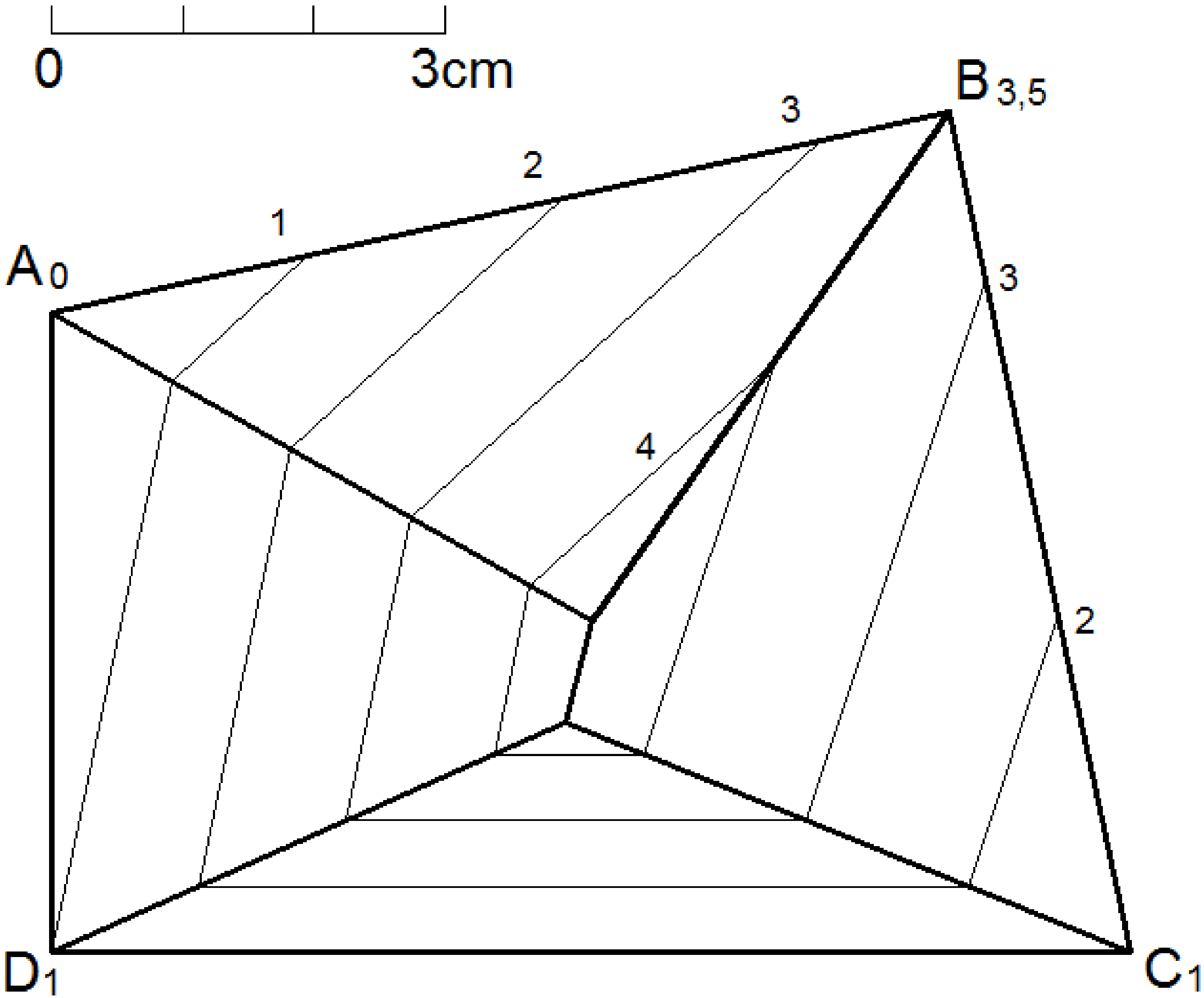
Considere o limite definido pelos pontos **A**, **B**, **C** e **D**. Conduza planos pelos segmentos [AB], [BC], [CD] e [DA] com as pendentes definidas. De seguida determine a figura delimitada pelos planos e pelo limite definido efectuado a sua graduação. A unidade altimétrica é o cm.



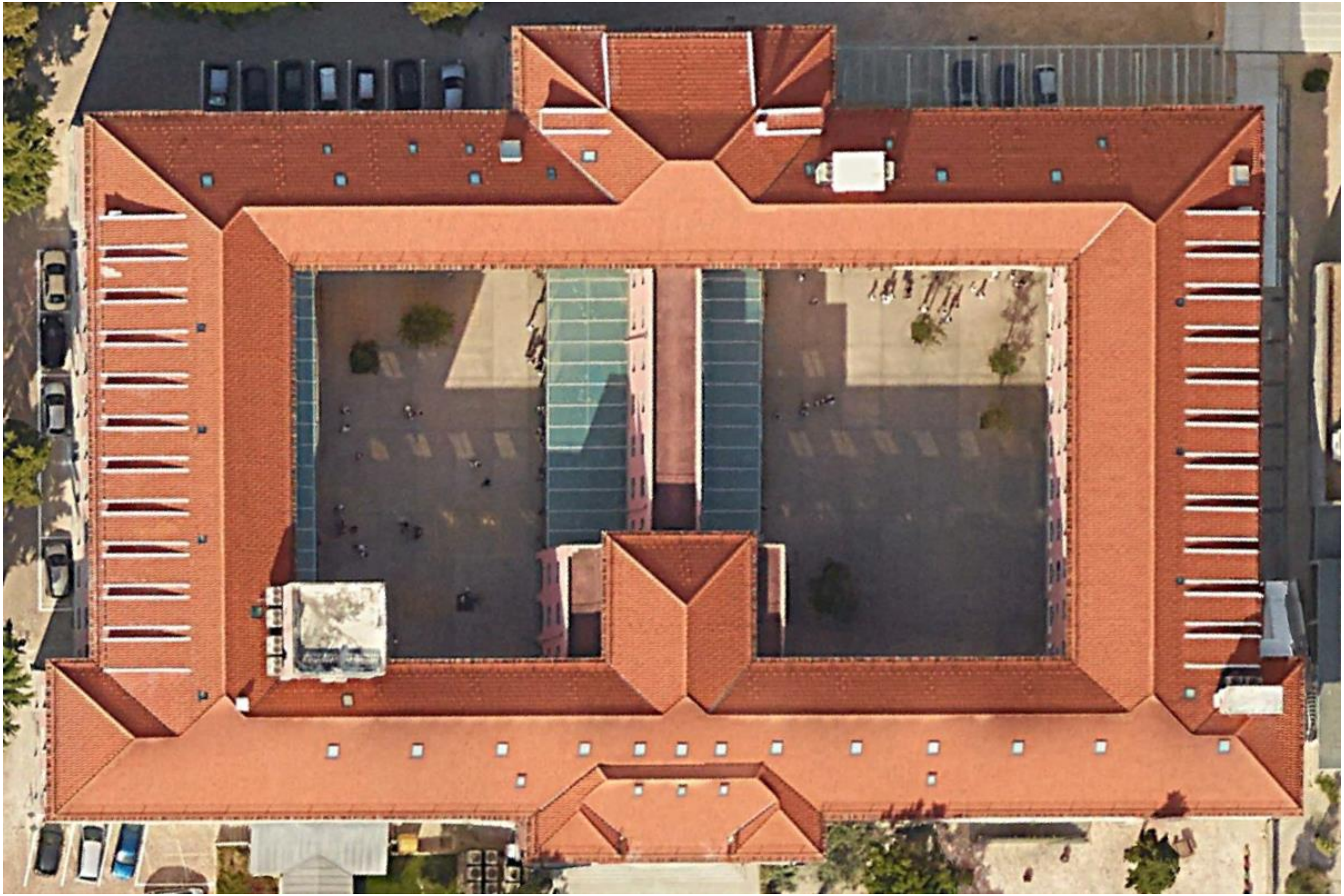
Intersecção entre planos - exemplos (Cotadas)



Intersecção entre planos - exemplos (Cotadas)

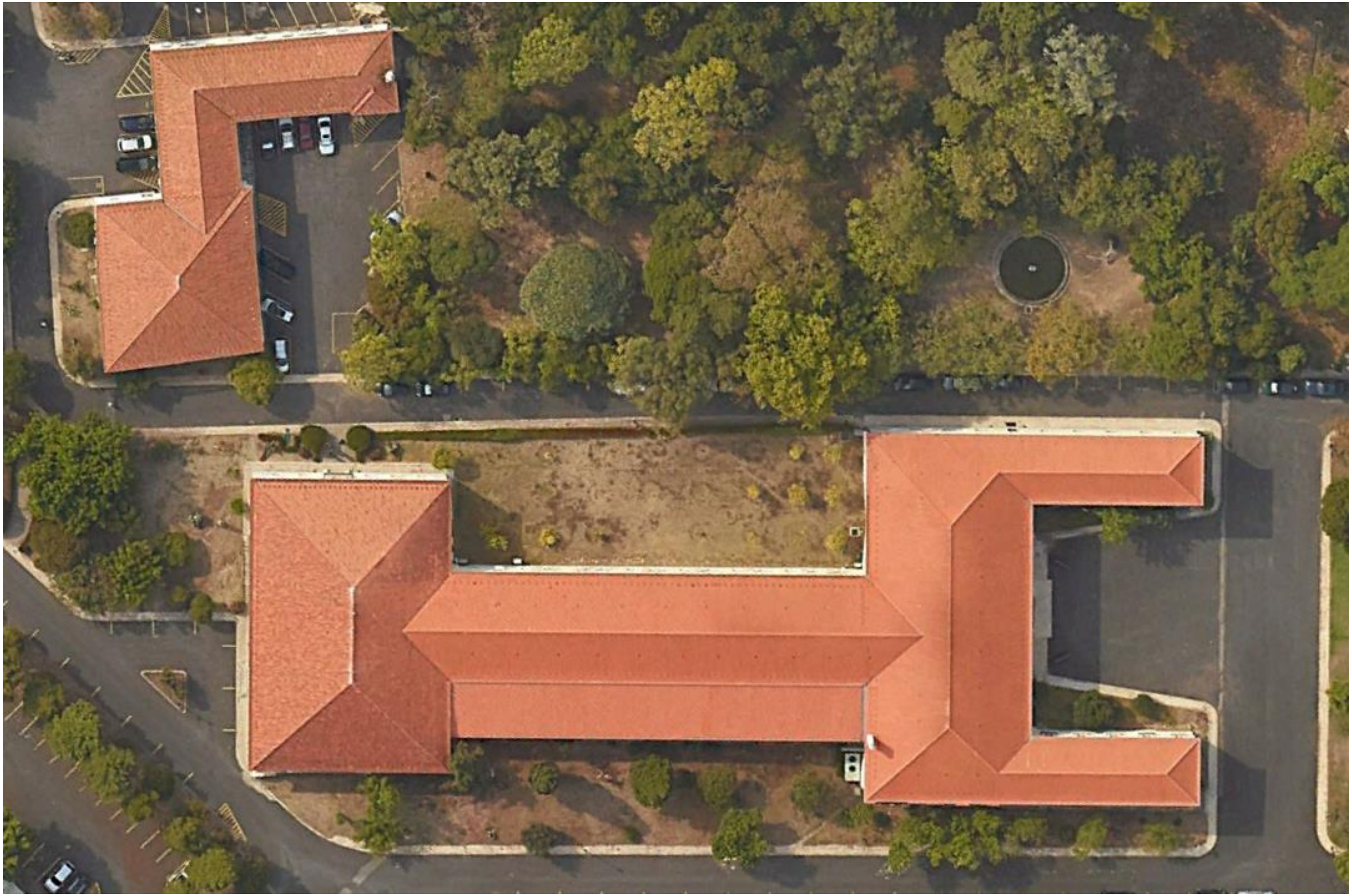


Coberturas (exemplo de arquitectura)



Externato São José – Restelo (imagem Google Earth)

Coberturas (exemplo de arquitectura)



IAEM– Restelo (imagem Google Earth)

Teórica 8

• O sistema das projeções cotadas (PC) e sua aplicação ao estudo das superfícies topográficas:
  - Representação de terrenos em projeções cotadas
  - Elaboração de perfis
  - Intersecções de planos e sua aplicação à resolução de taludes passantes por limites retos e horizontais

Estudo das Superfícies – Superfícies topográficas

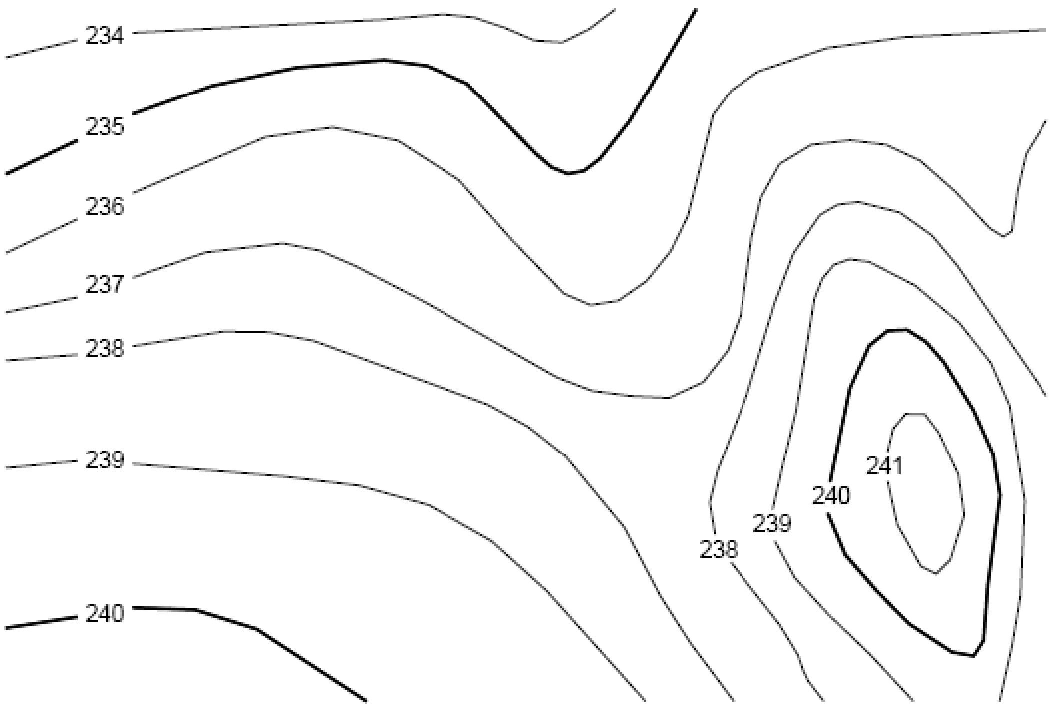
As superfícies topográficas não têm definição geométrica. Por isso são representadas de forma aproximada através de linhas planas paralelas a um plano de referência, designadas CURVAS DE NÍVEL. Este tipo de superfícies pode ser utilizado para representar terrenos ou formas livres em Design.

O sistema das projecções cotadas é o mais indicado para manipular graficamente este tipo de superfícies.

A exposição que se fará de seguida, embora mais vocacionada para a Arquitectura e Planeamento, também pode ser adaptada ao Design.

Estudo das Superfícies – Superfícies topográficas

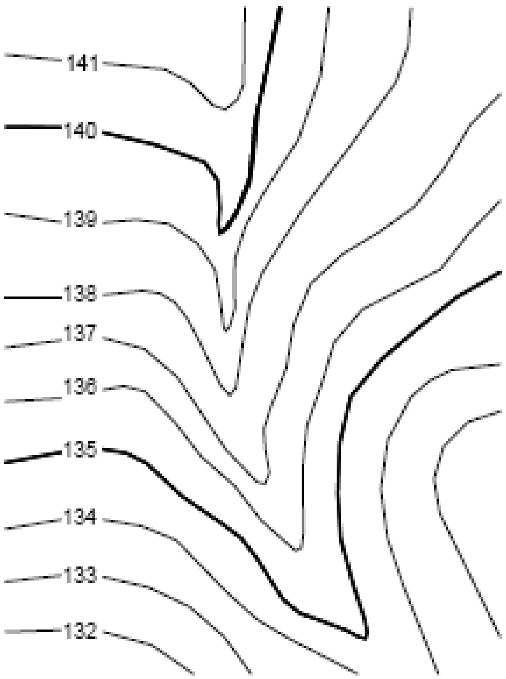
. Representação de Superfícies Topográficas; norte e latitude



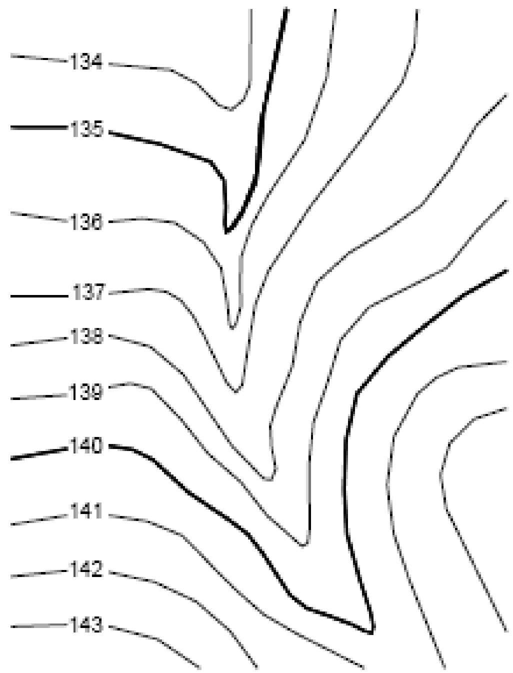
Superfície Topográfica

Uma SUPERFÍCIE TOPOGRÁFICA, não tendo definição geométrica rigorosa, pode ser representada através de curvas de nível. Existem, essencialmente, seis tipos de superfícies topográficas:

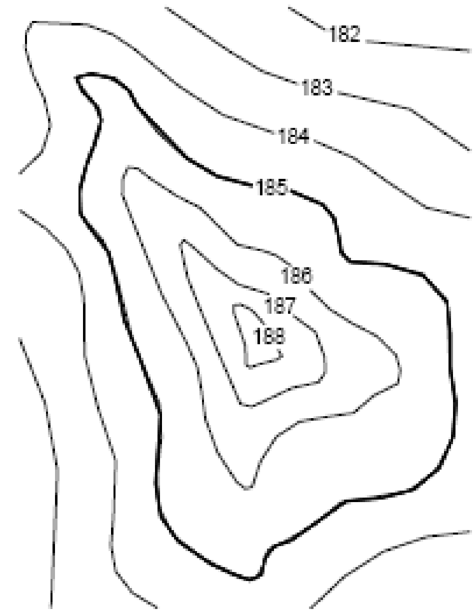
Estudo das Superfícies – Superfícies topográficas



Festo ou Tergo

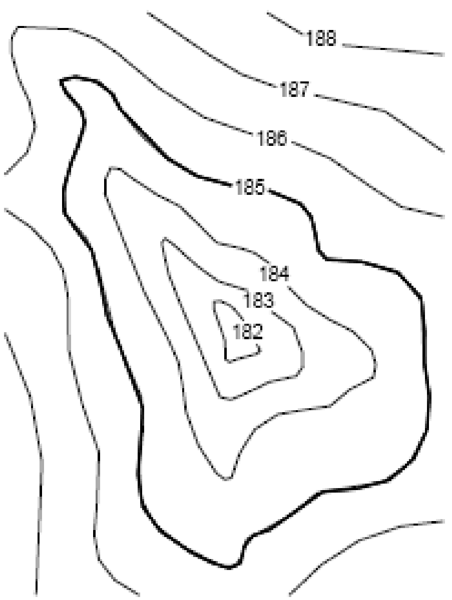


Vale ou Talvegue

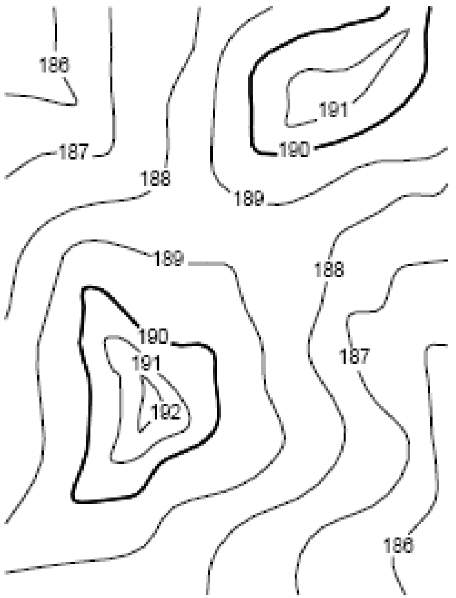


Elevação

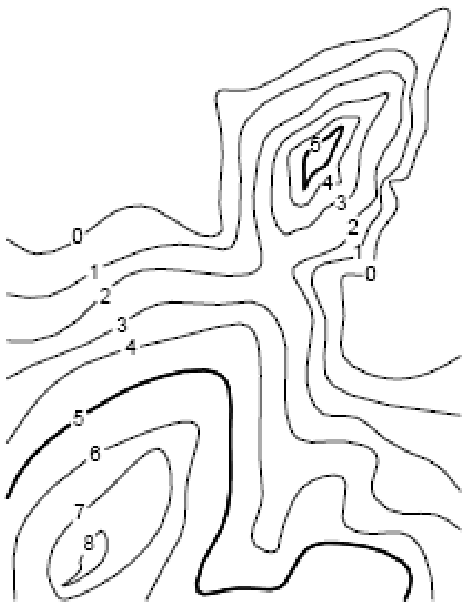
Estudo das Superfícies – Superfícies topográficas



Depressão



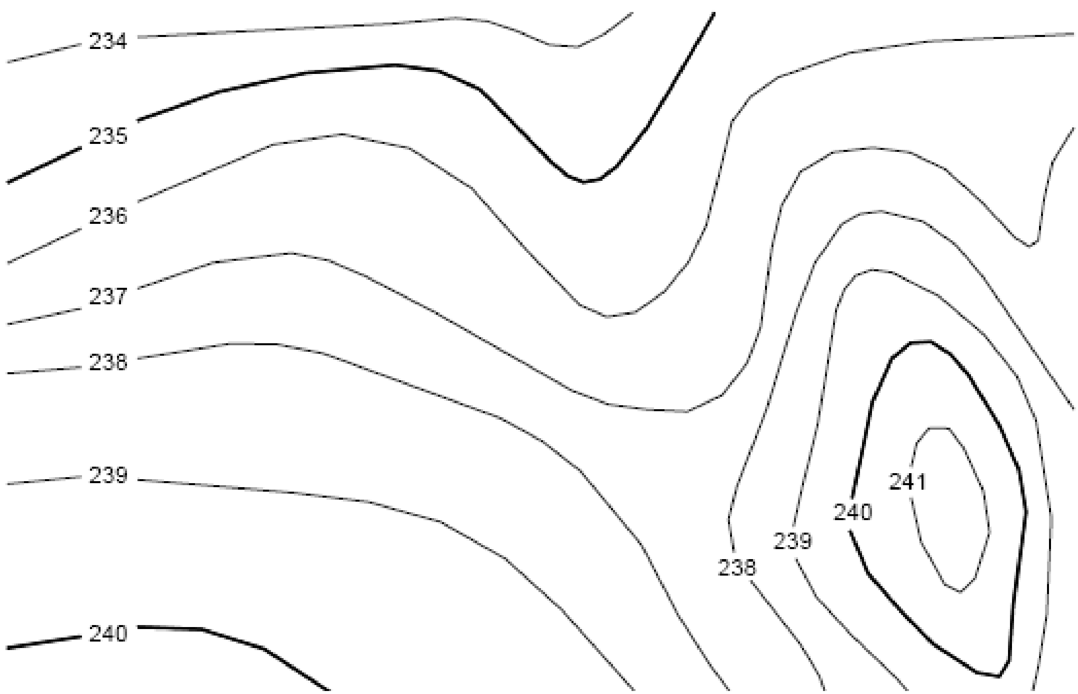
Colo ou Portela



Esporão

Estudo das Superfícies – Superfícies topográficas

Quando se representa um TERRENO (superfície topográfica) é importante, para além da indicação da escala e da unidade altimétrica (no caso de terrenos a unidade altimétrica corresponde à EQUIDISTÂNCIA NATURAL, isto é, a distância entre os planos de duas curvas de nível de cota redonda consecutiva), deve indicar-se também o NORTE e a LATITUDE.



U.A. = 1m

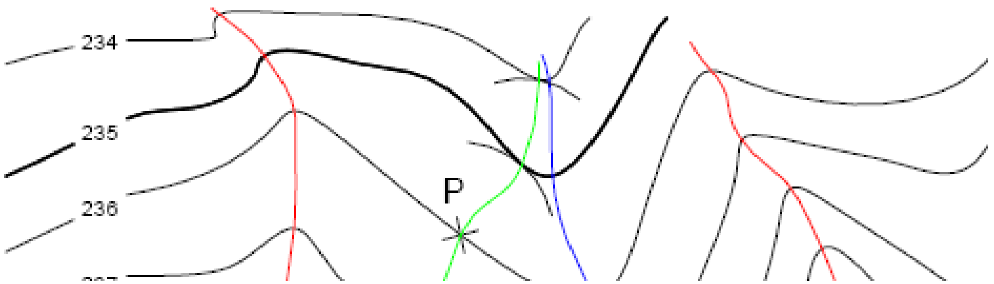
Esc. = 1/100

Latitude = 39^0 N

Estudo das Superfícies – Superfícies topográficas

<u>. Linhas notáveis de uma Superfície Topográfica</u>

Uma superfície topográfica admite, em princípio, as seguintes linhas notáveis:



(a vermelho)	Linhas de CUMEEIRA
(a azul)	Linhas de ÁGUA
(a verde)	Linhas de MAIOR DECLIVE *

* por cada ponto de uma superfíce topográfica passa uma linha de maior declive

Estudo das Superfícies – Superfícies topográficas

O traçado destas linhas, sobre uma superfície topográfica, é sempre aproximado, uma vez que a superfície não é passível de definição geométrica.

Para determinar as linhas de Cumeeira ou de Água unem-se os pontos, das linhas de nível, em que a curvatura é máxima. Se as concavidades estiverem voltadas no sentido descendente das cotas temos uma linha de ÁGUA; se as concavidades estiverem voltadas no sentido ascendente das cotas temos uma linha de CUMEEIRA.

Para determinar o traçado de uma linha de maior declive passante por um ponto P, une-se o ponto P aos pontos mais próximos (distância medida sobre a superfície) das linhas de nível seguintes às de P. Esta linha é também uma linha GEODÉSICA da superfíce. O seu traçado aproximado pode se efectuado por meio de circunferêcias tangentes às linhas de nível (ver figura acima).

Estudo das Superfícies – Superfícies topográficas

. Intersecção de uma superfície topográfica com um plano

Para intersectar uma superfície topográfica com um plano determinam-se os pontos de intersecção entre as curvas e as rectas com a mesma cota. De seguida unem-se os pontos com uma linha curva, sem quebras. Se o plano for horizontal a linha de intersecção é uma curva de nível.

A aplicação prática da intersecção de um plano, ou de uma superfície de igual pendente, com uma superfície topográfica é a resolução de TALUDES de ATERRO ou DESATERRO de plataformas ou vias.

. Planta, Carta e Mapa

Uma PLANTA é uma representação de um terreno numa escala maior ou igual a 1/5000.

Uma CARTA é uma representação de um terreno numa escala menor que 1/5000 e maior ou igual a 1/50 000.

Um MAPA é uma representação de um terreno numa escala menor que 1/50 000.

Teórica 11

- O sistema das projeções cotadas (PC) e sua aplicação ao estudo das superfícies topográficas:
  - Aplicação das superfícies de pendente constante à resolução de taludes.

Superfícies planificáveis (2)

CLASSIFICAÇÃO DE SUPERFÍCIES QUANTO AO TIPO DE GERATRIZ			exemplos
		SUPERFÍCIES POLIÉDRICAS	poliédricas regulares, semi-regulares e irregulares
REGRADAS	PLANIFICÁVEIS	SUPERFÍCIE PLANA	plano
		definidas por 1 PONTO e 1 DIRECTRIZ	cónica; cilíndrica; prismática; piramidal [1]
		definidas por 2 DIRECTRIZES	convolutas; superfícies de igual pendente
		SUPERFÍCIES TANGENCIAIS	helicoidal tangencial
		outras	
	NÃO PLANIFICÁVEIS	definidas por 3 DIRECTRIZES	parabolóide hiperbólico; hiperbolóide de revolução; cilindróide; conóide; helicoidais regradas; superfícies de arco enviesado [1]
		outras	superfície regrada de uma só face
CURVAS		SUPERFÍCIES DE REVOLUÇÃO [2]	esférica; tórica; elipsoidal
		outras	serpentina; superfícies mínimas

[1] Note-se que há superfícies regradas que são de revolução

[2] Note-se que há superfícies de revolução que são regradas.

Superfícies planificáveis – de igual pendente

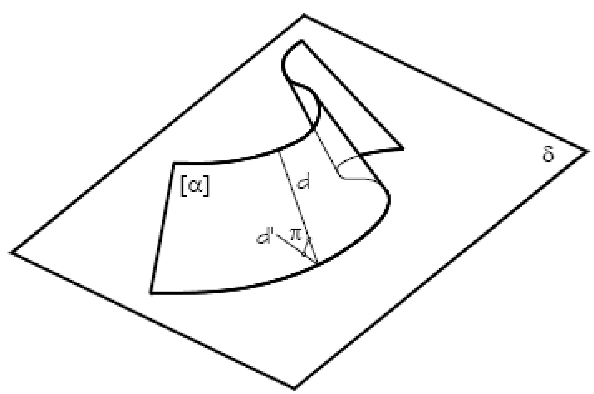
Uma superfície de igual pendente é uma superfície regrada que fica definida por uma linha directriz (curva ou não) e por uma “superfície directriz” relativamente à qual as geratrizes apresentam pendente constante. No caso mais comum, a superfície directriz a que nos referimos nesta definição é um plano horizontal de referência.

Uma das aplicações possíveis deste tipo de superfícies é a resolução de taludes ou coberturas em Arquitectura e Planeamento.

No caso mais comum referido a superfície directriz é um plano podendo a linha directriz ser recta ou curva, paralela ou não ao plano horizontal de referência.

Se a linha curva for paralela ao plano horizontal de referência designa-se por CURVA DE NÍVEL relativamente ao plano horizontal de referência.

. Superfícies de igual pendente



Seja d uma recta de maior declive, da superfície regrada* [α], relativamente a δ.

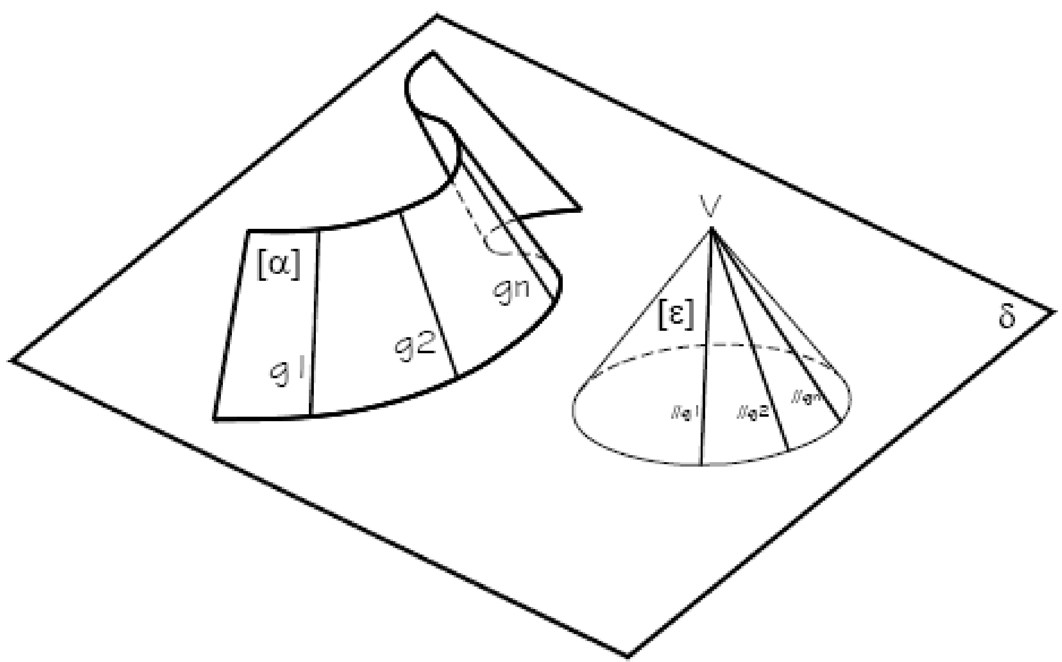
Superfícies planificáveis – de igual pendente

Seja π = K

Se para qualquer recta d $\in$ [α] , π = K , então [α] é uma superfície de igual pe

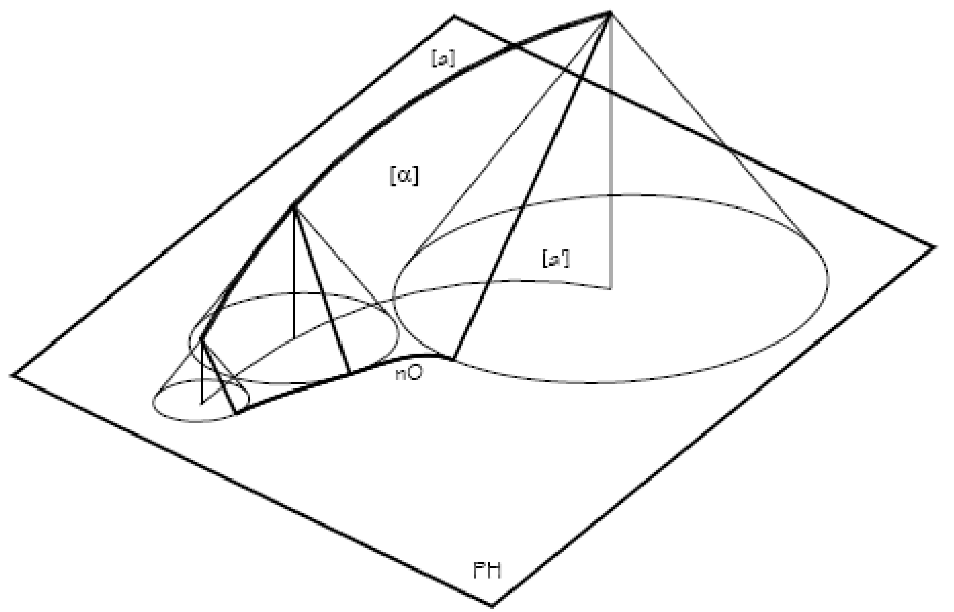
relativamente a δ.

* superfície regrada é toda a superfície gerada pelo movimento de rectas.



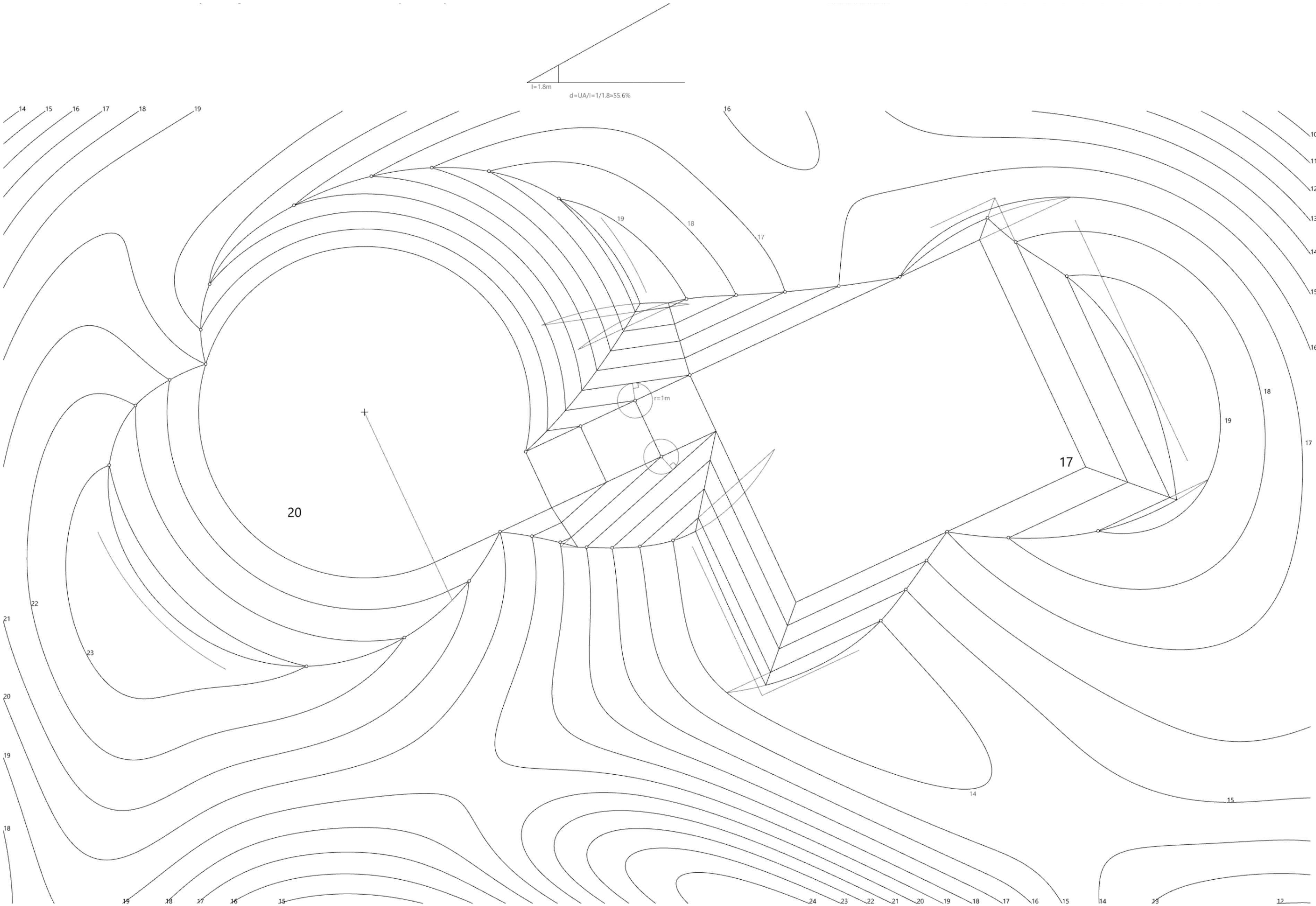
Superfícies planificáveis – de igual pendente

Uma superfície de igual pendente é, em geral, uma superfície de "cone director", isto é, todas as suas geratrizes rectas são paralelas às geratrizes de uma superfície cónica de revolução de eixo perpendicular ao plano a que está a ser referida a pendente.



Uma superfíce de igual pendente é sempre a superfície envolvente do movimento de uma superfície cónica cujo vértice se apoia na directriz [a].

Taludes

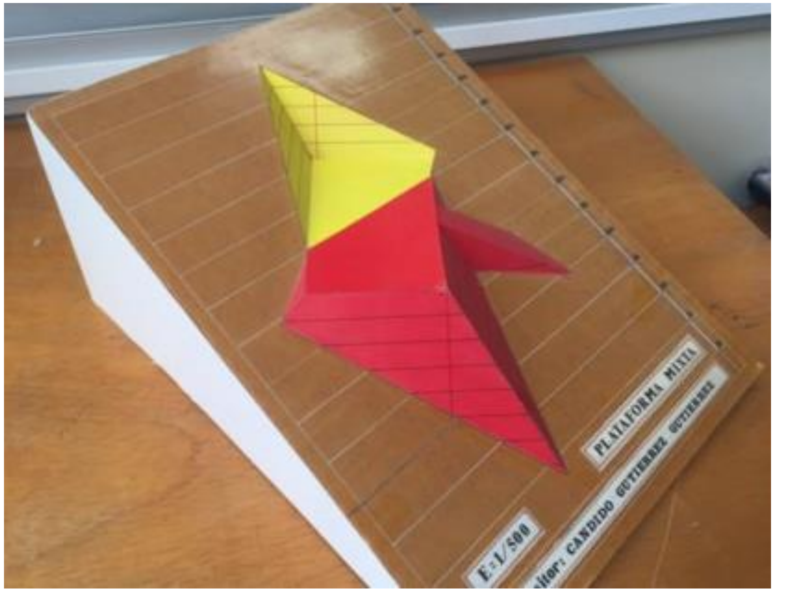


Taludes (exemplos)

https://twitter.com/studiodiex/status/837380113029189632

http://www.isa.ulisboa.pt/ceabn/projecto/1/78/projecto-de-estabiliza-ccedil-atilde-o-de-um-talude-na-a21-n-oacute-da-malveira-com-t-eacute-cnicas-de-engenharia-natural

https://www.arcoweb.com.br/projetodesign/arquitetura/enrique-browne-arquitectos-edificio-administrativo-04-06-2001



Carlos Carbonell et al(maqueta)
https://www.researchgate.net/publication/315697472_Creacion_de_maquetas_de_terreno_mediante_fabricacion_digital_de_bajo_coste_para_la_mejora_de_la_interpretacion_del_relieve_topografico_y_el_fomento_de_la_creatividad/figures?lo=1

Teórica 12

• Superfícies empenadas:

- Definição e representação do: i) parabolóide hiperbólico, ii) hiperboloide de revolução, iii) conoide reto, iv) cilindroide, v) helicóide reto.

Estudo das Superfícies - superfícies empenadas

CLASSIFICAÇÃO DE SUPERFÍCIES QUANTO AO TIPO DE GERATRIZ			exemplos
		SUPERFÍCIES POLIÉDRICAS	poliédricas regulares, semi-regulares e irregulares
REGRADAS	PLANIFICÁVEIS	SUPERFÍCIE PLANA	plano
		definidas por 1 PONTO e 1 DIRECTRIZ	cónica; cilíndrica; prismática; piramidal [1]
		definidas por 2 DIRECTRIZES	convolutas; superfícies de igual pendente
		SUPERFÍCIES TANGENCIAIS	helicoidal tangencial
		outras	
	NÃO PLANIFICÁVEIS	definidas por 3 DIRECTRIZES	parabolóide hiperbólico; hiperbolóide de revolução; cilindróide; conóide; helicoidais regradas; superfícies de arco enviesado [1]
		outras	superfície regrada de uma só face
CURVAS		SUPERFÍCIES DE REVOLUÇÃO [2]	esférica; tórica; elipsoidal
		outras	serpentina; superfícies mínimas

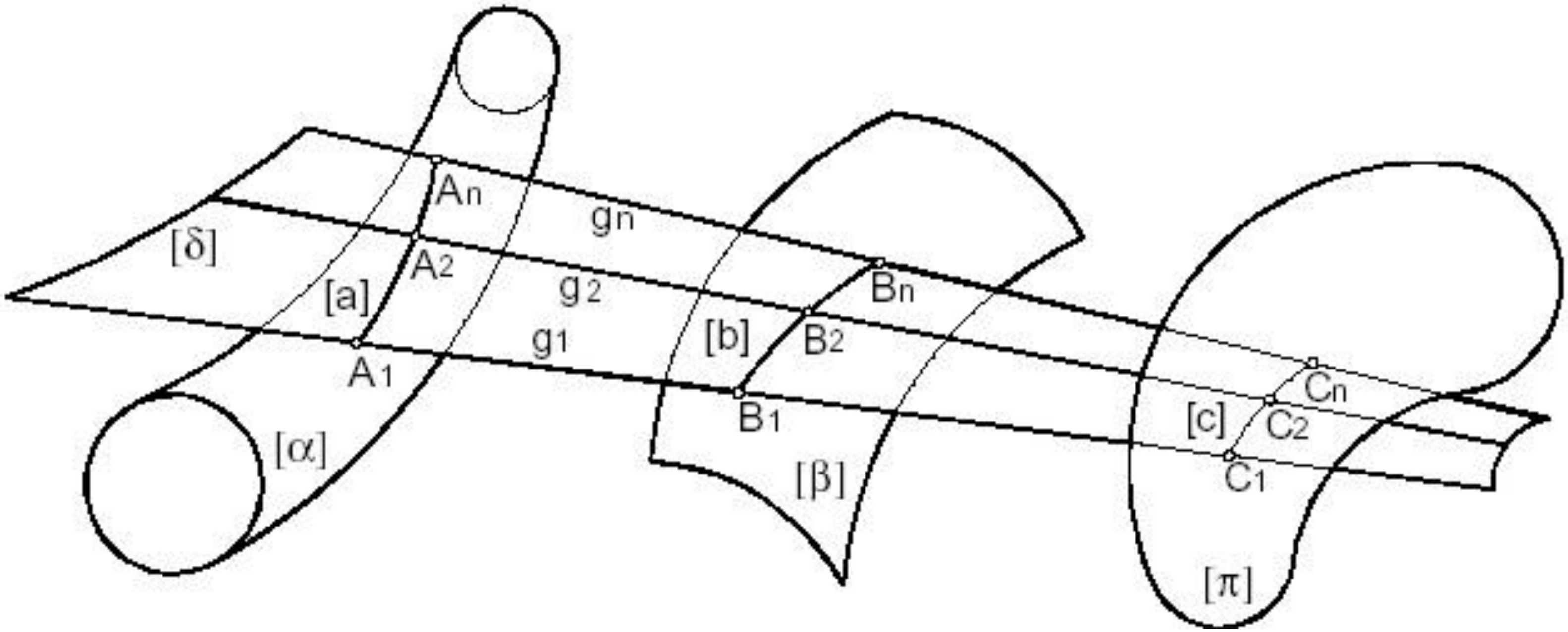
[1] Note-se que há superfícies regradas que são de revolução

[2] Note-se que há superfícies de revolução que são regradas.

Estudo das Superfícies - superfícies empenadas

Superfícies regradas não planificáveis (empenadas)

Uma superfície regrada não é planificável se duas geratrizes infinitamente próximas não se intersectarem. Esta condição é em geral cumprida quando a superfície é definida por três directrizes quaisquer . Contudo, há posições específicas que as directrizes podem assumir que não permitem gerar nenhuma superfície regrada ou em que esta degenera numa superfície planificável.



Estudo das Superfícies - superfícies empenadas

A condição que se impõe para que as rectas g_1, g_2, g_n definam uma superfície regrada $[\delta]$ é a de serem tangentes às superfícies directrizes $[\alpha]$, $[\beta]$ e $[\pi]$ simultaneamente. Isto é, a superfície $[\delta]$ deve ser simultaneamente concordante com as superfícies $[\alpha]$, $[\beta]$ e $[\pi]$ segundo linhas $[a]$, $[b]$ e $[c]$, respectivamente.

O conjunto das rectas g_1, g_2, g_n designa-se por SISTEMA DE GERATRIZES.

Se uma das superfíces directrizes for substituída por uma linha directriz, então as geratrizes devem intersectá-la.

Estudo das Superfícies - superfícies empenadas

Se a superfície $[\delta]$ possuir apenas um sistema de geratrizes rectas g_1, g_2, g_n, então diz-se que é SIMPLESMENTE REGRADA.

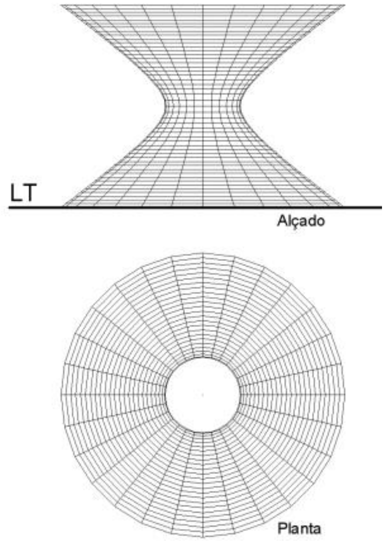
Se a superfície $[\delta]$ possuir dois sistemas de geratrizes rectas g_1, g_2, g_n e j_1, j_2, j_n, então diz-se que é DUPLAMENTE REGRADA.

Quando uma superfície é duplamente regrada, todas as geratrizes de um sistema intersectam todas as geratrizes do outro sistema.

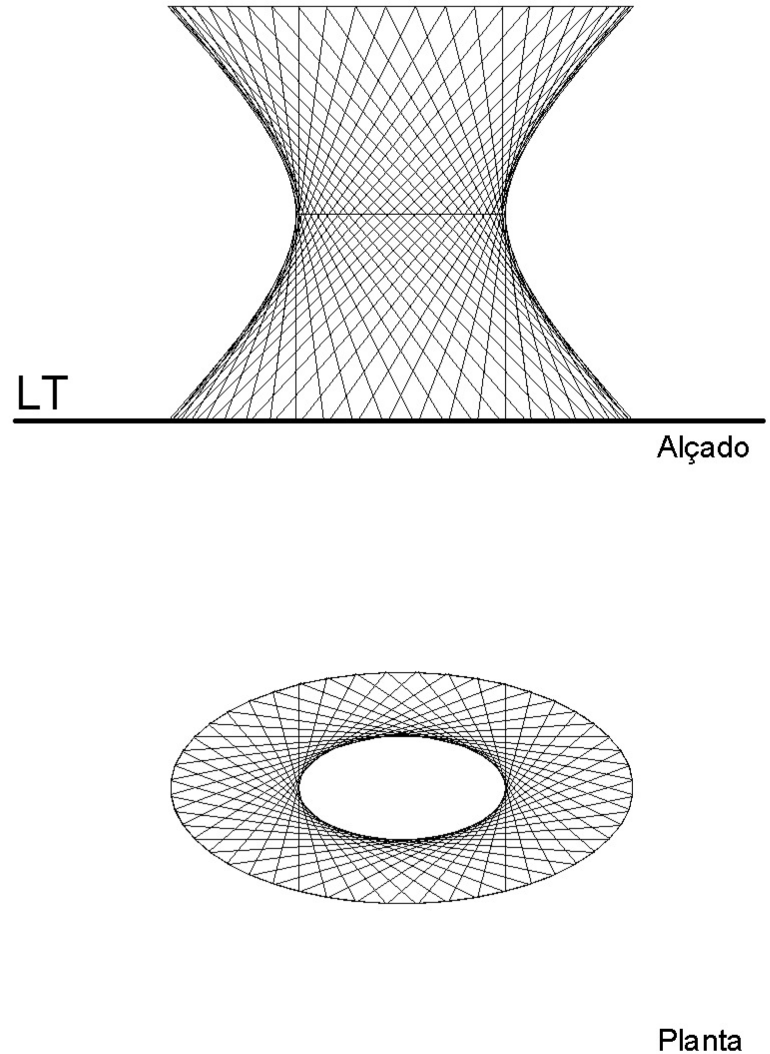
Se uma directriz recta for imprópria (situada no infinito) isto equivale a dizer que todas as geratrizes g_1, g_2, g_n são paralelas a uma orientação. Neste caso diz-se que a superfície é de PLANO DIRECTOR.

Se uma directriz curva for imprópria (situada no infinito), isto equivale a dizer que todas as geratrizes g_1, g_2, g_n são paralelas às geratrizes d_1, d_2, d_n de uma superfície cónica. Neste caso, diz-se que a superfície é de CONE DIRECTOR ou de SUPERFÍCIE CÓNICA DIRECTRIZ.

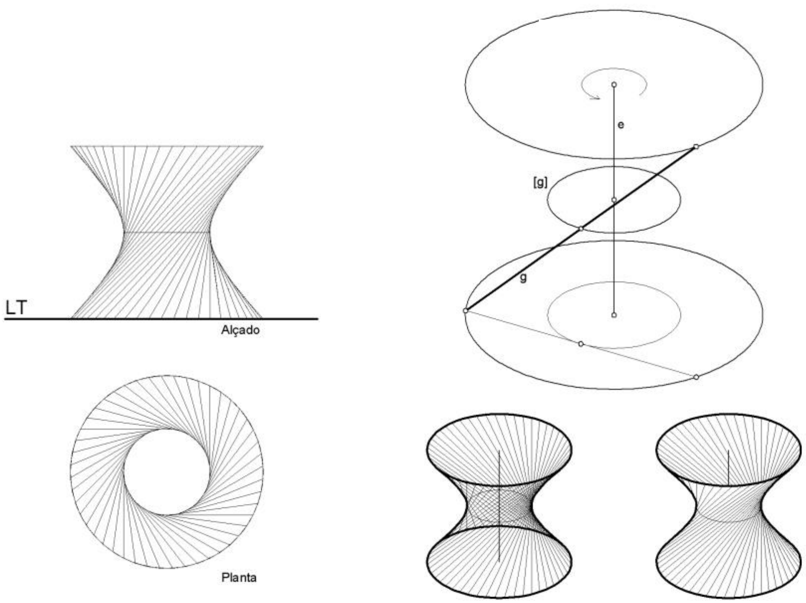
Superfícies empenadas (hiperbolóides)



GERAÇÃO DO HIP. DE REVOLUÇÃO REGRADO

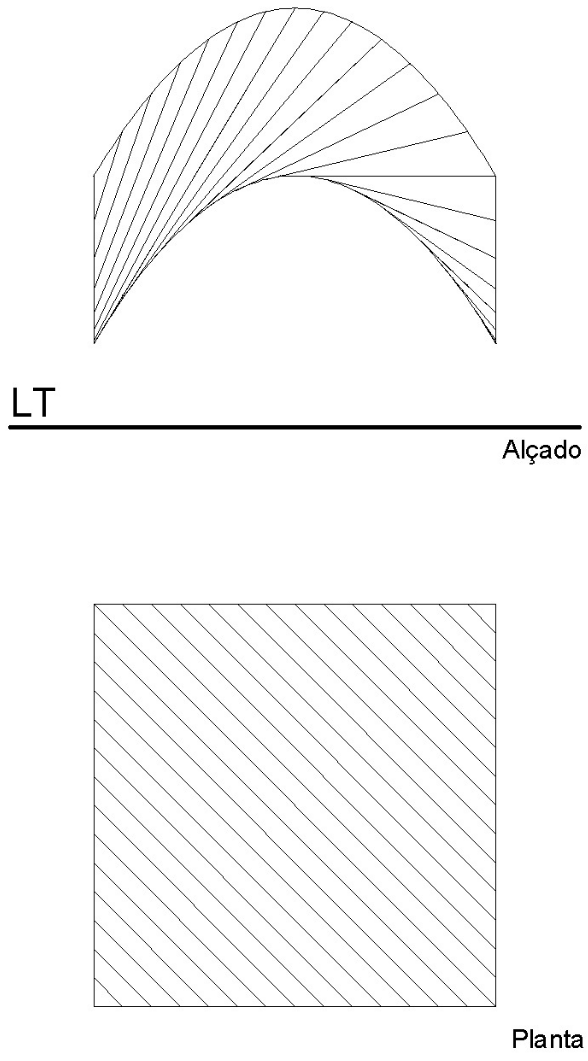


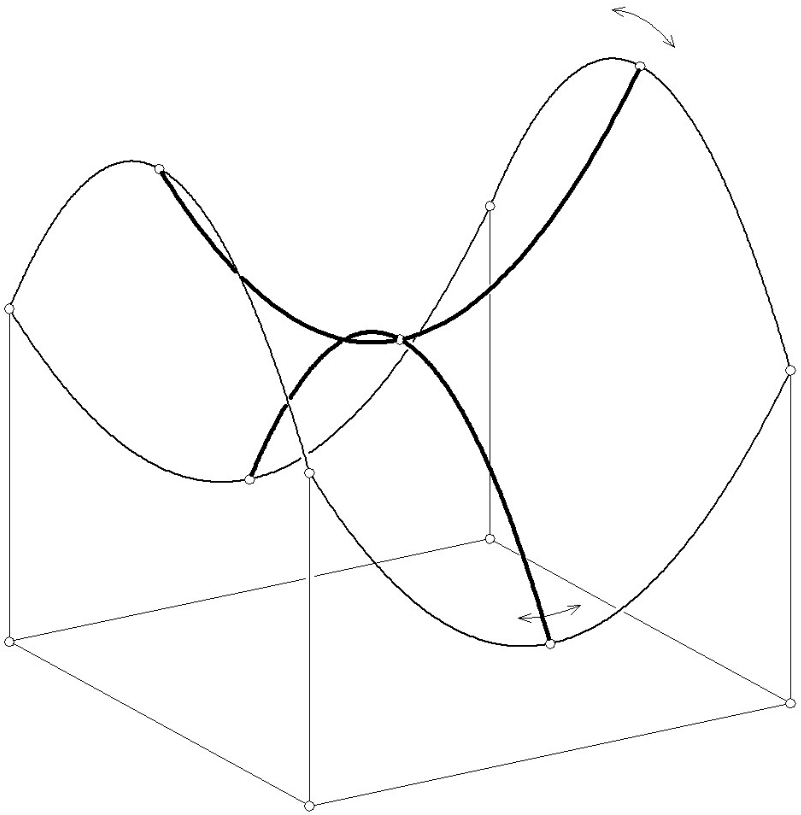
HIPERBOLÓIDE REGRADO ESCALENO

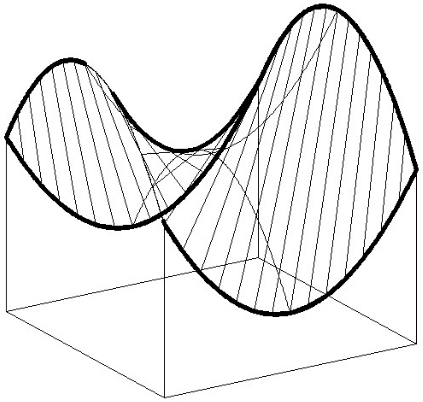


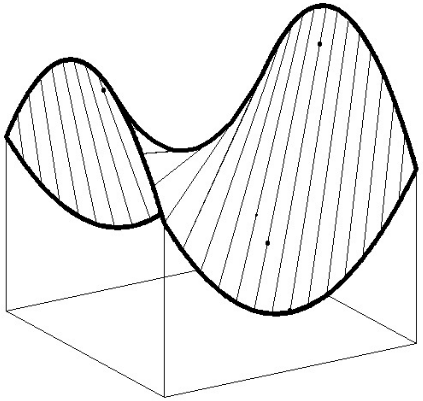
GERAÇÃO DA SUPERFÍCIE POR ROTAÇÃO DE UMA RECTA

Superfícies empenadas (parabolóides)



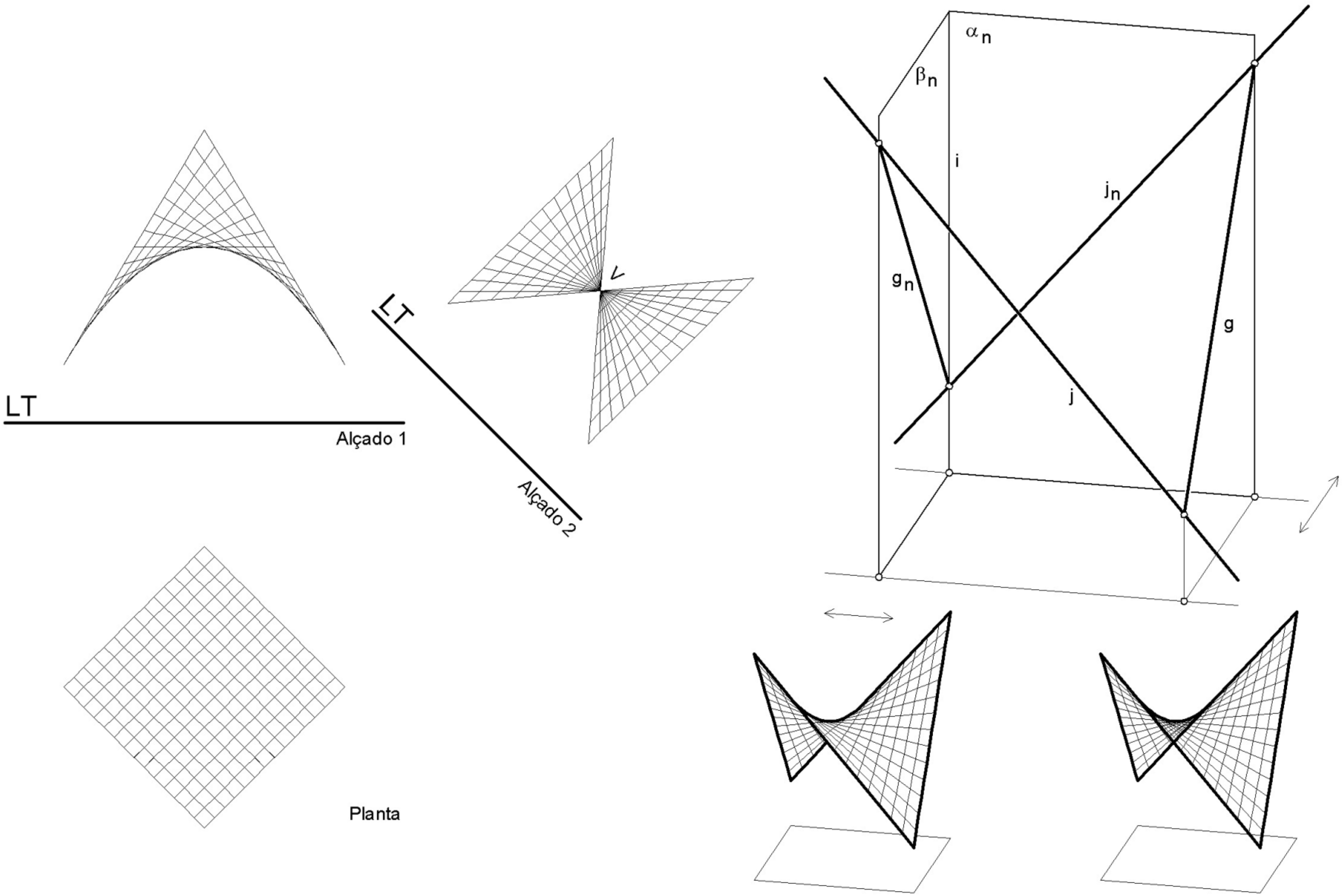






GERAÇÃO DA SUPERFÍCIE POR MOVIMENTO DE UMA PARÁBOLA APOIADA NOUTRA PARÁBOLA

Superfícies empenadas (parabolóides)

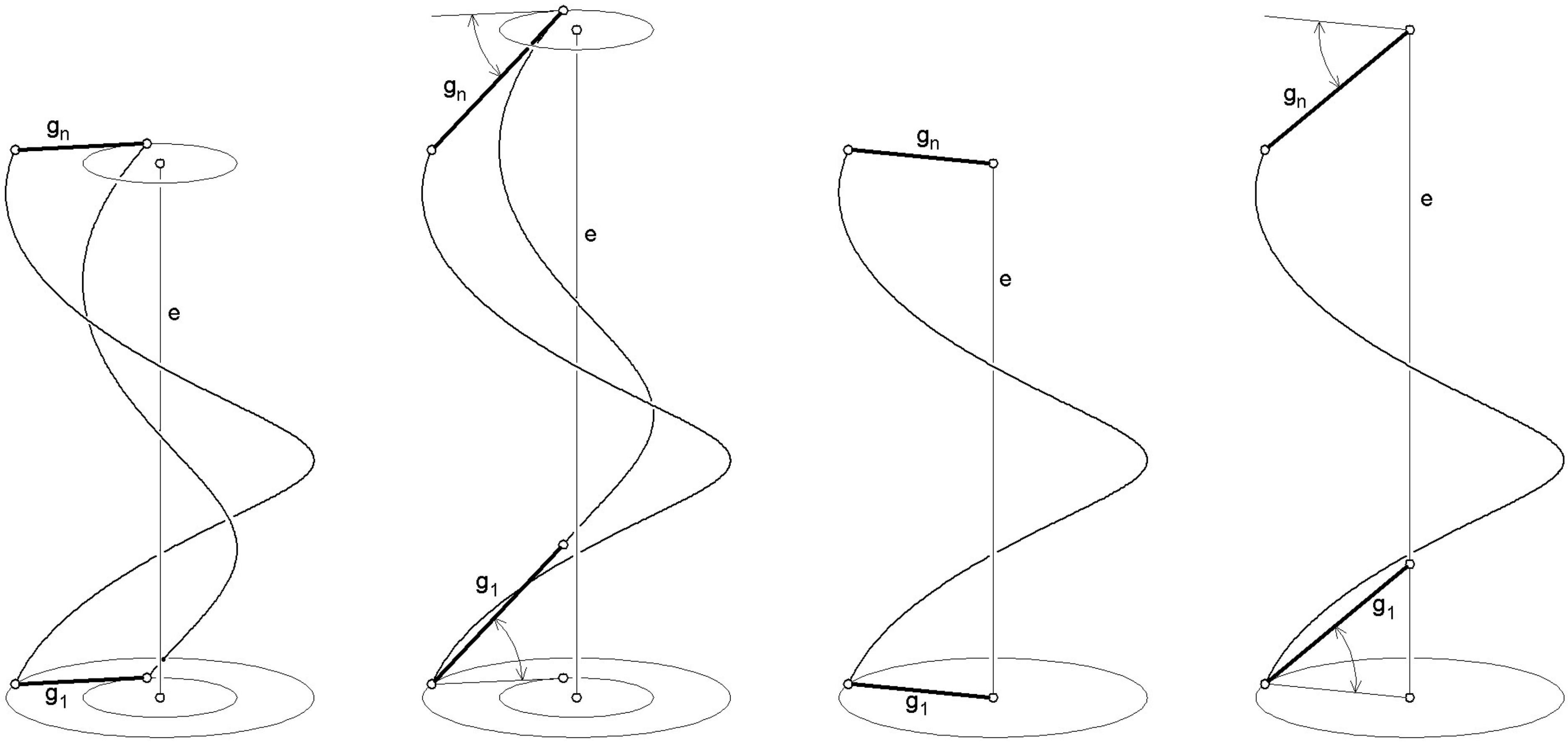


GERAÇÃO POR RECTAS / PLANOS DIRECTORES / PONTO DE DIVERGÊNCIA

Superfícies empenadas (helicoidais)

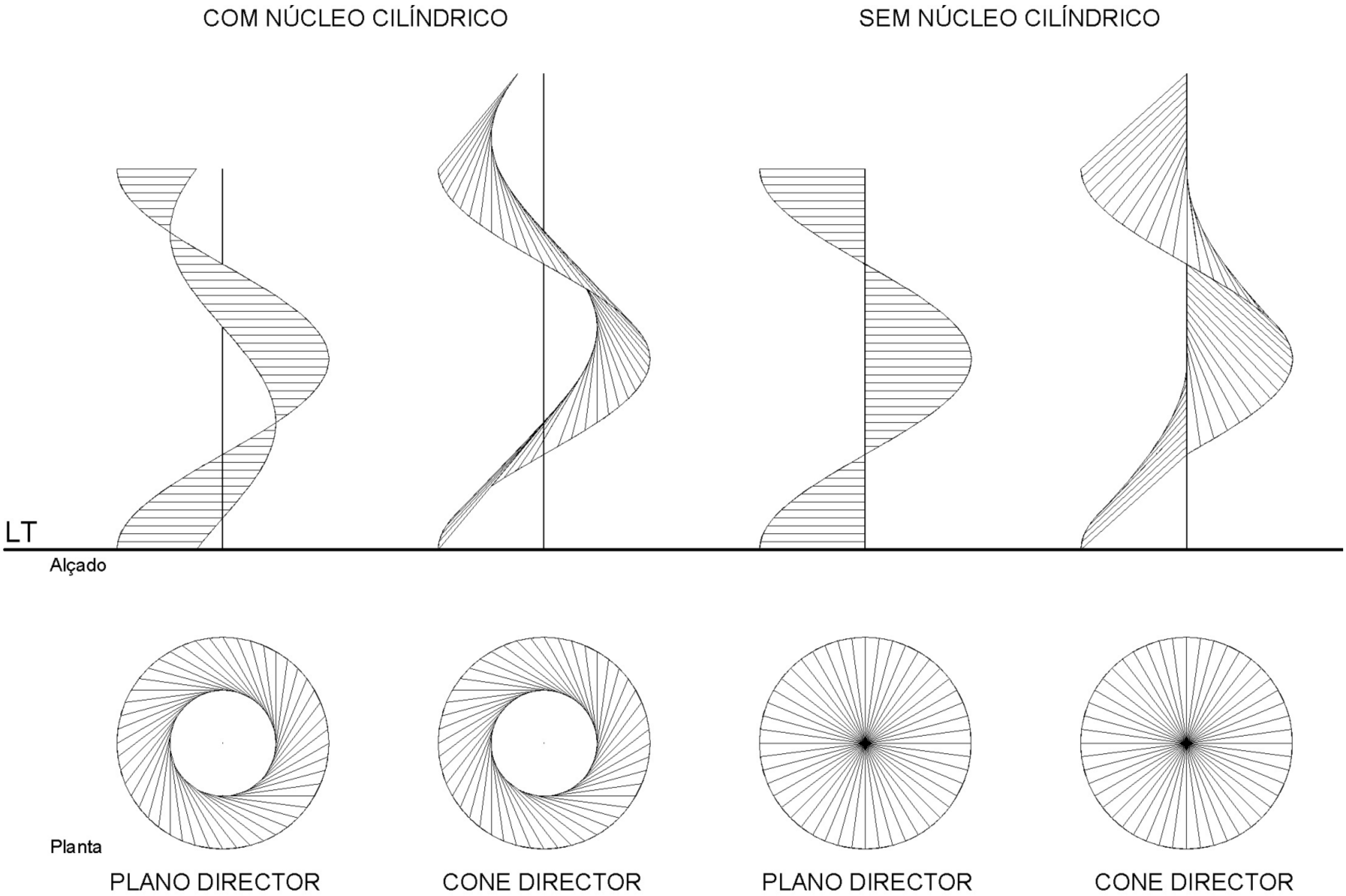
COM NÚCLEO CILÍNDRICO

SEM NÚCLEO CILÍNDRICO

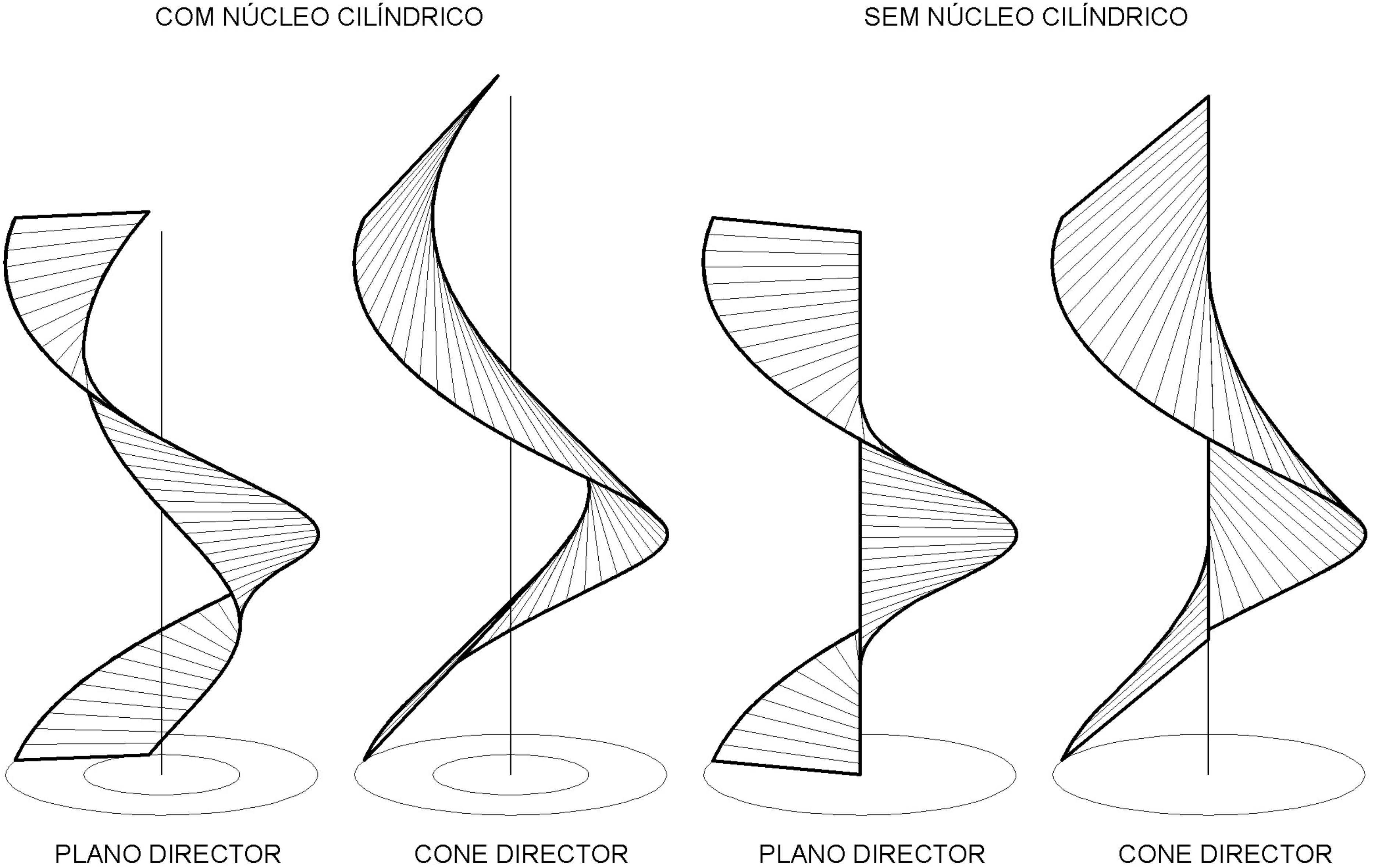


PLANO DIRECTOR | CONE DIRECTOR | PLANO DIRECTOR | CONE DIRECTOR

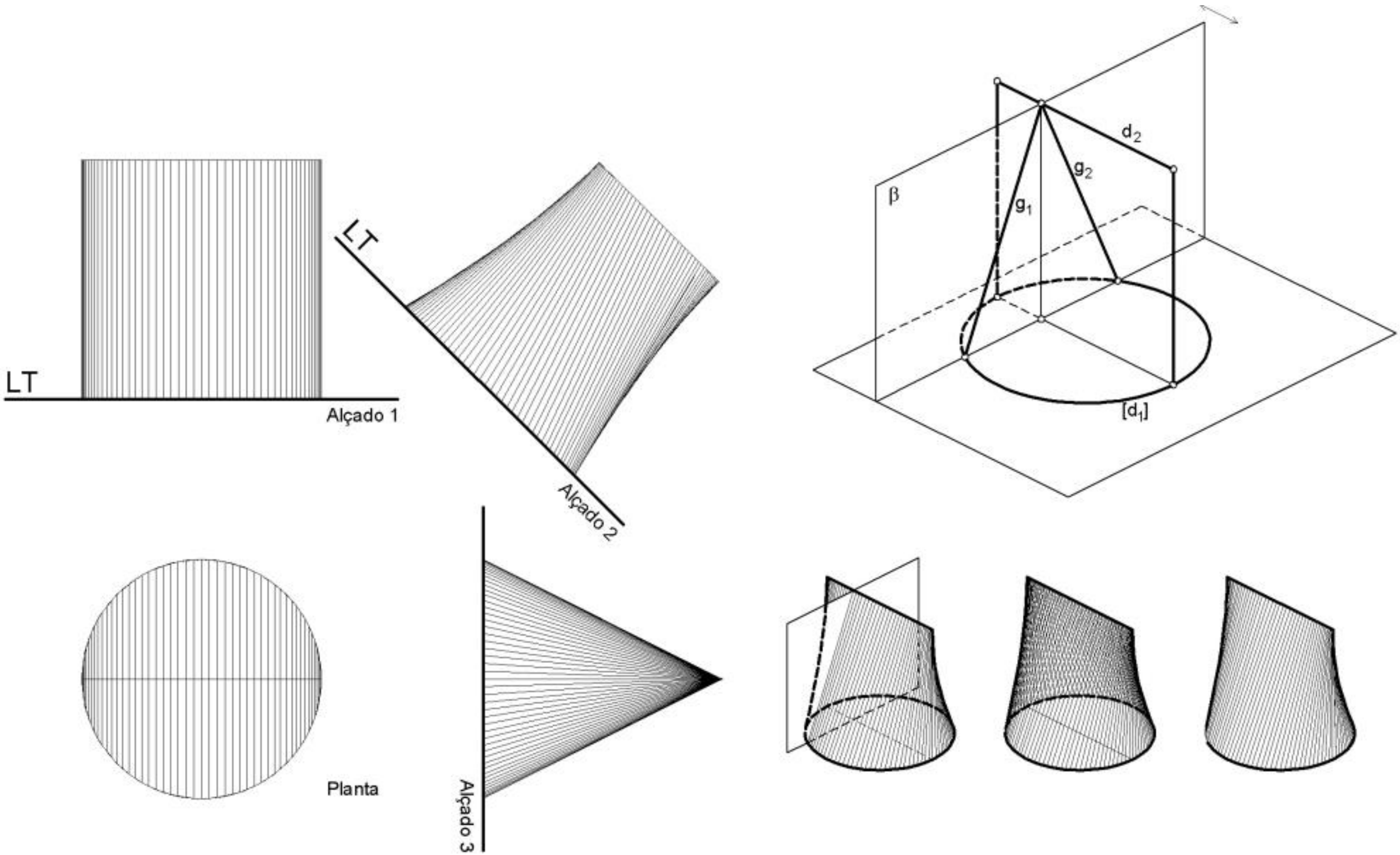
Superfícies empenadas (helicoidais)



Superfícies empenadas (helicoidais empenados)

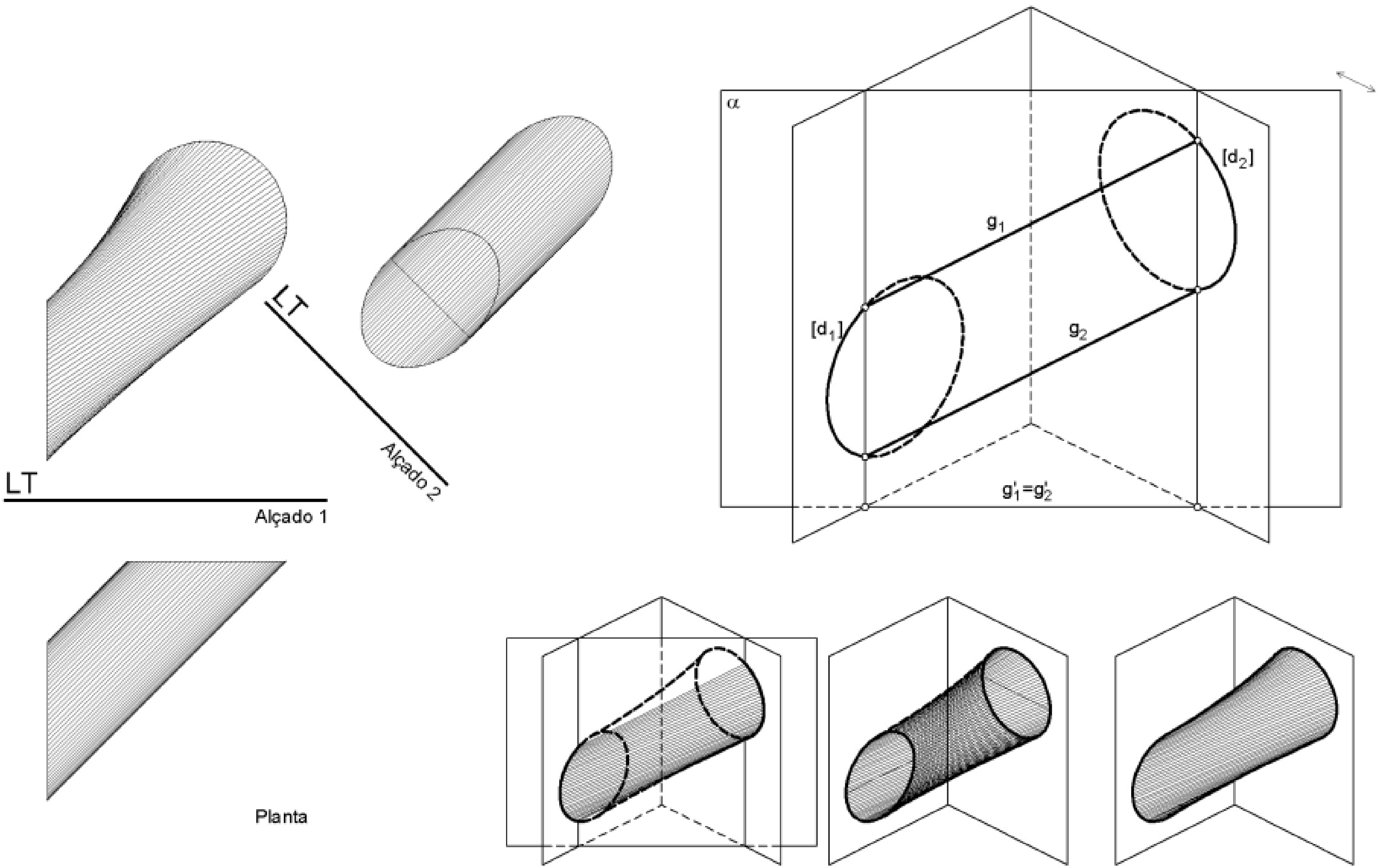


Outras superfícies empenadas



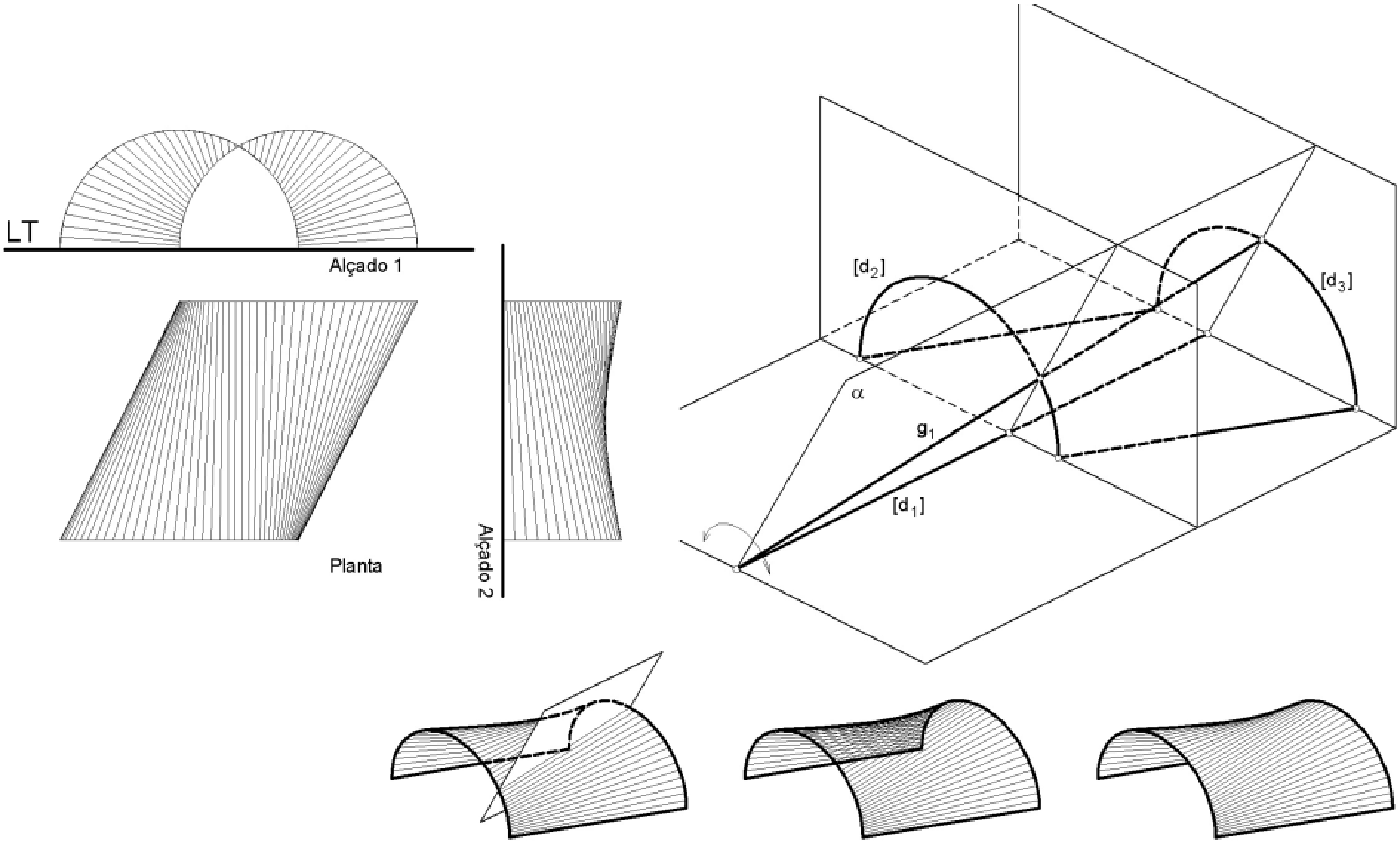
SUPERFÍCIE DE CONÓIDE RECTO DE DIRECTRIZ CIRCUNFERENCIAL

Outras superfícies empenadas



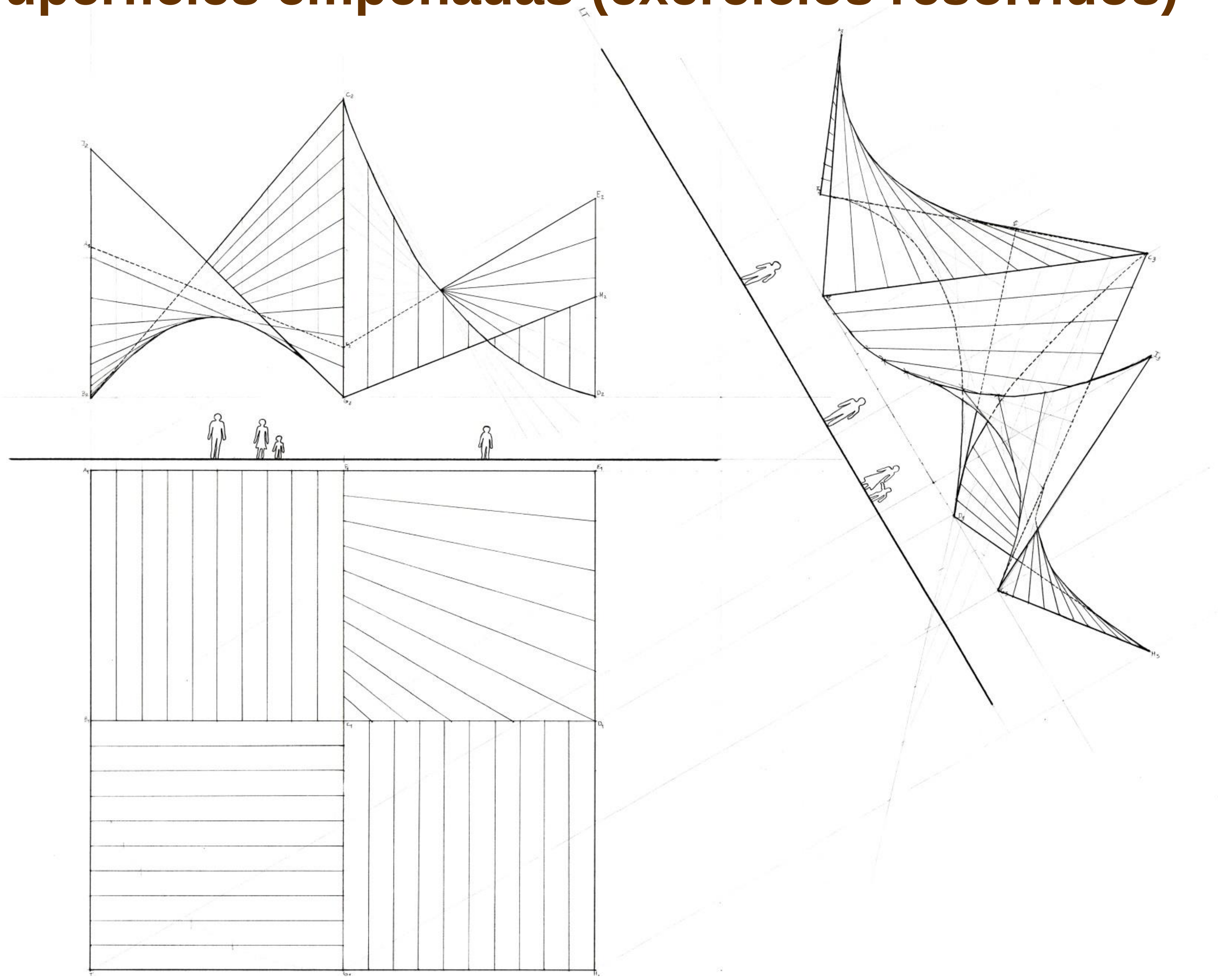
SUPERFÍCIE DE CILINDRÓIDE DE DIRECTRIZES CIRCUNFERENCIAIS

Outras superfícies empenadas

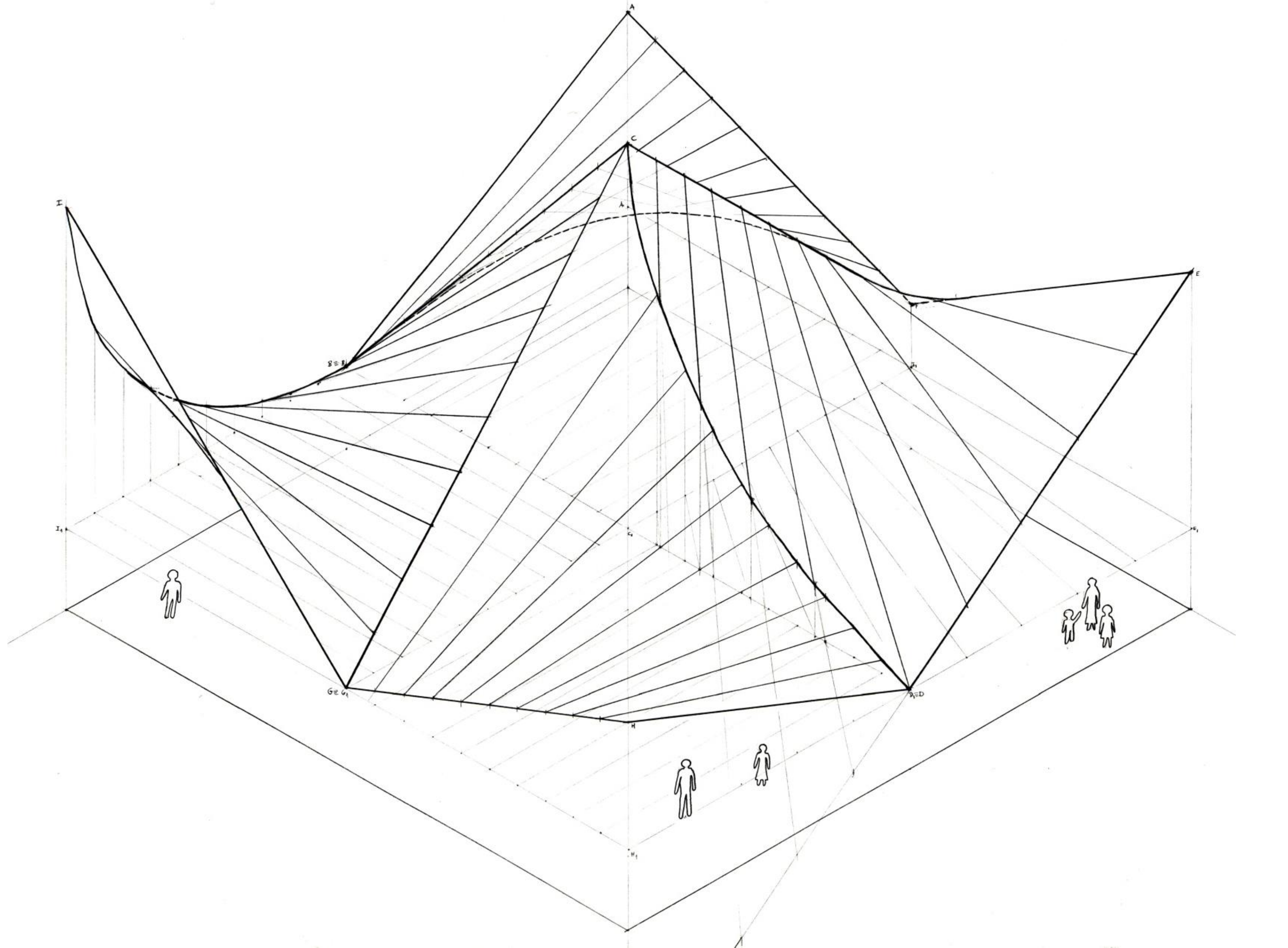


SUPERFÍCIE DE ARCO ENVIESADO - "CORNO DE VACA"

Superfícies empenadas (exercícios resolvidos)



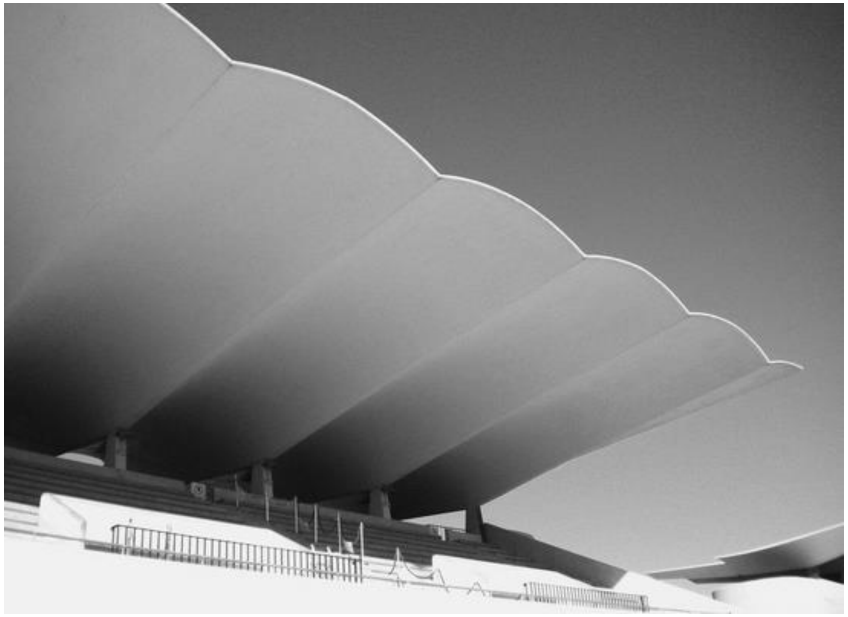
Superfícies empenadas (exercícios resolvidos)



Superfícies empenadas na Arquitectura

https://www.flickr.com/photos/feargal/3765929956

https://www.designingbuildings.co.uk/wiki/Conoid_shell

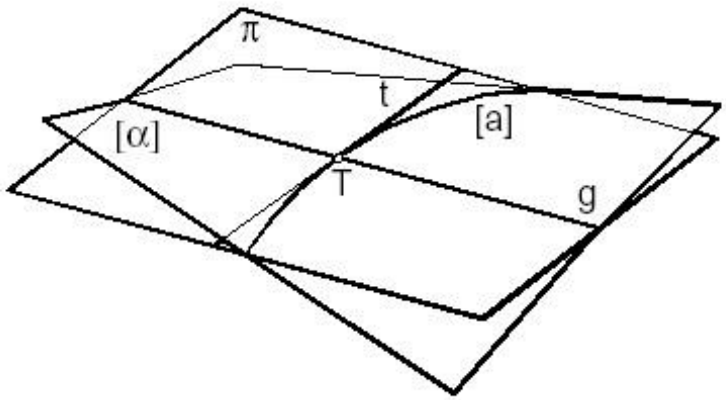


https://www.pinterest.pt/pin/208713763961725980/

http://rickycalixtogill.blogspot.com/2014/08/catenary-structures-ruled-surface.html

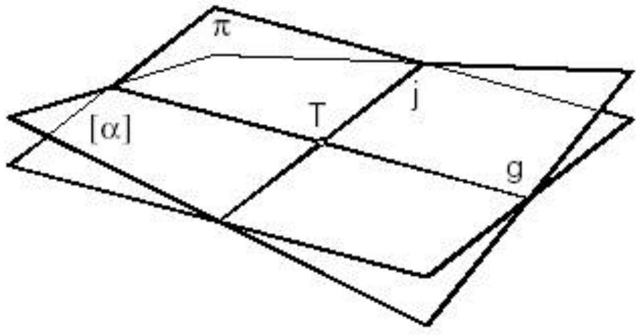
Superfícies empenadas - Planos tangentes

Plano tangente a uma superfície simplesmente regrada



Numa superfíce empenada simplesmente regrada $[\alpha]$ o plano π, tangente a $[\alpha]$ num ponto T, contém a geratriz recta g que por ele passa. Este plano intersecta a superfíce segundo a recta g e segundo uma linha $[a]$. O plano π contém a recta t tangente à linha $[a]$ no ponto T.

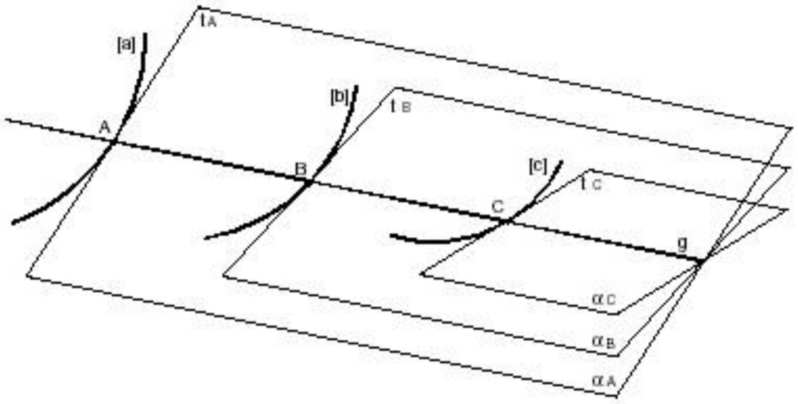
Plano tangente a uma superfície duplamente regrada



Numa superfície empenada duplamente regrada, $[\alpha]$, o plano π, tangente a $[\alpha]$ num ponto T, fica definido pelas duas geratrizes rectas, g e j, que nele se intersectam. É o caso do parabolóide hiperbólico, do hiperbolóide escaleno e do hiperbolóide de revolução de uma folha.

Superfícies empenadas - Planos tangentes

Feixe de planos tangentes ao longo de uma geratriz

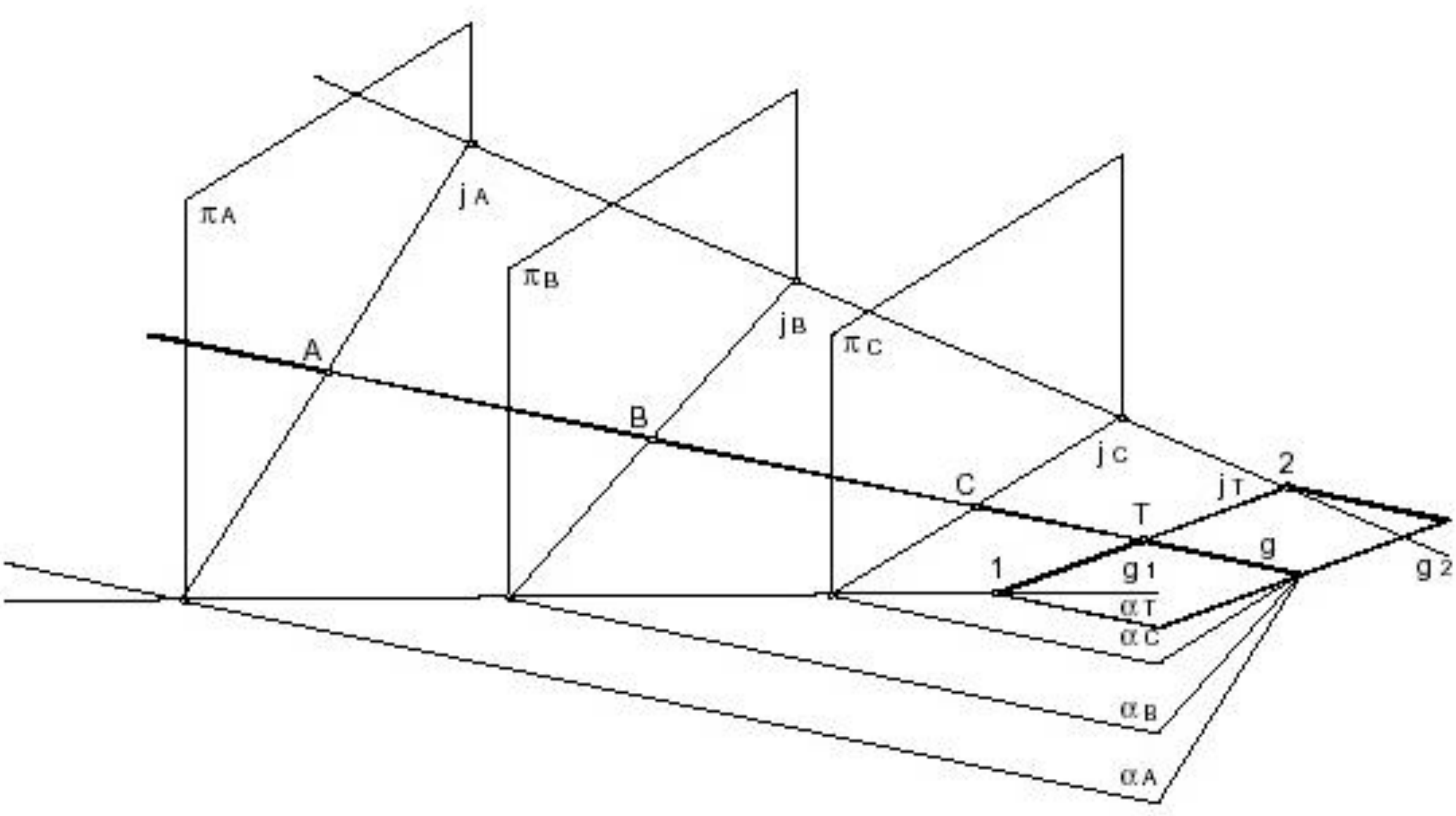


Considere-se a superfície empenada regrada $[\delta]$ definida pelas directrizes $[a]$, $[b]$ e $[c]$.

Seja g uma geratriz recta, da superfície $[\delta]$, que contém os pontos A, B e C pertencentes às directrizes $[a]$, $[b]$ e $[c]$, respectivamente.

Os planos α_A, α_B e α_C tangentes à superfície $[\delta]$ nos pontos A, B e C, respectivamente, ficam definidos pela geratriz g e pelas rectas t_A, t_B e t_C, respectivamente tangentes a $[a]$ em A, a $[b]$ em B e a $[c]$ em C.

Superfícies empenadas - Planos tangentes



Superfícies empenadas - Planos tangentes

Se se intersectar o plano α_A com um plano π_A qualquer (passante pelo ponto A), o plano α_B com um plano π_B qualquer (passante pelo ponto B), e o plano α_C com um plano π_C qualquer (passante pelo ponto C), obtêm-se, respectivamente, as rectas j_A, j_B e j_C tangentes à superfície regrada empenada $[\delta]$ nos pontos A, B e C, respectivamente.

As três rectas definem um hiperbolóide escaleno de concordância com a superfície $[\delta]$ ao longo da geratriz g.

Como os planos π_A, π_B e π_C podem assumir uma infinidade de orientações, existe uma infinidade de hiperbolóides escalenos concordantes com a superfície $[\delta]$ ao longo da geratriz g.

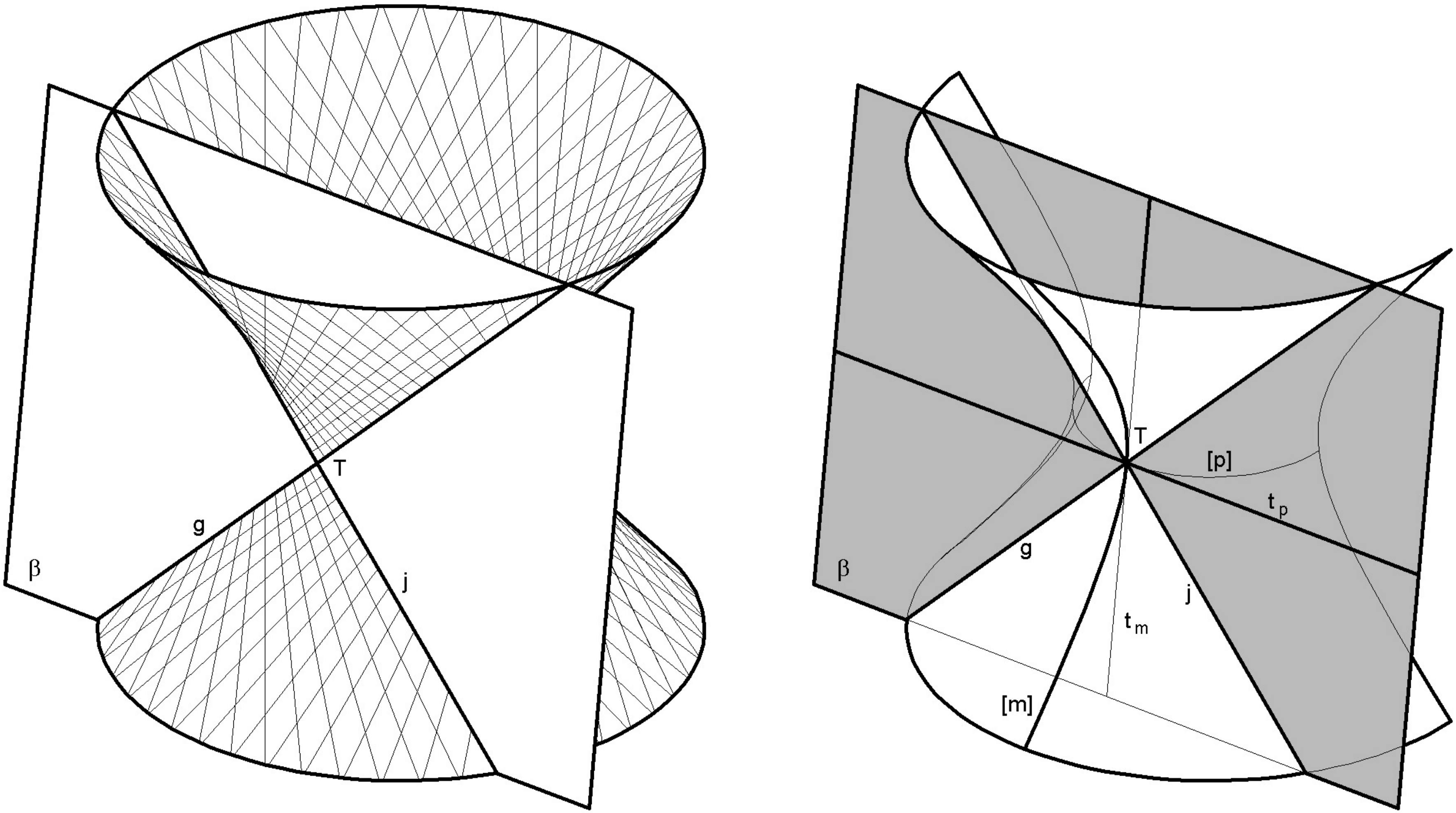
Se os três planos π_A, π_B e π_C forem paralelos entre si, a superfície de concordância é um parabolóide hiperbólico.

Superfícies empenadas - Planos tangentes

Mais uma vez, existe uma infinidade de parabolóides hiperbólicos concordantes com a superfíce $[\delta]$ ao longo da geratriz g.

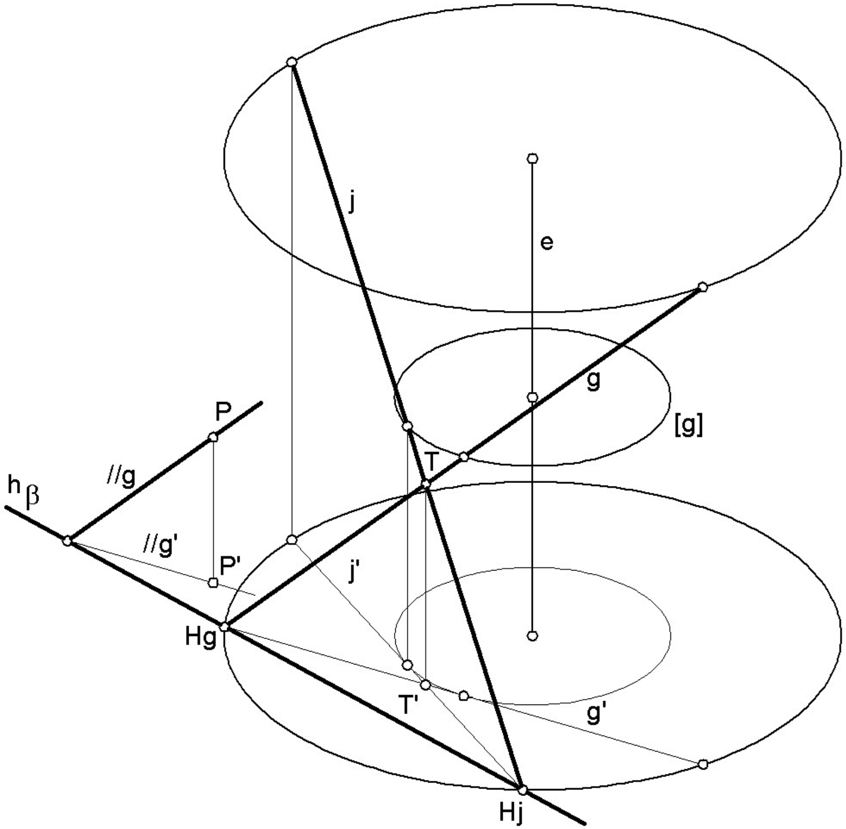
Determinar o plano α_T, tangente à superfície $[\delta]$ num ponto T qualquer da geratriz g, consiste em determinar a geratriz j_T (do sistema contrário ao de g e concorrente com g no ponto T) do hiperbolóide escaleno ou do parabolóide hiperbólico, consoante o caso.

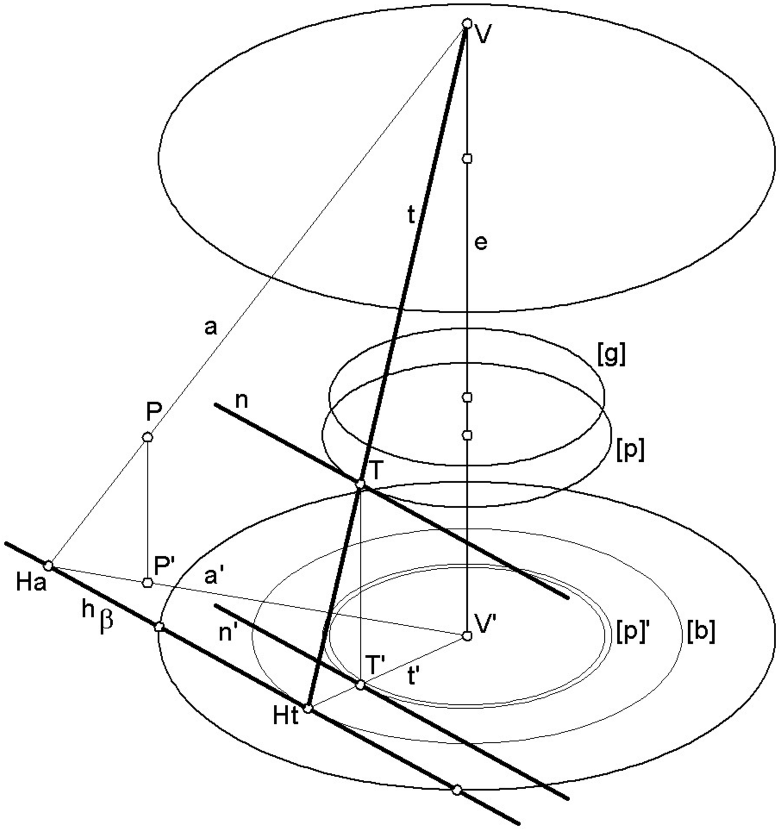
Hiperbolóide de revolução - Planos tangentes



PLANO TANGENTE CONDUZIDO POR UM PONTO DA SUPERFÍCIE

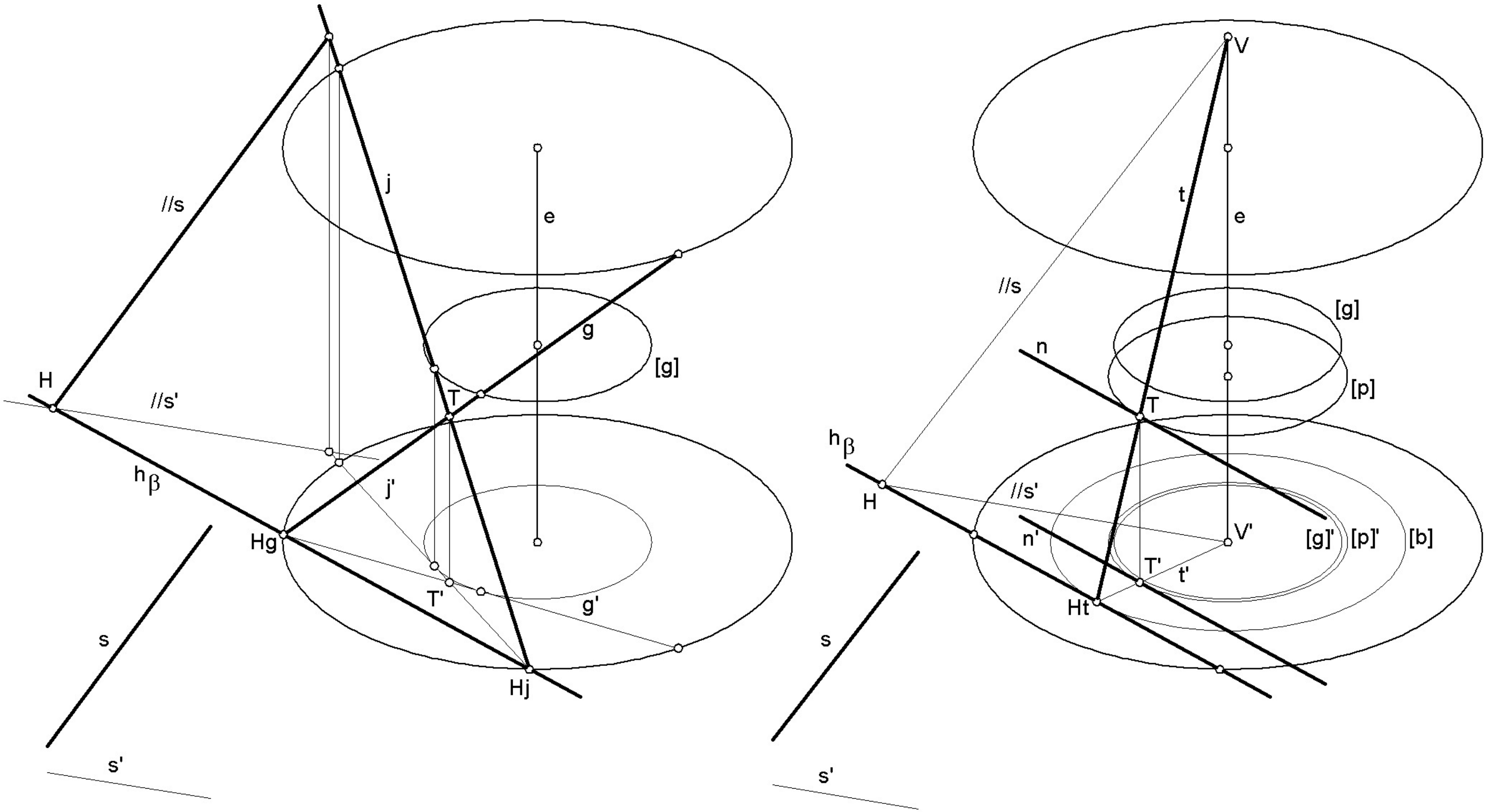
Hiperbolóide de revolução - Planos tangentes





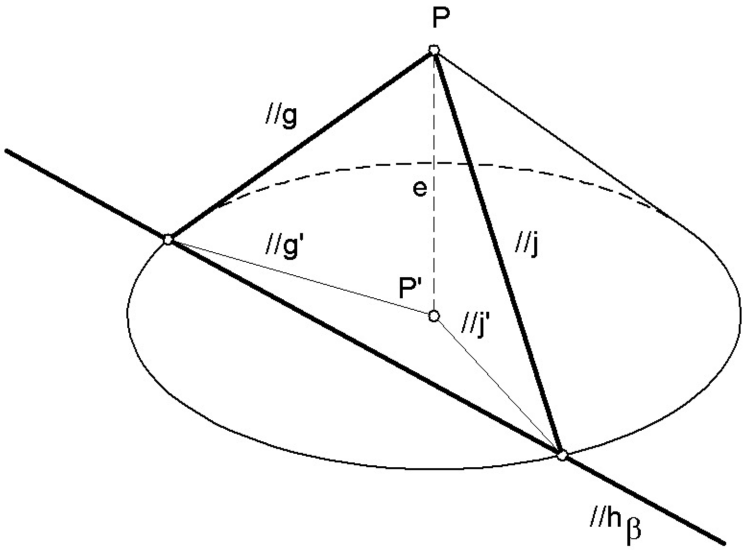
PLANO TANGENTE CONDUZIDO POR PONTO EXTERIOR

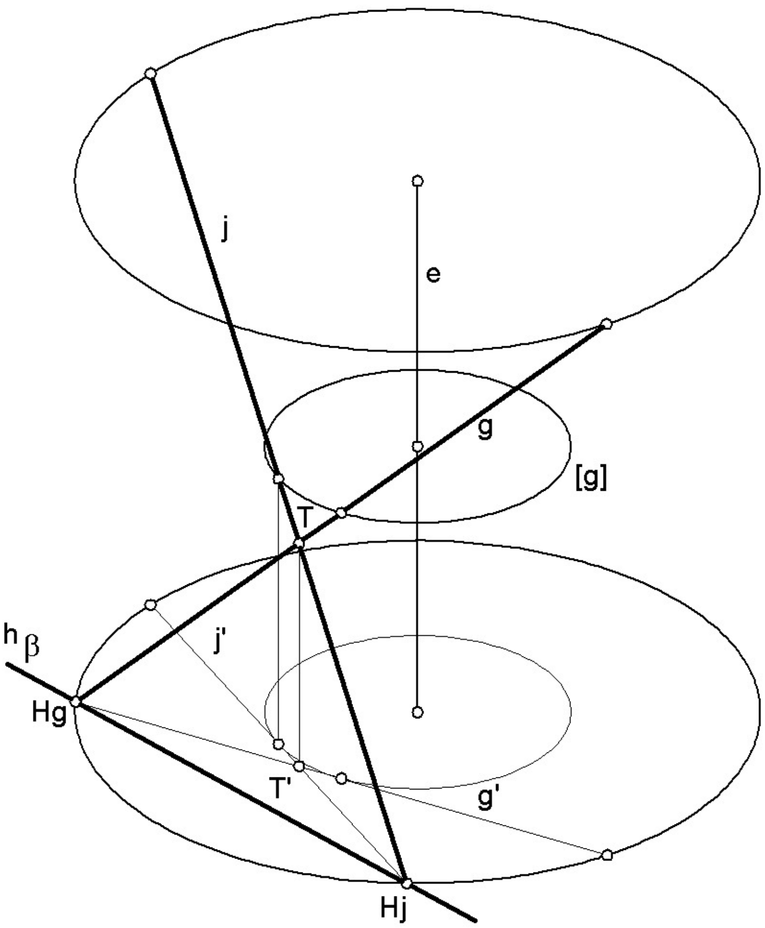
Hiperbolóide de revolução - Planos tangentes



PLANO TANGENTE PARALELO A UMA RECTA DADA

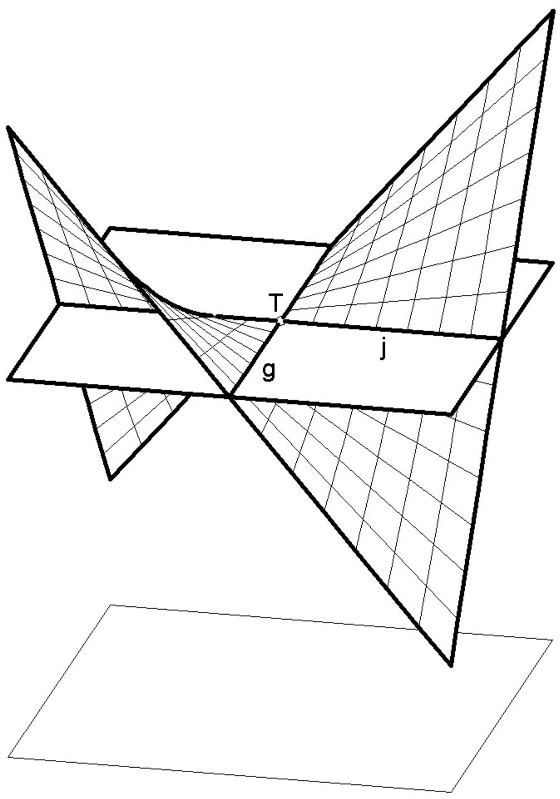
Hiperbolóide de revolução - Planos tangentes



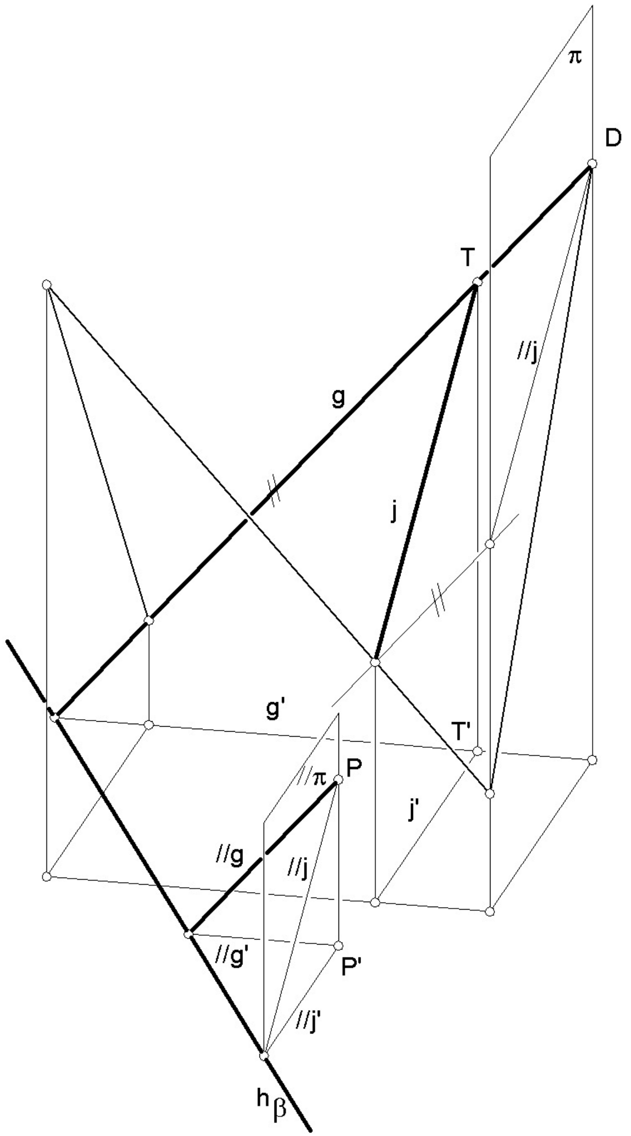


PLANO TANGENTE PARALELO A UM PLANO DADO

Parabolóide hiperbólico - Planos tangentes

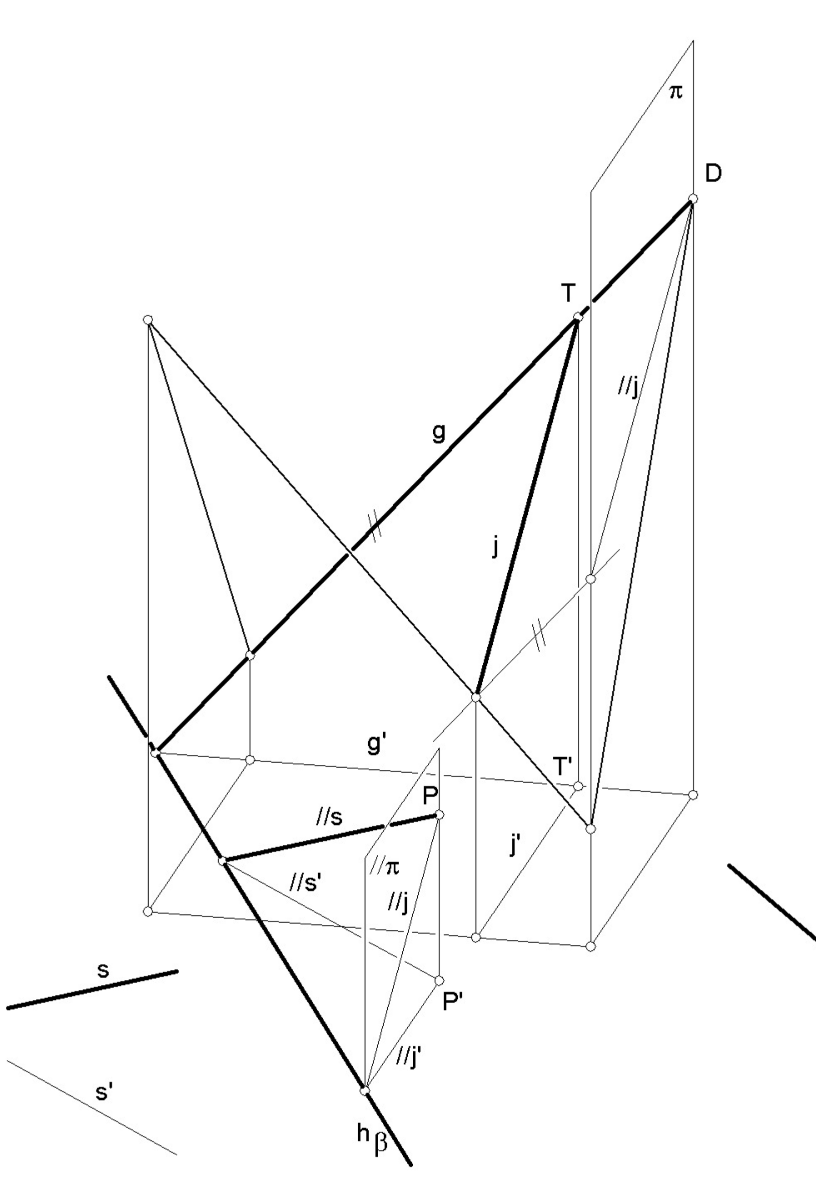


PLANO TANGENTE NUM PONTO DA SUPERFÍCIE

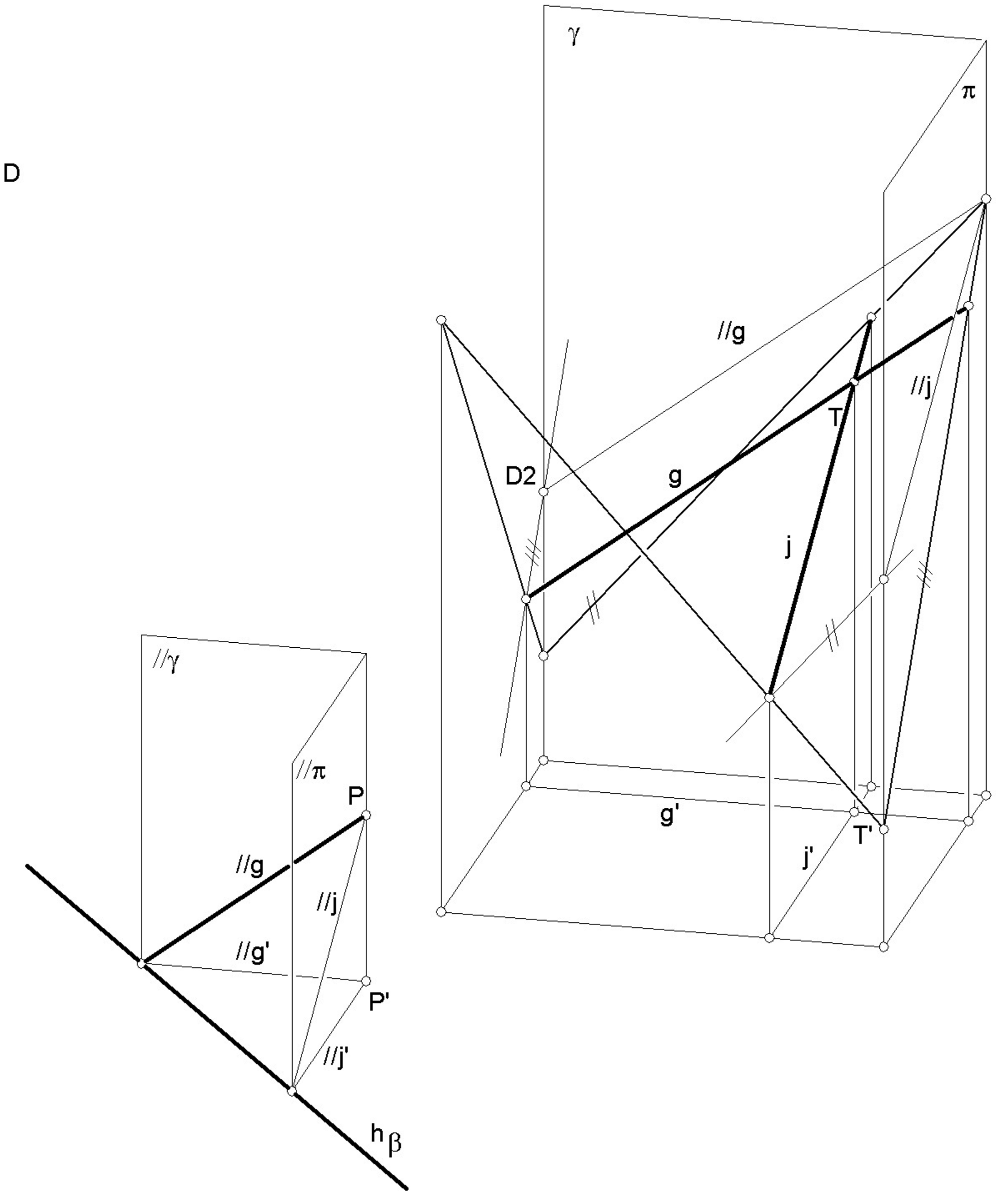


PLANO TANGENTE CONDUZIDO POR UM PONTO EXTERIOR

Parabolóide hiperbólico - Planos tangentes

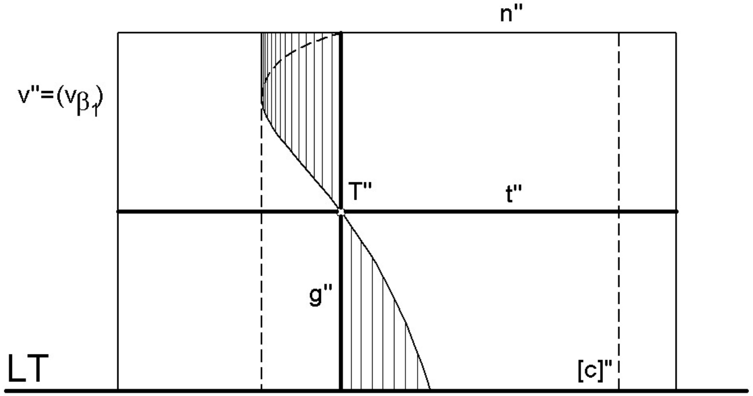


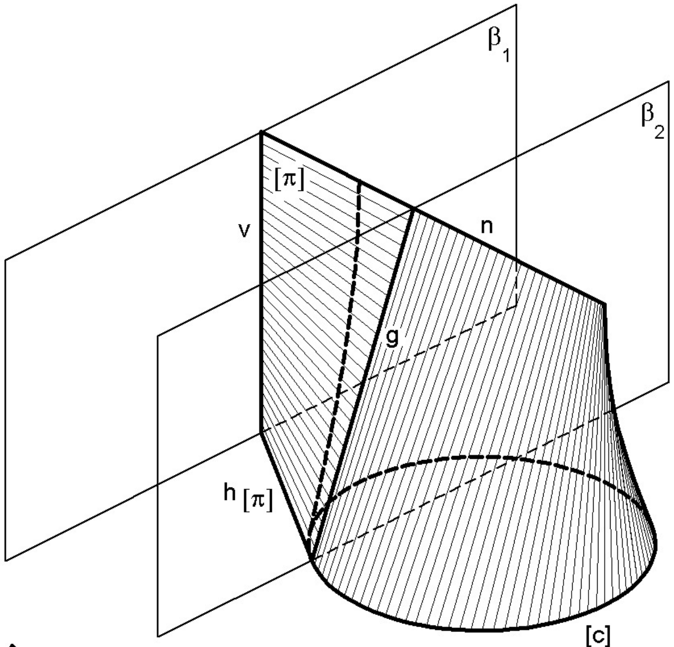
PLANO TANGENTE PARALELO A UMA RECTA DADA

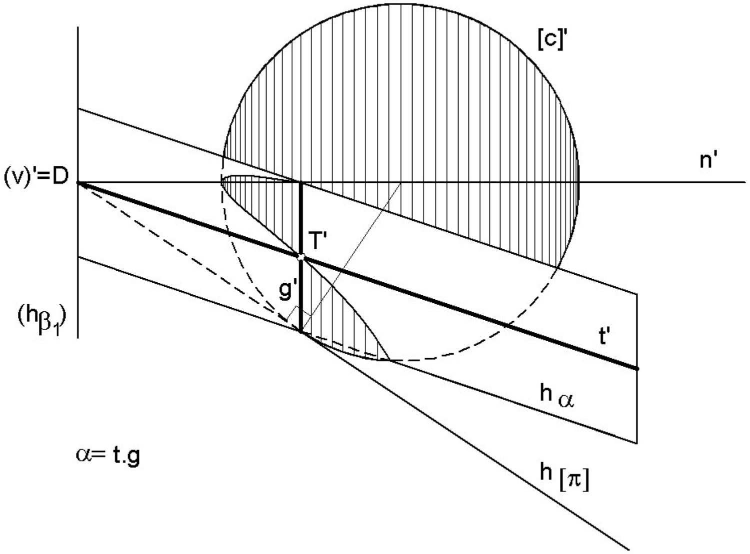


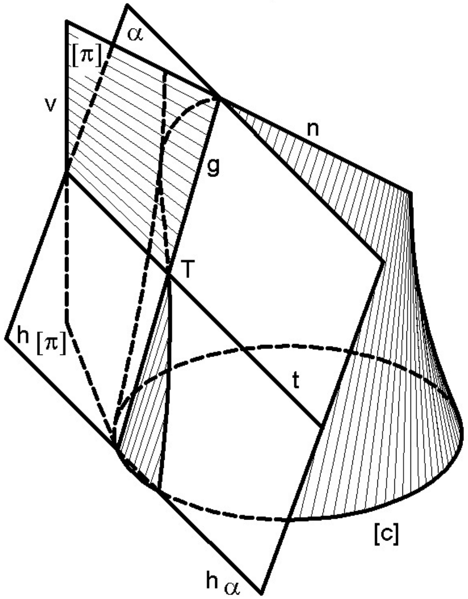
PLANO TANGENTE PARALELO A UM PLANO DADO

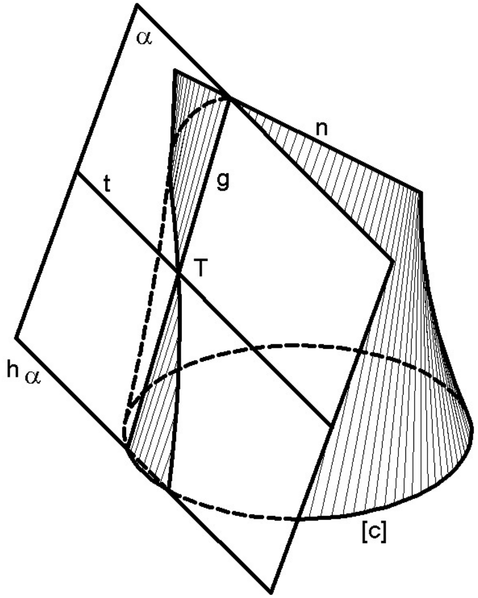
Conóide - Planos tangentes





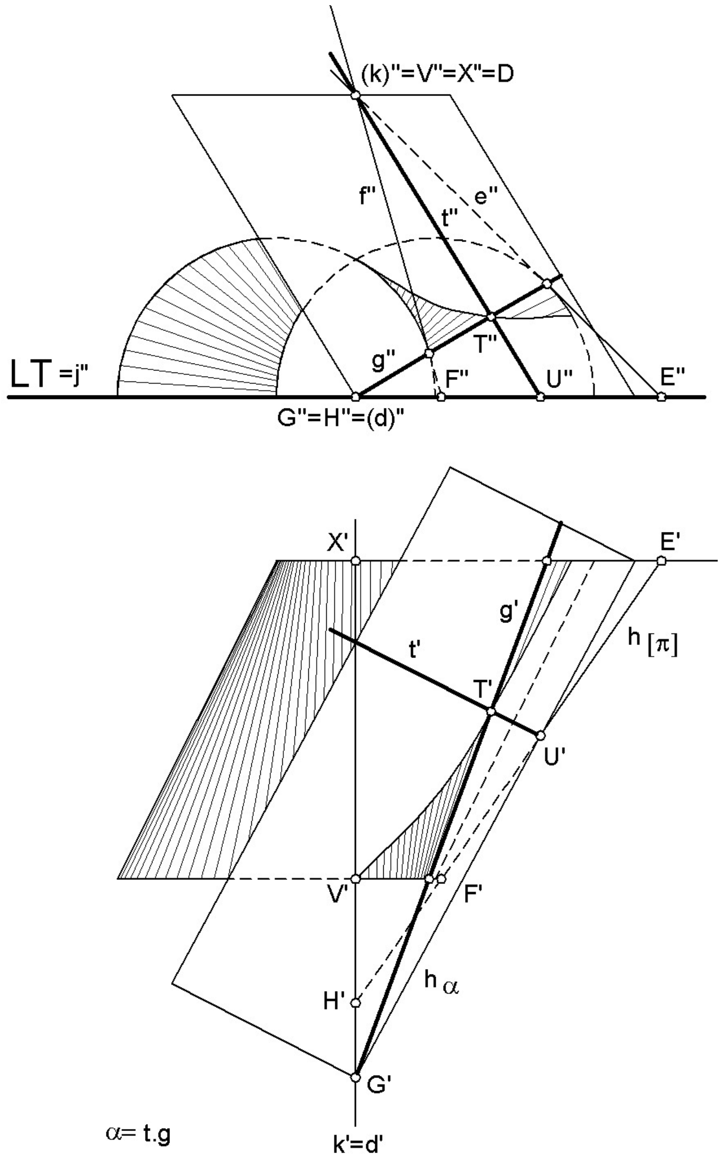






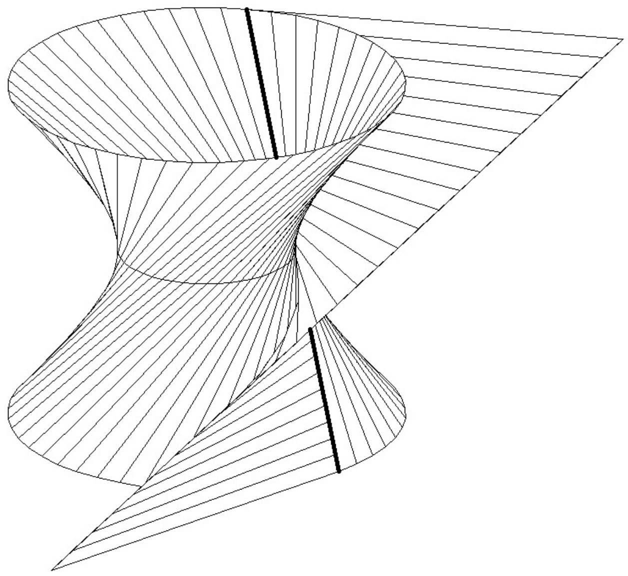
PLANO TANGENTE À SUPERFÍCIE DE CONÓIDE RECTO DE DIRECTRIZ CIRCUNFERENCIAL

Corno de vaca - Planos tangentes

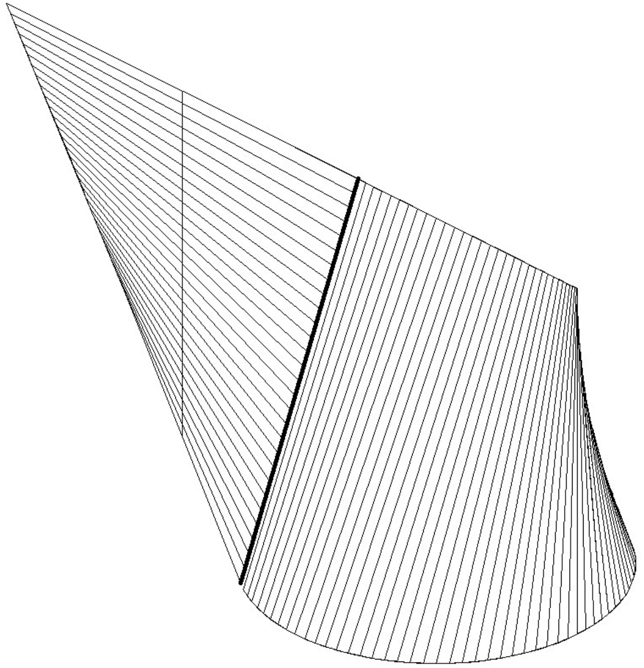


PLANO TANGENTE À SUPERFÍCIE DO "CORNO DE VACA"

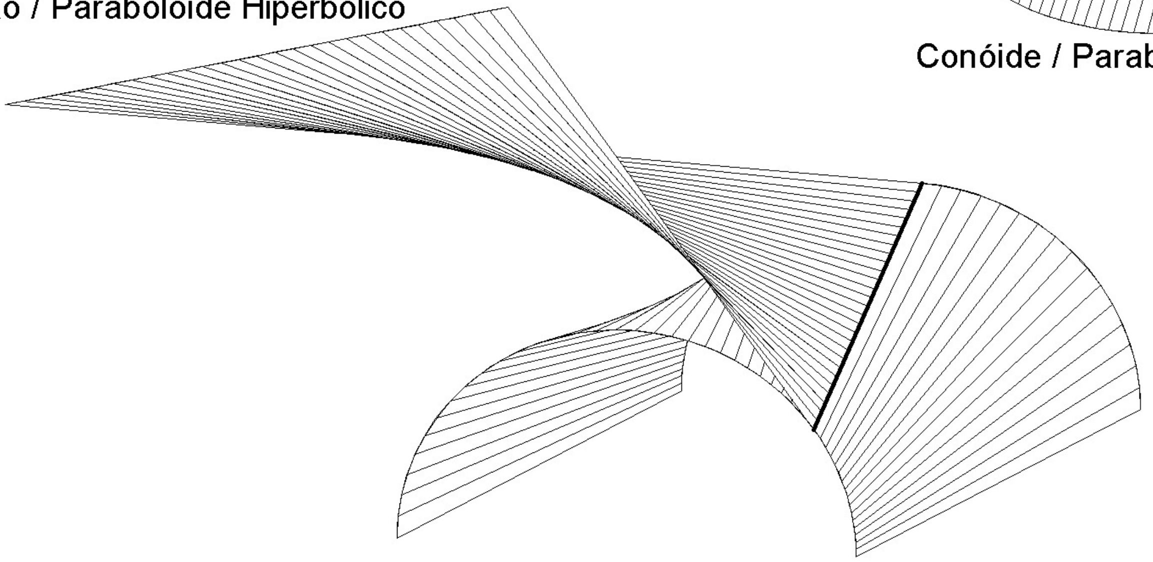
Superfícies empenadas - Concordâncias



Hiperbolóide de Revolução / Parabolóide Hiperbólico

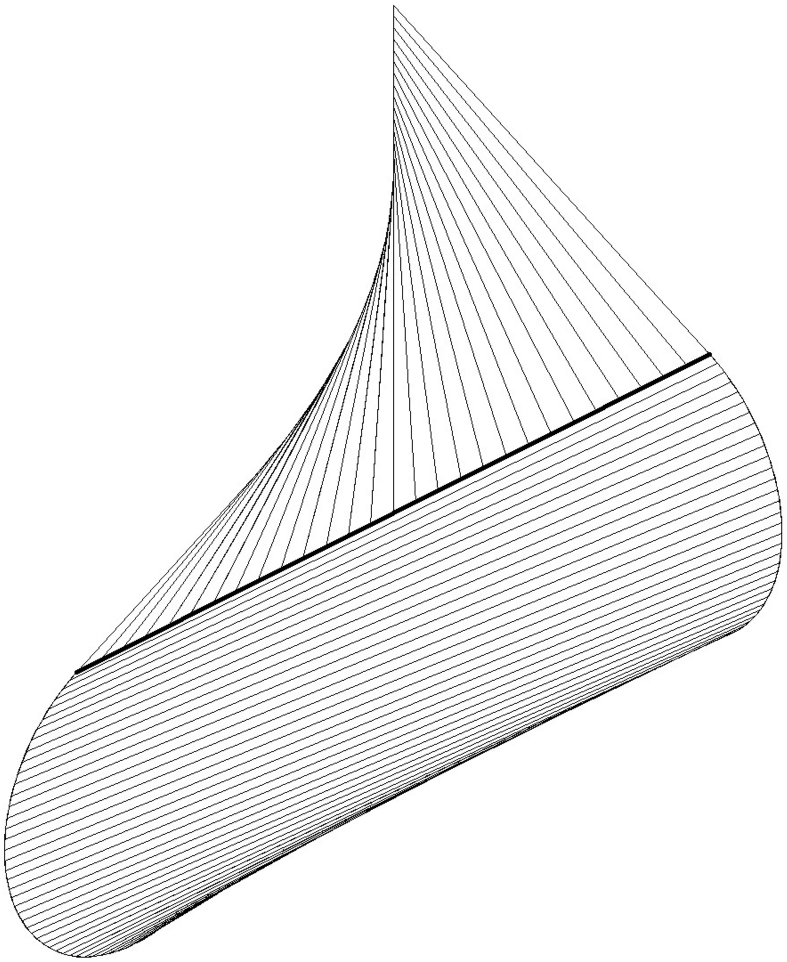


Conóide / Parabolóide Hiperbólico

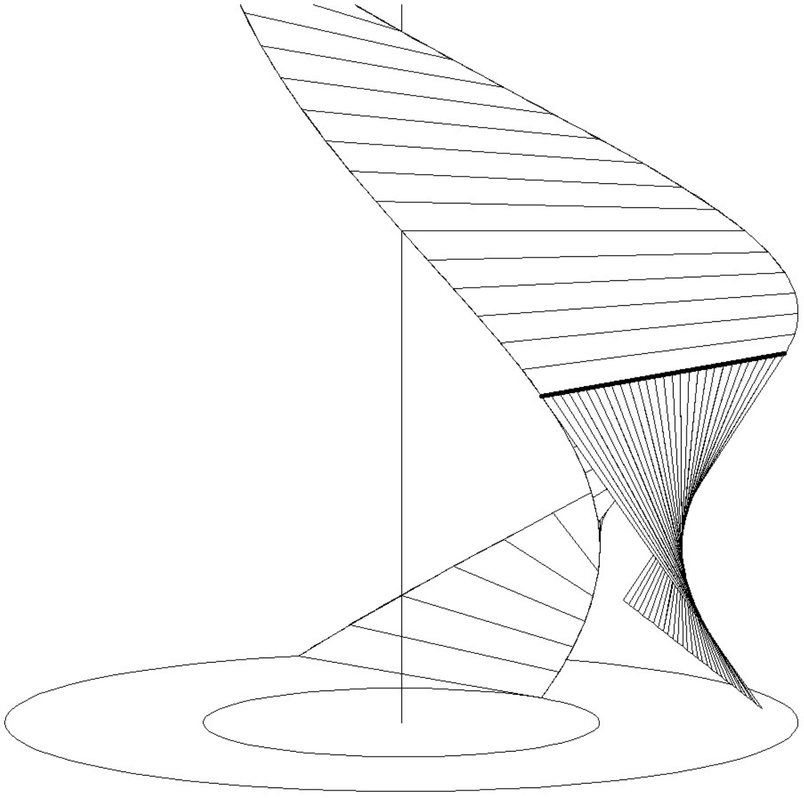


Corno de Vaca / Parabolóide Hiperbólico

Superfícies empenadas - Concordâncias



Cilindróide / Parabolóide Hiperbólico



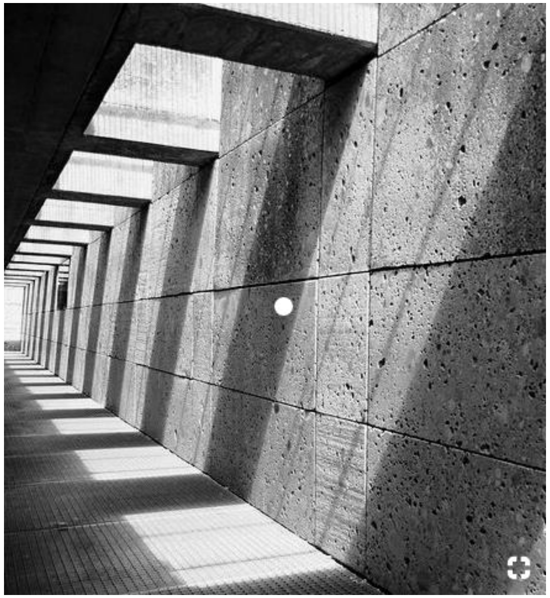
Helicóidal Regrado / Parabolóide Hiperbólico

Teórica 13

- Sombras

Sombras na Arquitectura

https://www.buildingcentre.co.uk/news/the-benefit-of-shadows-in-architecture

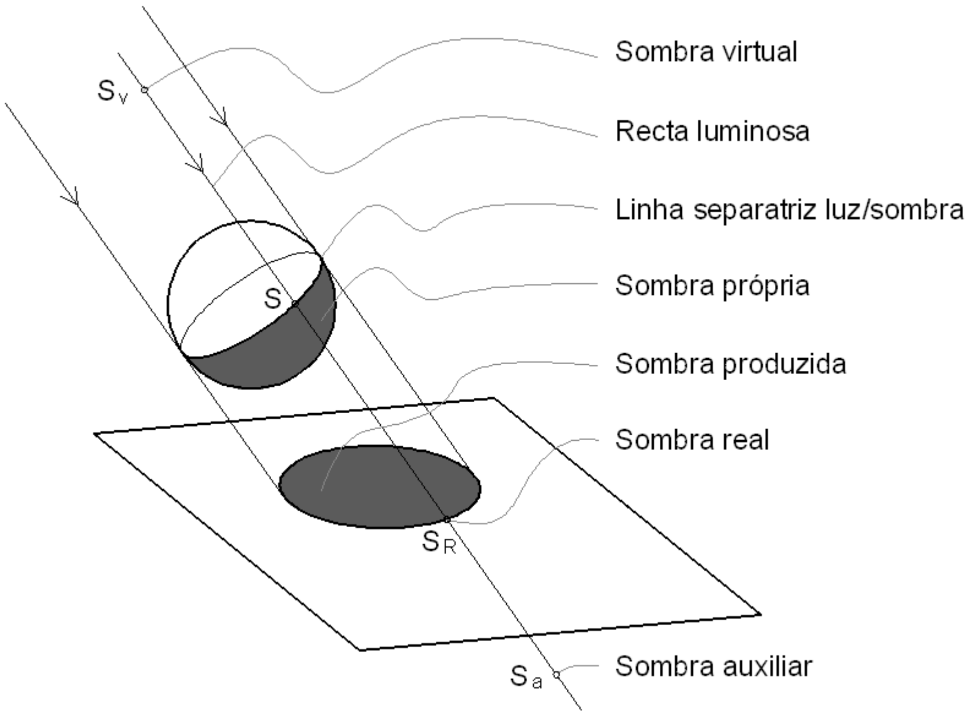


https://www.pinterest.pt/pin/377458012520233459/

https://www.pinterest.pt/pin/414331234453088027/

https://visualizingarchitecture.com/exterior-elevation-shadow-tweaking/

Estudo das sombras

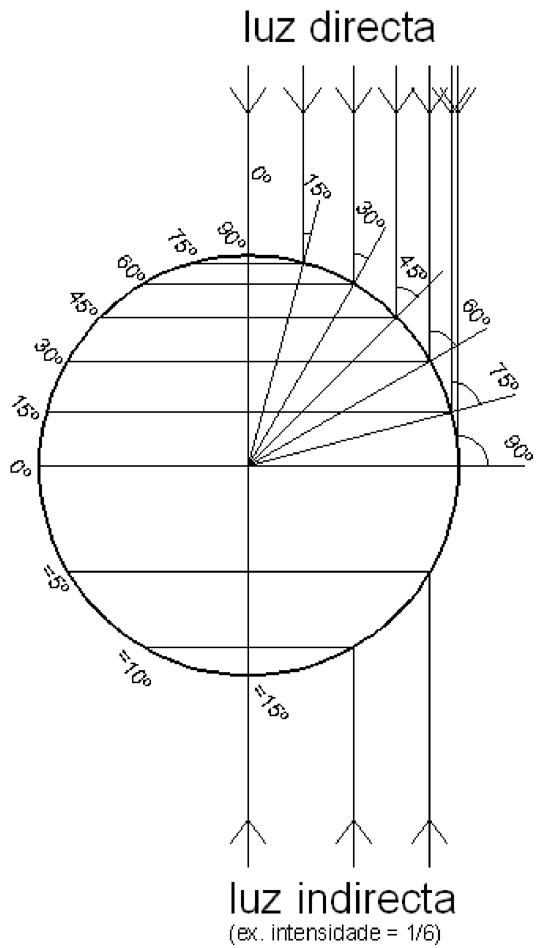


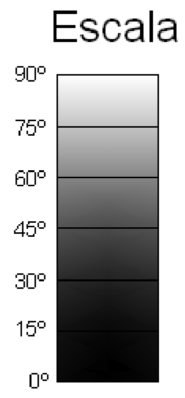
Se o objecto produzir sombra sobre si próprio acresce ainda a SOMBRA AUTO-PRODUZIDA.
O foco luminoso pode ser próprio ou impróprio. Se for impróprio todas as rectas luminosas são paralelas entre si e fala-se de direcção luminosa.

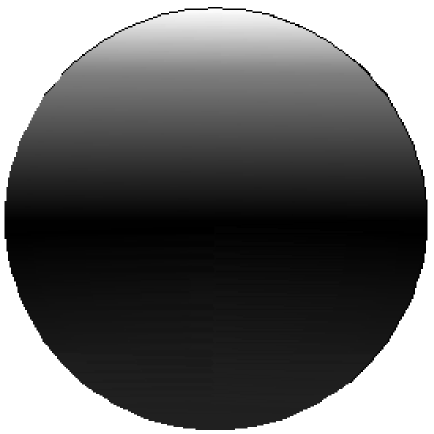
Embora este tópico incida sobre a perspectiva e a axonometria, ilustraremos o estudo das sombras apenas com alguns exemplos em perspectiva, a comentar na aula, deixando para as aulas práticas a resolução de exercícios relativos à axonometria.

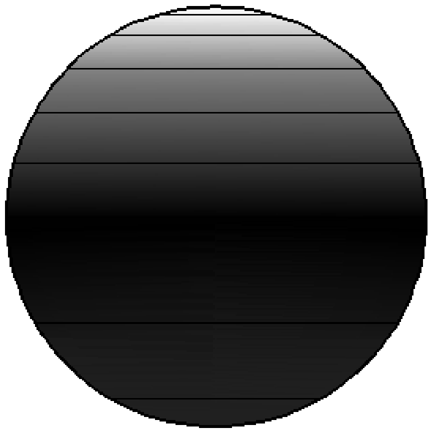
Estudo das sombras – modelação luminosa

Se considerarmos a inclinação da luz relativamente às superfícies devemos notar que existe uma relação entre esta e a intensidade luminosa da luz reflectida. Acresce a isto o efeito da luz indirecta (atmosférica) de intensidade inferior à da luz directa. O resultado é o tratamento da luz nas superfícies através de uma escala de cinza em função da inclinação da direcção luminosa. Linhas correspondentes a igual inclinação luminosa designam-se por LINHAS DE ISOFOTO. Na figura são apresentadas as linhas de 0º, 15º, 30º, 45º, 60º, 75º e o ponto brilhante (correspondente a 90º). A separatriz corresponde à linha de isofoto de 0º.









Geometria da insolação - sombras

<u>. Geometria da Insolação</u>

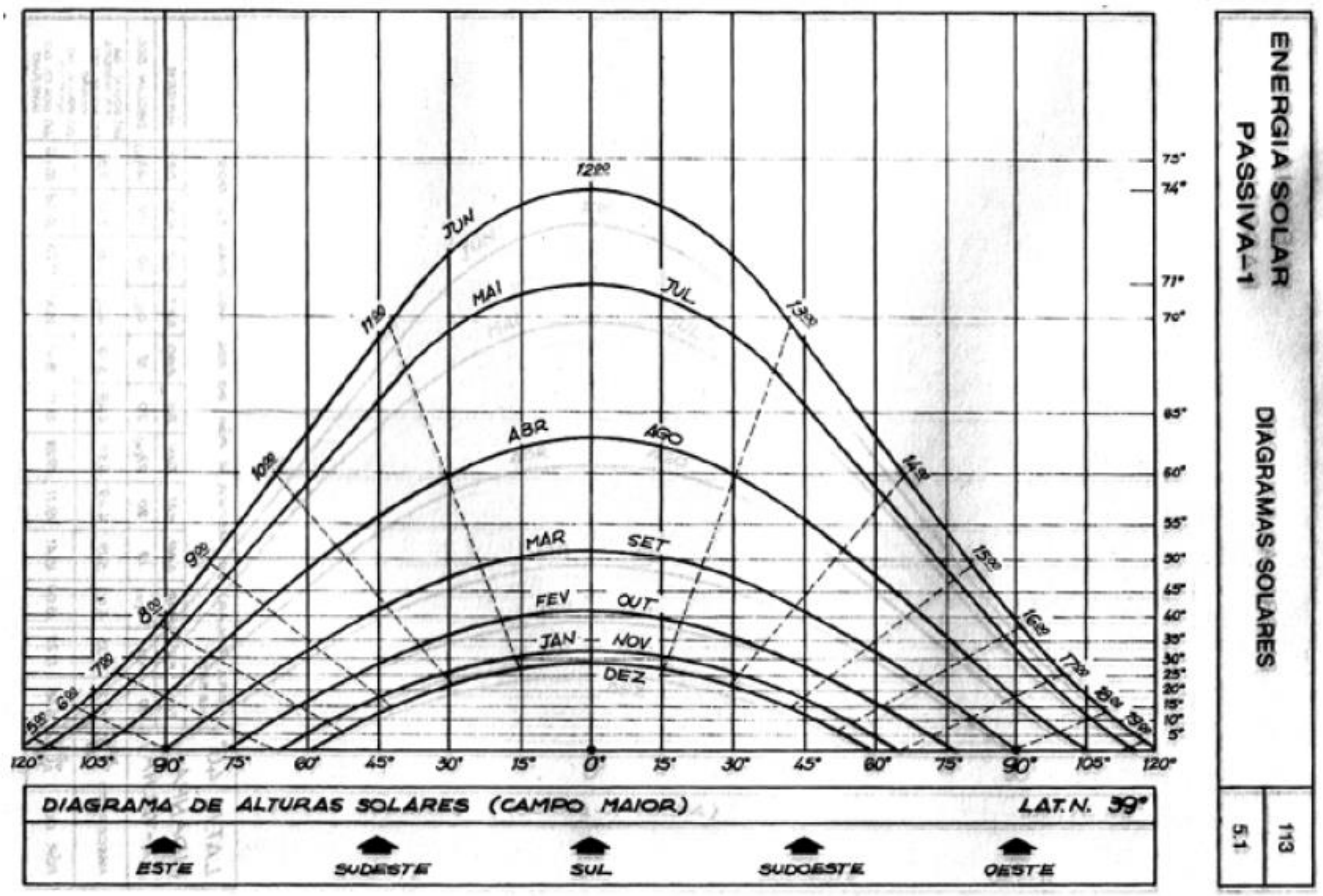
AZIMUTE: Inclinação que a projecção horizontal da direcção luminosa solar faz com a direcção Norte-Sul.

ALTURA: Inclinação que a direcção luminosa solar faz com a superfície do planeta num dado ponto.

CARTA SOLAR: "O diagrama solar, que representa as linhas do movimento aparente do Sol no céu em cada mês do ano para uma determinada latitude geográfica, indica as alturas e azimutes solares para cada hora do dia."

in *Energia Solar Passiva de Francisco Moita, I.NC.M.*

Geometria da insolação - sombras



in *Energia Solar Passiva de Francisco Moita, I.NC.M.*