Luís Miguel Cotrim Mateus - lmmateus@fa.ulisboa.pt

AXONOMETRIA

Tópico 01

Introdução ao estudo da axonometria: apontamento histórico e prático.

>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA: aspectos históricos

Exemplos de representações proto-axonométricas na pintura Ocidental.

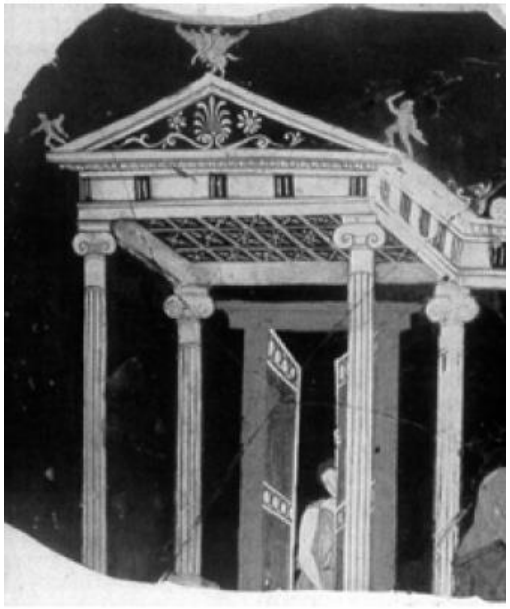


Fig. 1 – Representação proto-axonométrica (fragmento de cerâmica do séc. IV a.c.)

Fig. 2 – Representação proto-axonométrica (Fresco na Igreja de *Santa Croce,* Florença, Itália, sec. XIII/XIV)

>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA: aspectos históricos

Exemplos de representações proto-axonométricas na pintura oriental.

Fig. 3 – Quadro “Han XiZai dá um banquete” do pintor chinês Gu HongZhong (séc. X.)

Fig. 4 – Quadro do pintor japonês Utagawa Yoshikazu (sec. XIX)

>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA: aspectos históricos

Exemplos de representações axonométricas em tratados de Arquitectura civil.

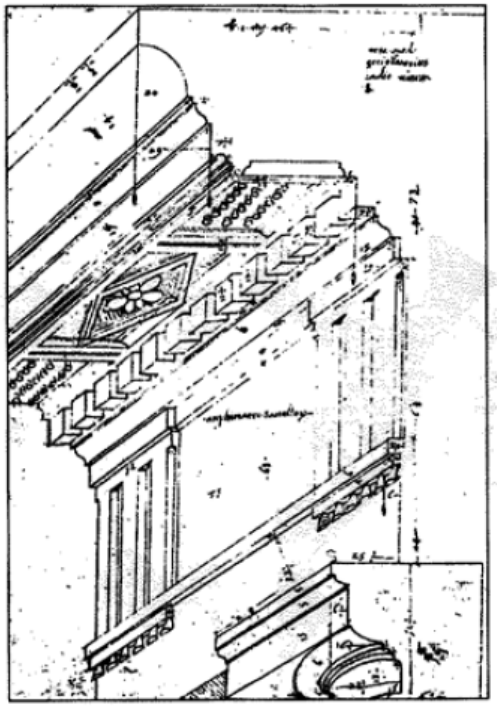


Fig. 5 – Figura do *Codex Coner* (tratado de arquitectura do séc. XVI.)

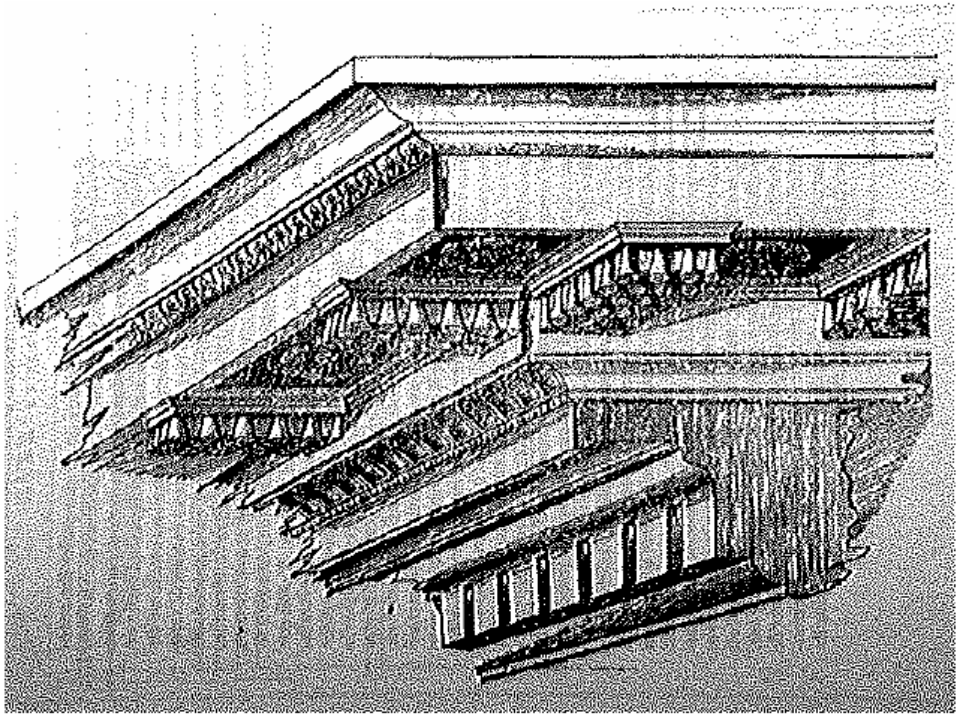


Fig. 6 – Figura do tratado *Architecture* do arquitecto Philibert de l'Orme (tratado de arquitectura do séc. XVI.)

>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA: aspectos históricos

Exemplos de representações axonométricas em tratados de arquitectura militar.

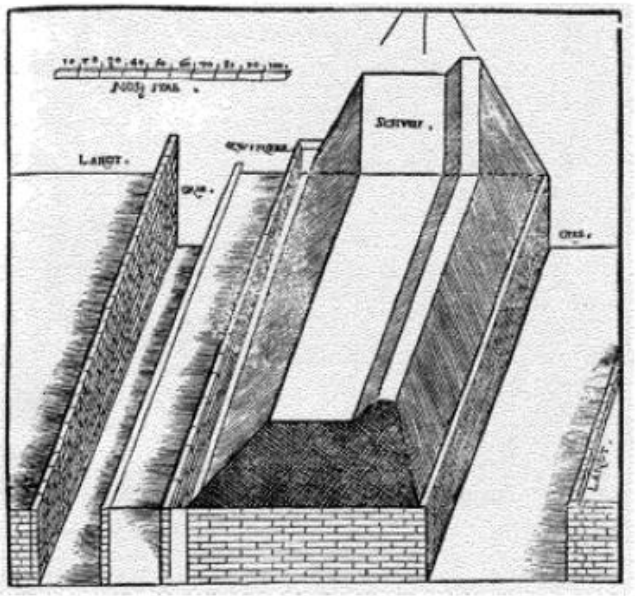


Fig. 7 – Figura de *Della Fortificazione delle Citá* de Girolamo Maggi e Jacomo Castrioto, Veneza (tratado de arquitectura militar do séc. XVI.)

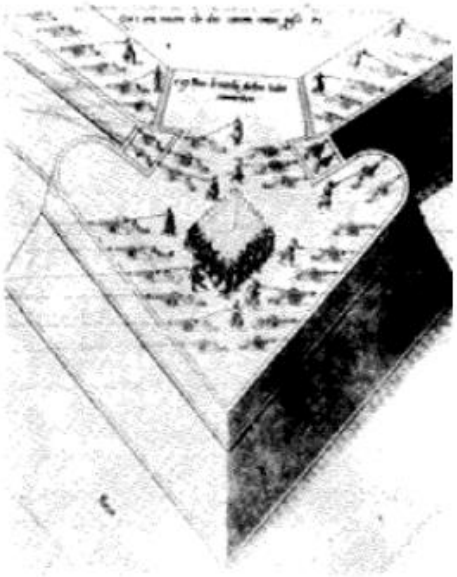


Fig. 8 – Figura do tratado *On Military architecture* de F. de Marchi, Brescia (tratado de arquitectura militar do séc. XVI.)

Fig. 9 – Figura do tratado *Des Fortifications et artifices de architecture et perspective* de J. Perret de Chamberry (tratado de arquitectura do séc. XVII.)

>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA: aspectos históricos

Exemplos de representações axonométricas em tratados de geometria e matemática.

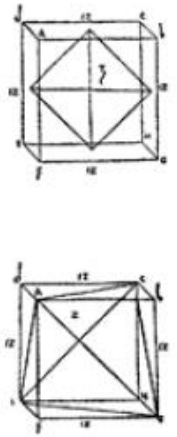


Fig. 10 – Figura do tratado *Divina Proportione* de Luca Pacioli (Veneza 1509).

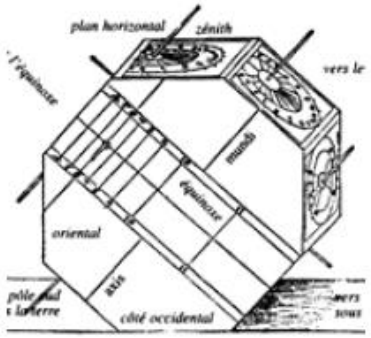


Fig. 11 – Figura do tratado *Underweysung Der Messung* (1525).

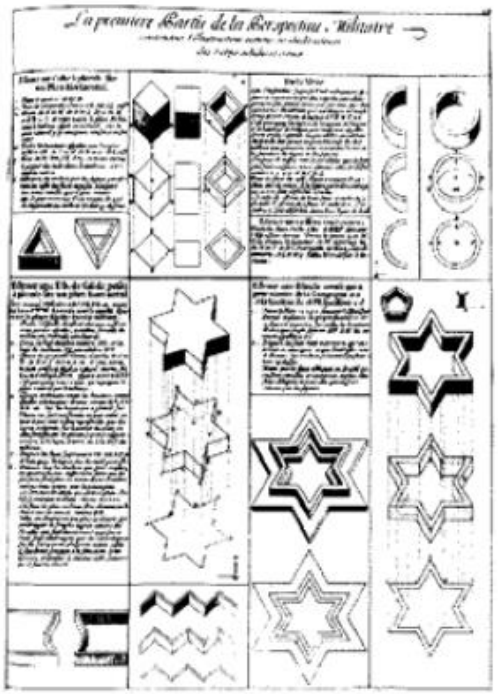


Fig. 12 – Figura do tratado de T. Luders de 1680.

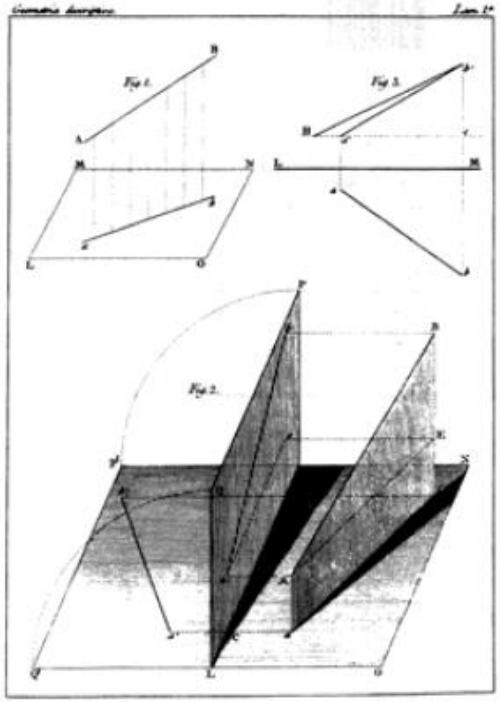


Fig. 13 – Figura *Geométrie Descriptive* de Gaspard Monge (1798).

>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA: aspectos históricos

A partir de do tratado de William Farish a axonometria ganha interesse por parte da comunidade de matemáticos e geómetras que fazem o seu tratamento algébrico.

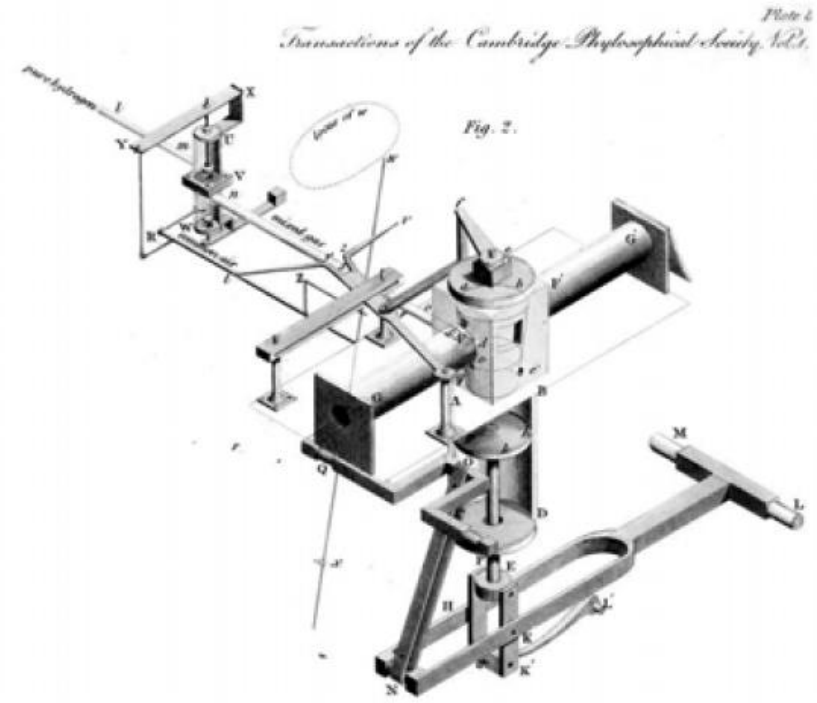


Fig. 14 – Figura do tratado de William Farish *On Isometrical Perspective* (1822).

>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA: aspectos históricos

Em 1853 Pohlke formula, sem apresentar nenhuma prova, aquele que viria a ser conhecido como o teorema fundamental da axonometria. Diz que *"um quadrângulo plano O'X'Y'Z' pode sempre tomar-se por projecção paralela de três segmentos OX, OY e OZ iguais, com um ponto O comum, e dois a dois ortogonais"*.

Mais tarde, esta conjectura foi demonstrada pelo matemático Schwarz. Posteriormente o teorema foi generalizado a quaisquer três segmentos de qualquer comprimento e fazendo entre si quaisquer ângulos.

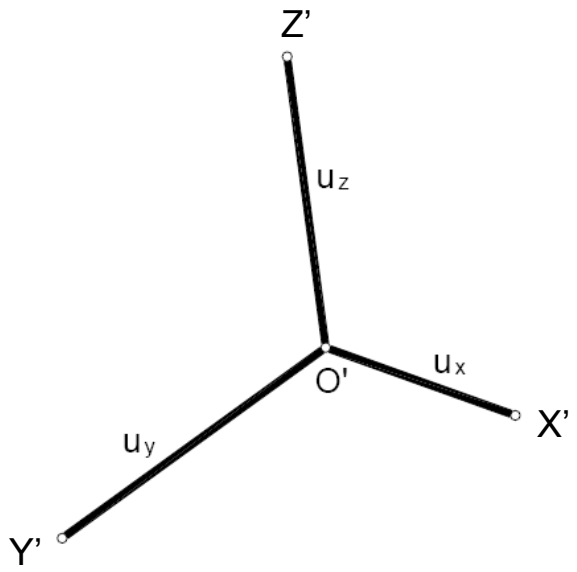
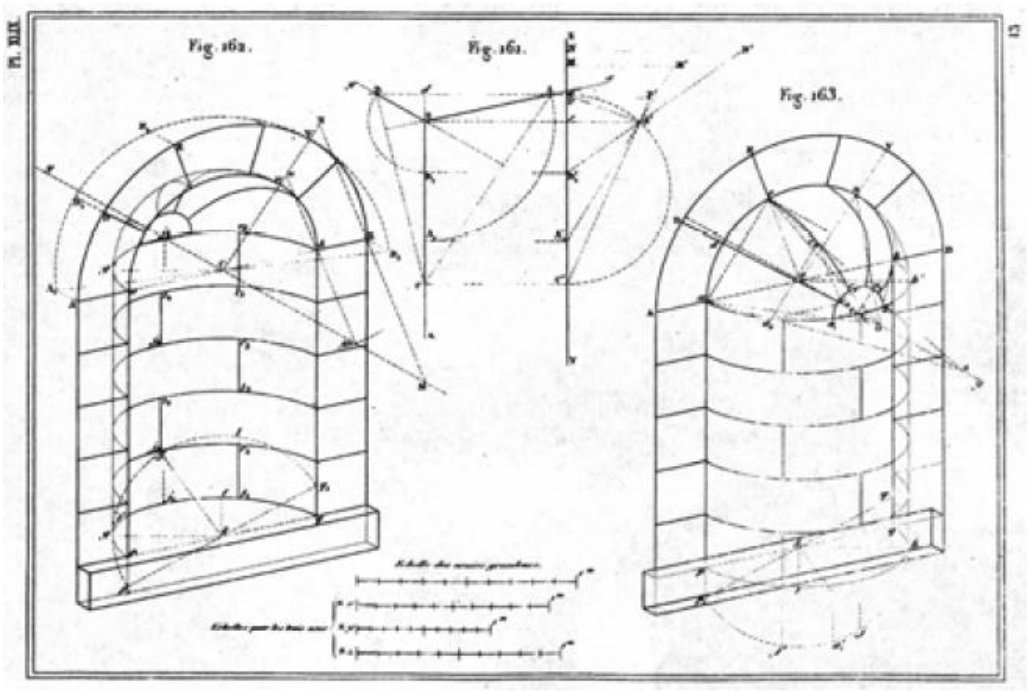


Fig. 15 – Teorema de Pohlhe Schwarz.

>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA: aspectos históricos

Representações axonométricas em tratados de geometria descritiva, em que se se coloca a ênfase na aplicação à representação de casos concretos, por exemplo no estudo da estereotomia (estudo do corte da pedra).



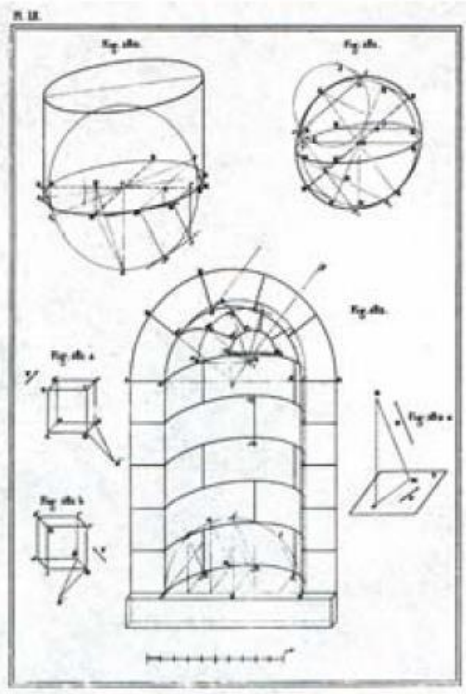
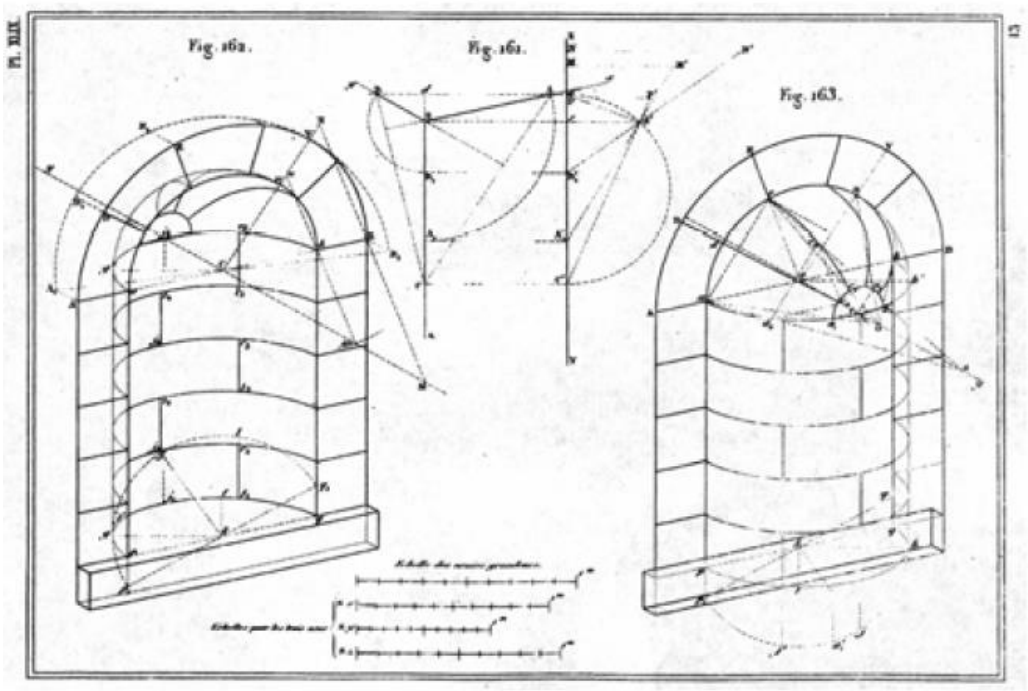


Fig. 16 – Figuras do *Traité de géometrie Descriptive* de Jules de la Gournerie (sec. XIX)

>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA: aspectos históricos

Representações axonométricas em tratados de geometria descritiva, em que se se coloca a ênfase na aplicação à representação de casos concretos, por exemplo no estudo da estereotomia (estudo do corte da pedra).



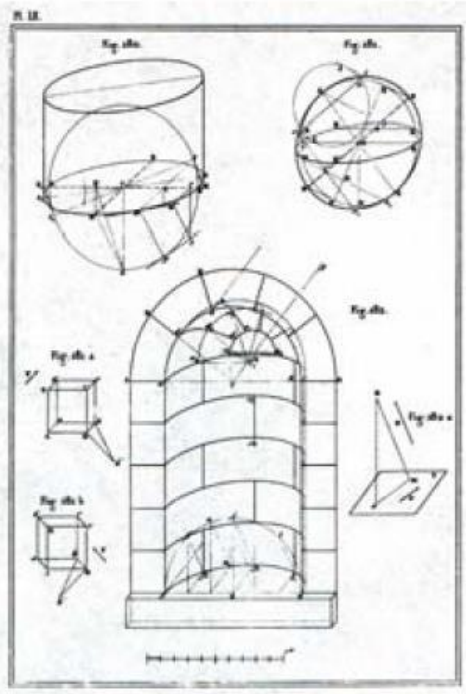


Fig. 16 – Figuras do *Traité de géometrie Descriptive* de Jules de la Gournerie (sec. XIX)

>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA: aspectos históricos

Representações axonométricas na representação da arquitectura no Modernismo.

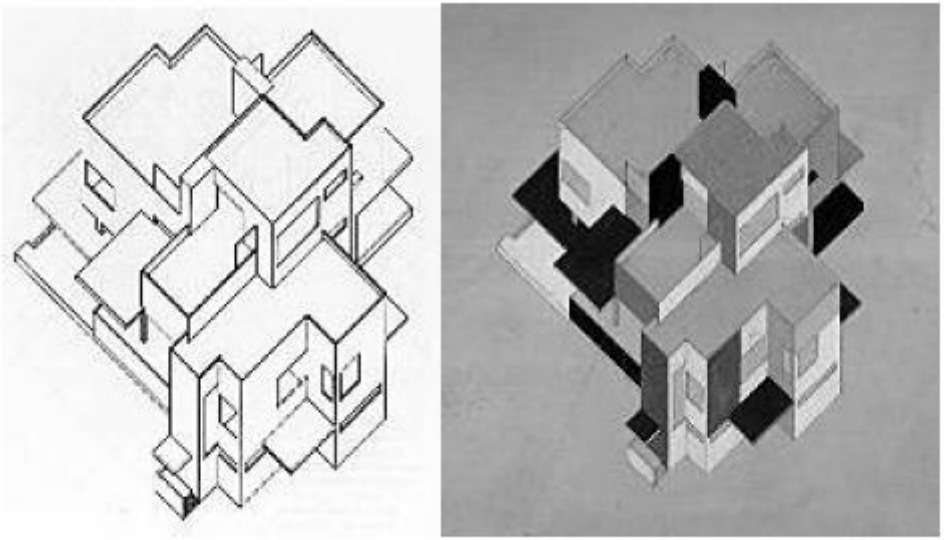


Fig. 17 – Desenhos de Theo van Doesburg e Cor van Eesteren (1897-1988) para uma casa particular (1923)

Fig. 18 – Desenho do projecto de Alberto Sartoris para a *Villa du Dr. Roman Brum à Lausanne* (1934).

>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA: na actualidade

Representações de arquitectura: do esquiço ao desenho de pormenores.

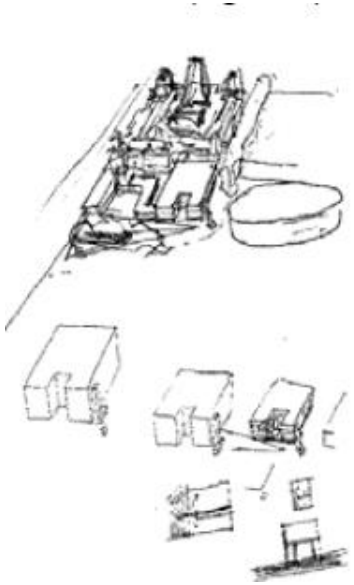


Fig. 19 – Esquiço do arquitecto Siza Vieira

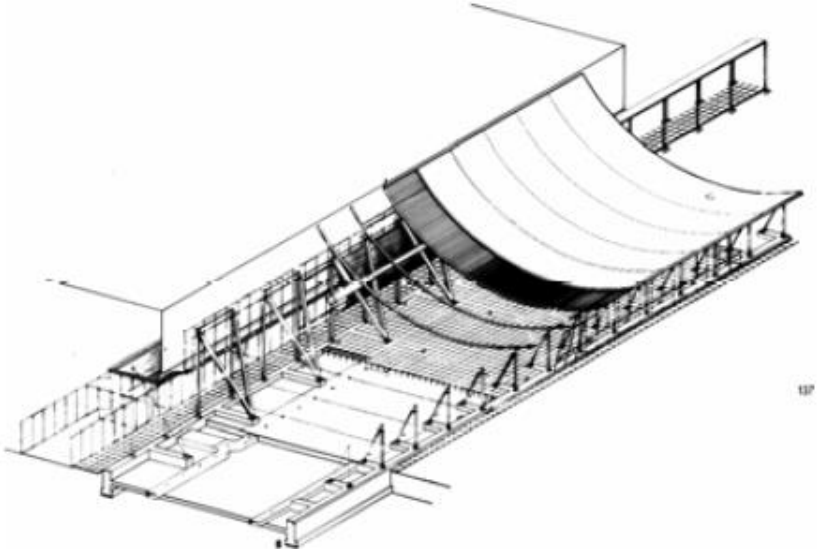


Fig. 20 – Desenho de um projecto do arquitecto Renzo Piano

Fig. 21 – Desenho de um pormenor construtivo

>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA: na actualidade

Representações axonométricas em visualização informática.

Fig. 19 – Visualização informática
e jogos de computador.

>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA: trabalhos de alunos

Exemplos de trabalhos de alunos.

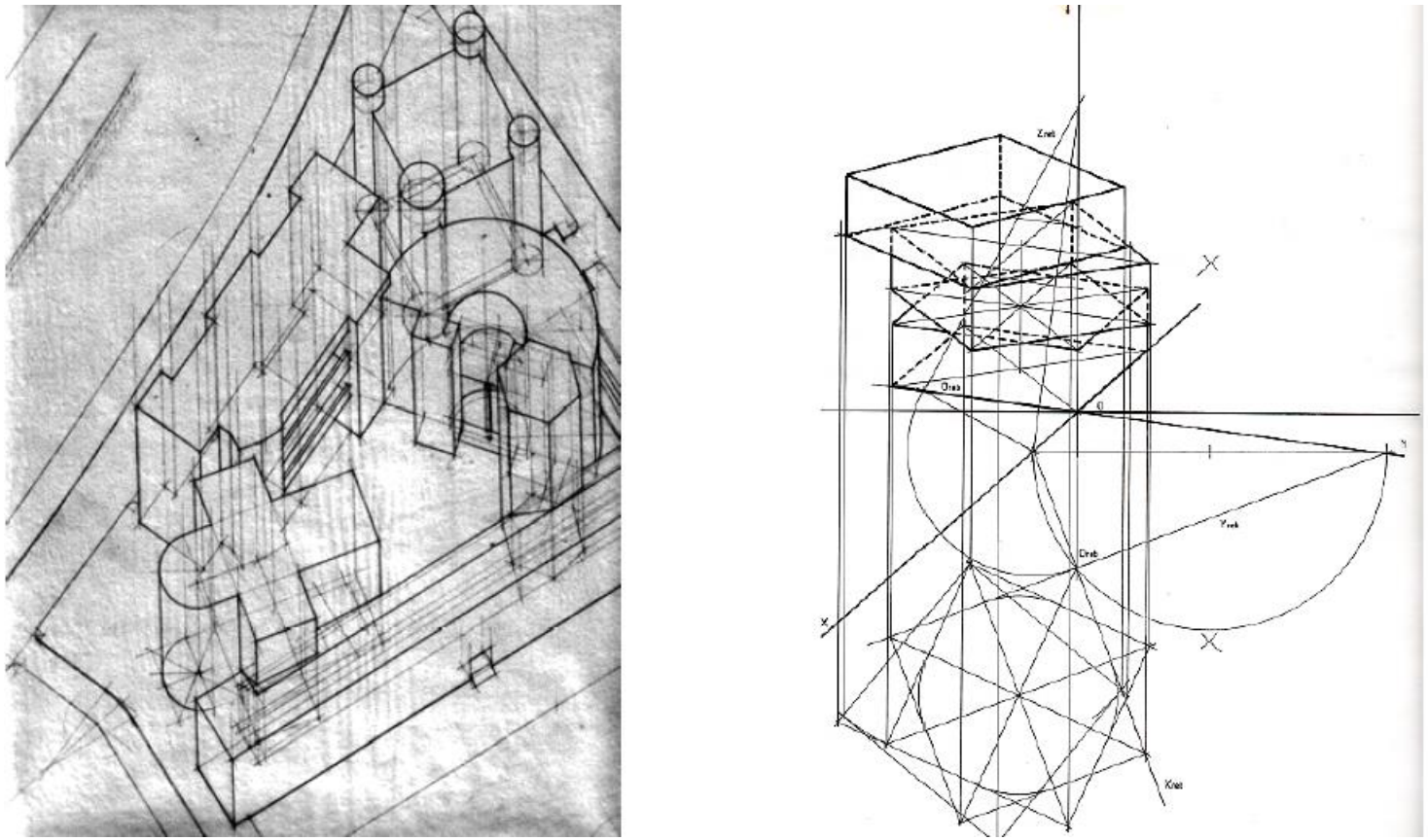
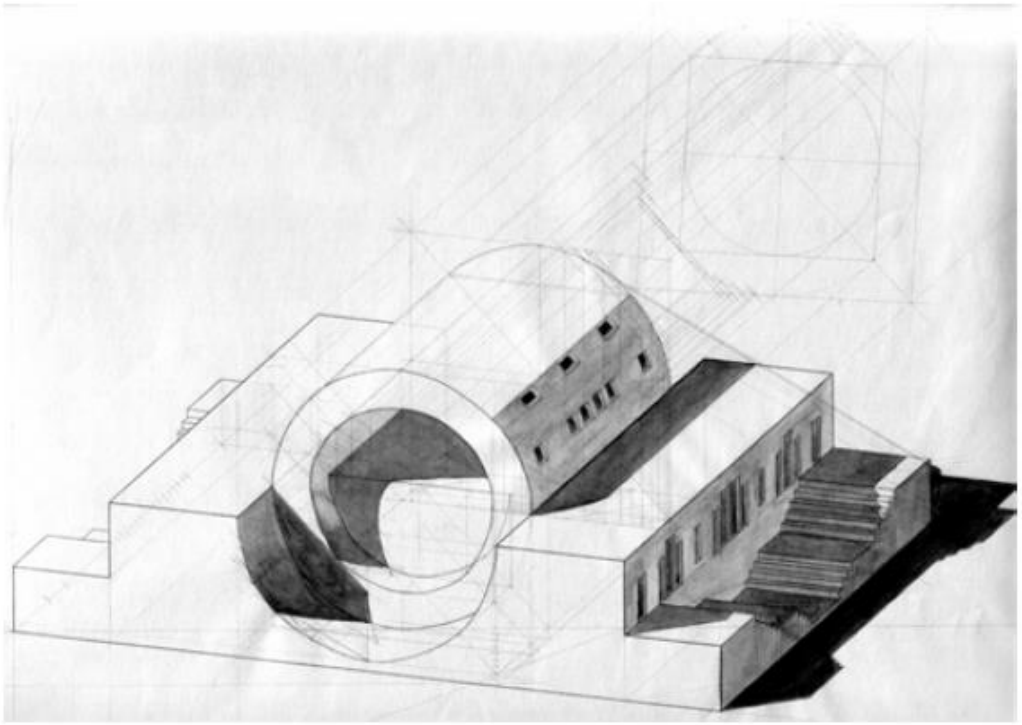


Fig. 20 – Exemplos de trabalhos de alunos.

>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA: trabalhos de alunos

Exemplos de trabalhos de alunos.



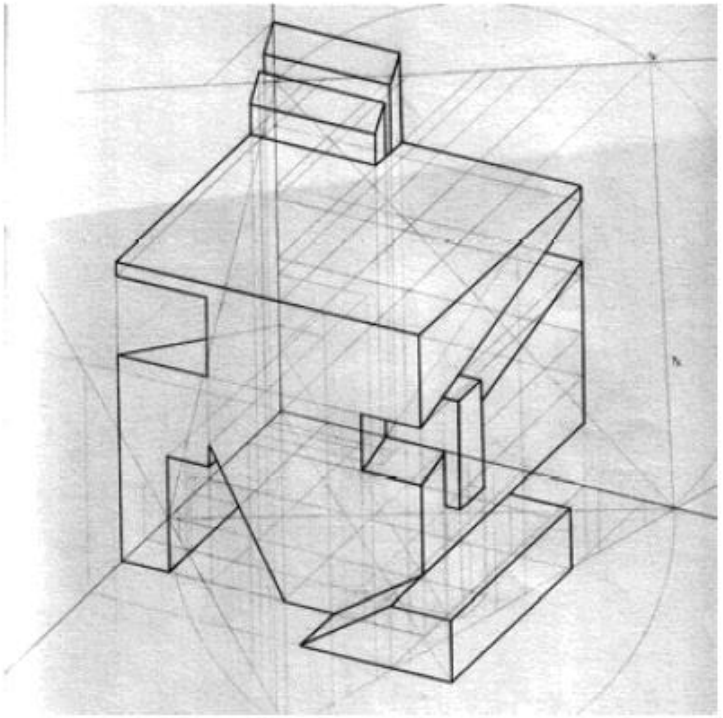
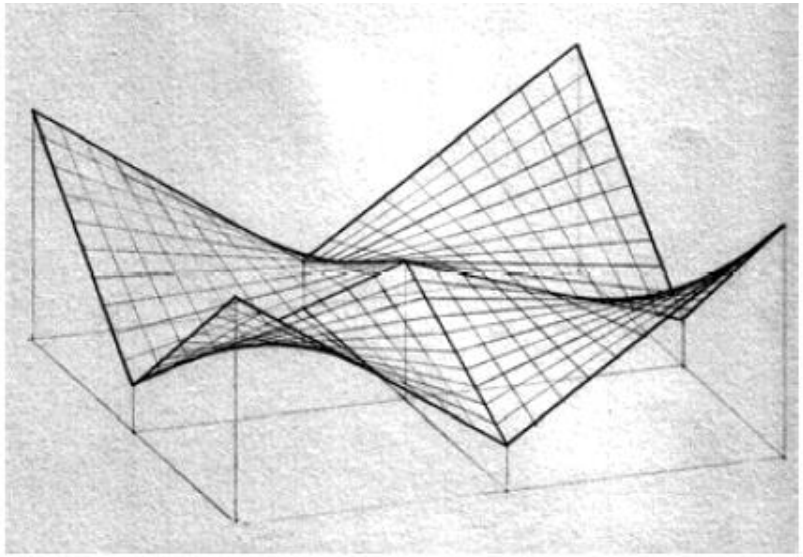


Fig. 21 – Exemplos de trabalhos de alunos.

>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA: trabalhos de alunos

Exemplos de trabalhos de alunos.



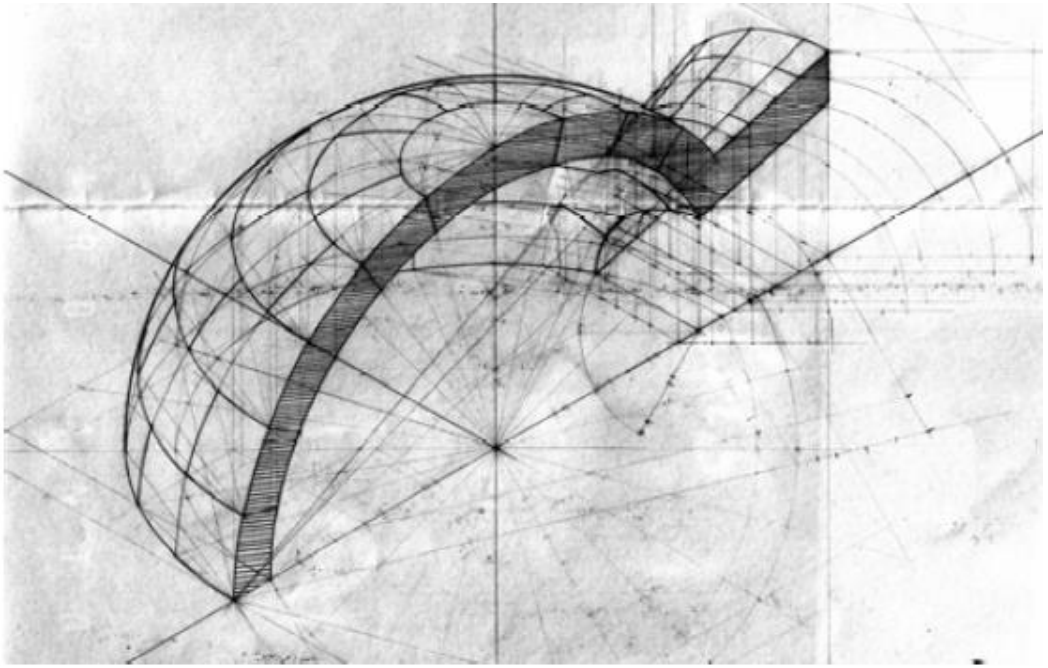
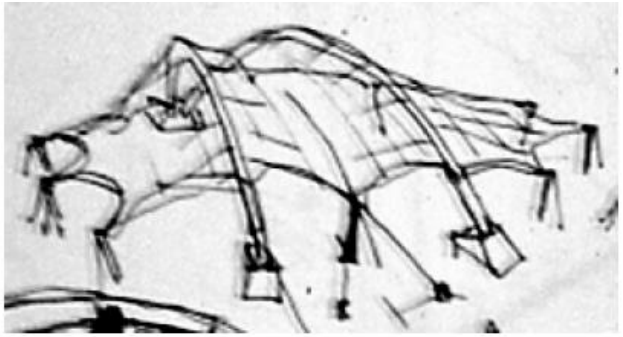


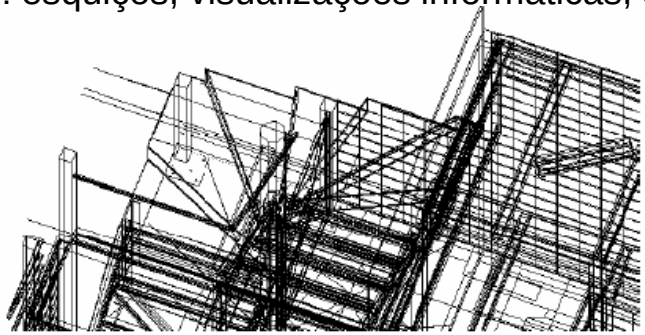
Fig. 22 – Exemplos de trabalhos de alunos.

>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA: prática profissional

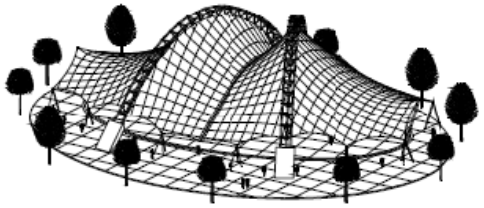
Exemplos da prática profissional: esquiços, visualizações informáticas, desenhos construtivos.



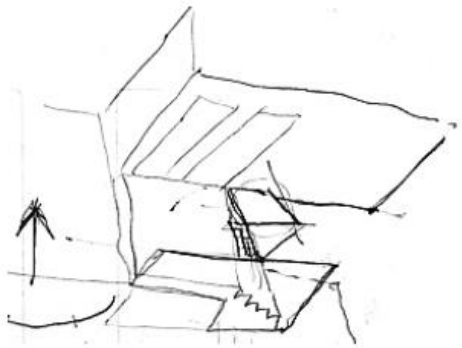
esquiço



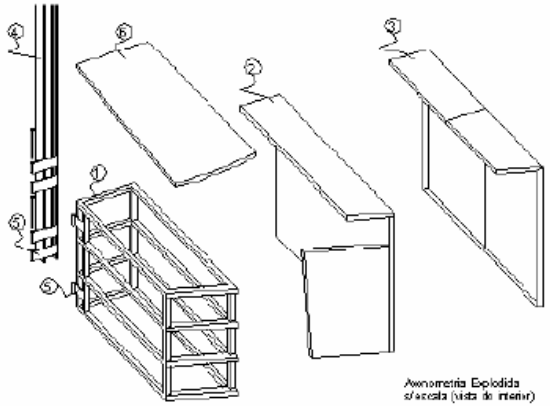
visualização informática



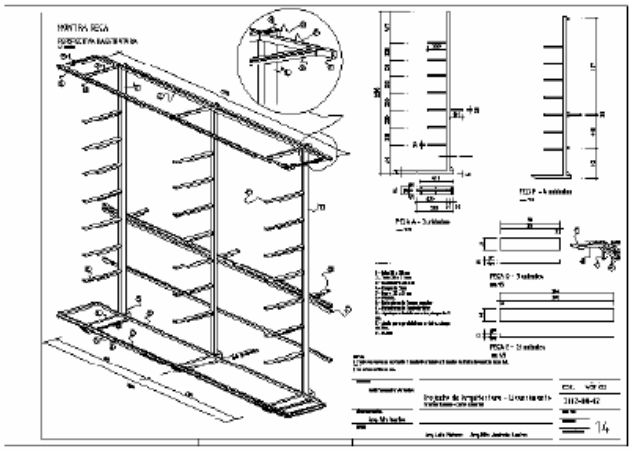
visualização informática



esquiço



excerto de desenho para construção

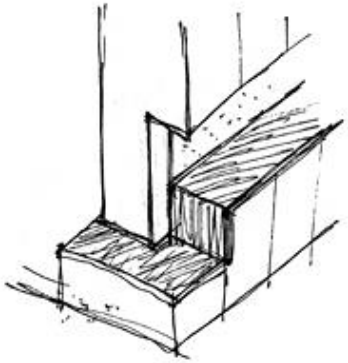


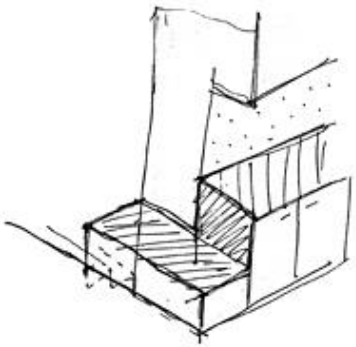
desenho para construção

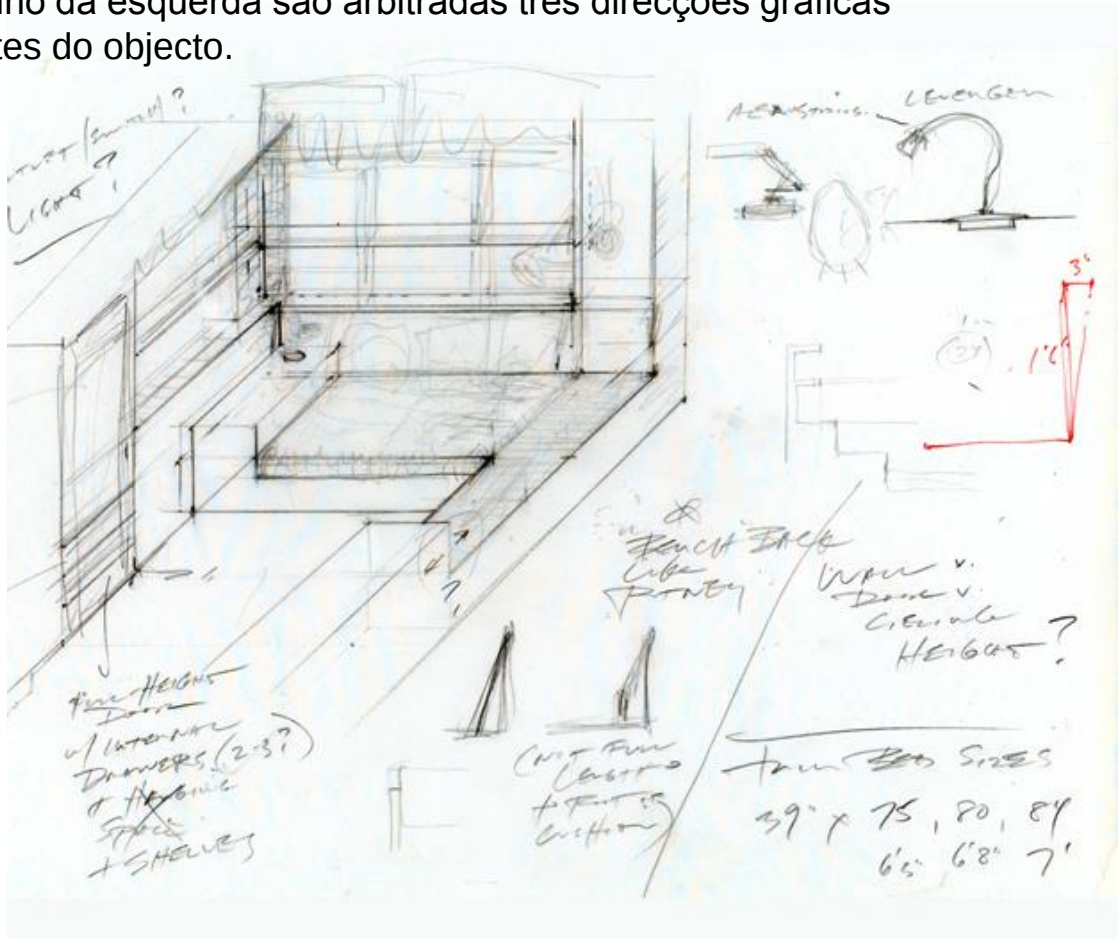
Fig. 23

>> Exemplos de desenhos axonométricos à mão levantada: exemplos da Web

No exemplo da direita há uma orientação de planos que preserva as relações angulares. Esses planos aparecem “frontais” no desenho. No desenho da esquerda são arbitradas três direcções gráficas correspondentes aos três eixos estruturantes do objecto.



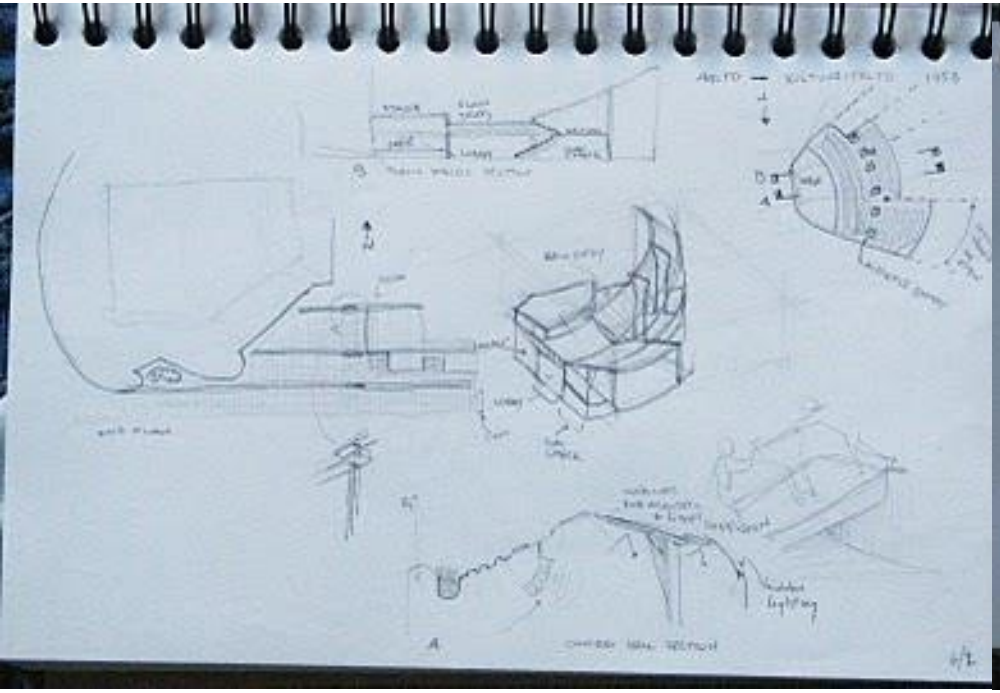


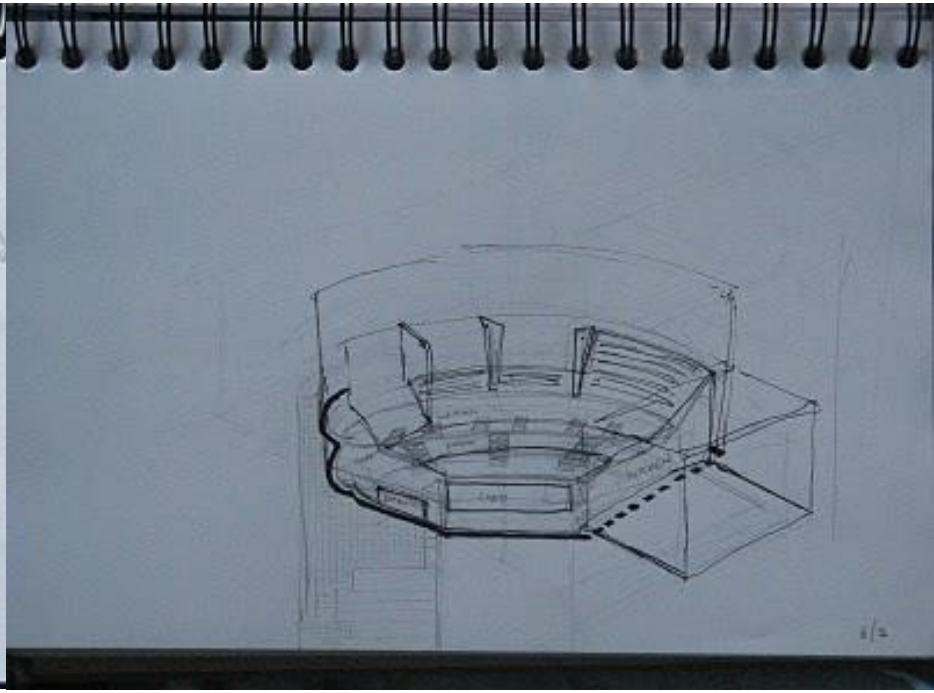


Imagens disponíveis em:
http://eastbranch.net/process.html

>> Exemplos de desenhos axonométricos à mão levantada: exemplos da Web

Nestes exemplos as formas curvas são inscritas em paralelepípedos. De seguida os paralelepípedos são decompostos de modo a que neles se inscrevam os objectos que se pretendem representar. Este método de estruturação do desenho é muito eficiente para representar formas curvas e pode aplicar-se quer se desenhe ou não à mão levantada.

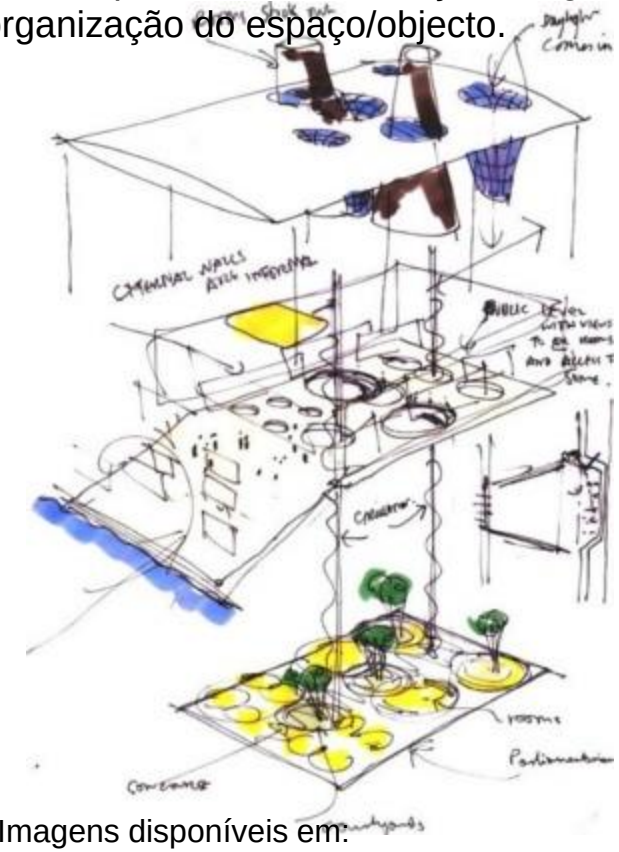


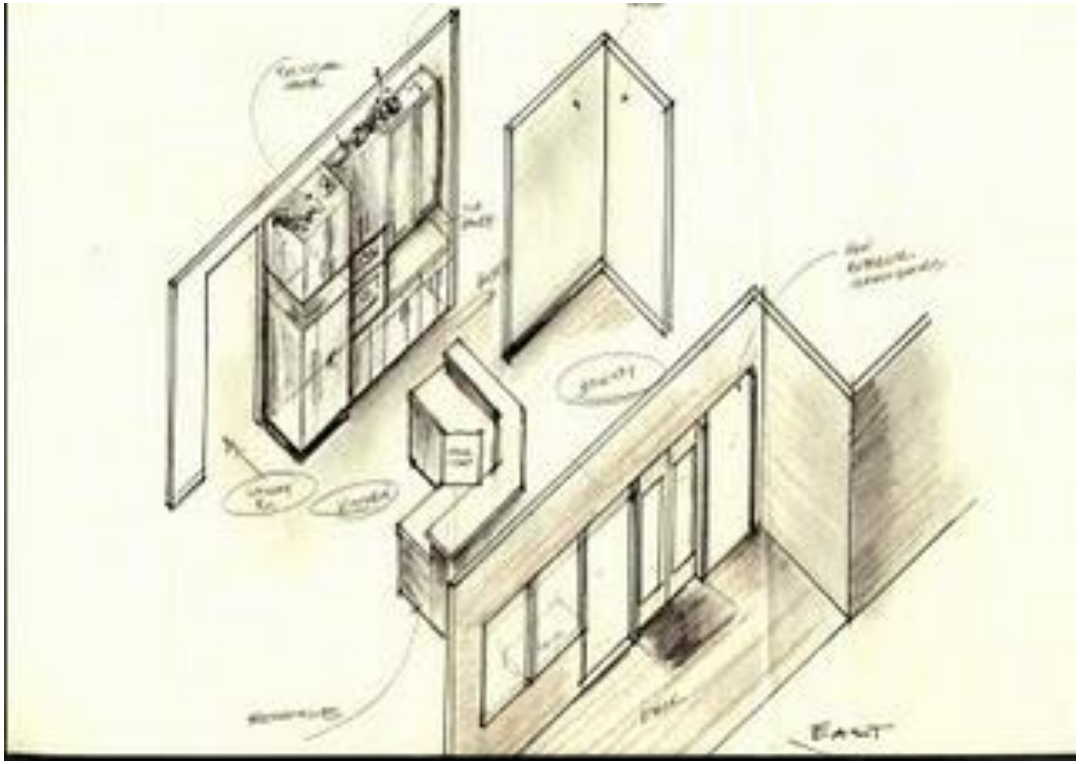


Imagens disponíveis em:
http://scandicat.blogspot.com/2010/06/day-10-helsinki-alvar-aalto-and.html

>> Exemplos de desenhos axonométricos à mão levantada: exemplos da Web

No desenho da esquerda é feita uma “explosão” do objecto de modo a facilitar a visualização das relações entre os vários elementos constituintes do objecto. No desenho da direita há também uma orientação de planos que mantém as relações angulares. Neste caso trata-se da orientação horizontal que estrutura a organização do espaço/objecto.

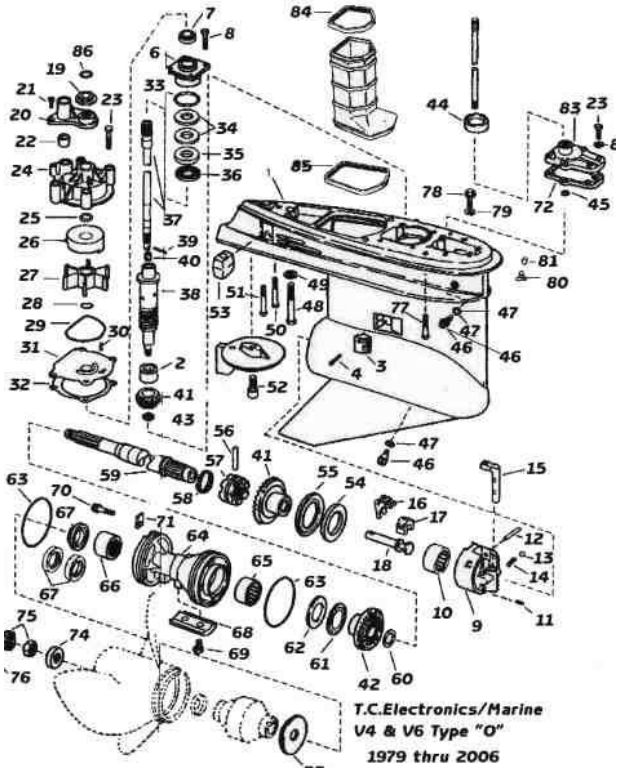


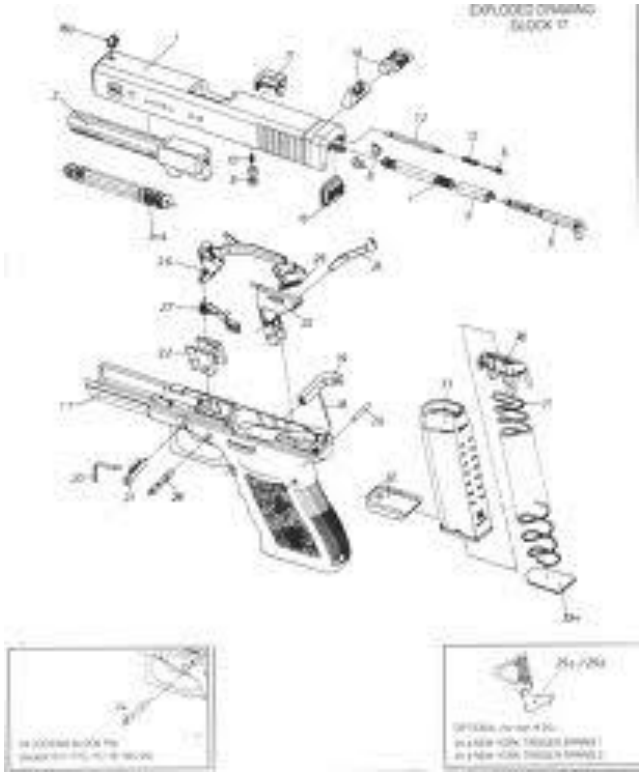


Imagens disponíveis em:
http://en.wikipedia.org/wiki/Senedd e http://simplydesignpdx.blogspot.com/2009/10/happy-valley-kitchen-study.html

>> Exemplos de desenhos axonométricos explodidos: exemplos da Web

Os desenhos axonométricos explodidos são uma forma eficiente de ilustrar o modo como se relacionam as várias partes constituintes de um objecto, ou como se relacionam objectos distintos. São muito utilizados para ilustrar instruções de montagem de objectos, pormenores construtivos, diagramas de circulação, etc.

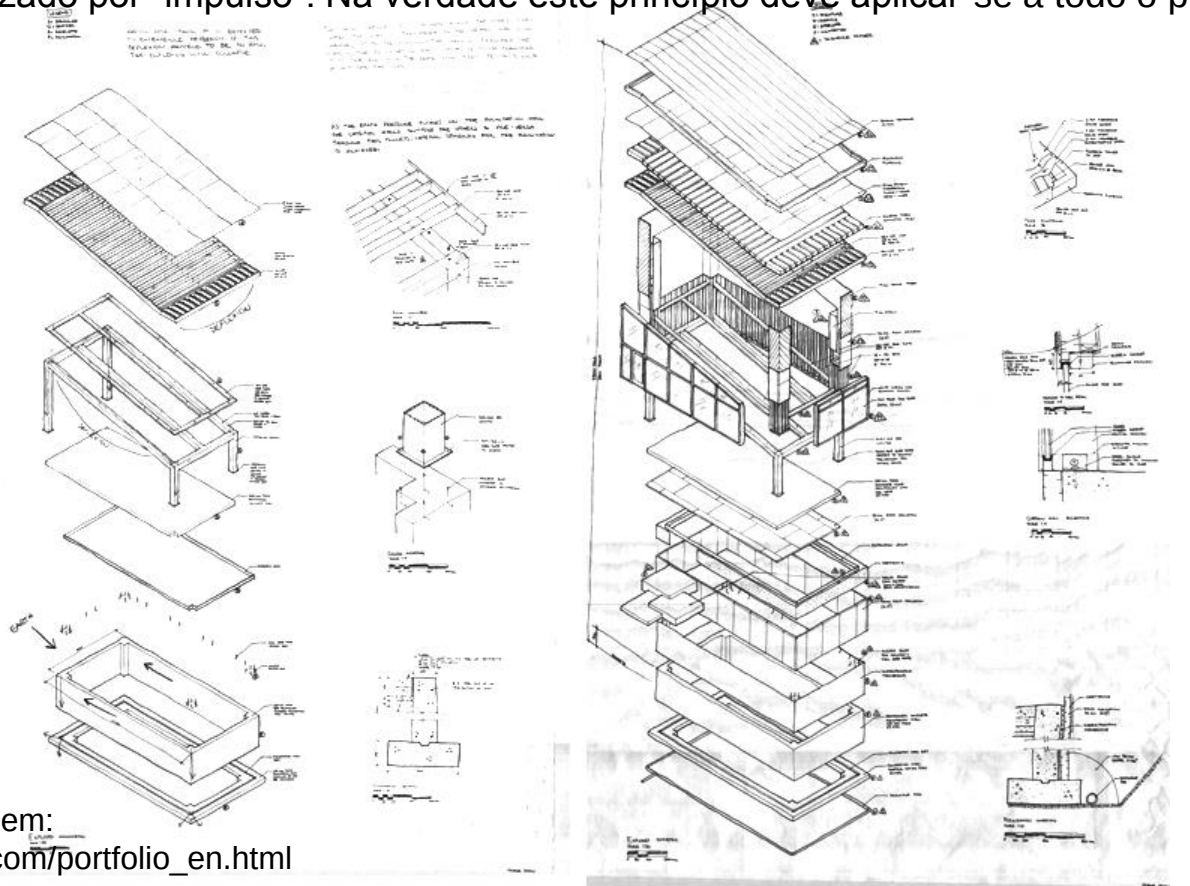




Imagens disponíveis em:
http://qwickstep.com/search/exploded-drawing.html

>> Exemplos de desenhos axonométricos cotados e anotados: exemplos da Web

A anotação de medidas em desenhos axonométricos numa direcção de eixo deve ser feita paralelamente a esse eixo com as linhas de chamada paralelas a um dos outros dois eixos. O desenho dos algarismos deve respeitar a lógica da axonometria como se o algarismo se situasse num plano em axonometria. O desenho dos algarismos deve ser cuidado e uniforme ao longo do desenho. O registo das medidas deve ser pensado e preparado e realizado por “impulso”. Na verdade este princípio deve aplicar-se a todo o processo de desenho.



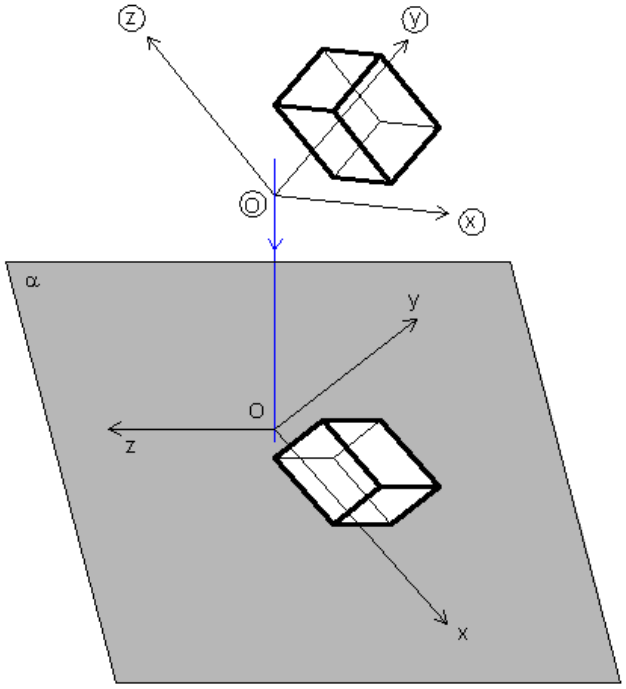
Imagens disponíveis em:
http://nicholascaron.com/portfolio_en.html

Tópico 02

Os vários tipos de desenhos através de representações em axonometria: do esquiço ao desenho técnico. Bases operativas gerais do sistema axonométrico: axonometria ortogonal e axonometria oblíqua. Subsistemas axonométricos oblíquos: caso geral (teorema de Pohlke), a axonometria cavaleira e a axonometria militar; a definição de escalas nos eixos axonométricos; a noção de coeficiente de redução. O método do paralelepípedo envolvente e o método da afinidade.

>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA: noções gerais

Na representação axonométrica, as figuras geométricas são associadas a um REFERENCIAL TRI-ORTOGONAL e projectadas solidariamente com este num plano, o PLANO AXONOMÉTRICO, através de uma projecção ortogonal (AXONOMETRIA ORTOGONAL) ou oblíqua (AXONOMETRIA CLINOGONAL).



(x), (y), (z)	- REFERENCIAL TRI-ORTOGONAL
(x), (y) e (z)	- EIXOS COORDENADOS
(O)	- ORIGEM DO REFERENCIAL TRI-ORTOGONAL
(x)(y), (y)(z) e (z)(x)	- PLANOS COORDENADOS
α	- PLANO AXONOMÉTRICO (o plano do desenho; a folha de papel)
x, y e z	- EIXOS AXONOMÉTRICOS
O	- PROJECÇÃO DA ORIGEM (por comodidade de linguagem por vezes designa-se simplesmente origem)

Nota: Alguns autores designam os planos coordenados por planos axonométricos, os eixos coordenados por eixos axonométricos, designando o plano de projecção simplesmente como plano de projecção. A nossa notação está de acordo com a notação adoptada nos programas do ensino secundário e vai ao encontro da notação utilizada pela maioria dos autores.

>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA: escalas e coeficientes de redução

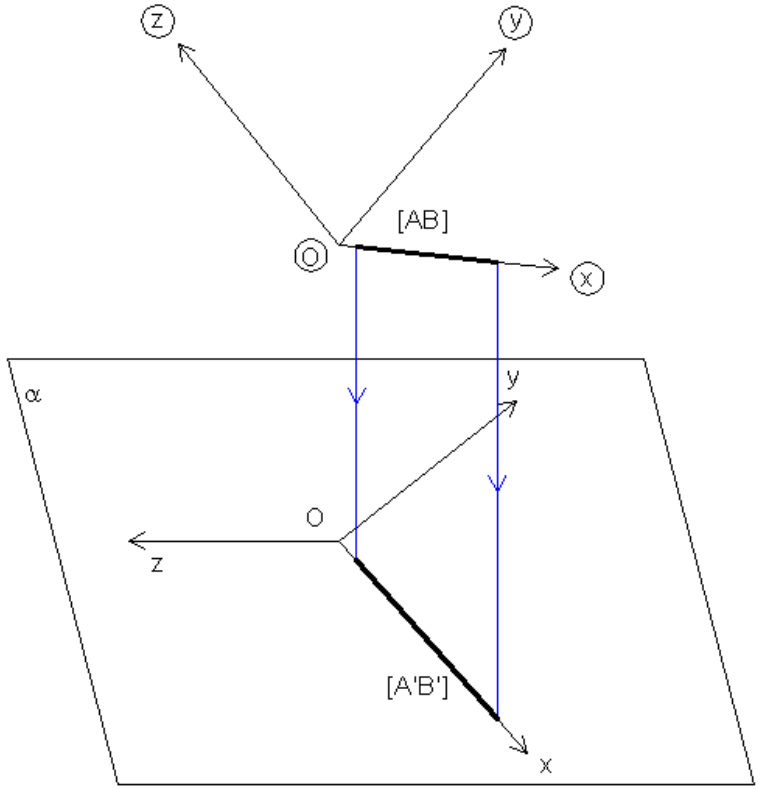
Numa representação axonométrica podem estar relacionados, separadamente ou em conjunto, três conceitos distintos: i) ESCALA DO DESENHO AXONOMÉTRICO, ii) ESCALA AXONOMÉTRICA (escala do desenho da direcção de um eixo axonométrico), e iii) COEFICIENTE DE REDUÇÃO.

A noção geral do conceito de ESCALA define-a como sendo a razão entre uma medida numa representação e a sua homóloga real. As escalas podem ser expressas graficamente ou numericamente através de um quociente. Um exemplo de escala numérica é 1/100, escala bastante usada em arquitectura.

Assim, quando se toma a axonometria no seu conjunto como um desenho, faz sentido falar de ESCALA DO DESENHO AXONOMÉTRICO no sentido geral que se dá ao termo escala. Esta diz respeito a um factor de redução global a aplicar ao espaço de um objecto a ser representado.

O conceito de COEFICIENTE DE REDUÇÃO é específico da representação axonométrica e é função i) da direcção do eixo coordenado em relação ao plano axonométrico, e ii) da direcção de projecção. E é independente da escala do desenho.
Não esqueçamos que os eixos axonométricos são projecções de eixos coordenados e que, por isso, as medidas paralelas a um eixo coordenado aparecem projectadas paralelas ao eixo axonométrico correspondente. À razão entre uma medida paralela a um eixo axonométrico, digamos [A'B'], e a sua homóloga paralela ao eixo coordenado correspondente, digamos [AB], dá-se a designação de COEFICIENTE DE REDUÇÃO. No caso da figura seguinte trata-se do coeficiente de redução no eixo axonométrico x e nota-se por C_x. De modo idêntico nota-se C_y e C_z.

>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA: escalas e coeficientes de redução



A noção de ESCALA AXONOMÉTRICA de um eixo axonométrico corresponde à composição da escala do desenho com o coeficiente de redução para esse eixo axonométrico. Assim, numa representação axonométrica há 3 escalas axonométricas que podem sempre ser separadas (embora às vezes de forma difícil) em escala do desenho e coeficientes de redução.

>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA: escalas e coeficientes de redução

É importante perceber o que une e distingue os conceitos de escala axonométrica e de coeficiente de redução. Vamos procurar fazê-lo através de um exemplo.

Num desenho axonométrico à escala 1/100, por exemplo, as medidas reais são afectadas sequencialmente, e separadamente, pela escala do desenho e de seguida pelo coeficiente de redução, ou vice-versa. Suponhamos que pretendemos representar uma medida de 8m paralela ao eixo coordenado z, sabendo que o coeficiente de redução a aplicar às medidas no eixo coordenado z é de 0.9, por exemplo. Neste caso a medida 8m afectada pela escala do desenho, 1/100, resulta em 8cm. De seguida esta medida afectada do coeficiente de redução 0.9 resulta em 7.2cm. Esta é a medida a representar ao longo do eixo axonométrico z.

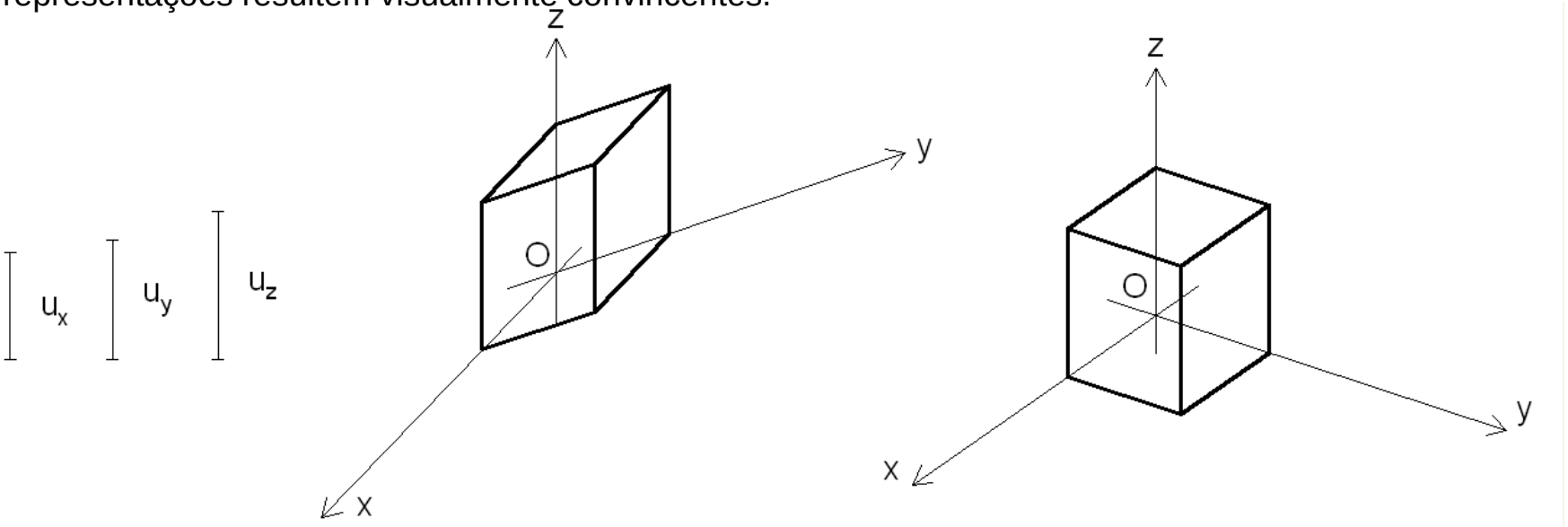
Por outro lado a escala axonométrica de um eixo é uma expressão que sintetiza, não distinguindo, o coeficiente de redução e a escala do desenho. Assim, ao definir escalas para os eixos axonométricos, em geral escalas gráficas, não são explícitos os valores dos coeficientes de redução nem a escala da axonometria. Porém, as relações de proporção entre as escalas axonométricas e as relações de proporção entre os coeficientes de redução são as mesmas.

>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA: axonometria oblíqua (clinogonal)

No CASO GERAL da axonometria oblíqua podemos escolher arbitrariamente as direcções dos eixos axonométricos e as escalas axonométricas em cada eixo. Esta possibilidade é uma consequência directa do teorema de Pohlke. Este é o caso em que distinguir escala do desenho e coeficientes de redução é tarefa árdua!

Nos exemplos abaixo foram arbitradas diferentes direcções de eixos axonométricos e foram definidas escalas para os eixos axonométricos x, y e z dada pelos segmentos u_x, u_y e u_z, respectivamente, representativos de um comprimento unitário. Em cada uma das axonometrias está representado um cubo com uma unidade de lado.

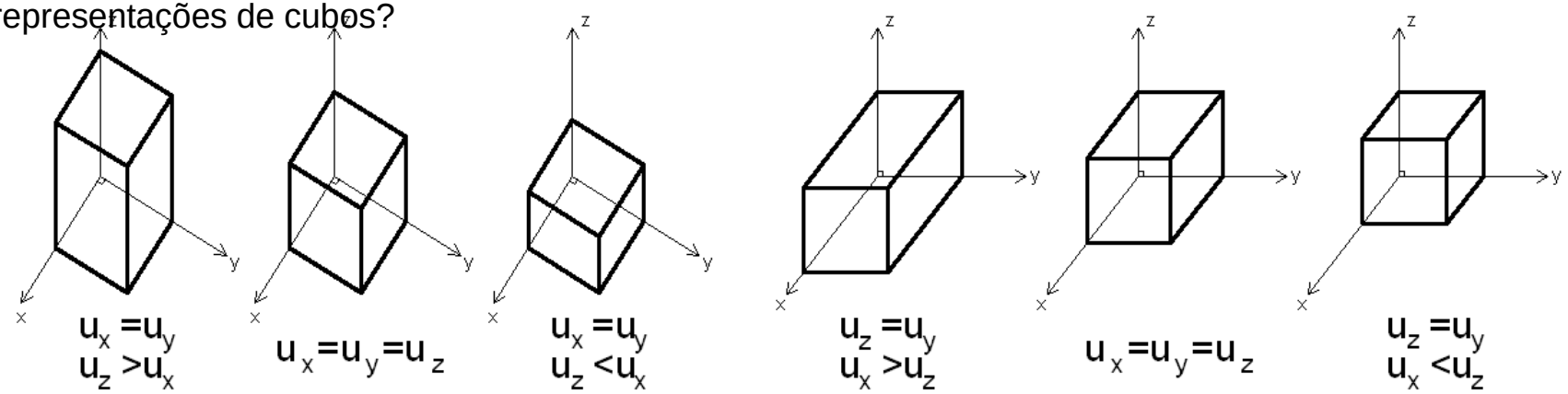
Do ponto de vista estritamente geométrico ambas as representações estão correctas. No entanto a representação da direita é mais verosímil como representação de um cubo. Por isso, ao considerar o caso geral da axonometria oblíqua, pode ser conveniente dispor os eixos e definir as escalas de modo a que as representações resultem visualmente convincentes.



>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA: axonometria oblíqua (clinogonal)

Para além do caso geral da axonometria oblíqua consideram-se, em geral, dois casos particulares: i) o caso em que o plano coordenado x.y é paralelo ao plano axonométrico (AXONOMETRIA MILITAR) e o caso em que o plano coordenado x.y (ou y.z) é paralelo ao plano axonométrico (AXONOMETRIA CAVALEIRA). A consequência desta disposição espacial é de que os eixos axonométricos x e y, no caso da axonometria militar, e os eixos x e z (ou y e z), no caso da axonometria cavaleira, são perpendiculares entre si, e as ESCALAS AXONOMÉTRICAS nestes eixos são iguais entre si. Os coeficientes de redução nestes eixos são iguais à unidade.

No caso da axonometria militar a direcção e escala do eixo axonométrico z podem ser livremente arbitradas, porém a representação só resulta visualmente convincente se a escala no eixo axonométrico z for igual ou inferior à escala dos outros dois eixos, isto é, se o coeficiente de redução for igual ou inferior a 1. Raciocínio análogo pode ser aplicado ao caso da axonometria cavaleira. Nos exemplos abaixo estão representados cubos em axonometria militar (à esquerda) e cavaleira (à direita). Quais são mais convincentes como representações de cubos?

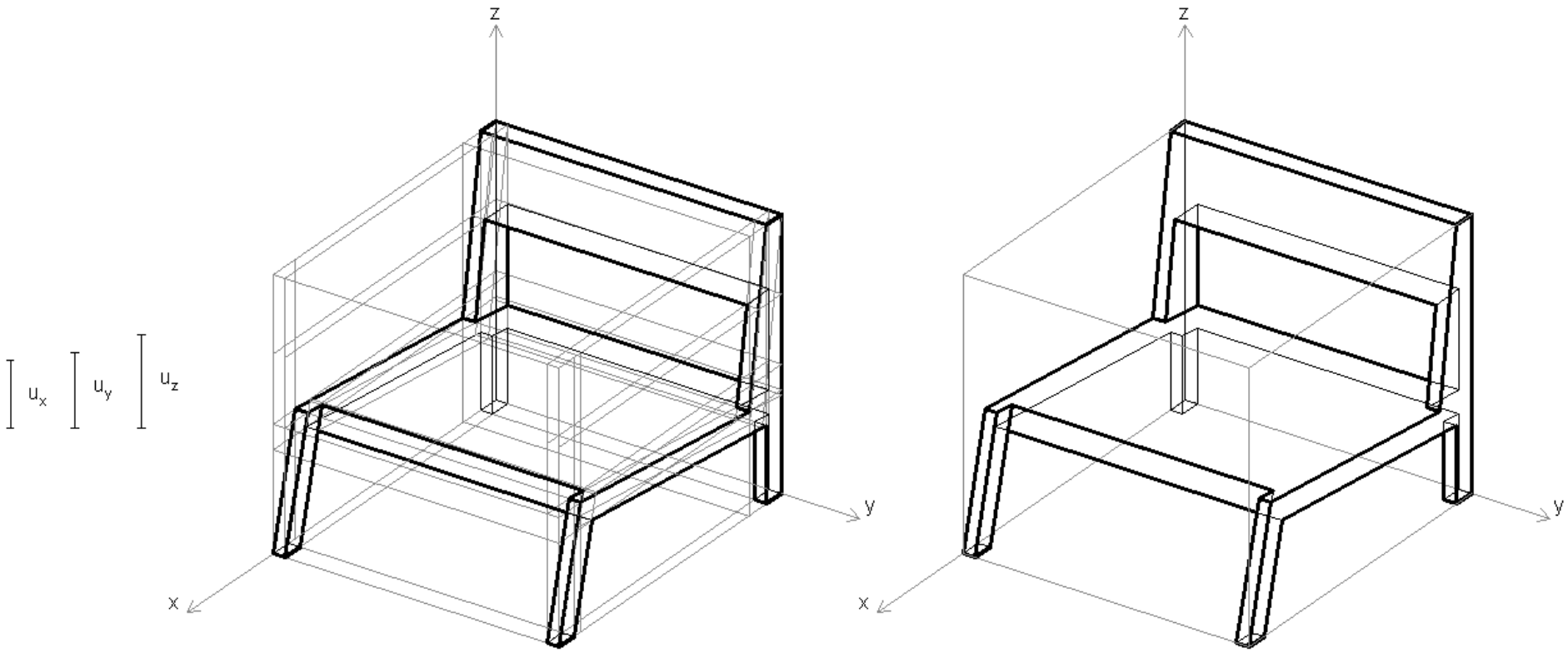


Axonometria Militar

Axonometria Cavaleira

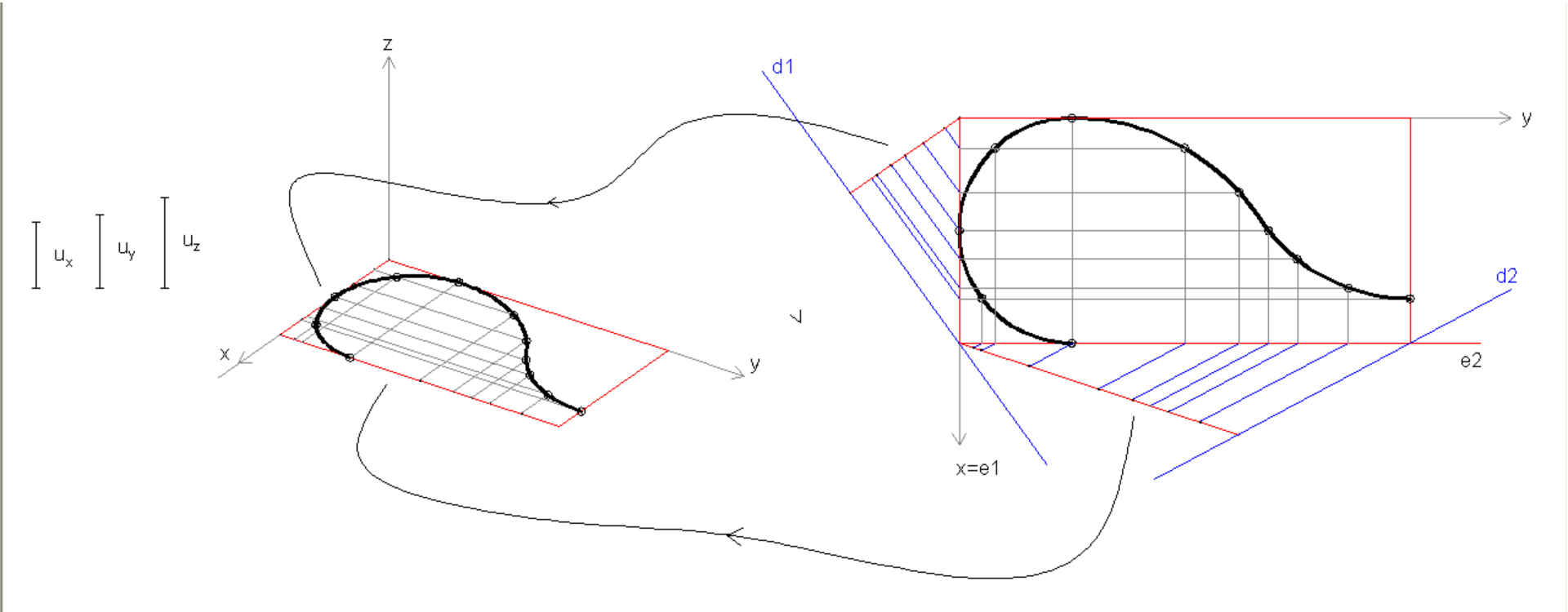
>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA: o método do paralelepípedo envolvente

Para representar um objecto mais ou menos complexo em axonometria, pode considerar-se o paralelepípedo que o circunscreve e em função da decomposição deste chegar àquele. Este método designa-se por MÉTODO DO PARALELEPÍPEDO ENVOLVENTE. Na figura seguinte dá-se um exemplo.

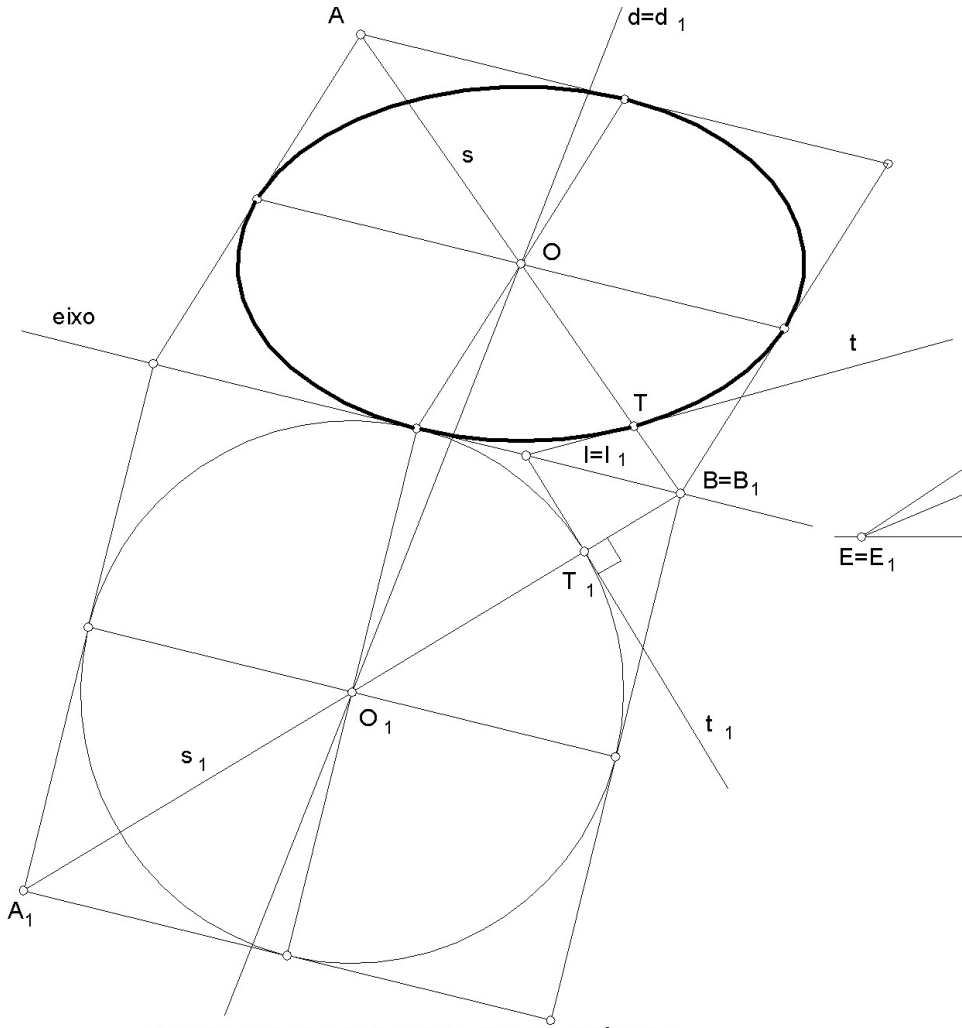


>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA: o método da afinidade

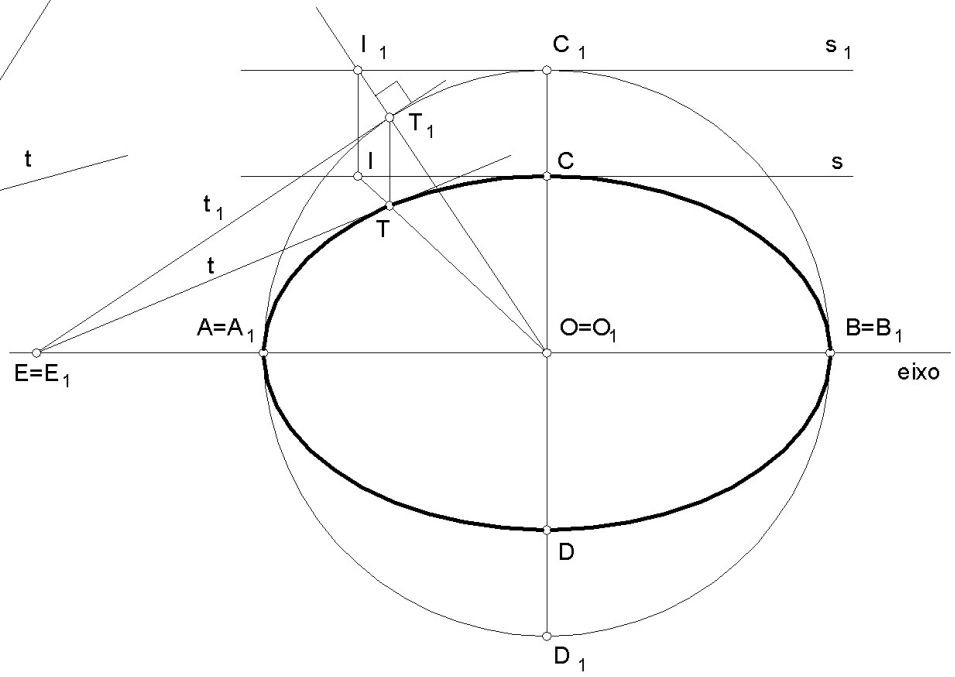
Associado ou não ao método anterior, pode utilizar-se o MÉTODO DA AFINIDADE. Este método consiste: i) na definição de um eixo para a transformação afim, e ii) na definição de uma direcção de afinidade que relacione o desenho a obter com um desenho homólogo conhecido. A figura seguinte ilustra a aplicação do método na representação de uma curva livre. Note-se que por comodidade de desenho pode proceder-se à transformação como um traçado auxiliar desviado da axonometria, como ilustra a figura. Note-se ainda que foram utilizadas duas afinidades, uma de direcção d1 e eixo e1, e outra de direcção d2 e eixo e2.



>> AFINIDADE ELIPSE / CIRCUNFERÊNCIA

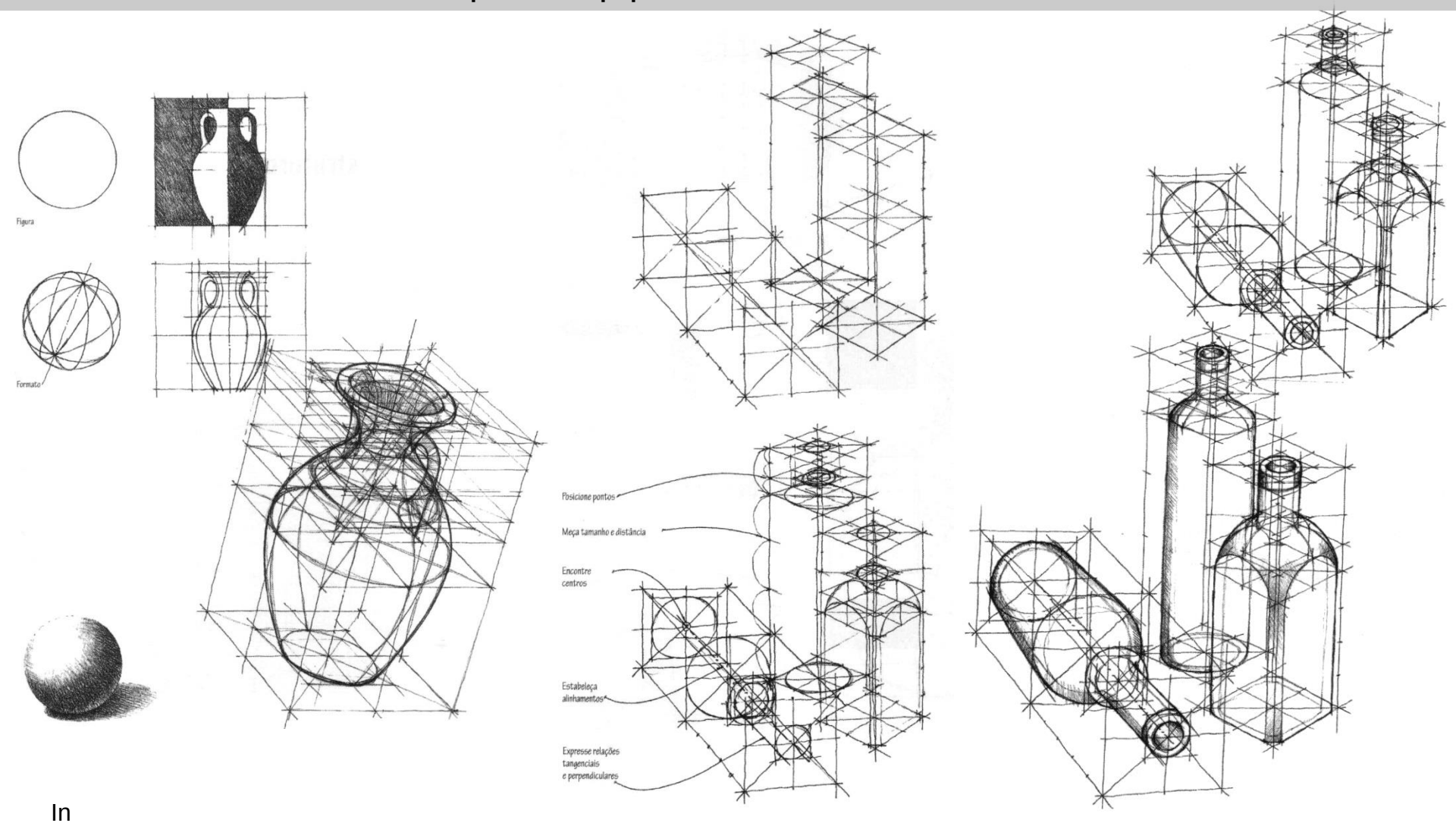


AFINIDADE ELIPSE/CIRCUNFERÊNCIA



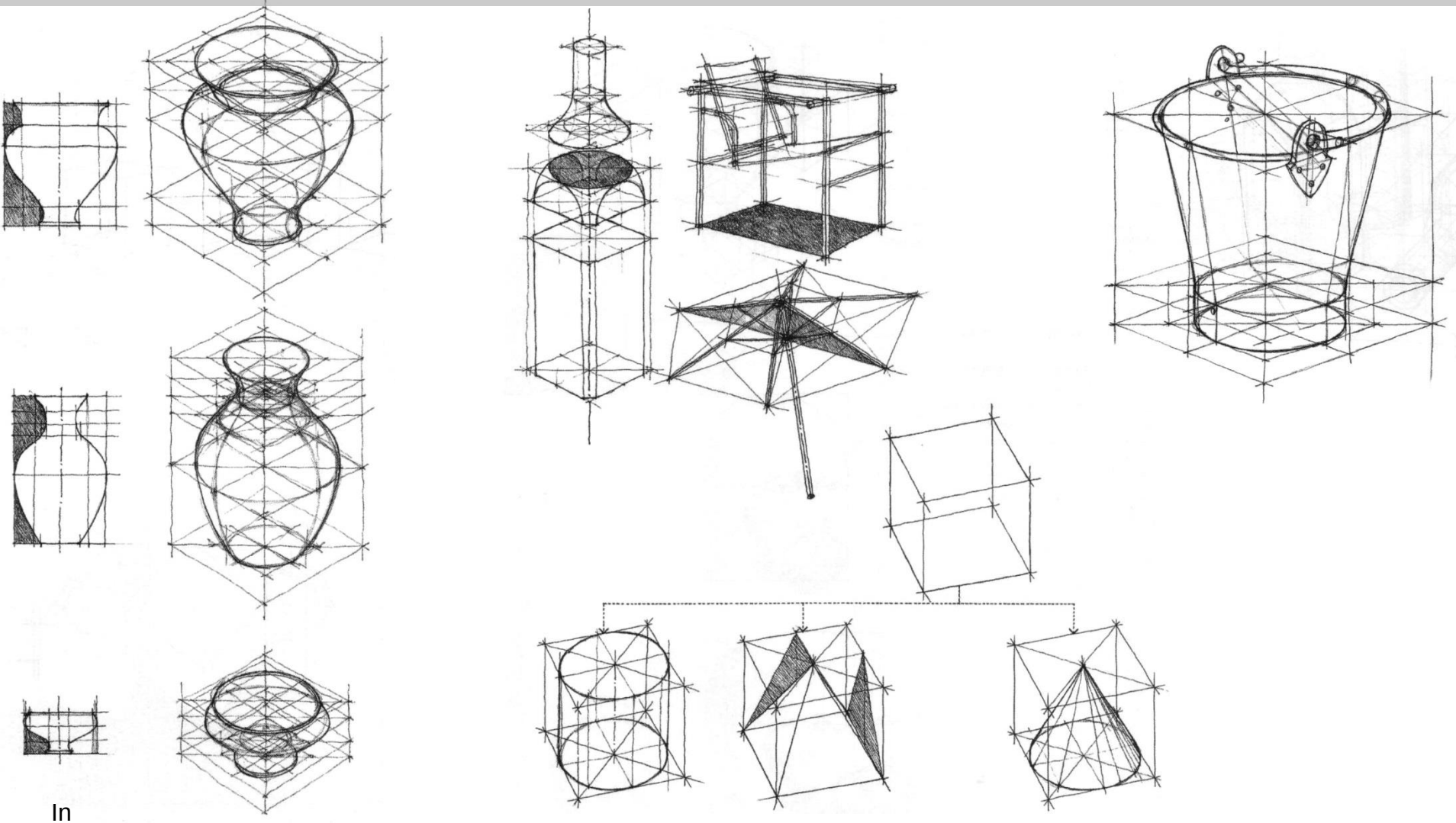
AFINIDADE ELIPSE/CIRCUNFERÊNCIA

>> EXEMPLOS: método do paralelepípedo envolvente / afinidade



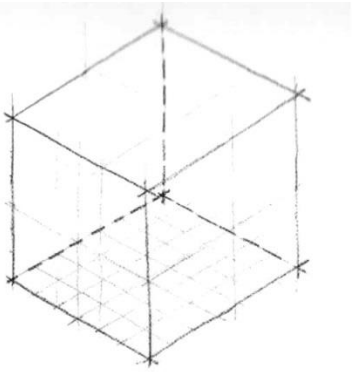
In
CHING F, JUROSZEK S: Representação gráfica para desenho e projeto. 2001. Ed. Gustavo Gili. ISBN 84-252-1848-9

>> EXEMPLOS: método do paralelepípedo envolvente / afinidade

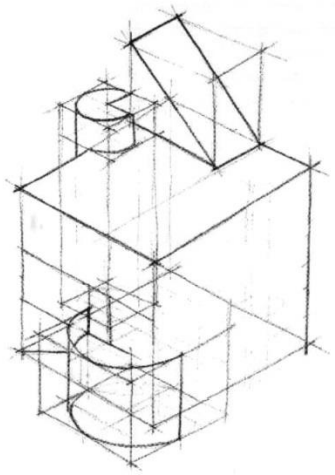


In
CHING F, JUROSZEK S: Representação gráfica para desenho e projeto. 2001. Ed. Gustavo Gili. ISBN 84-252-1848-9

>> EXEMPLOS: método do paralelepípedo envolvente

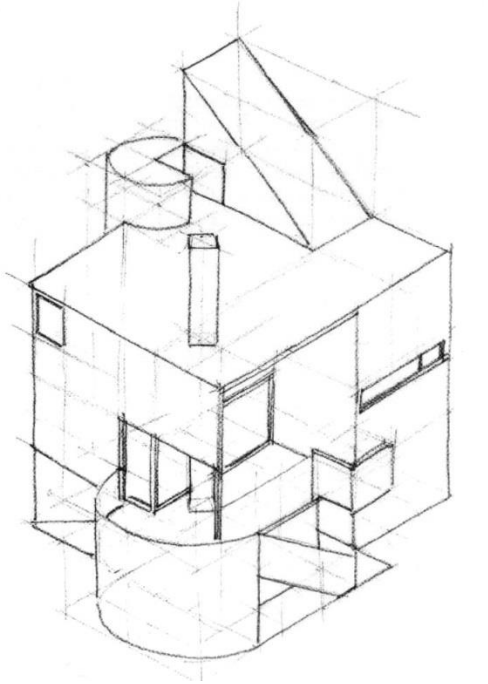


Um simples prisma em axonometria converte-se no "contentor" básico de um edifício, neste caso a residência Gwathmey.



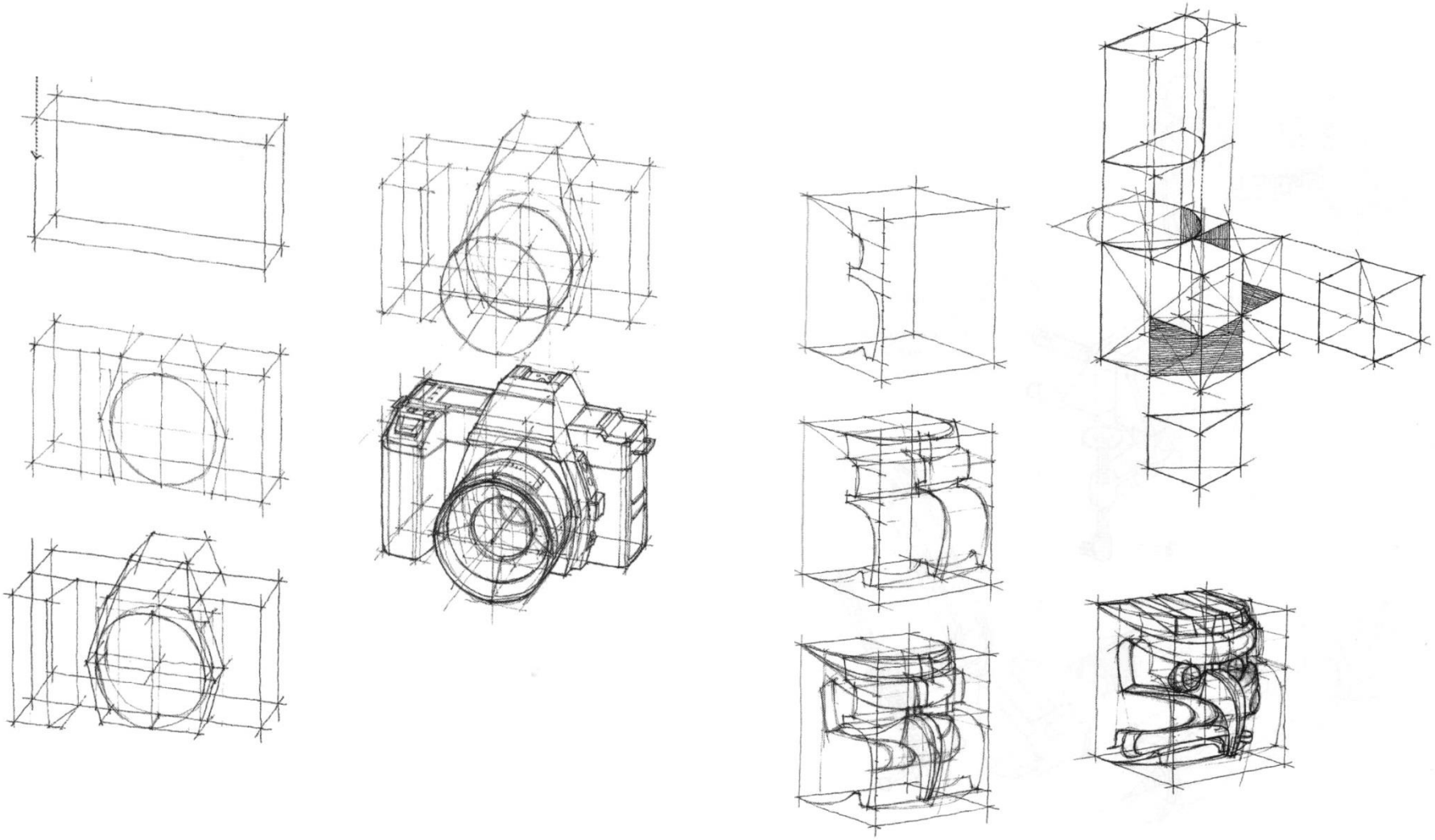
Subdivide-se gradualmente o prisma, de acordo com os elementos volumétricos que compõem a sua estrutura arquitectónica.

Por fim, incluem-se janelas, escada e aqueles elementos que acabam por definir a proposta analisada.



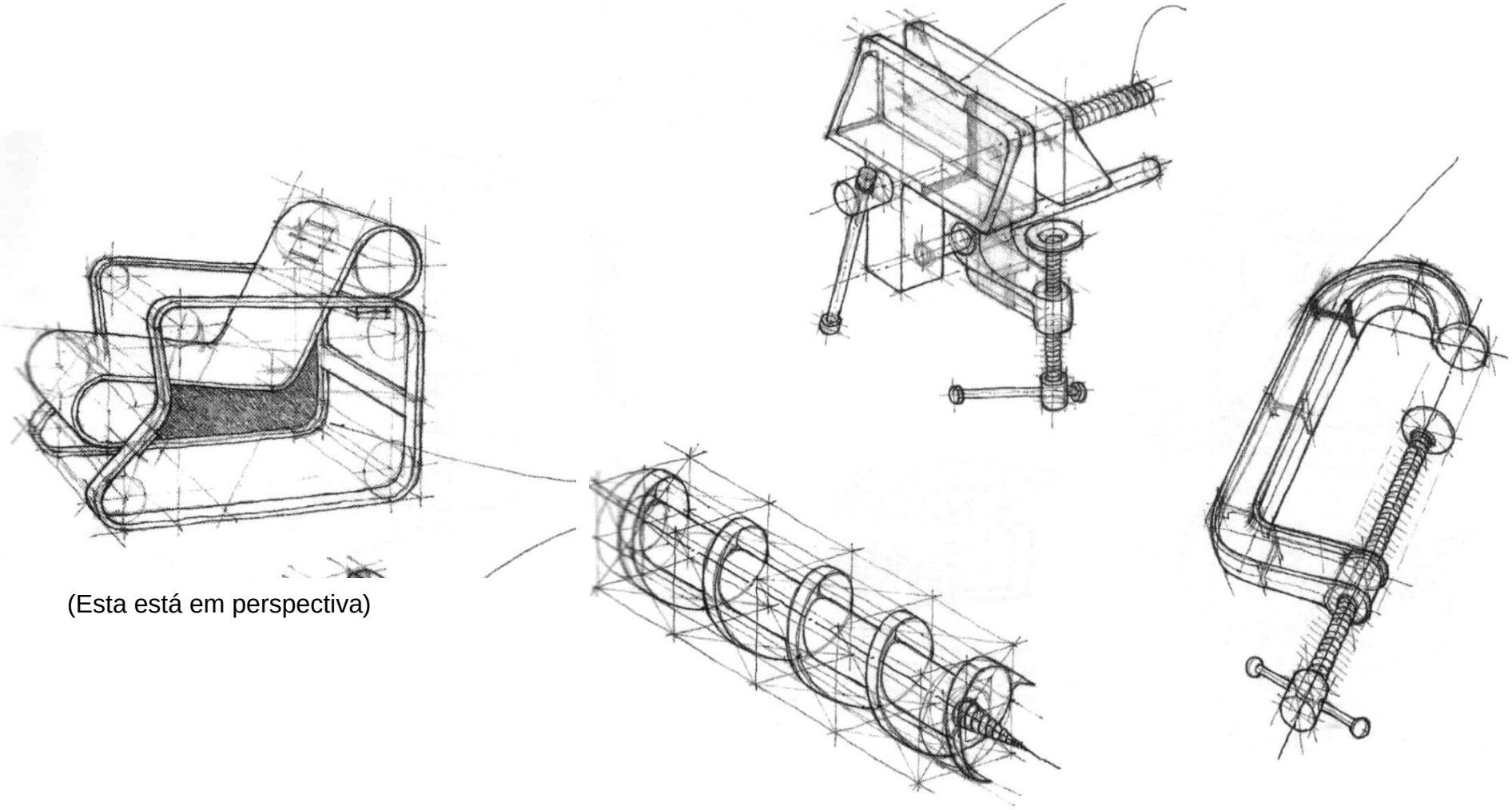
In
CANAL M (direcção editorial): Desenho livre para arquitectos. 2004. Editorial Estampa. ISBN 978-972-33-2040-4

>> EXEMPLOS: adição / subtracção



In
CHING F, JUROSZEK S: Representação gráfica para desenho e projeto. 2001. Ed. Gustavo Gili. ISBN 84-252-1848-9

>> EXEMPLOS: formas complexas



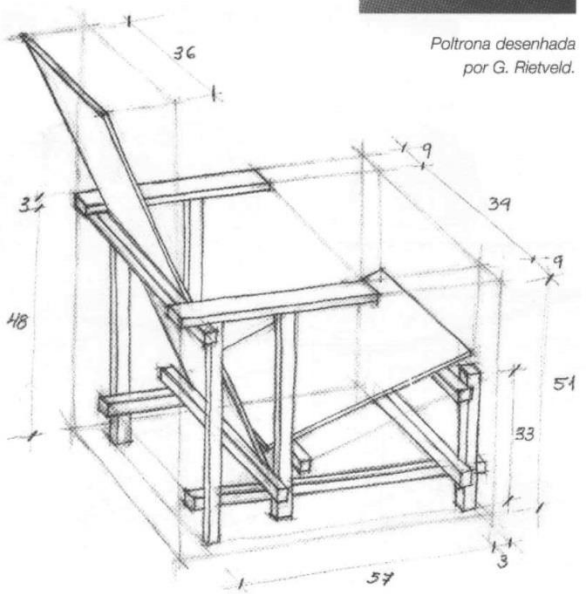
(Esta está em perspectiva)

In
CHING F, JUROSZEK S: Representação gráfica para desenho e projeto. 2001. Ed. Gustavo Gili. ISBN 84-252-1848-9

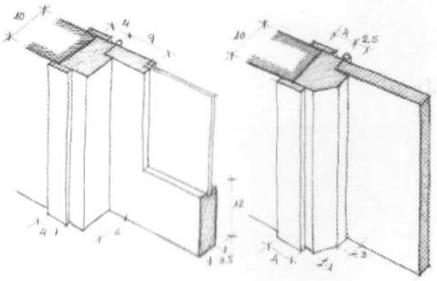
>> EXEMPLOS: esquiço axonométrico cotado

Esboço a lápis em axonometria ortogonal, da poltrona Rietveld.

Poltrona desenhada por G. Rietveld.

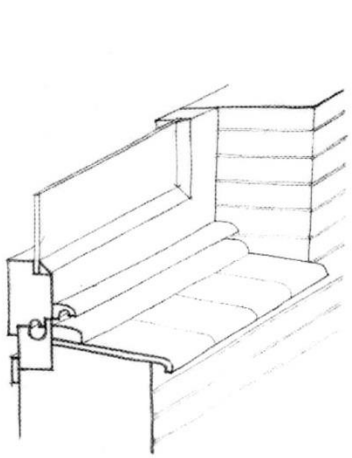


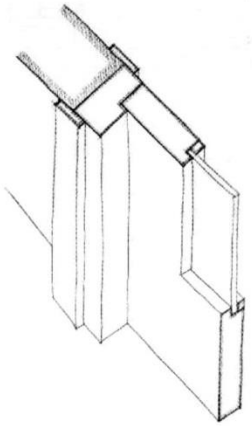
Esboço a lápis em axonometria ortogonal, a partir de secções horizontais de portas de madeira, uma com vidro e outra maciça.

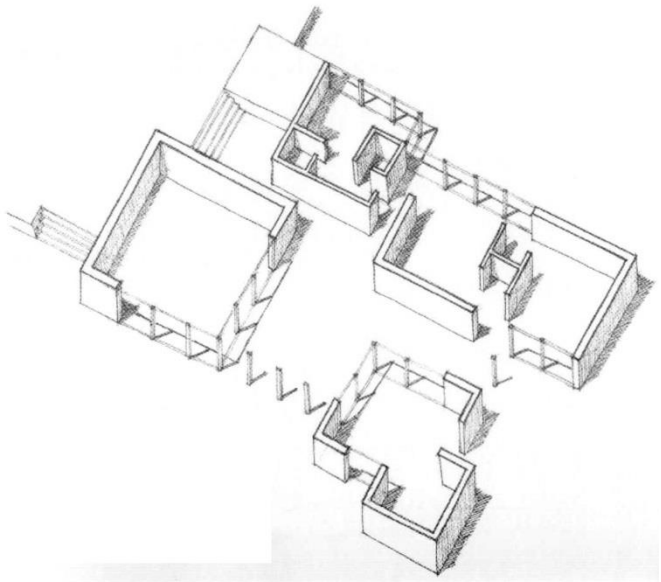


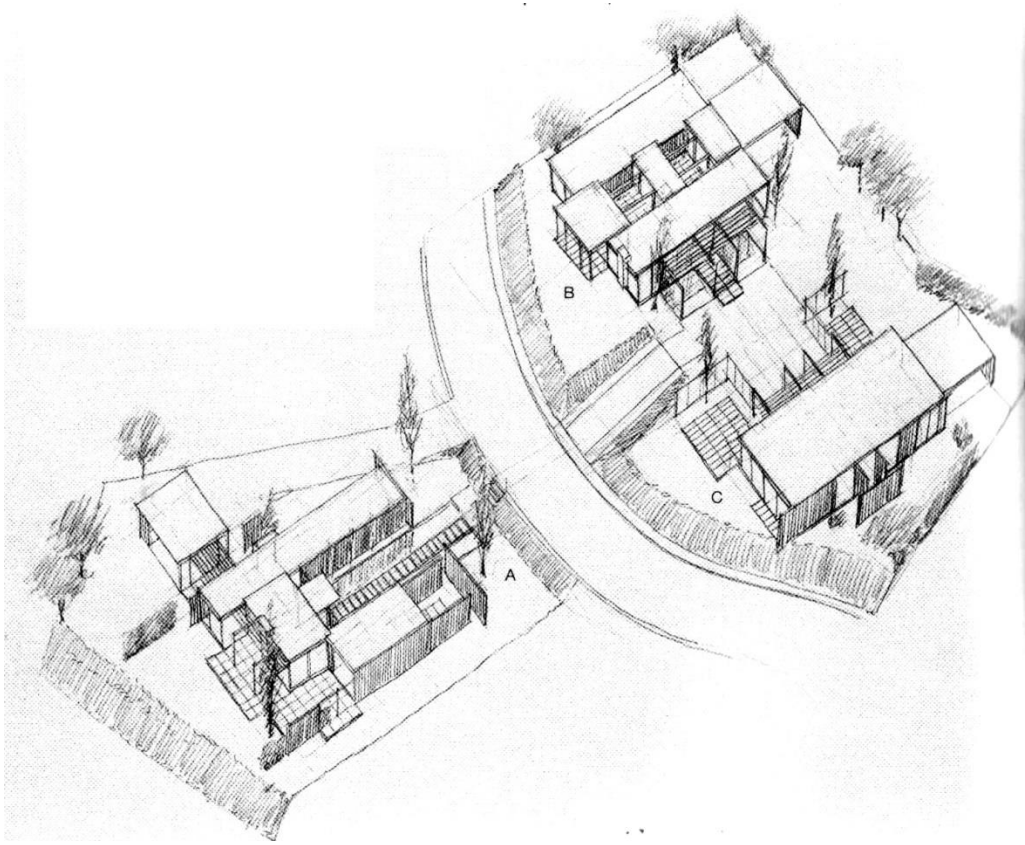
In
CANAL M (direcção editorial): Desenho livre para arquitectos. 2004. Editorial Estampa. ISBN 978-972-33-2040-4

>> EXEMPLOS: esquiço axonométrico em axonometria cavaleira e militar





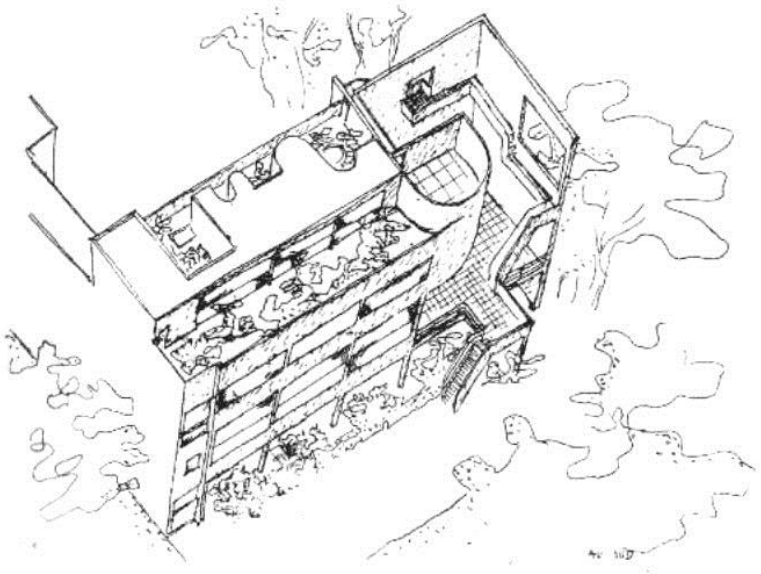




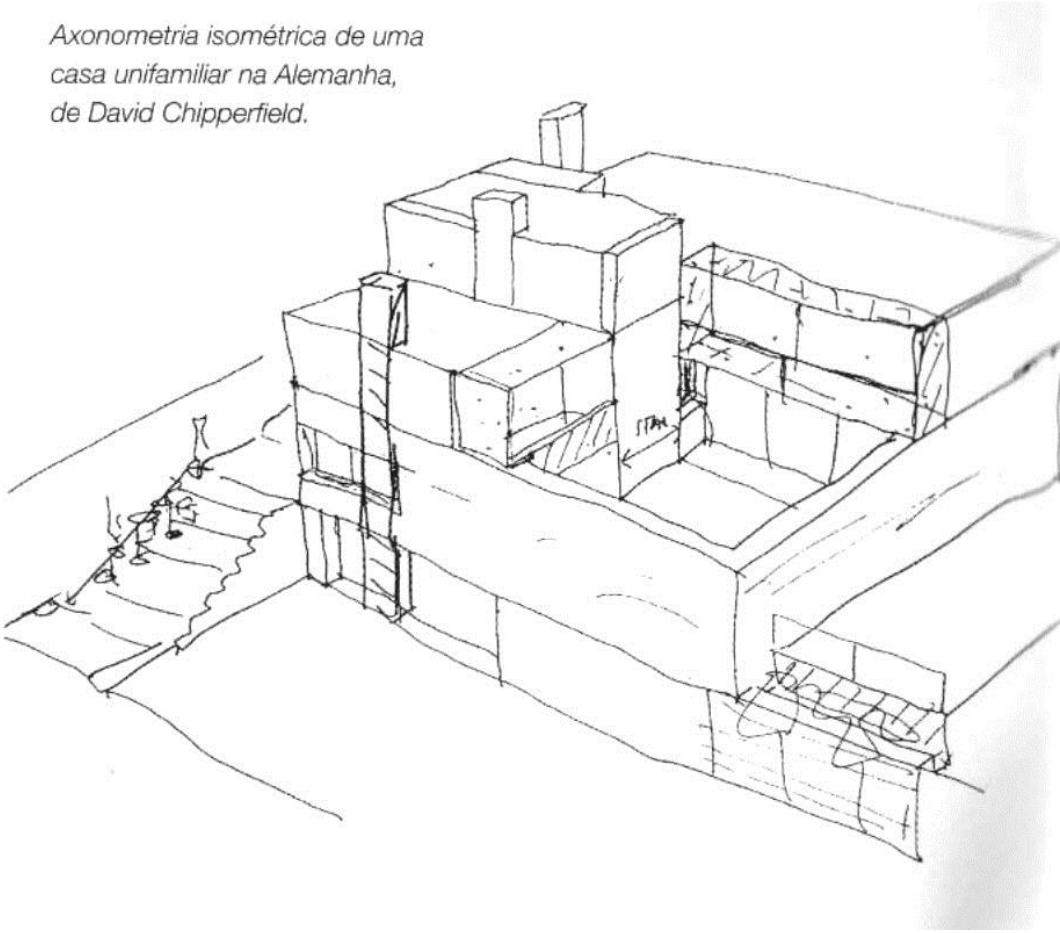
In
CANAL M (direcção editorial): Desenho livre para arquitectos. 2004. Editorial Estampa. ISBN 978-972-33-2040-4

>> EXEMPLOS: mais outro exemplo!...

Axonometria militar da casa Steir, em Garches (França), da autoria de Le Corbusier.



Axonometria isométrica de uma casa unifamiliar na Alemanha, de David Chipperfield.



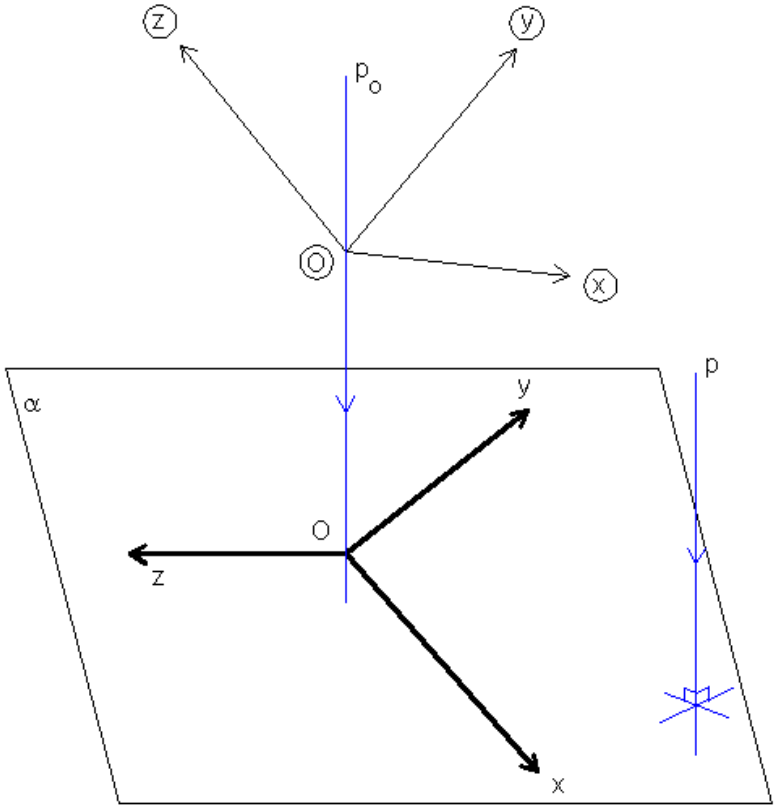
In
CANAL M (direcção editorial): Desenho livre para arquitectos. 2004. Editorial Estampa. ISBN 978-972-33-2040-4

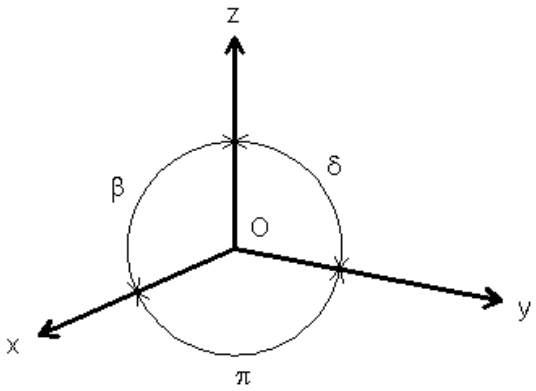
Tópico 03

O Sistema axonométrico:
- O caso geral da axonometria ortogonal: o triângulo fundamental e o rebatimento dos planos coordenados.
- Subsistemas axonométricos ortogonais: trimetria ou anisometria, dimetria, isometria ou monometria.

>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA ORTOGONAL: noções gerais e subsistemas

No caso geral da representação axonométrica ortogonal, os eixos coordenados são oblíquos ao plano axonométrico com inclinações distintas. Daqui resulta que a cada eixo axonométrico corresponde um coeficiente de redução diferente, sendo todos inferiores a 1 (o que acontece sempre nas axonometrias ortogonais), e todos os ÂNGULOS AXONOMÉTRICOS são diferentes, sendo todos superiores a 90º (o que acontece sempre nas axonometrias ortogonais). Quando assim é, o subsistema axonométrico designa-se por TRIMETRIA ou ANISOMETRIA, como se ilustra na figura.





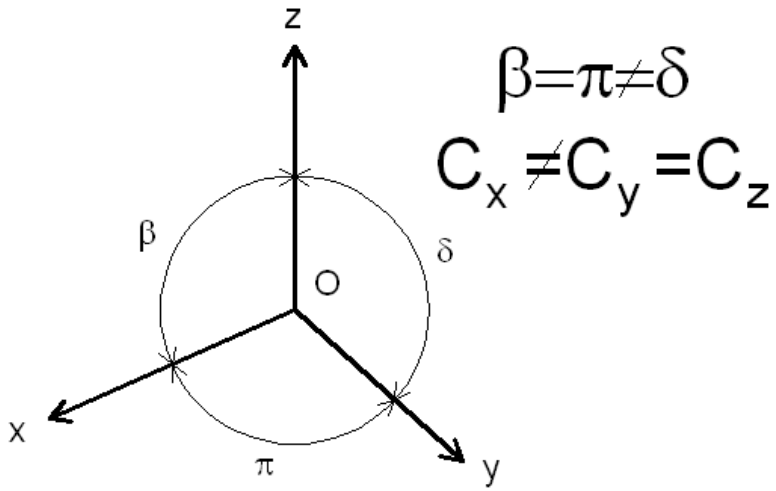
$\beta \neq \delta \neq \pi$

$C_x \neq C_y \neq C_z$

Trimetria

>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA ORTOGONAL: noções gerais e subsistemas

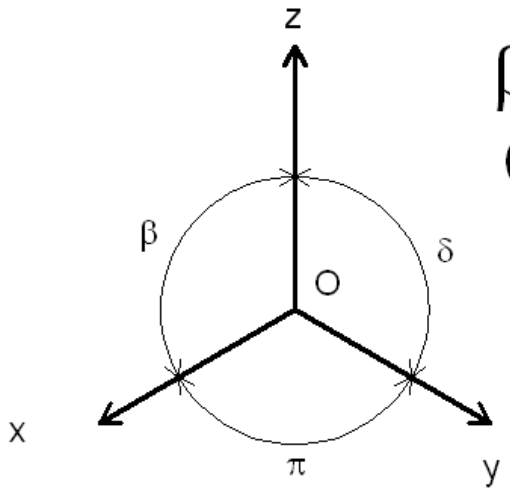
Dois outros casos podem ser considerados.
O caso da DIMETRIA, em que dois eixos coordenados apresentam igual inclinação em relação ao plano axonométrico, com a consequência de haver dois coeficientes de redução e dois ângulos axonométricos iguais.
O caso da ISOMETRIA ou MONOMETRIA, em que os três eixos coordenados apresentam igual inclinação em relação ao plano axonométrico com a natural consequência da igualdade dos três coeficientes de redução e dos três ângulos axonométricos.
Na figura seguinte ilustram-se estes dois casos.



$\beta = \pi \neq \delta$

$C_x \neq C_y = C_z$

Dimetria



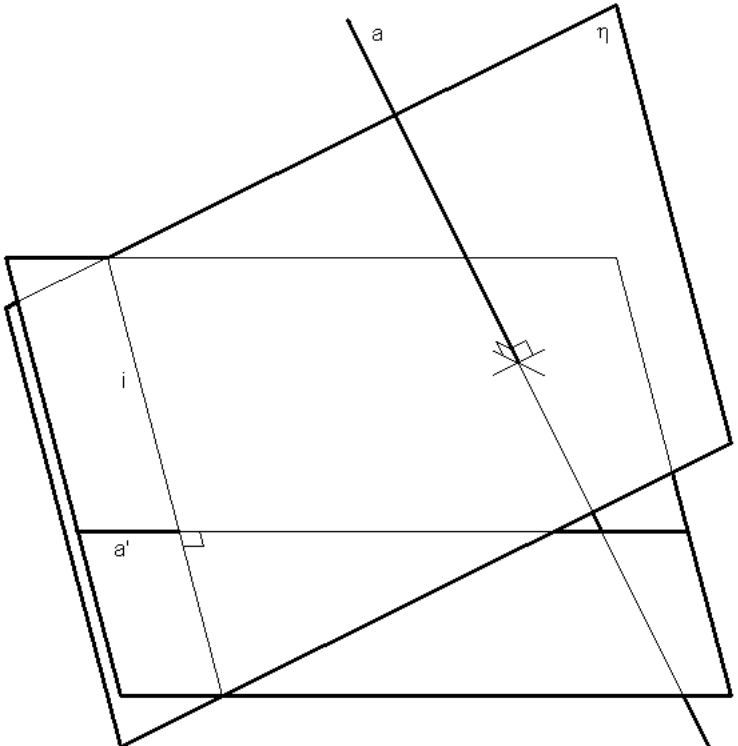
$\beta = \pi = \delta = 120^\circ$

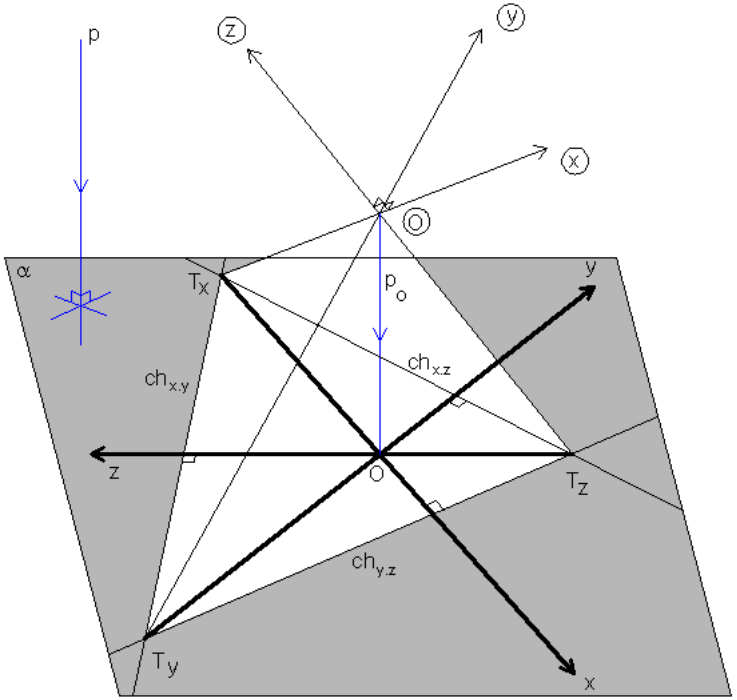
$C_x = C_y = C_z$

Isometria

>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA ORTOGONAL: triângulo fundamental

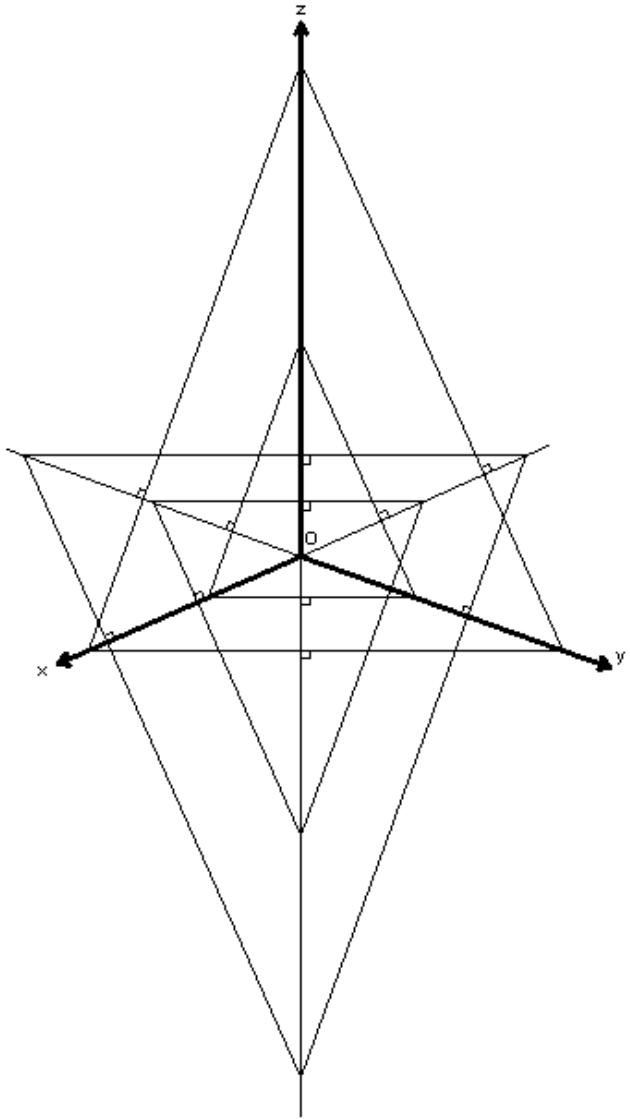
Cada um dos eixos coordenados, intersecta o plano axonométrico num ponto. O conjunto dos três pontos (na figura são os pontos T_x, T_y e T_z) define um triângulo. Esse triângulo designa-se TRIÂNGULO FUNDAMENTAL ou TRIÂNGULO PRINCIPAL da axonometria. Cada lado do triângulo está contido na recta de intersecção de um plano coordenado com o plano axonométrico e é perpendicular à projecção do outro eixo coordenado. Este facto relaciona-se com o teorema da geometria no espaço segundo o qual "quando uma recta *a* é perpendicular a um plano η, a sua projecção ortogonal num plano ω, digamos *a'*, é perpendicular à recta *i* comum aos planos η e ω". Na figura à esquerda ilustramos o teorema, e à direita a sua consequência na relação dos lados do triângulo fundamental com os eixos axonométricos.





>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA ORTOGONAL: triângulo fundamental

Desta relação resulta que a projecção da origem do referencial no plano axonométrico é sempre o ORTOCENTRO do triângulo fundamental.
Qualquer plano paralelo ao plano axonométrico intersecta os eixos coordenados em pontos que definem um triângulo semelhante ao triângulo fundamental, como se ilustra na figura. Assumindo a direcção e sentido do eixo coordenado z conforme a figura, se o plano se encontrar “abaixo” da origem, o triângulo encontra-se “virado para baixo no desenho” e se o plano se encontrar “acima” da origem, o triângulo encontra-se “virado para cima no desenho”. Se o plano passar pela origem, o triângulo é nulo.
Qualquer um destes triângulos tem as mesmas propriedades que o triângulo fundamental e pode ser usado como tal, podendo nós assumir a designação de FAMÍLIA DE TRIÂNGULOS FUNDAMENTAIS (nossa designação).
Com efeito, na representação axonométrica o plano axonométrico permanece indeterminado, sendo apenas conhecida a sua orientação. Essa orientação reduz-se à “orientação da folha de desenho”. Isto significa que para resolver os problemas da representação axonométrica ortogonal pode utilizar-se indistintamente qualquer um destes triângulos e tomá-lo por triângulo fundamental. Ao fazê-lo fixamos uma posição para o plano axonométrico.



>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA ORTOGONAL: axonometrias gráficas

Nas axonometria ortogonais as escalas axonométricas e os coeficientes de redução não podem ser livremente arbitrados. Com efeito, como veremos, os coeficientes de redução ficam implicitamente determinados ao arbitrar uma qualquer disposição de eixos axonométricos válida (os ângulos axonométricos devem ser maiores que 90º e menores que 180º) e são directamente dependentes dessa disposição. Note-se que ao fixar uma tal disposição de eixos axonométricos, fica automaticamente definida a família de triângulos fundamentais, e com isso ficam fixas as direcções dos eixos coordenados, ou seja, as inclinações dos eixos coordenados em relação ao plano axonométrico, das quais os coeficientes de redução são função. Para efectuar uma representação axonométrica ortogonal não é necessário conhecer o valor numérico do coeficiente de redução. A representação pode ser feita por processos exclusivamente gráficos (AXONOMETRIAS GRÁFICAS). Estes processos implicam o rebatimento dos planos coordenados para o plano axonométrico (aqui considerado como o plano da folha de desenho). Através deste processo de rebatimento é possível relacionar medidas em “verdadeira grandeza” com as suas projecções “axonométricas”. Em geral as medidas que se relacionam deste modo são as coordenadas cartesianas dos vértices das figuras a representar (MÉTODO DAS COORDENADAS RECTANGULARES).

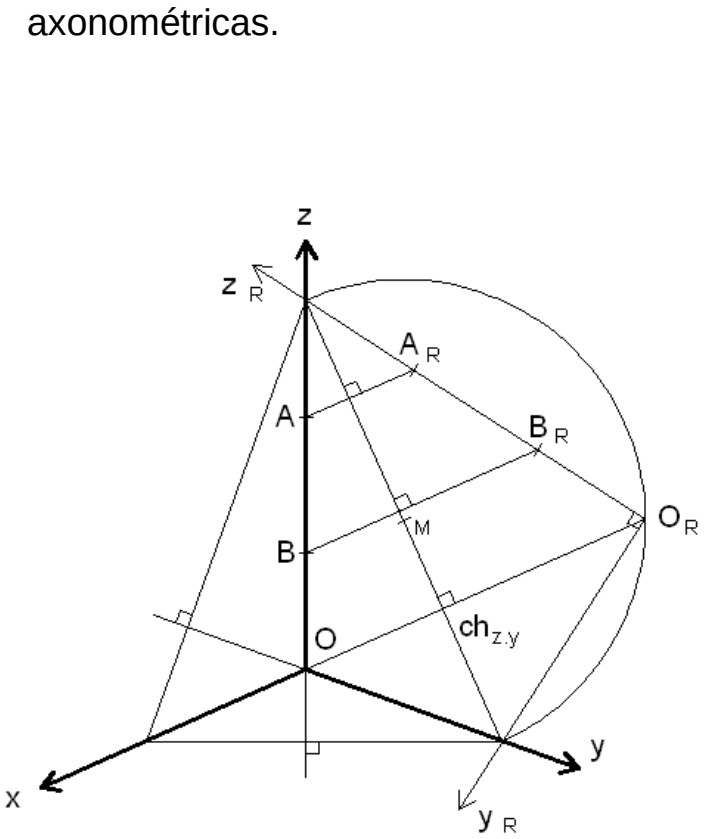
Embora se possa rebater qualquer plano, com qualquer orientação, para o plano axonométrico, nós apenas trataremos o caso do rebatimento dos planos coordenados.

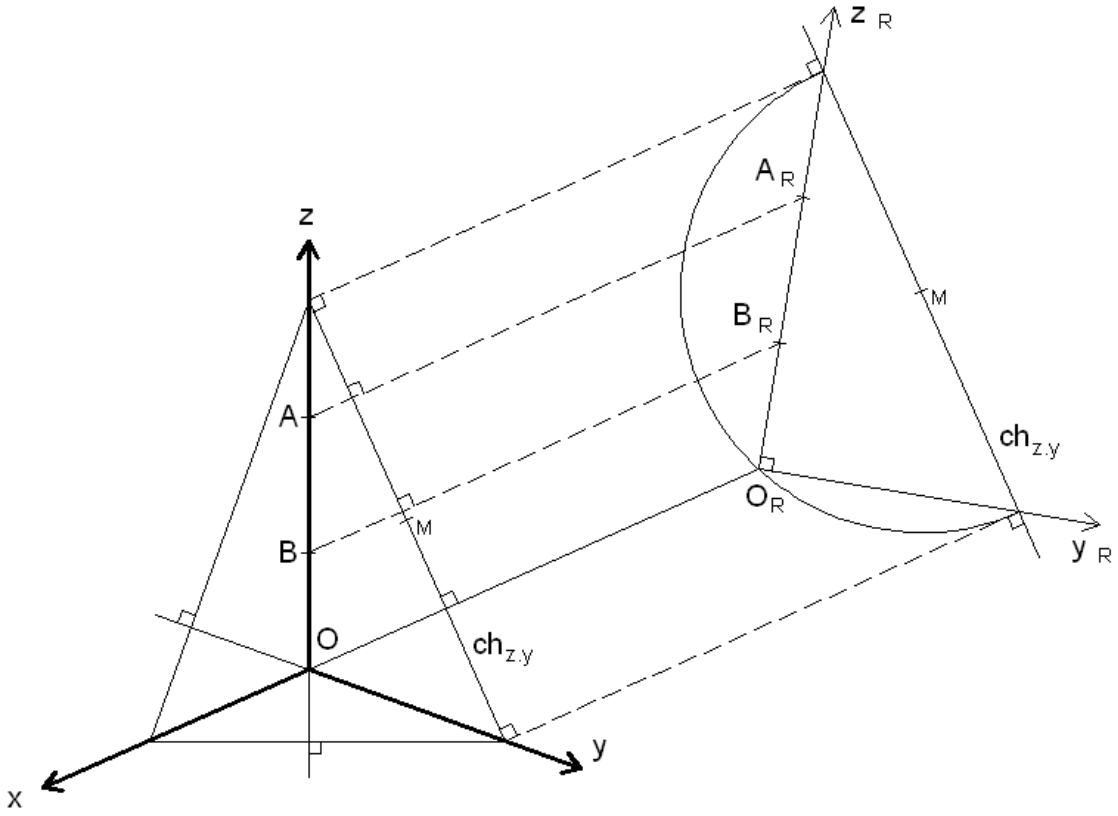
Na figura do slide seguinte ilustramos o processo do rebatimento de um plano coordenado. Para os outros o procedimento é idêntico. Note-se que há sempre dois sentidos possíveis para o rebatimento.

Note-se ainda que o processo do rebatimento graficamente não é mais que uma afinidade em que o eixo da transformação é a charneira do rebatimento.

>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA ORTOGONAL: rabatimentos

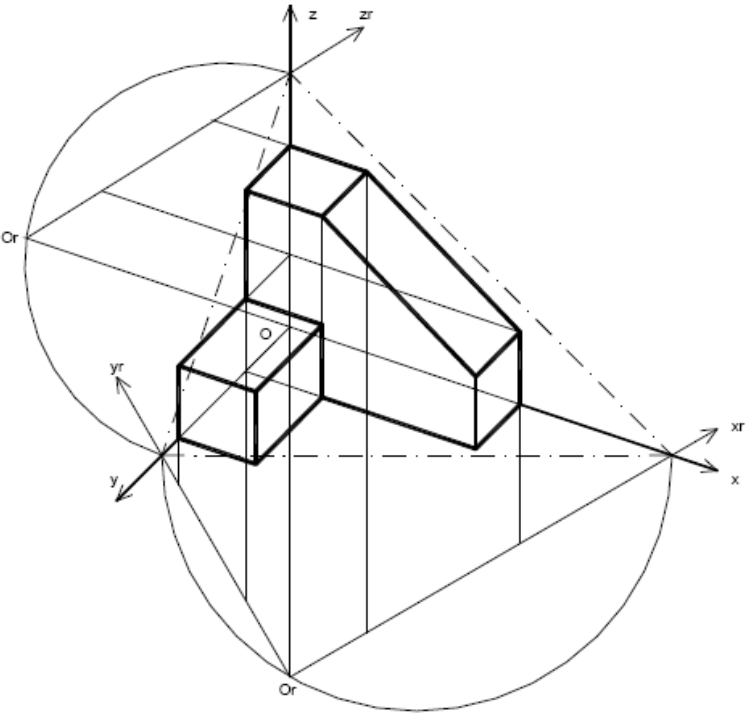
Neta figura ilustra-se o rebatimento do plano coordenado y.z. O procedimento para qualquer outro plano coordenado é idêntico.
Em geral, por motivo de maior facilidade de visualização, considera-se a origem do referencial “abaixo” do plano axonométrico, o que implica um triângulo fundamental “virado para cima”. Como referimos, o rebatimento pode ter dois sentidos. No caso da direita considerámos uma translação do rebatimento. Este procedimento utiliza-se para evitar sobreposições entre figuras rebatidas e as respectivas representações axonométricas.

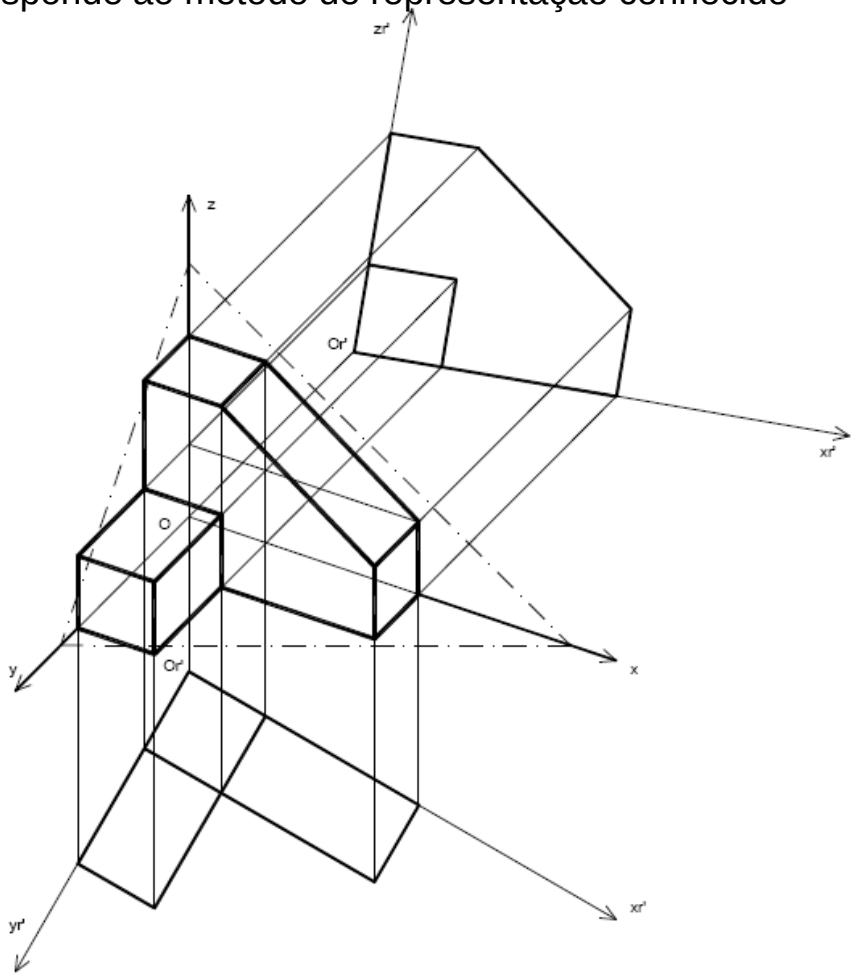




>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA ORTOGONAL: método dos cortes

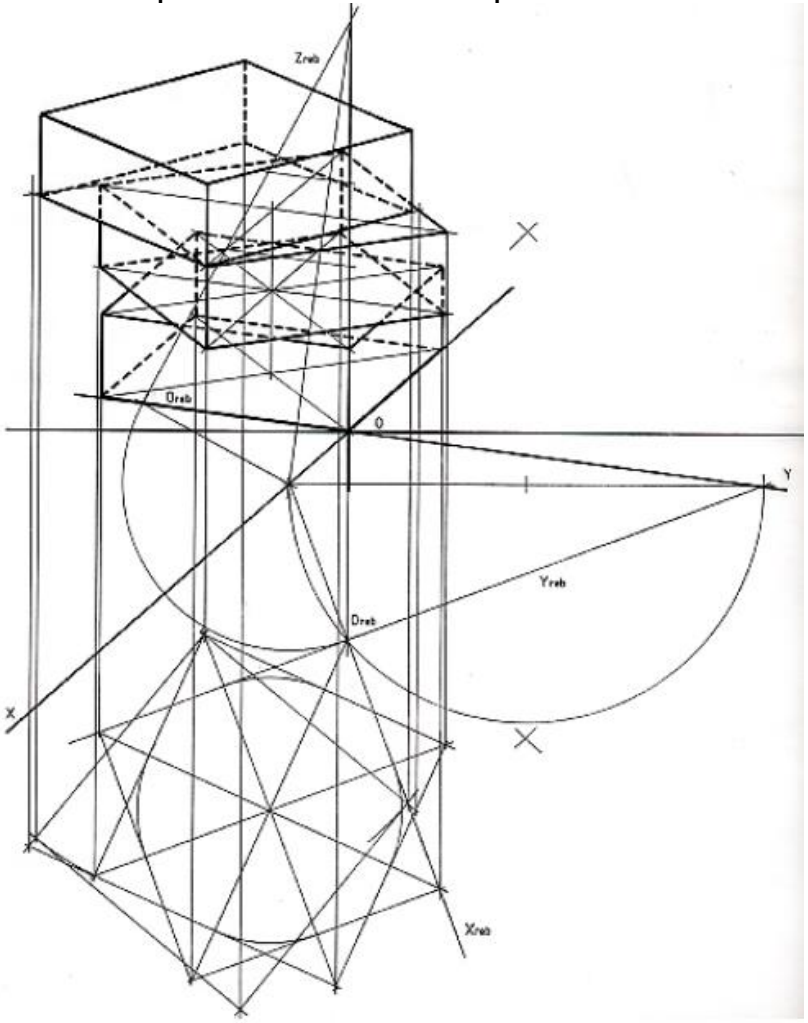
Nesta figura ilustra-se a representação de um objecto a partir das operações de rebatimento notadas no slide anterior. No exemplo da direita estão omissos alguns traçados (ver figura do slide anterior). A disposição de vistas e axonometria da figura direita corresponde ao método de representação conhecido como o MÉTODO DOS CORTES.

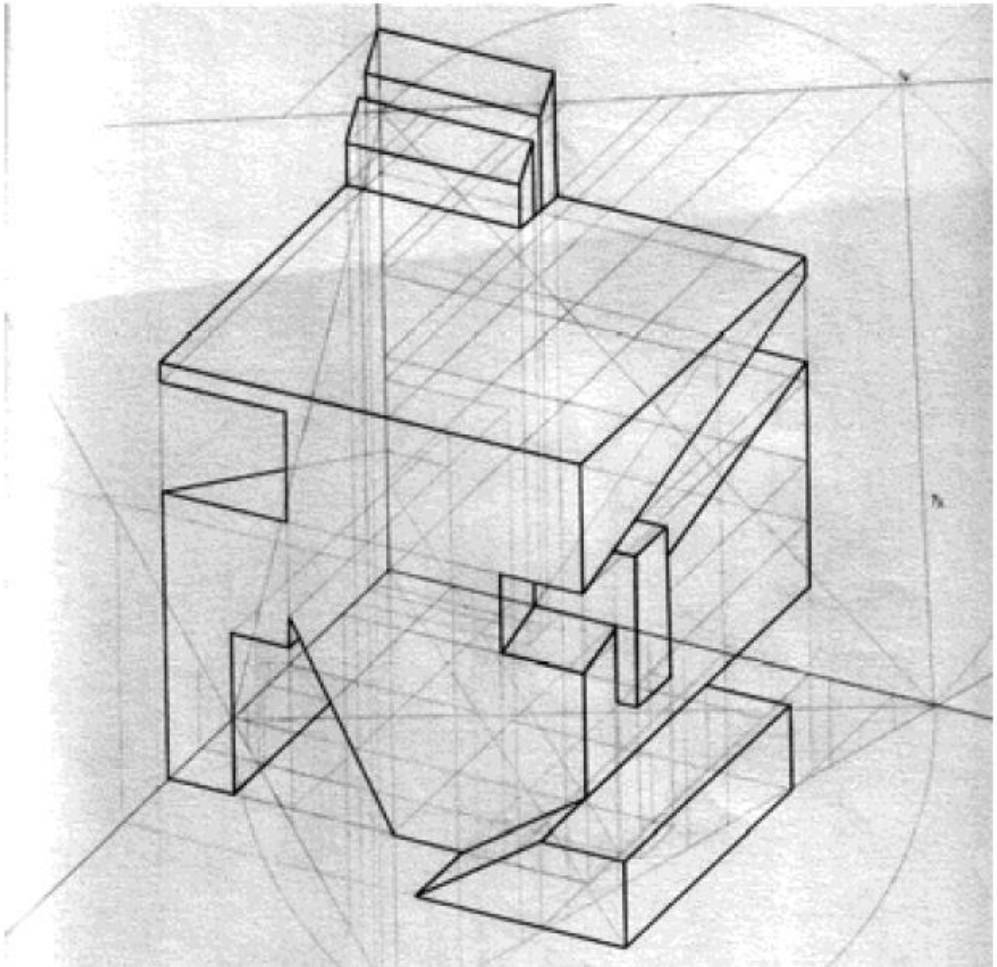




>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA ORTOGONAL: trabalhos de alunos

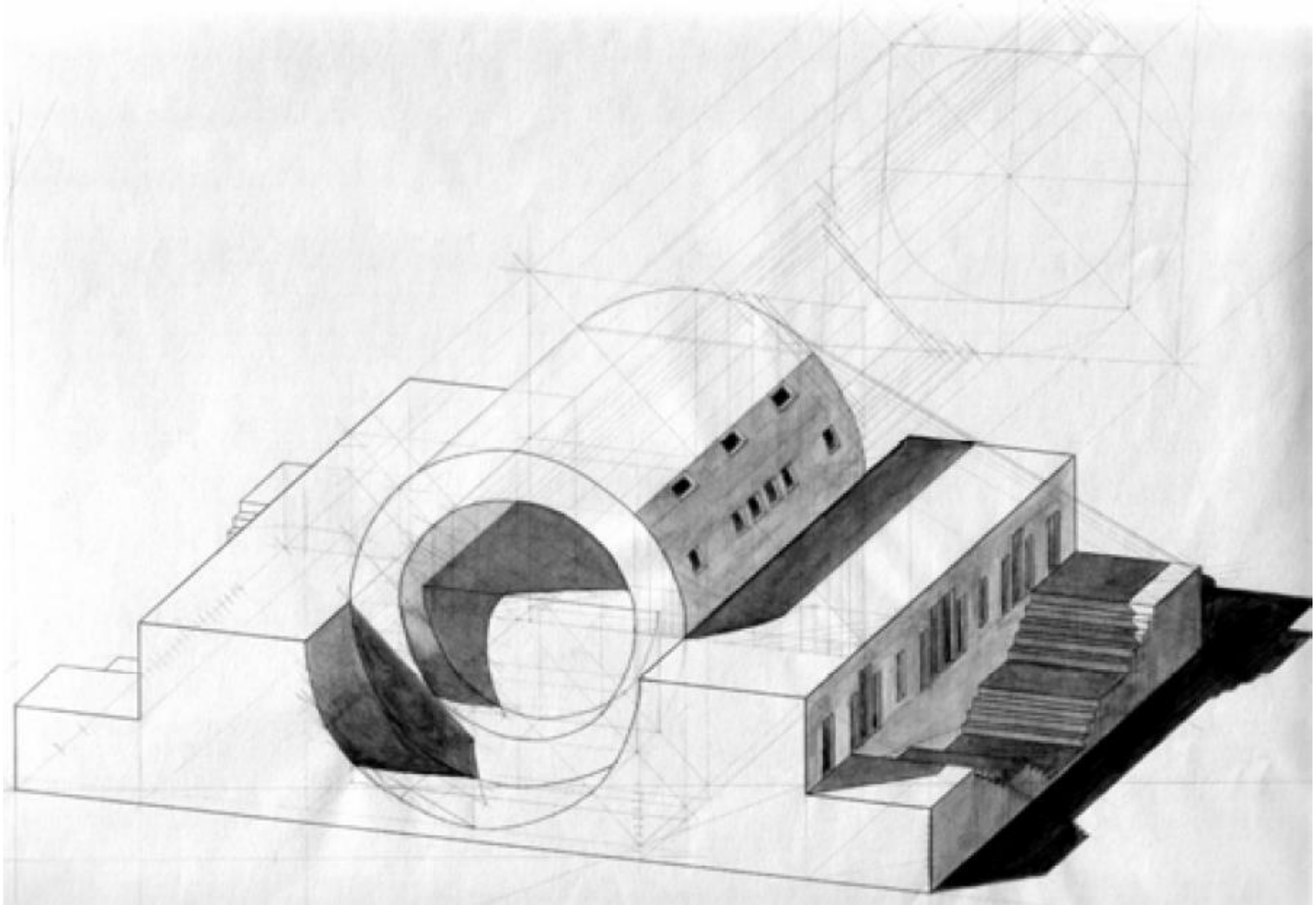
No exemplo da esquerda está representada uma “pilha” de prismas com rotações relativas entre eles.
No exemplo da direita está representado um sólido a partir de subtracções e adições a um cubo base.





>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA ORTOGONAL: trabalhos de alunos

Neste exemplo determinaram-se as sombras do objecto.



Tópico 04

O Sistema axonométrico:

- As axonometrias normalizadas (a norma ISO 5456-3).

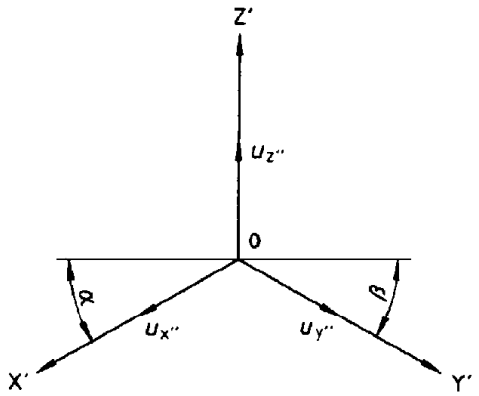
>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA NORMALIZADA (ISO 5456-3)

A norma ISO 5456-3 define alguns princípios para a representação axonométrica, recomendando alguns subsistemas com configurações particulares.

Recomenda-se que numa representação axonométrica deve evitar-se o desenho de contornos e arestas invisíveis. Porém nós consideramos que esta recomendação apenas deve aplicar-se a um desenho final, tendo sempre o cuidado de preservar o original com todos os traçados que permitem a vista sintética. Para todos os efeitos nós representaremos sempre as linhas invisíveis através de traços contínuos leves.

Os subsistemas recomendados pela norma são: a isometria, a dimetria, a axonometria cavaleira, a axonometria de gabinete e axonometria planométrica.

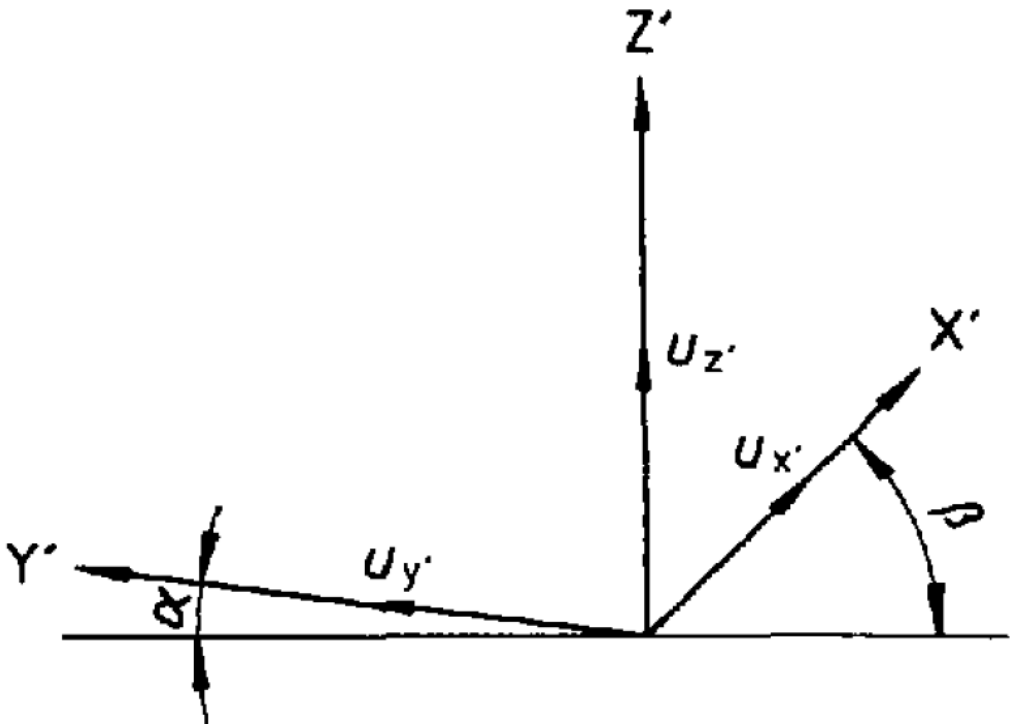
Na axonometria isométrica é considerada uma ampliação global do desenho por um factor de aproximadamente 1.225 para que, em termos práticos, se possa adoptar um coeficiente de redução igual à unidade em todos os eixos, o que facilita a representação.



$\alpha = \beta = 30°$

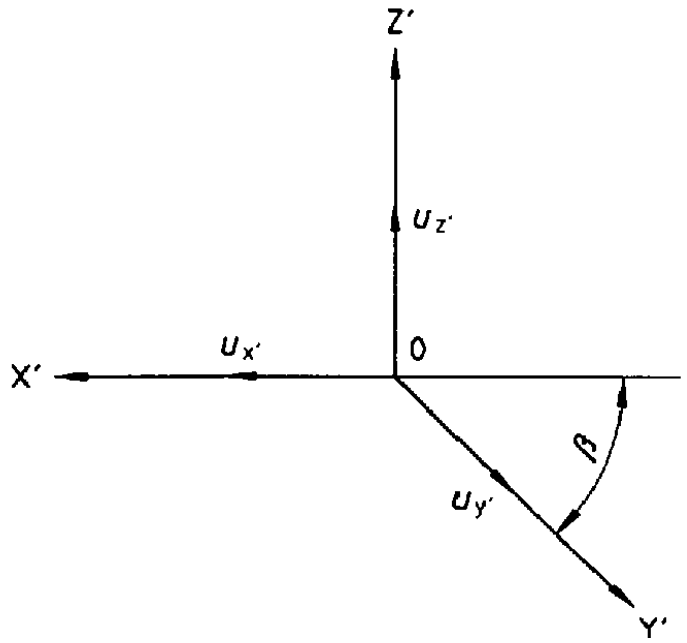
>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA NORMALIZADA (ISO 5456-3)

Na axonometria dimétrica são considerados os ÂNGULOS DE FUGA (ângulos α e β na figura) de 7º e 42º sendo considerada a proporção 0.5/1/1 entre os coeficientes de redução em x, y, e z, respectivamente. Na prática estes valores são utilizados como coeficientes de redução o que significa que também se está a considerar uma ampliação global do desenho. Note-se que na norma os eixos são representados por uma letra maiúscula seguida de ‘.



>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA NORMALIZADA (ISO 5456-3)

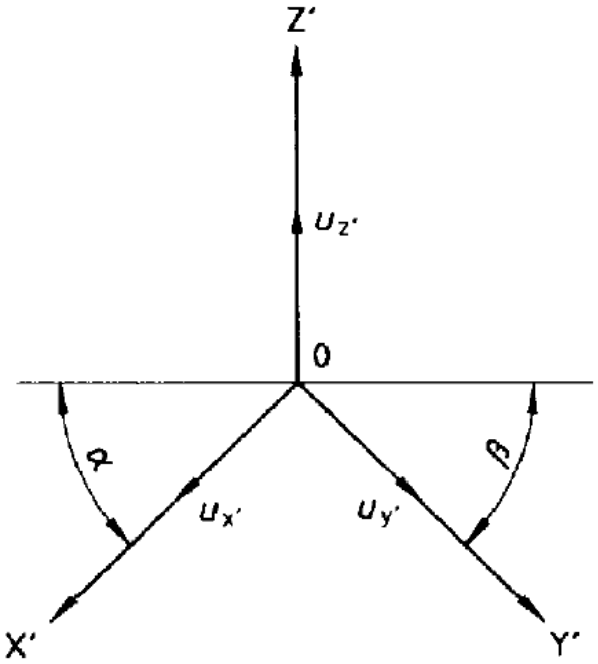
Na axonometria cavaleira é considerados o ÂNGULOS DE FUGA (β na figura) de 45º sendo considerados todos os coeficientes de redução iguais à unidade. Neste caso não faz sentido falar em ampliação global do desenho. Apenas significa que a inclinação das projectantes em relação ao plano axonométrico é de 45º (note-se que este ângulo nada tem a ver com o ângulo de fuga).



A axonometria de gabinete é em quase tudo igual à anterior. Na verdade é um tipo de axonometria cavaleira em que o coeficiente de redução em y (de acordo com a figura) é de 0.5.

>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA NORMALIZADA (ISO 5456-3)

Na axonometria planométrica (trata-se do que designámos por axonometria militar) é dito que devem evitar-se ângulos de fuga de 0º, 90º e 180º, de modo a que todas as vistas possam ser representadas. O eixo z é considerado vertical e são recomendados vários pares de ângulos de fuga para os eixos axonométricos x e y (15º / 75º; 30º/60º; 45º / 45º; 60º / 30º; 75º / 15º). Relativamente ao coeficientes de redução é recomendada a relação 1:1:1 ou 1:1:2/3 para os eixos axonométricos x, y e z, respectivamente.

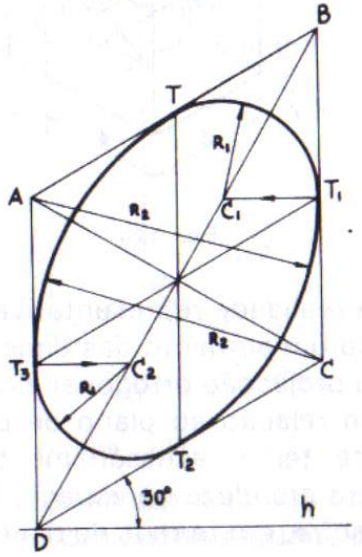


$\alpha = 0°$ to $180°$

$\beta = 90° - \alpha$

>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA NORMALIZADA (ISO 5456-3)

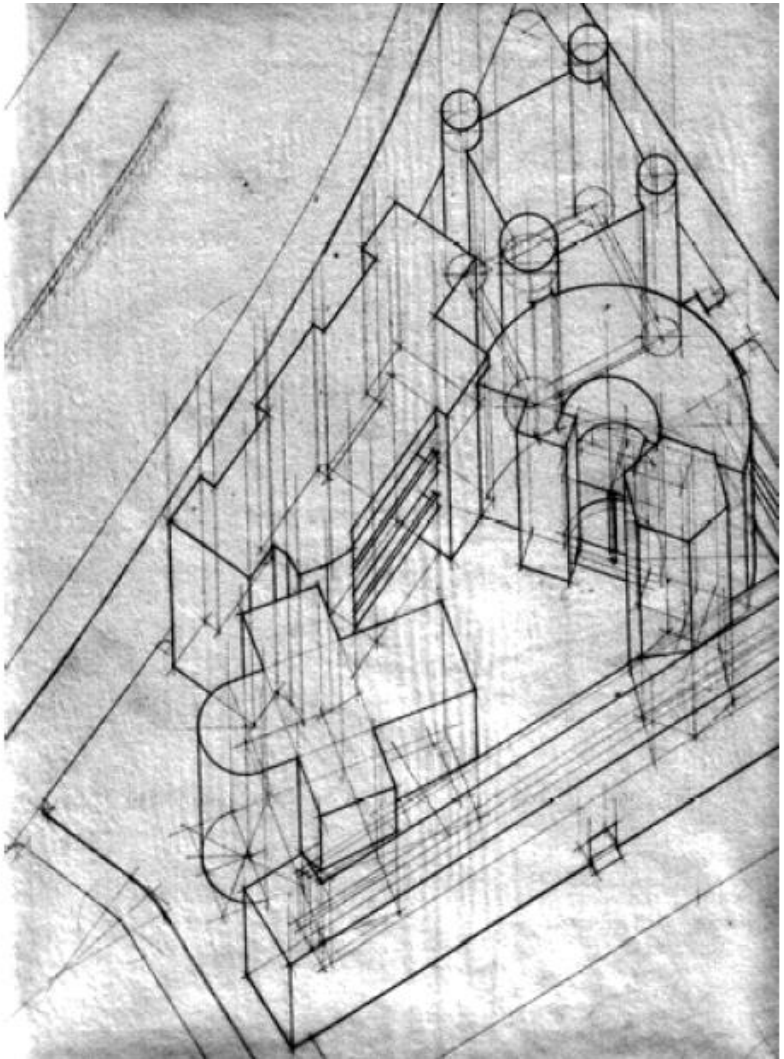
Uma vez que são declarados coeficientes de redução para este tipo de axonometrias, os traçados dispensam a operação de rebatimento.
Para alguns destes subsistemas existem ainda traçados auxiliares que permitem representar projecções de circunferências contidas em planos paralelos aos planos coordenados. Estes traçados consistem em aproximações ao desenho das elipses através de ovais (ver TPU 55 ou Desenho Técnico).
Por estas razões este tipo de axonometrias costuma receber a designação de AXONMETRIAS MÉTRICAS (em que a redução das medidas pode ser efectuada numericamente) por oposição a AXONOMETRIAS GRÁFICAS (em que as reduções de medidas são efectuadas por processos exclusivamente gráficos).
Também se pode designar este tipo de axonometrias por AXONOMETRIAS CONVENCIONAIS.



Exemplo de oval para representar, por aproximação, uma elipse em isometria correspondente a uma circunferência contida num plano paralelo a um plano coordenado (retirado do TPU 55).

>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA NORMALIZADA: exemplo

Exemplo de representação axonométrica planométrica (militar) obtida a partir de uma vista de cima (planta).



PERSPECTIVA

Tópico 01

Introdução ao estudo da perspectiva: apontamento histórico e prático.
Os vários perspectógrafos: quadros planos e curvos, a máquina fotográfica como perspectógrafo.

>> PERSPECTIVA: Desde a antiguidade clássica até…

ILUSTRAÇÃO 1. Fragmento de decoração de uma parede, em estuque e tinta, de Boscoreale, pertencente ao «quarto estilo», século primeiro a. C., Nápoles, Museo Nazionali.

In
PANOFSKY E : A perspectiva como forma simbólica. 1999. Edições 70. ISBN 972-44-0886-8

>> PERSPECTIVA: …à idade média como processo de tentativa e erro.

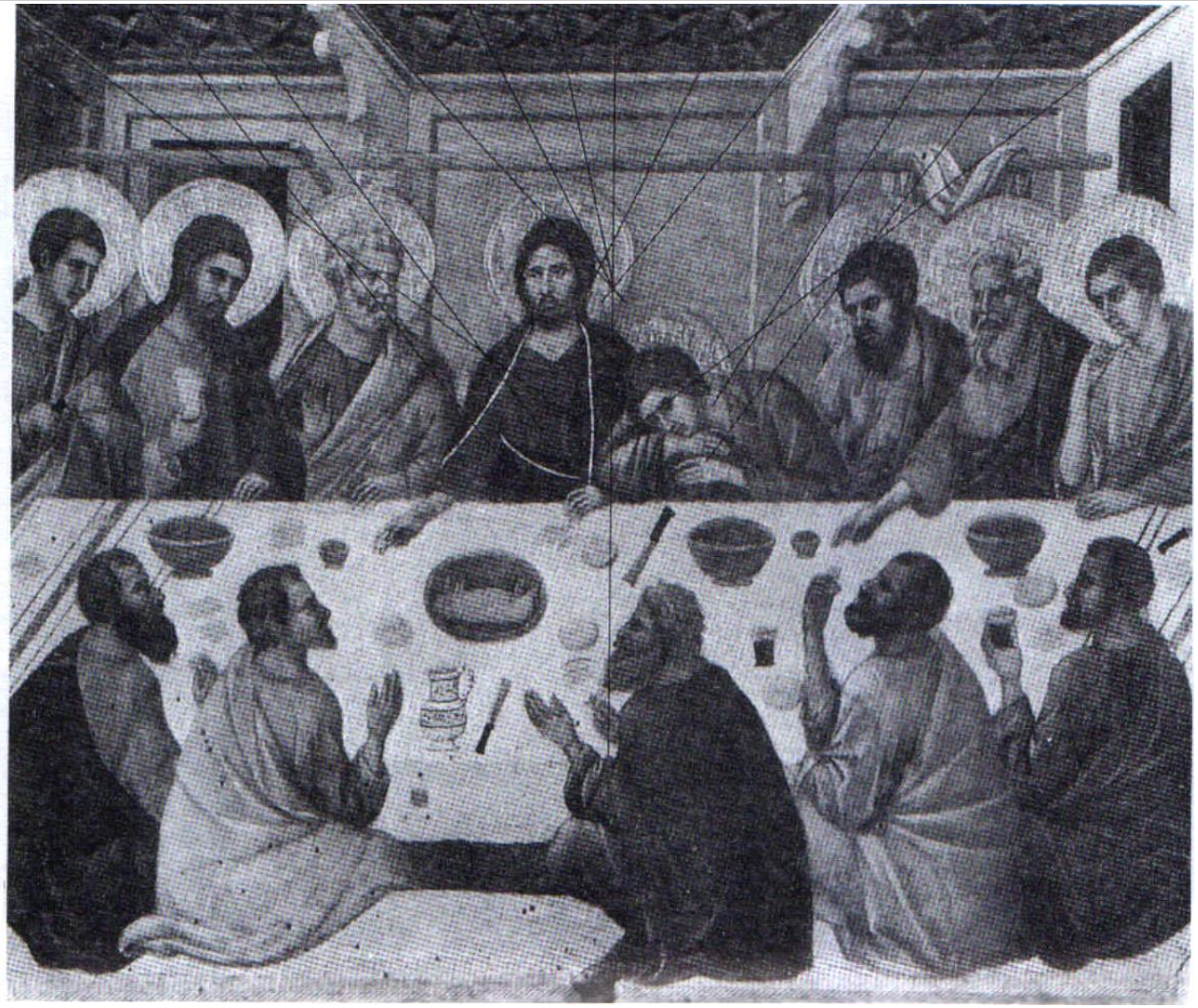
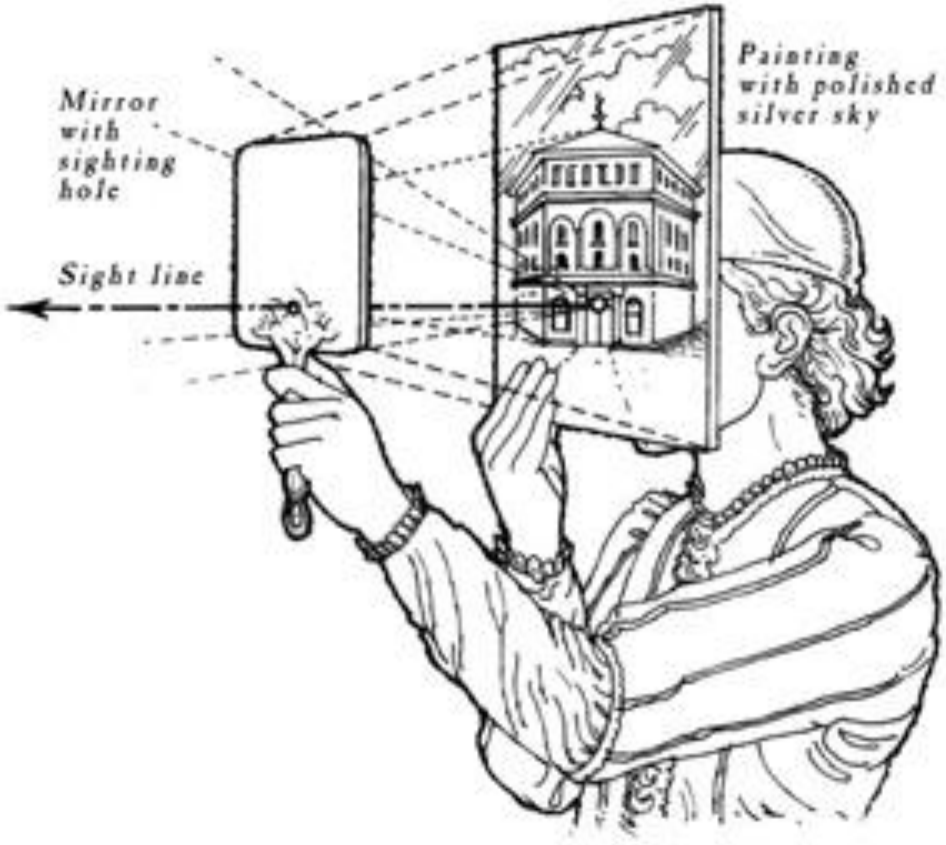


ILUSTRAÇÃO 10. Duccio di Buoninsegna, *A Última Ceia* da Maestà, 1301--1308. Siena, Museu dell'Opera del Duomo.

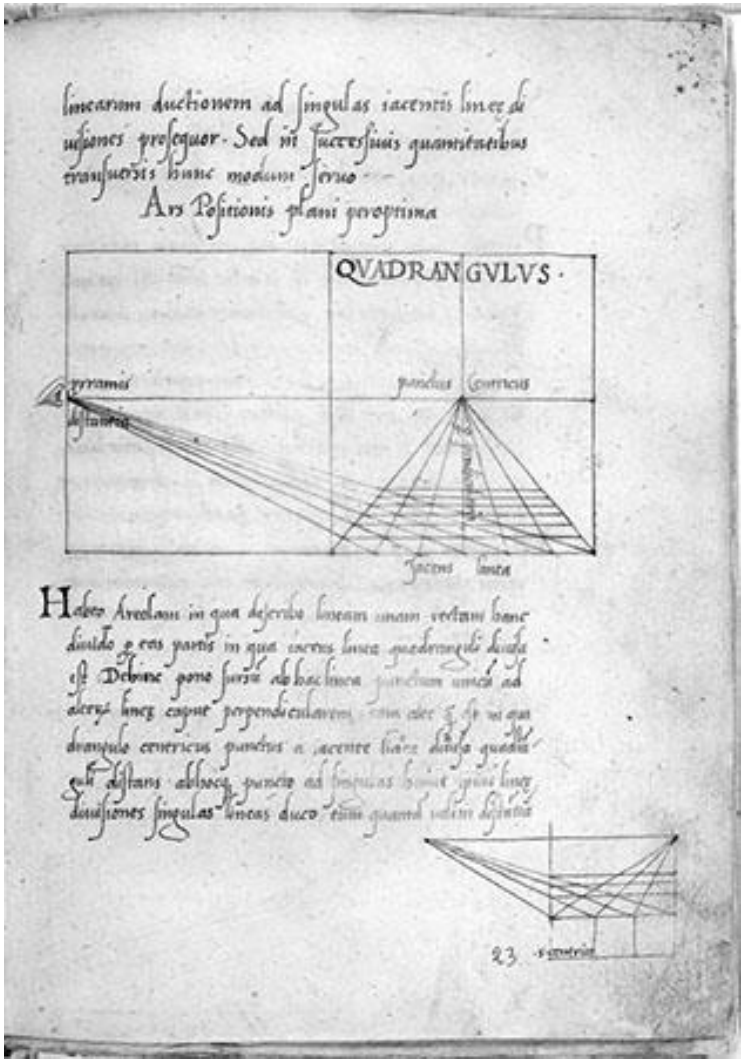
In
PANOFSKY E : A perspectiva como forma simbólica. 1999. Edições 70. ISBN 972-44-0886-8

>> PERSPECTIVA: Brunelleschi (1420) – a demonstração empírica da perspectiva



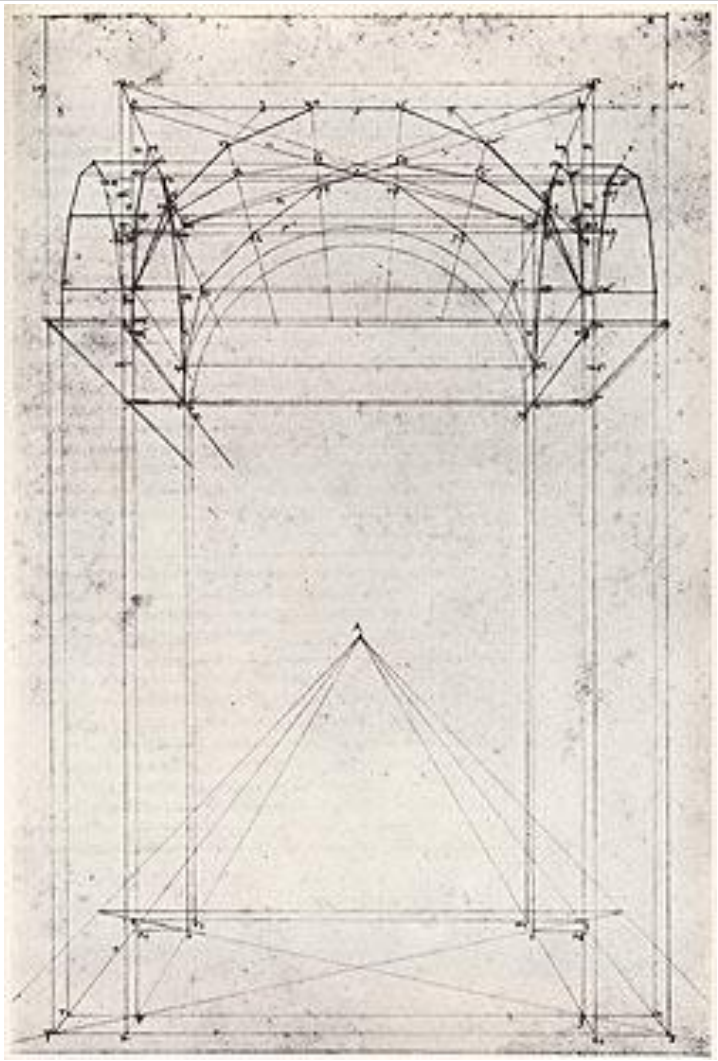
In
http://www.danielmitsui.com/hieronymus/index.blog/1684264/horror-vacui/

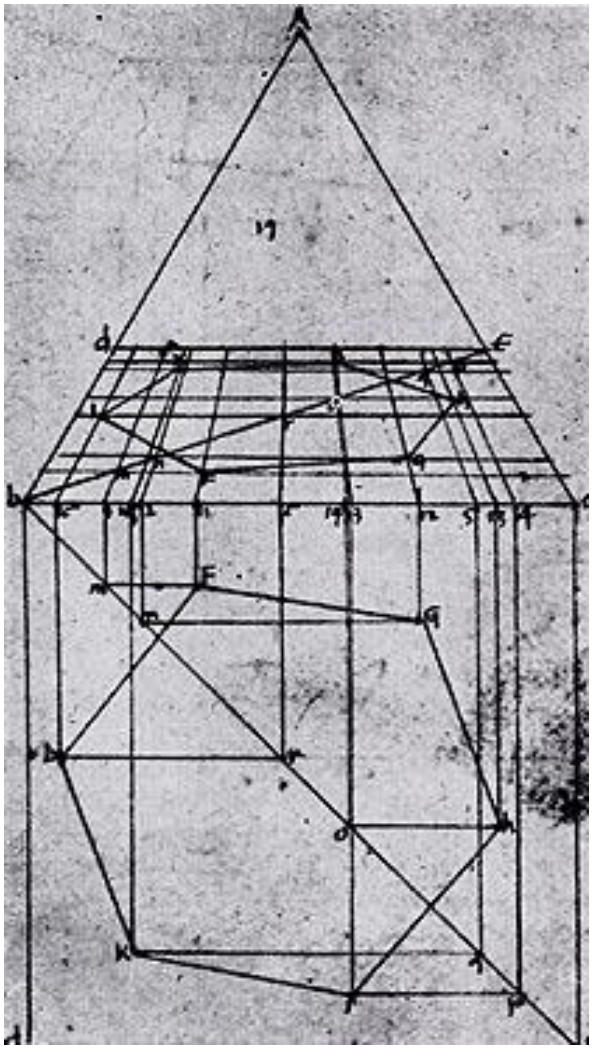
>> PERSPECTIVA: Leon Battista Alberti – *Della Pittura* (1435)



In
http://brunelleschi.imss.fi.it/mediciscienze/emed.asp?c=70019

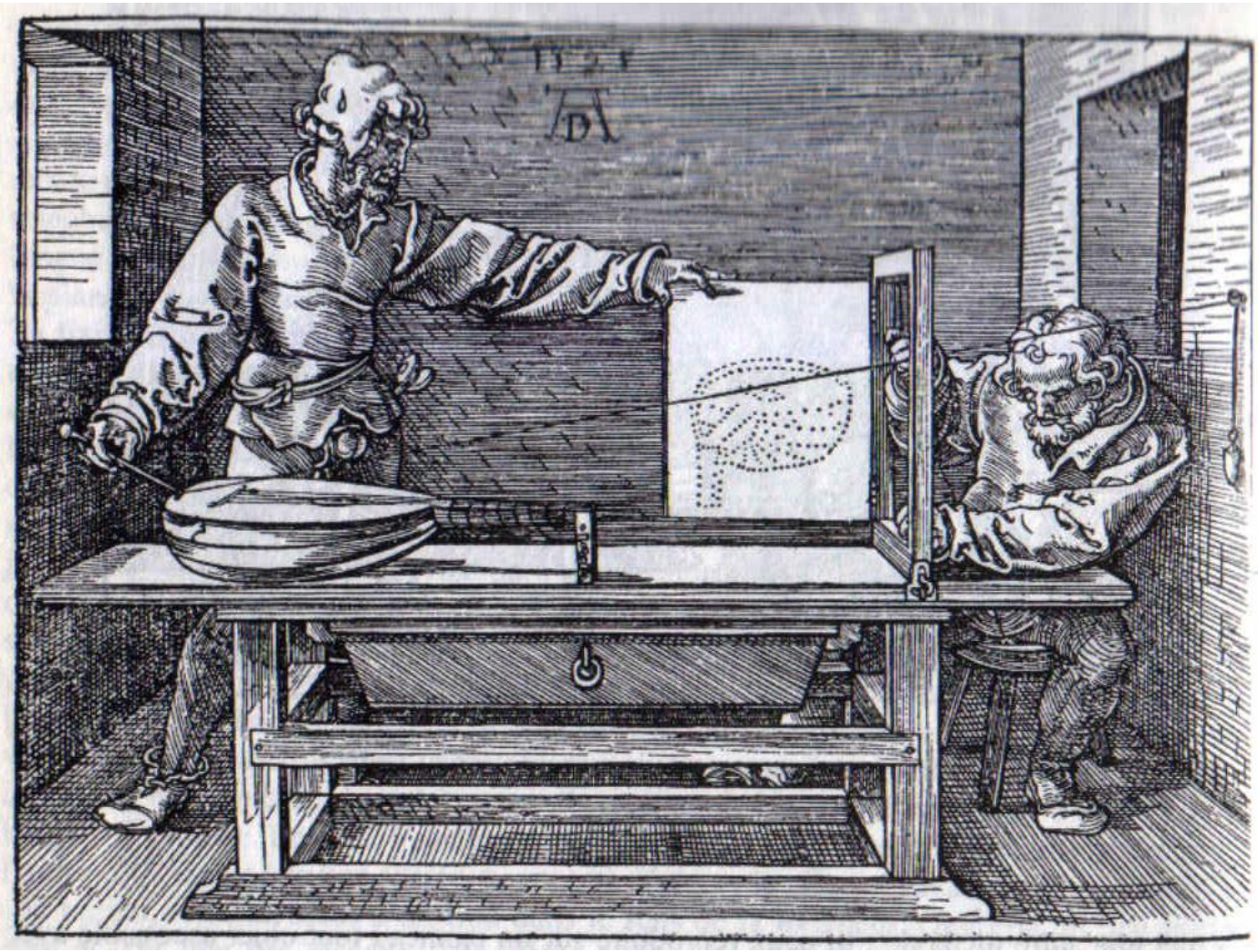
>> PERSPECTIVA: Piero de la Francesca – *De prospectiva pingendi* (sec. XV)





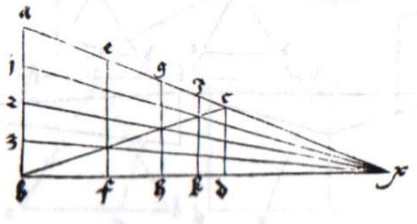
In
http://www.imss.fi.it/masaccio/06/indice.html

>> PERSPECTIVA: Albrecht Durer - *Underweysung der messung* (1525)



In
DURER A : Underweysung der messung . 1525

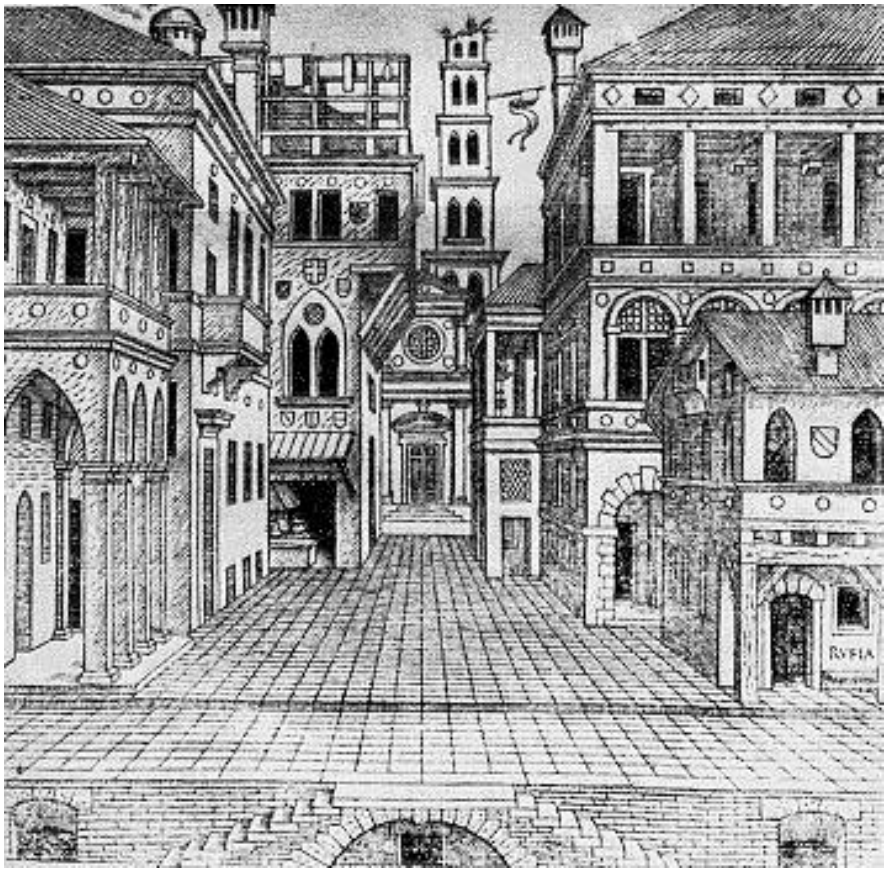
>> PERSPECTIVA: Albrecht Durer - *Underweysung der messung* (1525)



In
DURER A : Underweysung der messung . 1525

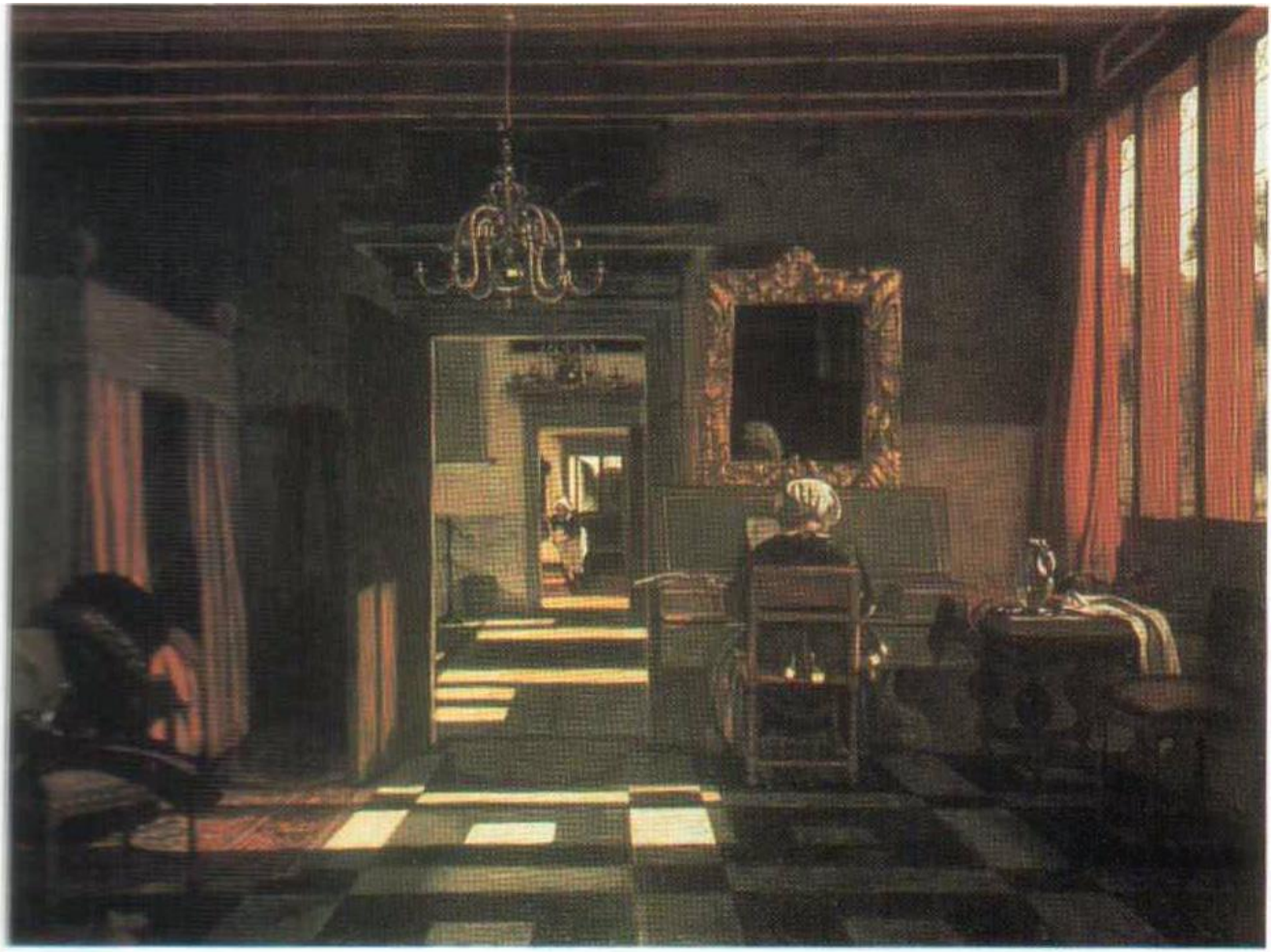
>> PERSPECTIVA: a “vulgarização” da perspectiva geométrica a partir do sec. XVI

In “*Il secondo libro dell' architettura*", 1545



In
http://laperspective.canalblog.com/ (Cena Trágica - esquerda)
http://www.dossiers.latroupeduroy.fr/6.html (Cena Cómica - direita)

>> PERSPECTIVA: entre os pintores e os arquitectos

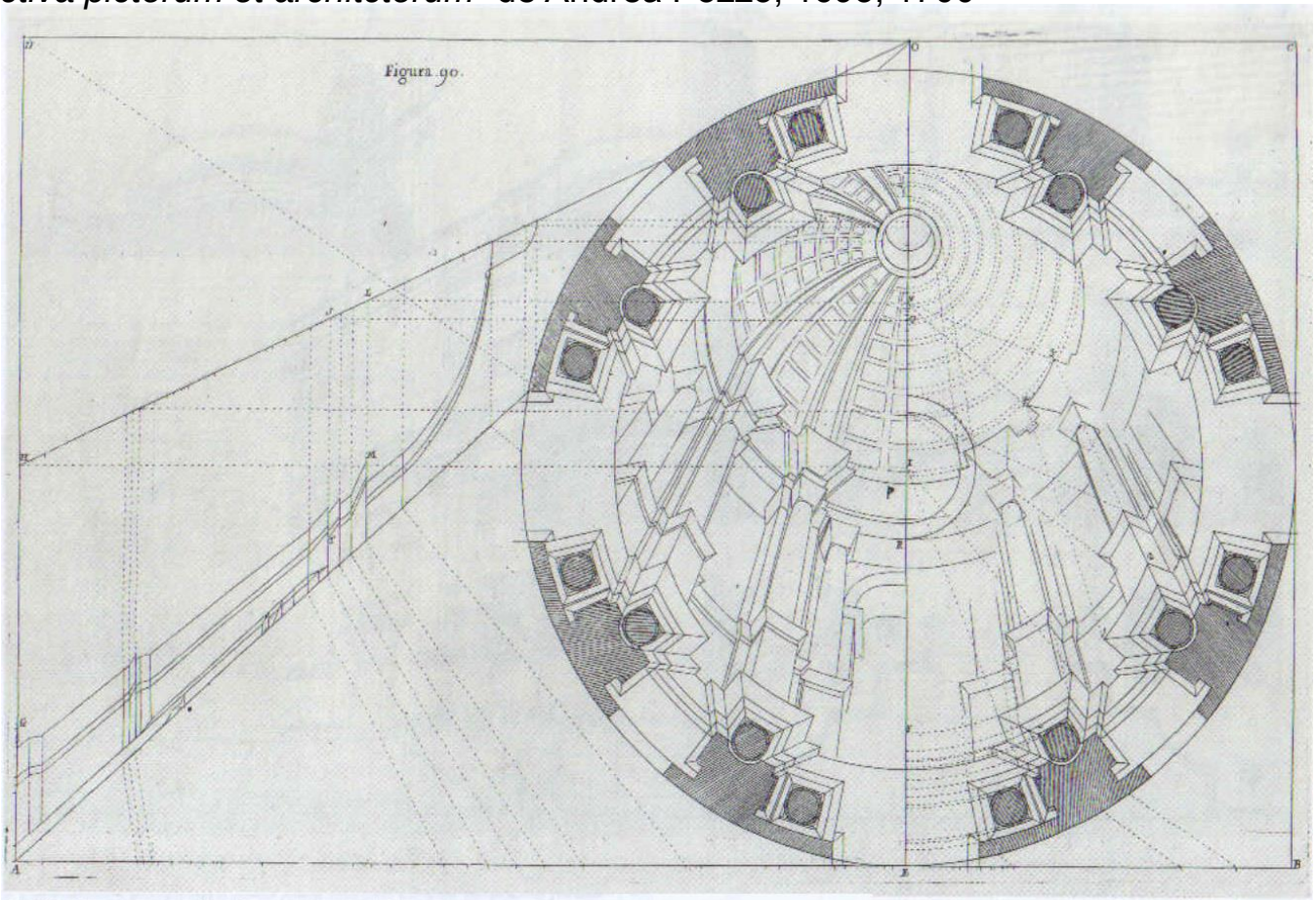


Emanuel White, *Interior com mulher ao cravo*, c. 1665 77 x 104 cm

In
SMITH R: Introdução à perspectiva. 1996. Editorial Presença. ISBN 972-23-2025-4

>> PERSPECTIVA: entre os pintores e os arquitectos

In "*Perspectiva pictorum et architctorum*" de Andrea Pozzo, 1693, 1700

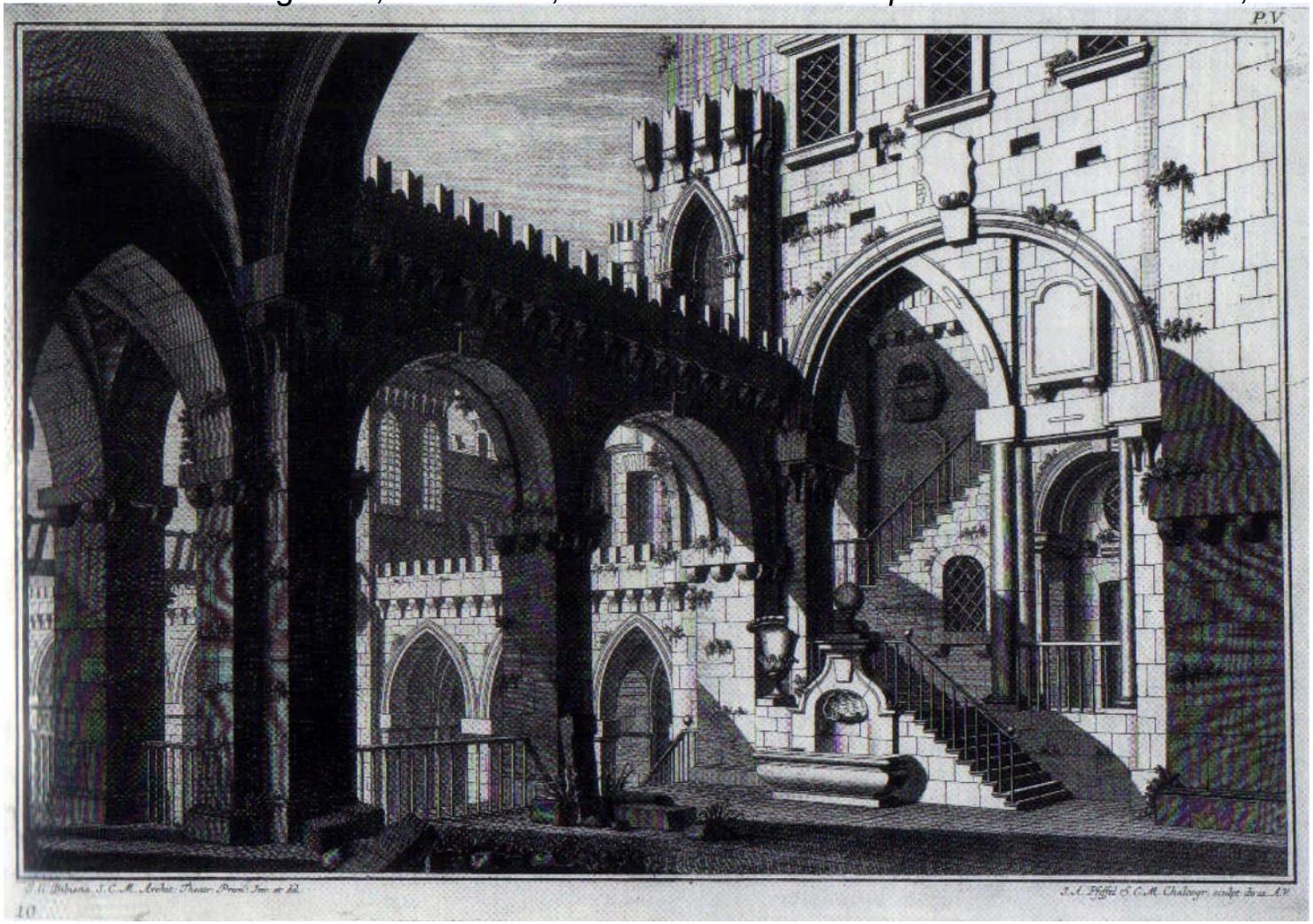


5 | Cúpula em *trompe-l'oeil* para a igreja de Santo Inácio em Roma
Elaboração da perspectiva da cúpula em *trompe-l'oeil*; projecto de 1685, com esquema de elaboração (à esquerda), linha de horizonte (CD), ponto de convergência (O) e centro de perspectiva (D).
T. 2, fig. 90. Gravura sobre cobre

In
(vários autores). Teoria da Arquitectura – do Renascimento aos nossos dias. Taschen. ISBN 3-8228-2693-6

>> PERSPECTIVA: entre os pintores e os arquitectos

Arquitectura de fantasia “gótica”, de Pfeffeel, In “*Architettura e Prospettive*“ de Galli Bibiena, 1740, 1744



In
(vários autores). Teoria da Arquitectura – do Renascimento aos nossos dias. Taschen. ISBN 3-8228-2693-6

>> PERSPECTIVA: entre os pintores e os arquitectos

Antonio Canaletto, ***Veneza: Praça de S. Marcos e a Colonnade da Procuratie Nuove,*** **c. 1756,** *46 x 38 cm*
Nesta panorâmica, em ângulo amplo, da Praça de São Marcos, os pequenos toques de uma leve cor opaca, a marcar as zonas mais iluminadas, estão um pouco exagerados, como se tivessem sido vistos através da lente de uma câmara escura.

In
SMITH R: Introdução à perspectiva. 1996. Editorial Presença. ISBN 972-23-2025-4

>> PERSPECTIVA: entre os pintores e os arquitectos

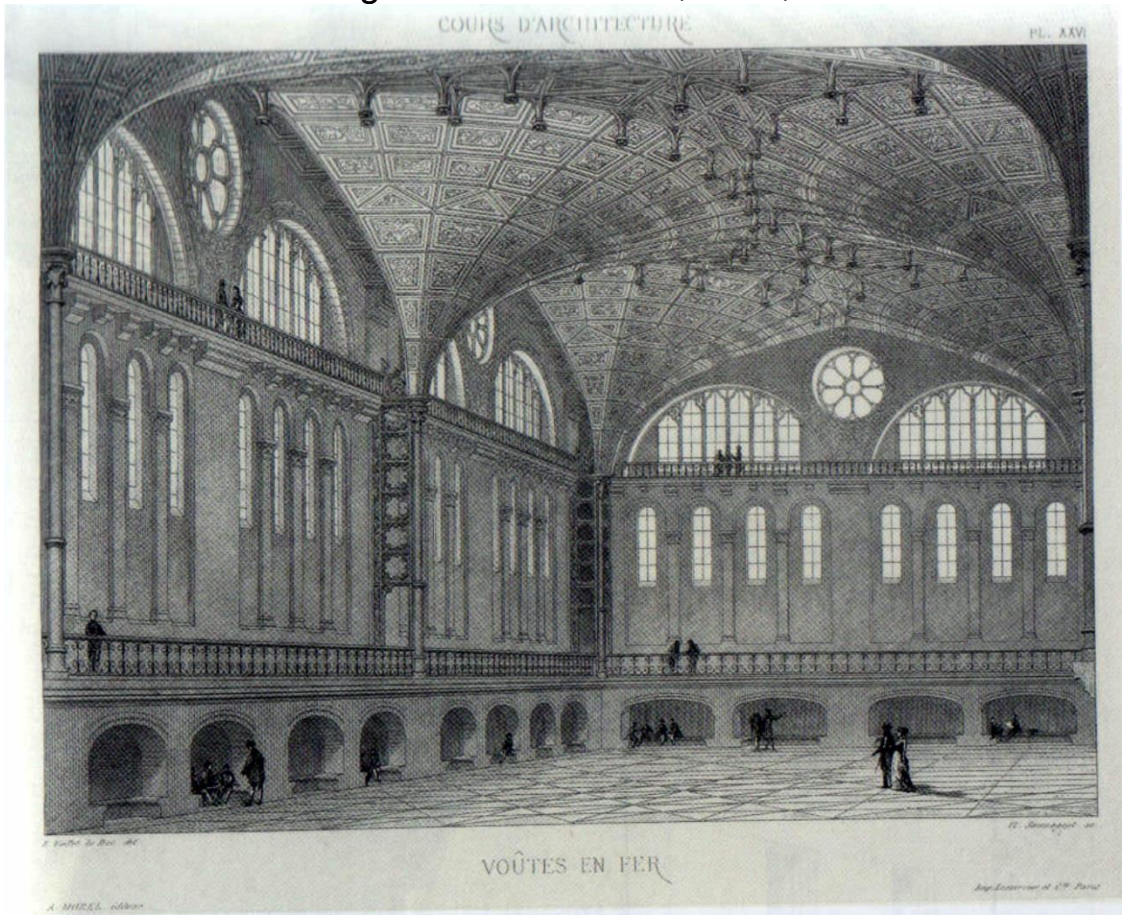
In "*Dictionnaire raisonné de l'architecture française du XI^e^ au XVI^e^ siècle*" de Eugène Viollet-le-Duc, 1854, 1868

1 | A catedral ideal
Ciente da sua sabedoria sobre a «verdadeira arquitectura», Viollet-le-Duc imagina uma igreja ideal, síntese dos grandes edifícios do gótico flamejante.
Tomo II, p. 324. Gravura sobre madeira

In
(vários autores). Teoria da Arquitectura – do Renascimento aos nossos dias. Taschen. ISBN 3-8228-2693-6

>> PERSPECTIVA: entre os pintores e os arquitectos

In "*Entretiens sur l'architecture*" de Eugène Viollet-le-Duc, 1863, 1872

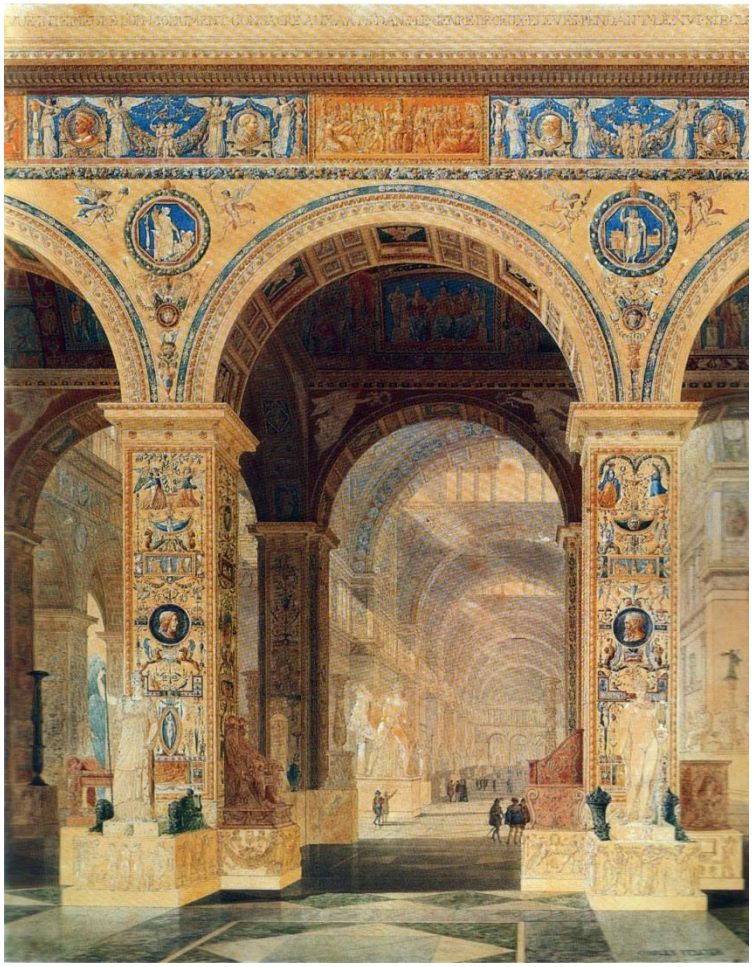


10 | **Projecto de *hall* com abóbadas de ferro**
O novo material que é o ferro não só permite arcos com maior vão do que a abóbada em pedra, como também é mais económico.
Atlas, ch. XXVI. Gravura sobre aço de Sauvageot

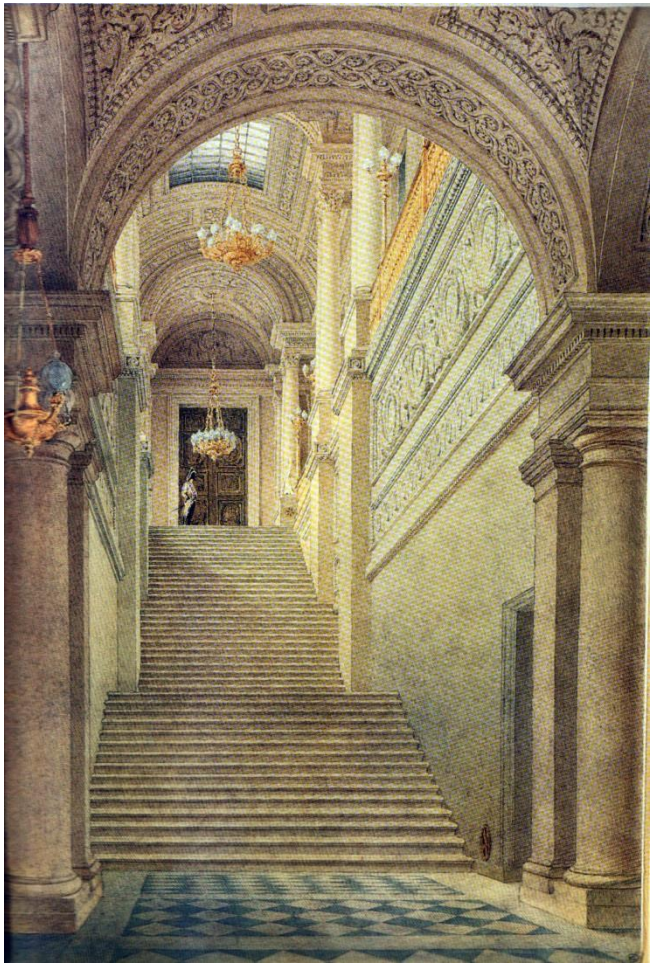
In
(vários autores). Teoria da Arquitectura – do Renascimento aos nossos dias. Taschen. ISBN 3-8228-2693-6

>> PERSPECTIVA: os desenhos de arquitectura

Vue intérieure pour un Muséum
Charles Percier (1810)



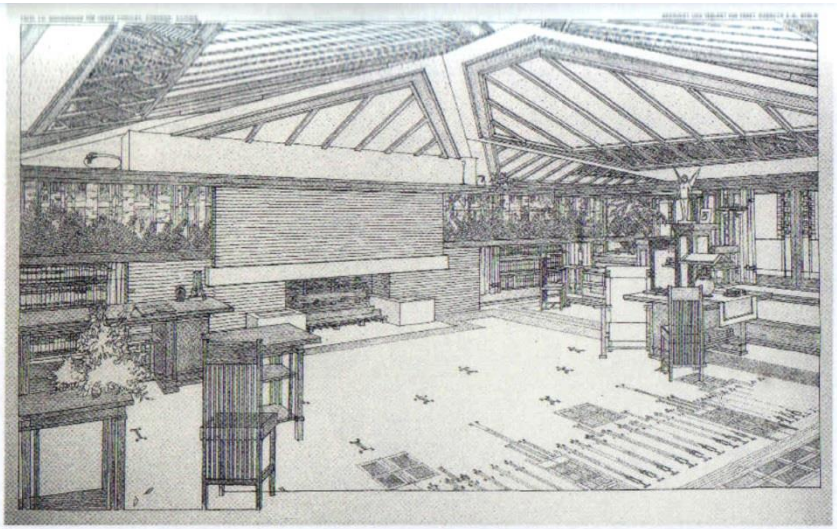
Palais de Tuileries
Eugène Viollet-le-Duc (1834)



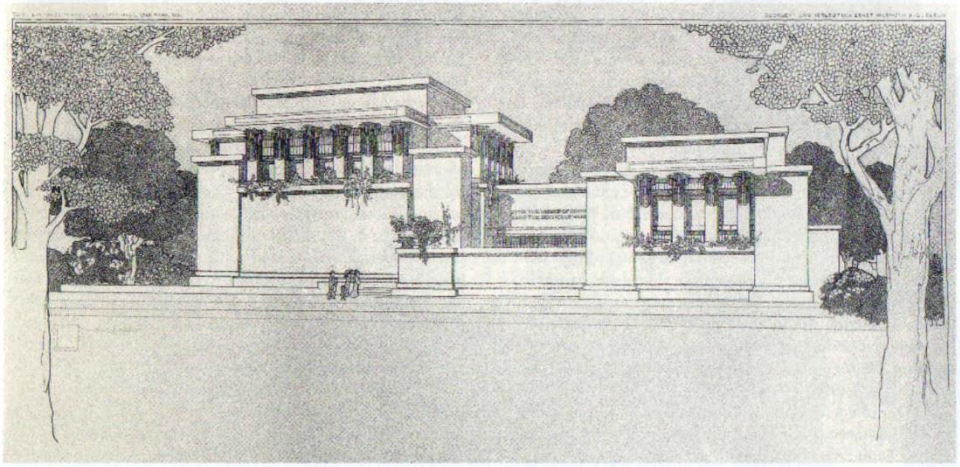
In
JACQUES A: Les dessins d'architecture du XIXe siecle. 1995. Bibliotheque de l'image. ISBN 9782878300321

>> PERSPECTIVA: entre os pintores e os arquitectos

In "*Ausgefuhrte Bauten und Entwurfe von Frank Lloyd Wright*", 1910



10 | **Casa Coonley de Riverside, Illinois (1906–1908)**
O tecto da vasta sala de estar da Casa Coonley segue a inclinação do telhado. O próprio Wright indicou a disposição dos móveis.
Ch. LVI b. Desenho a caneta



11 | **Unity Temple em Oak Park, Illinois (1905–1908)**
O templo é composto por uma sala de oração e por uma casa paroquial, dois cubos em betão armado de linguagem formal pesada e monumental, dispostos face a face.

In
(vários autores). Teoria da Arquitectura – do Renascimento aos nossos dias. Taschen. ISBN 3-8228-2693-6

>> PERSPECTIVA: o sec. XX e a fotografia como perspectiva.

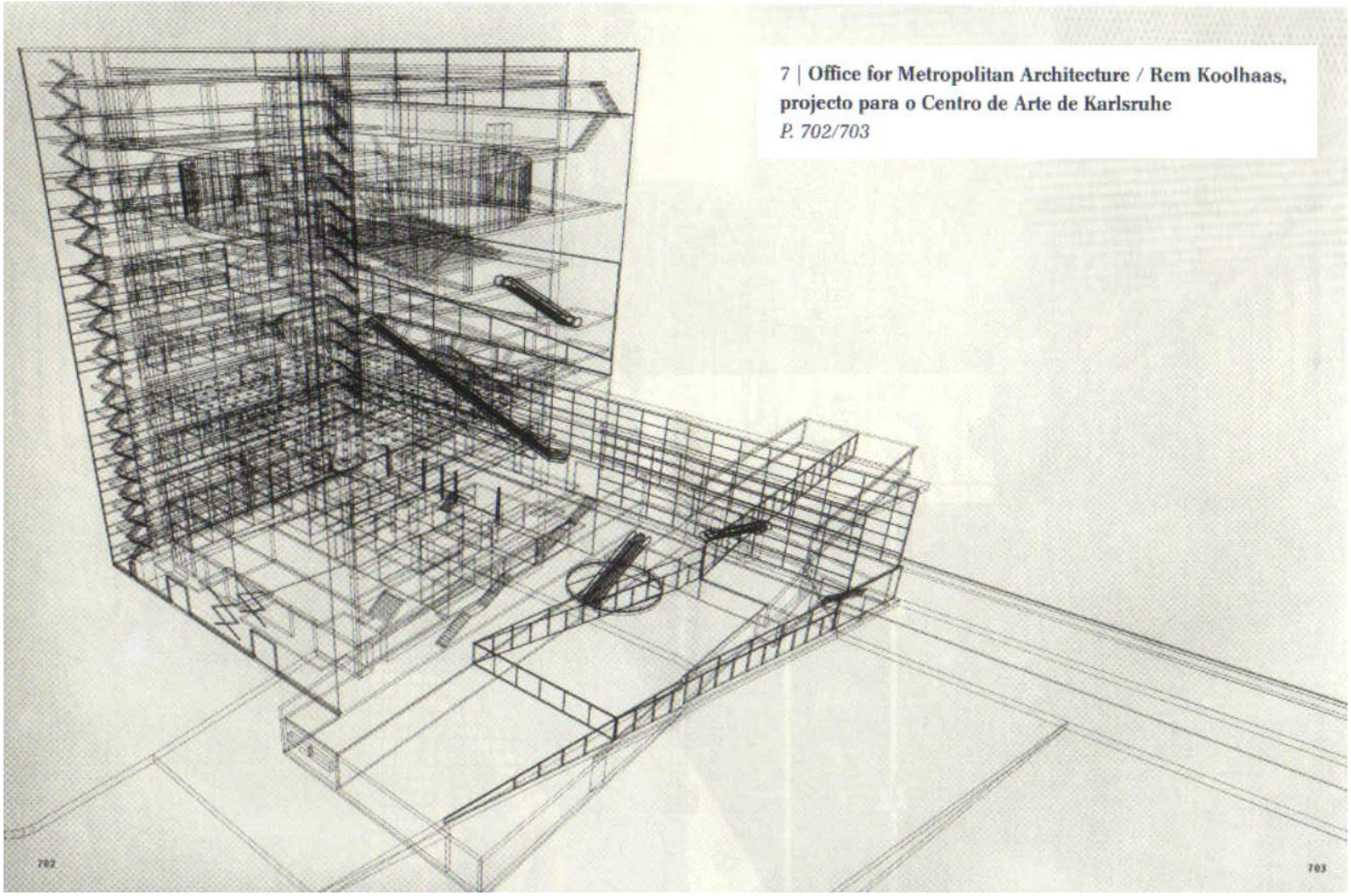
In "*Das deutsche Wohnhaus*", 1932, de Paul Schmitthenner

4 | **Cidade-jardim de Staaken**
Schmitthenner realizou em 1914–1917 para os operários das fábricas de armamento de Spandau, perto de Berlim, a cidade-jardim de Staaken baseada no modelo das pequenas cidades holandesas ou do norte da Alemanha.
Ilustração adicional que não aparece no tratado

In
(vários autores). Teoria da Arquitectura – do Renascimento aos nossos dias. Taschen. ISBN 3-8228-2693-6

>> PERSPECTIVA: a perspectiva na visualização informática.

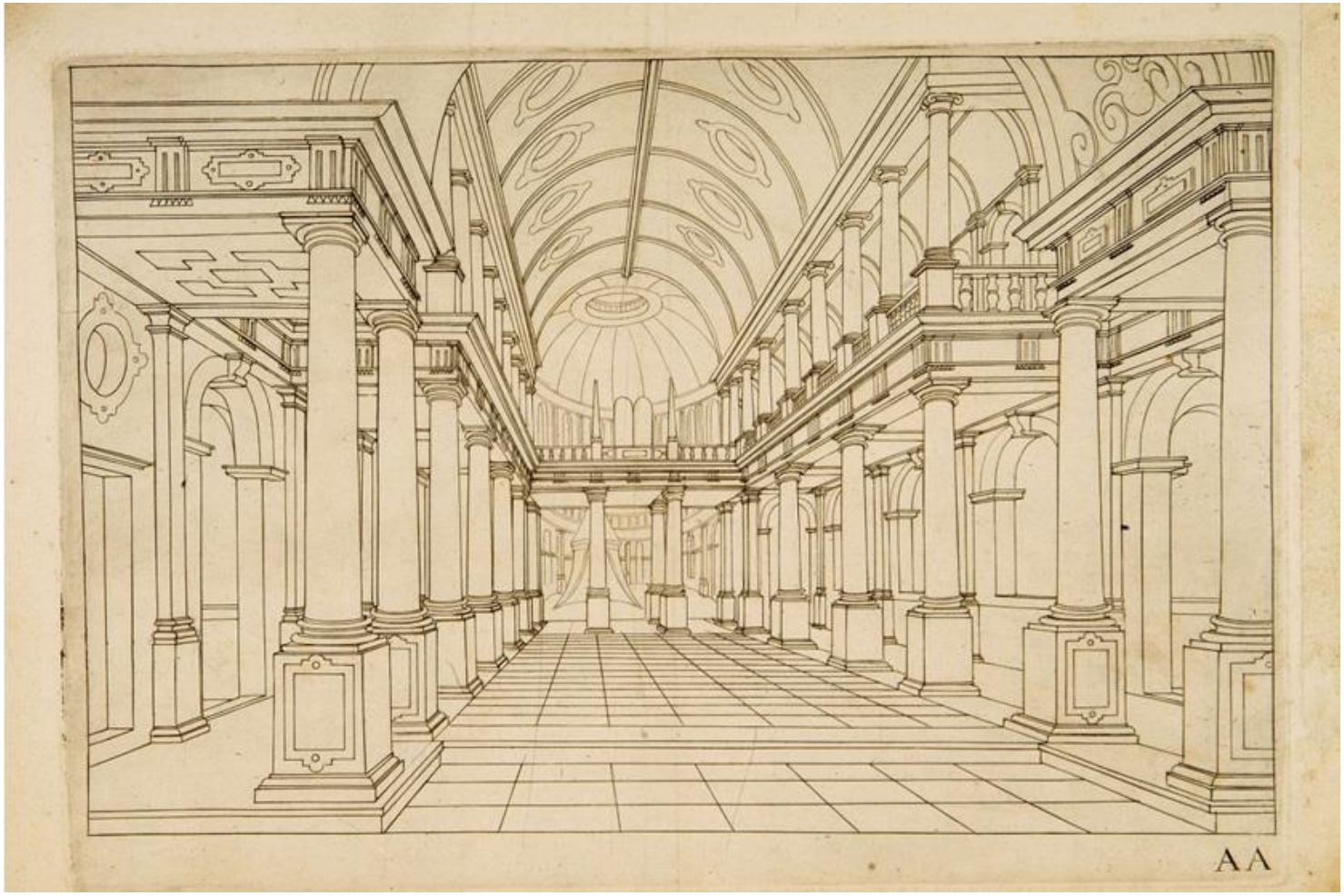
In "*Delirious New York: A Rectroactive Manifesto for Manhattan*", 1978, de Rem Koolhas



In
(vários autores). Teoria da Arquitectura – do Renascimento aos nossos dias. Taschen. ISBN 3-8228-2693-6

>> PERSPECTIVA: as virtudes e …

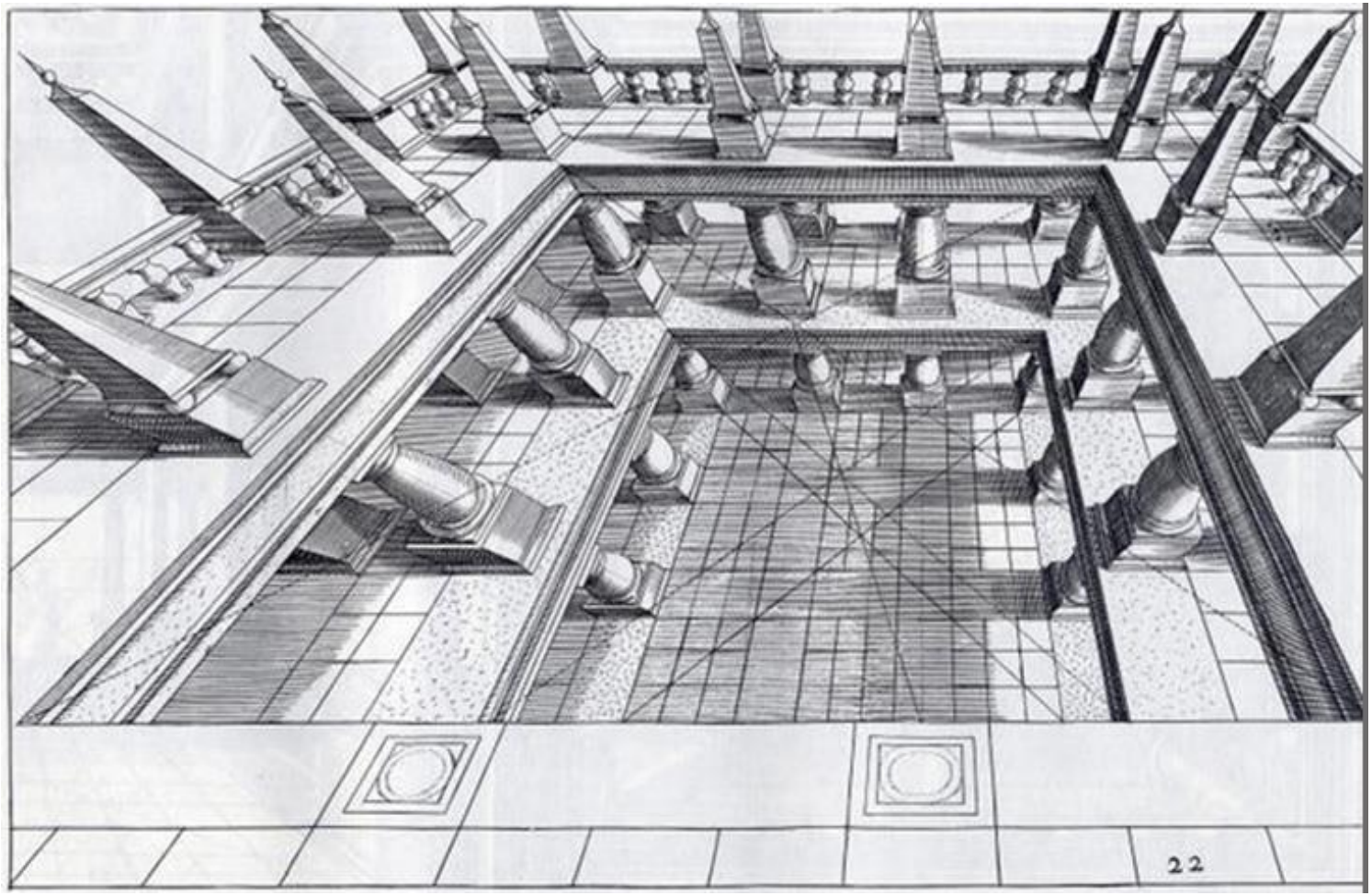
Jan Vredeman (1605)



In
http://www.swaen.com/item.php?id=3205

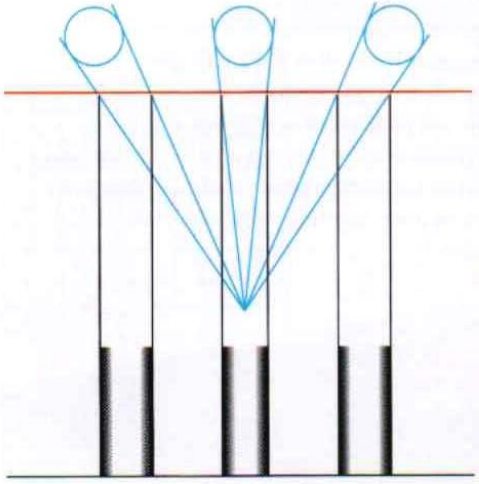
>> PERSPECTIVA: …as limitações desde há muito constatadas!

Jan Vredeman (1605)



In
http://www.antiochus.org/article-19997021.html

>> PERSPECTIVA: quadro plano Vs quadro curvo.

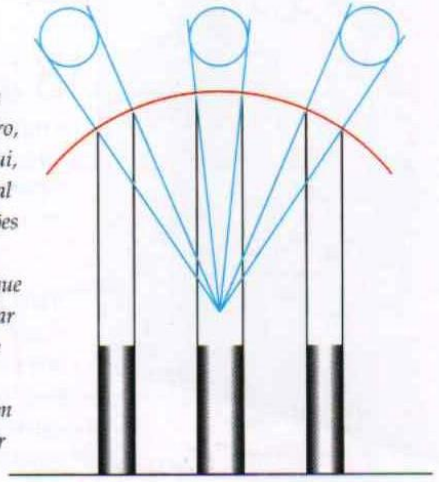


Plano de quadro direito

Leonardo desenhou três colunas cilíndricas, com o mesmo diâmetro, paralelas ao plano de quadro (aqui, a vermelho) e demonstrou que, segundo a perspectiva linear, as duas colunas dos extremos pareciam mais largas do que a do centro. Ora, como o observador estava mais longe das duas colunas, não seria assim que as veria.

Plano de quadro curvo

A fim de garantir que as duas colunas dos extremos parecessem ter o mesmo diâmetro da do centro, ou menos, o plano de quadro (aqui, a vermelho) teria de ser curvo. Tal facto vem confirmar as observações de Leonardo a partir de ângulos amplos, em que ele demonstrou que uma parede comprida, rectangular e horizontal, paralela ao plano de quadro, teria de ser desenhada a convergir para os lados, quer em direcção a uma linha central quer como linha curva.



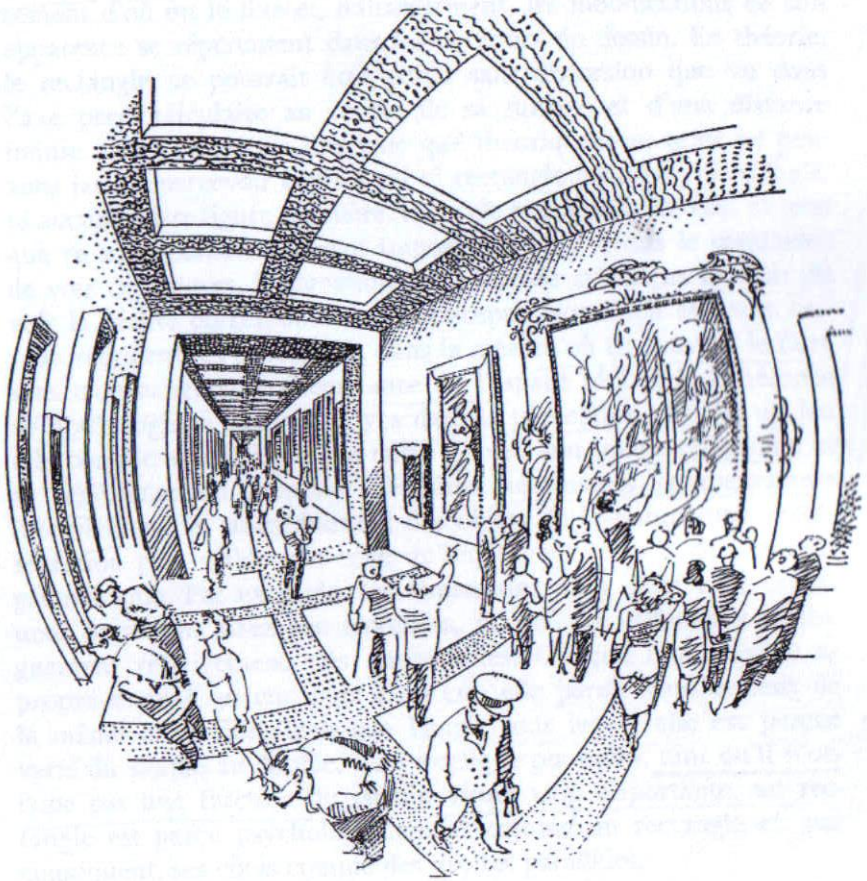
In

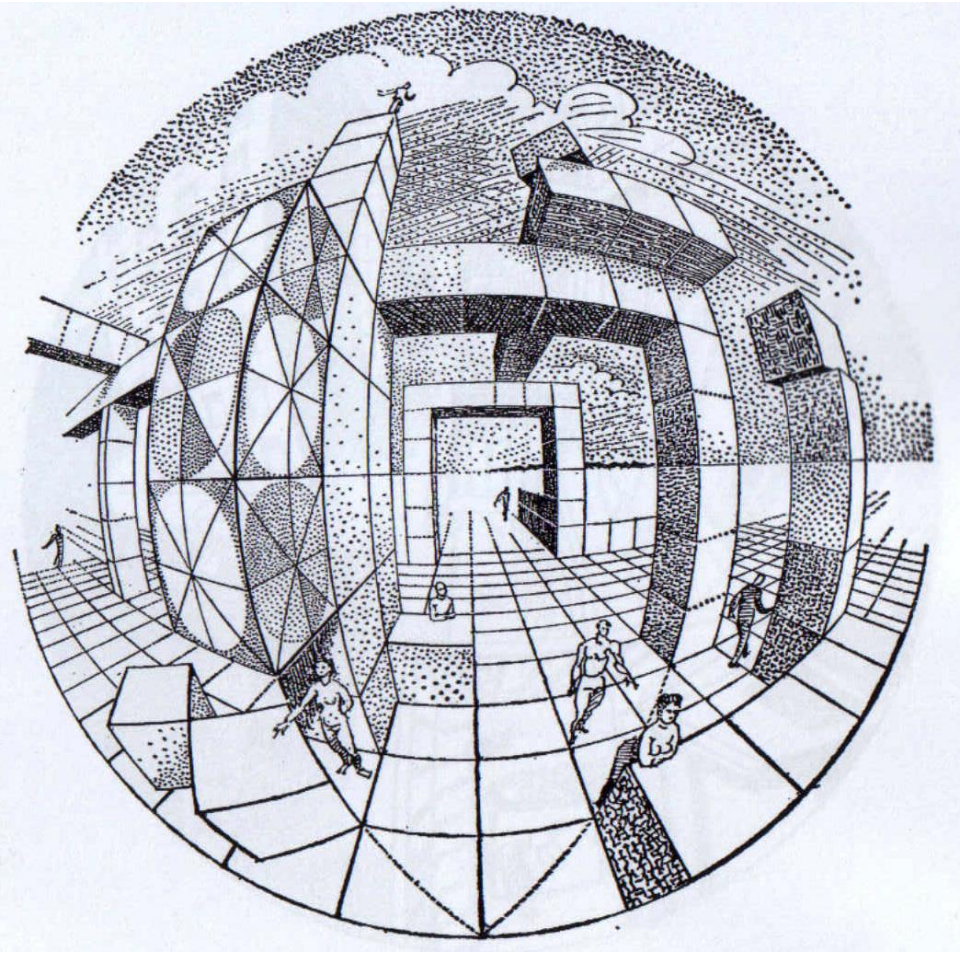
SMITH R. Introdução à perspectiva. 1996. Editorial presença. ISBN 972-23-2025-4

>> PERSPECTIVA: superfícies de projecção (quadro) curva.

In
SMITH R. Introdução à perspectiva. 1996. Editorial presença. ISBN 972-23-2025-4

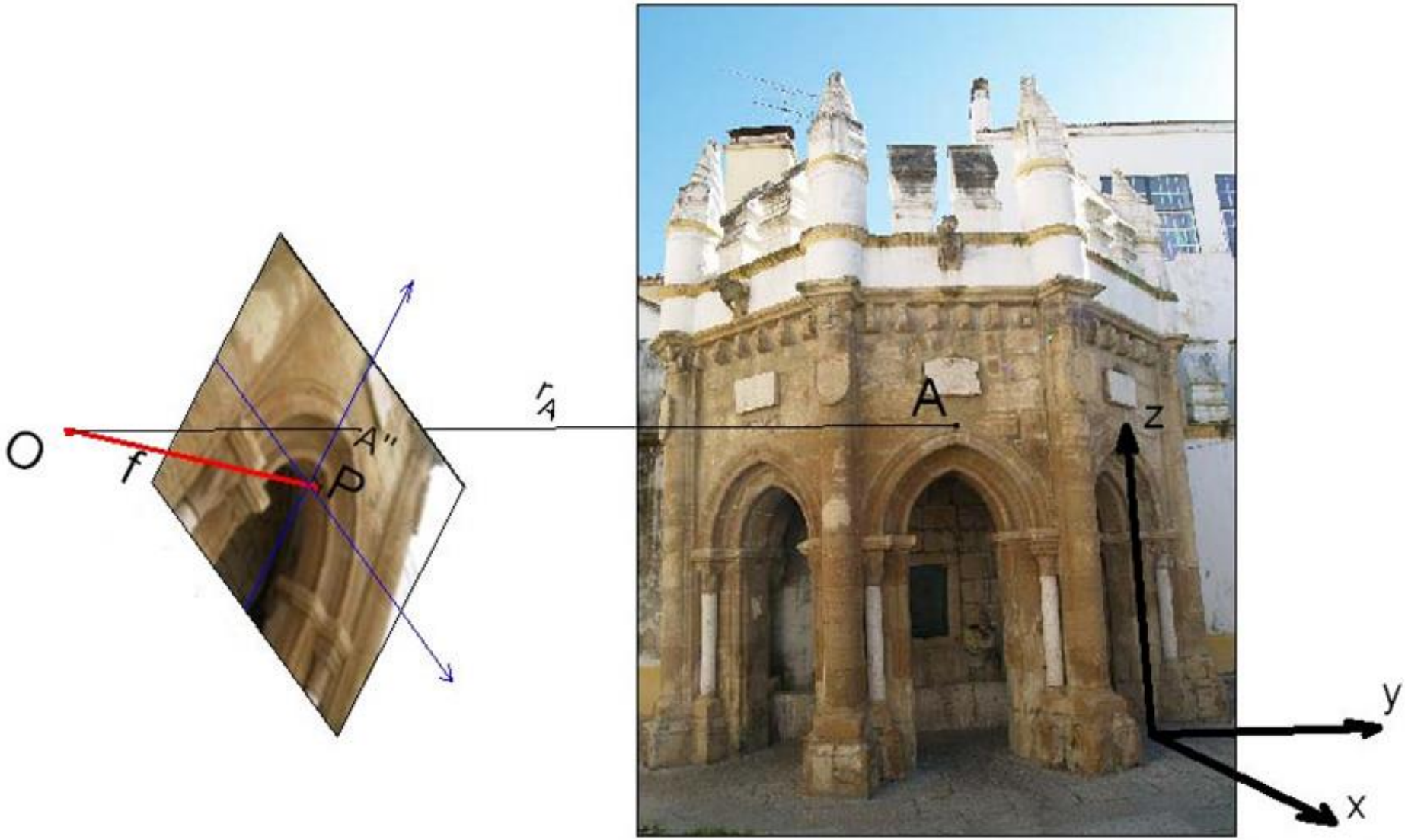
>> PERSPECTIVA: superfície de projecção (quadro) curva.



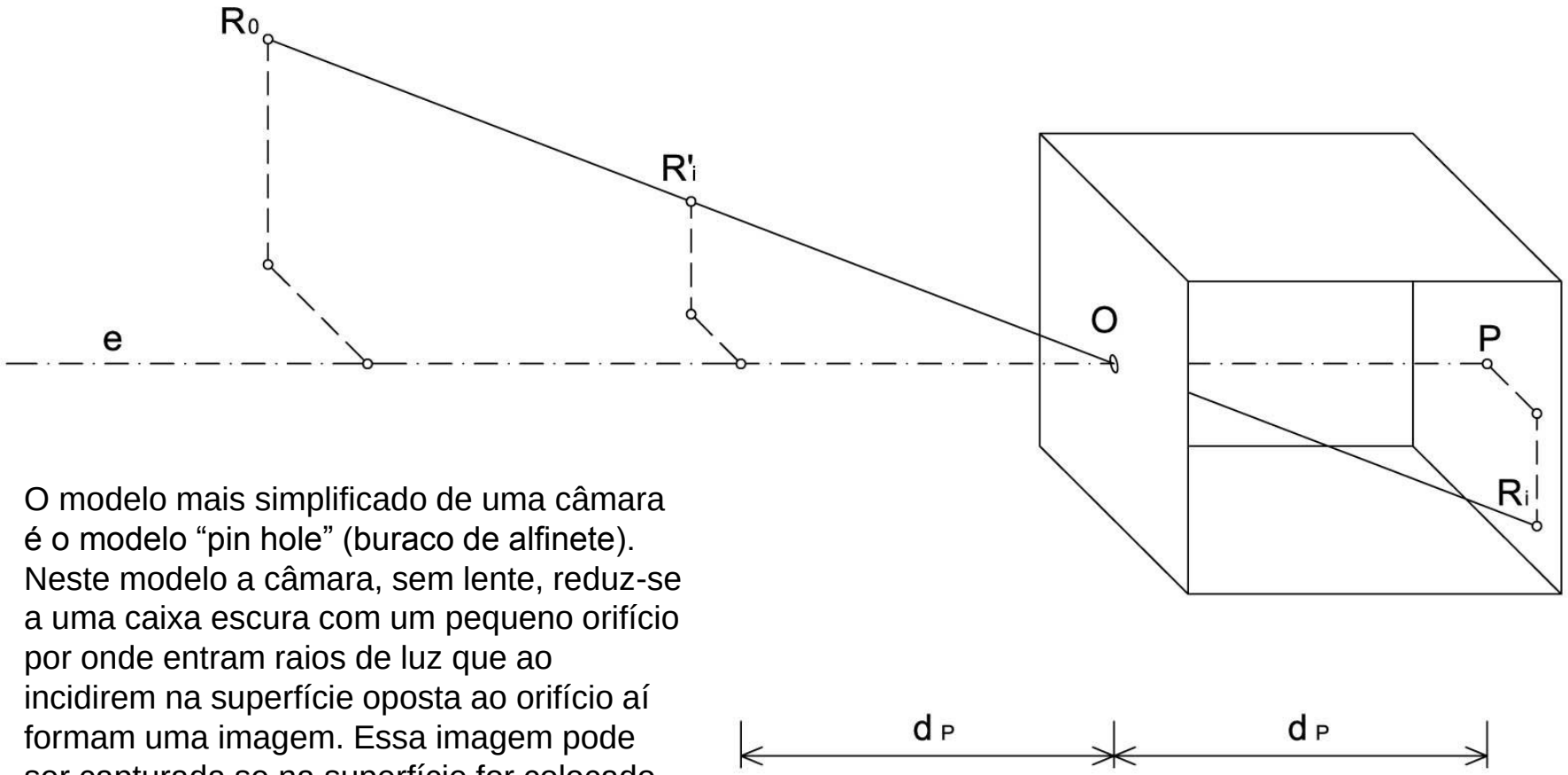


In
FLOCON A., BARRE A.: La perspective curviligne. 1968. Flamarion.

>> A FOTOGRAFIA COMO PERSPECTIVA



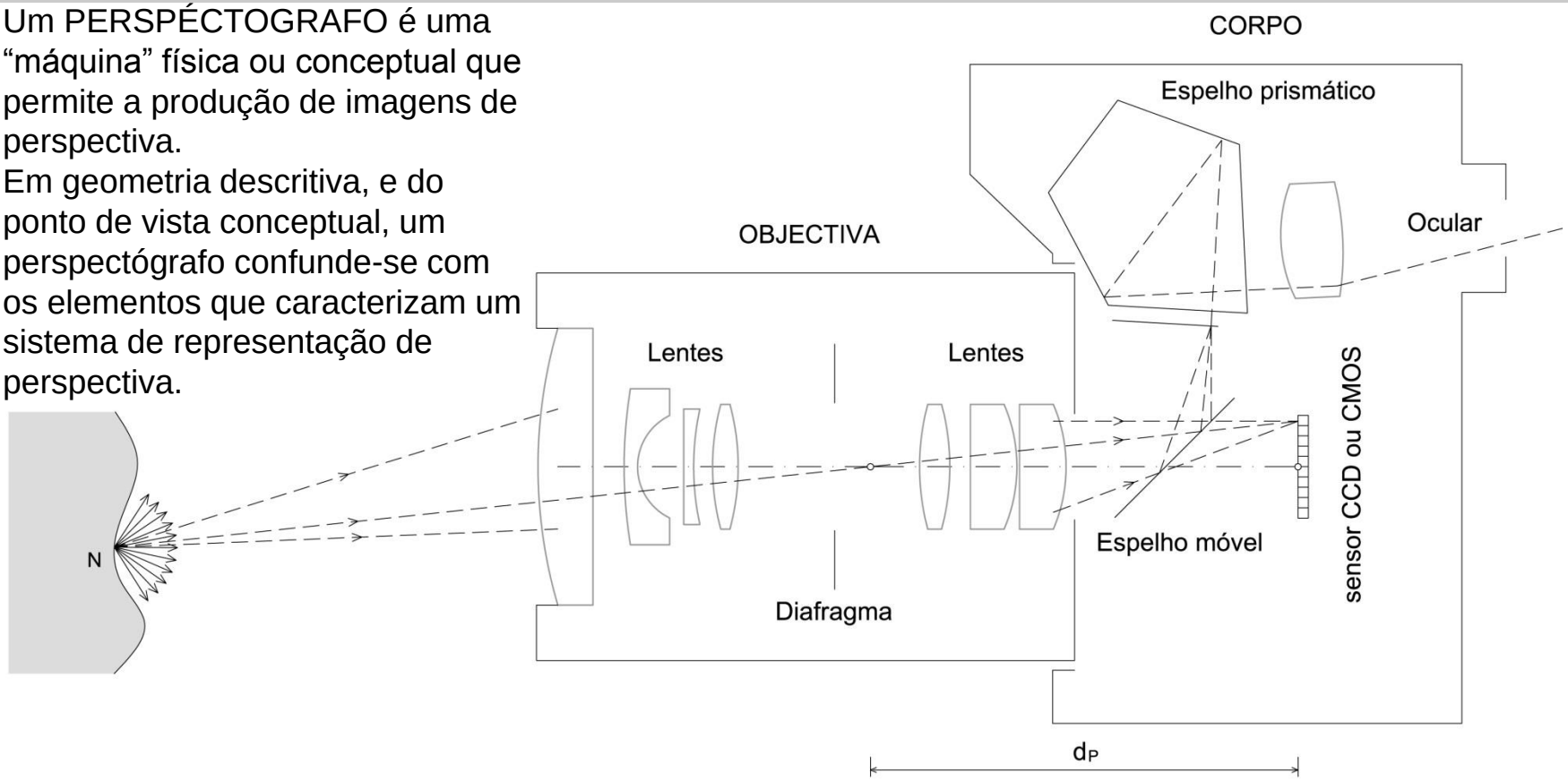
>> A FOTOGRAFIA COMO PERSPECTIVA: o modelo da câmara escura (pin-hole)



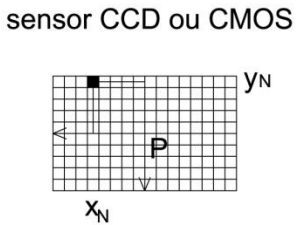
O modelo mais simplificado de uma câmara é o modelo “pin hole” (buraco de alfinete). Neste modelo a câmara, sem lente, reduz-se a uma caixa escura com um pequeno orifício por onde entram raios de luz que ao incidirem na superfície oposta ao orifício aí formam uma imagem. Essa imagem pode ser capturada se na superfície for colocado um material sensível à luz.

>> A FOTOGRAFIA COMO PERSPECTIVA: a câmara fotográfica como perspectógrafo

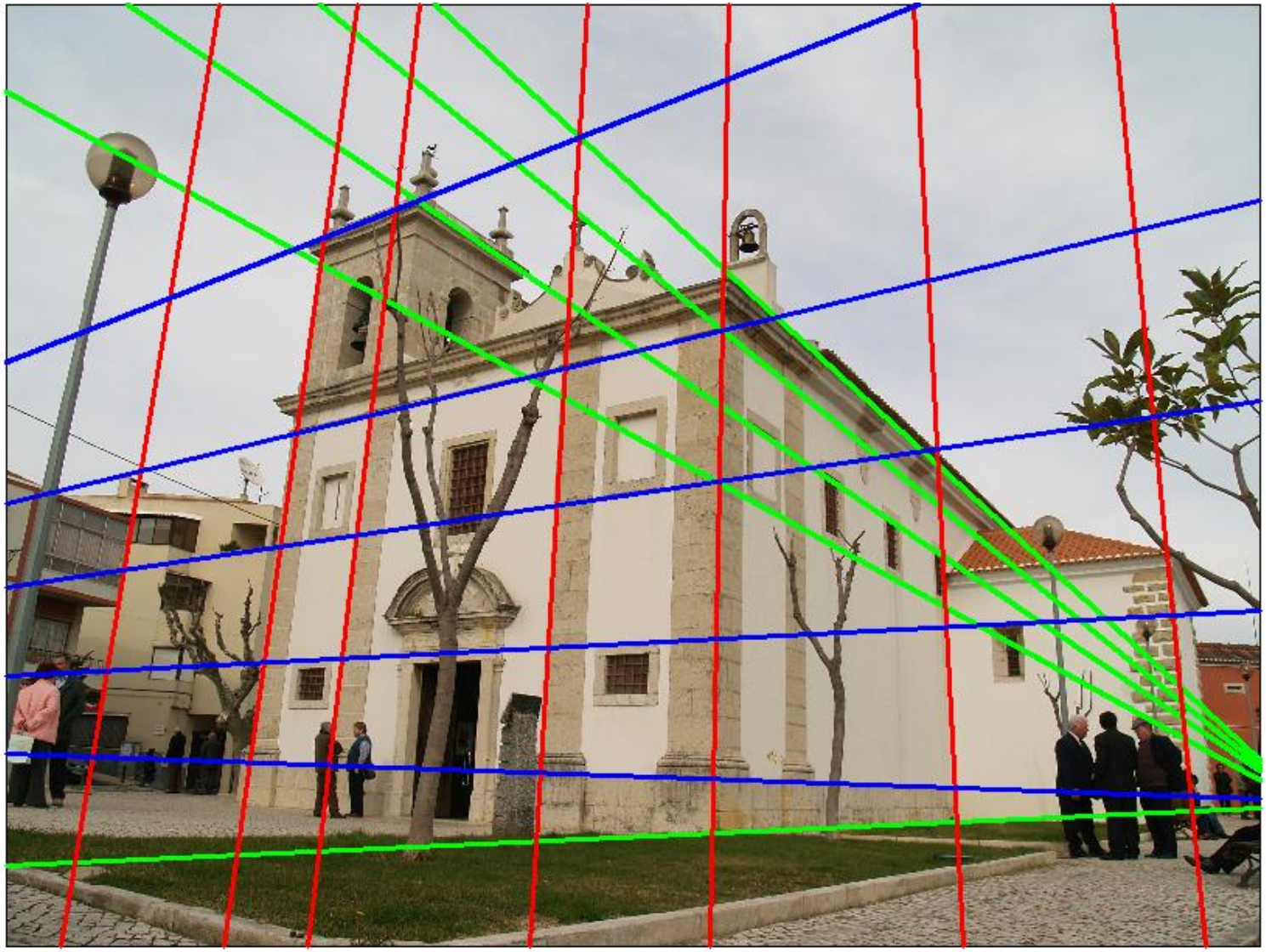
Um PERSPÉCTOGRAFO é uma "máquina" física ou conceptual que permite a produção de imagens de perspectiva.
Em geometria descritiva, e do ponto de vista conceptual, um perspectógrafo confunde-se com os elementos que caracterizam um sistema de representação de perspectiva.



Numa câmara fotográfica digital o quadro é a superfície do sensor, do tipo CCD ou CMOS. As rectas projectantes são os feixes luminosos que são reflectidos pelos objectos e focados através do sistema de lentes da câmara.

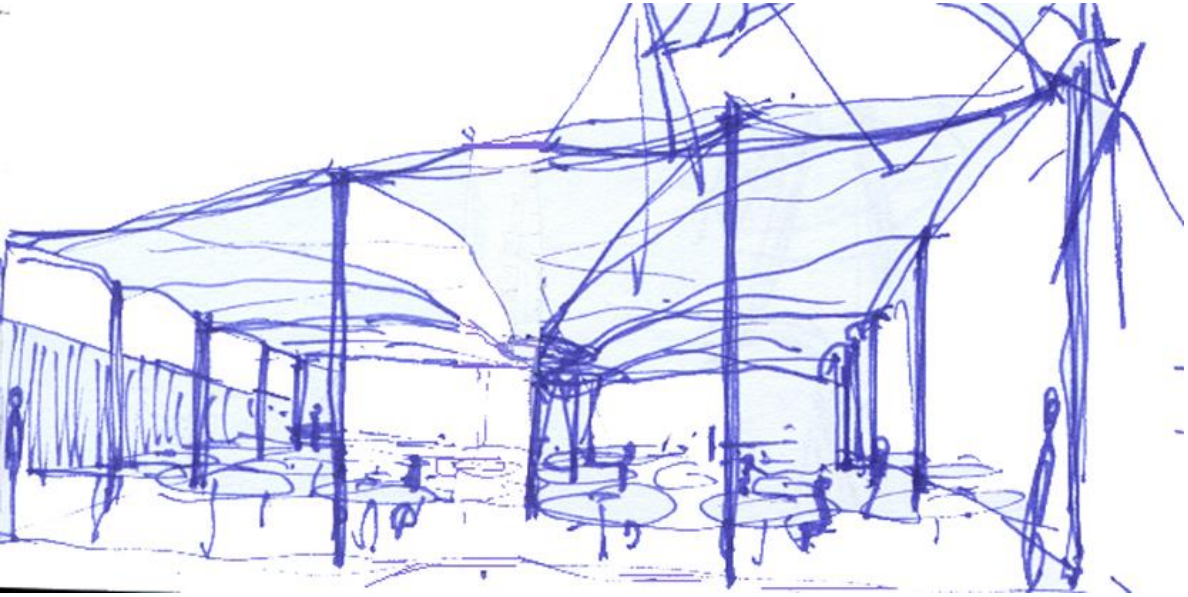


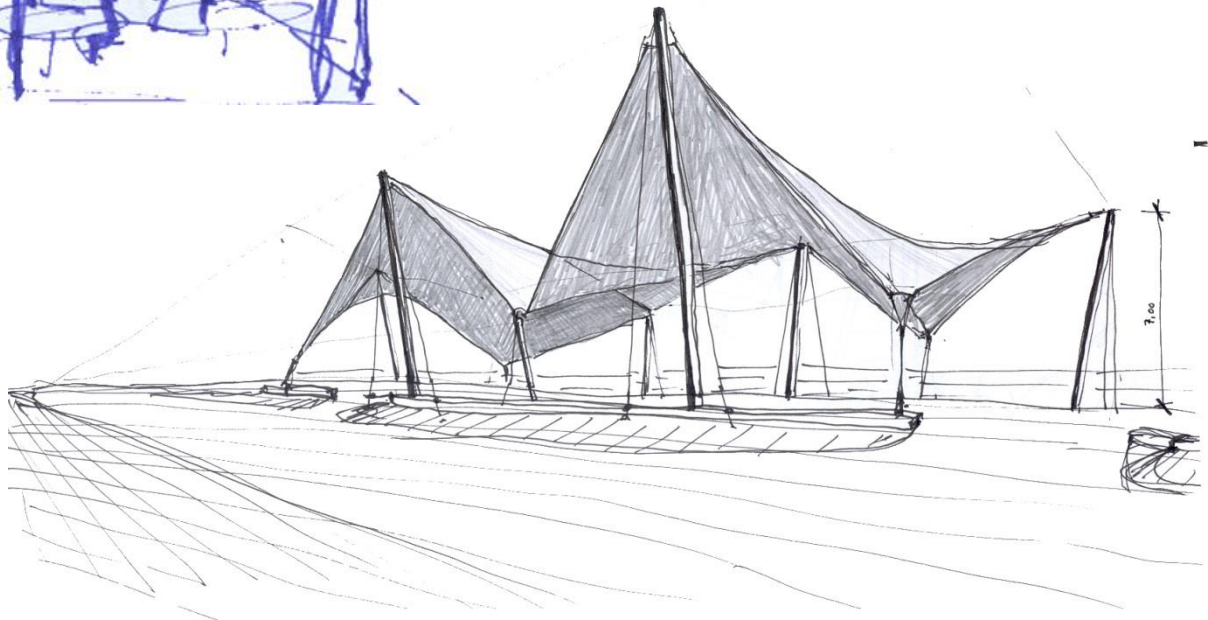
>> A FOTOGRAFIA COMO PERSPECTIVA: estrutura perspéctica da fotografia



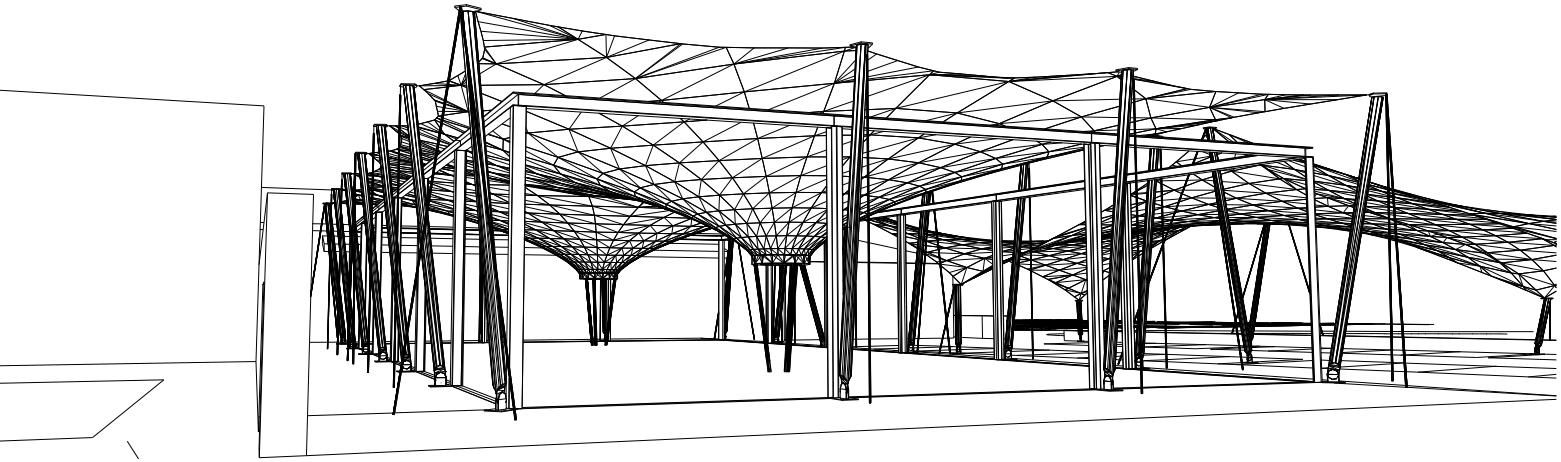
>> A FOTOGRAFIA COMO PERSPECTIVA: a diminuição das dimensões

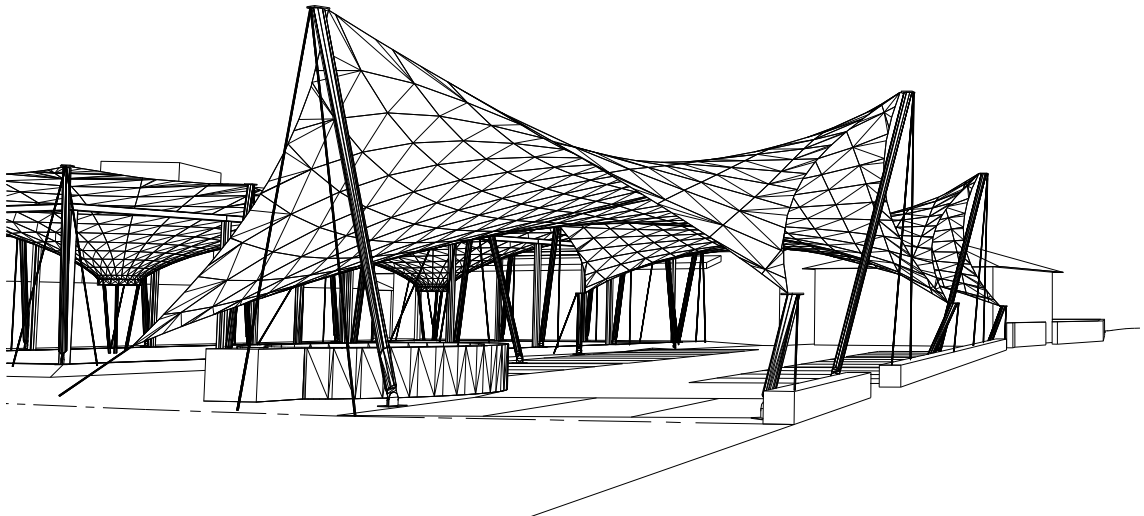
>> PERSPECTIVA NO PROCESSO DE CONCEPÇÃO: do esquiço…



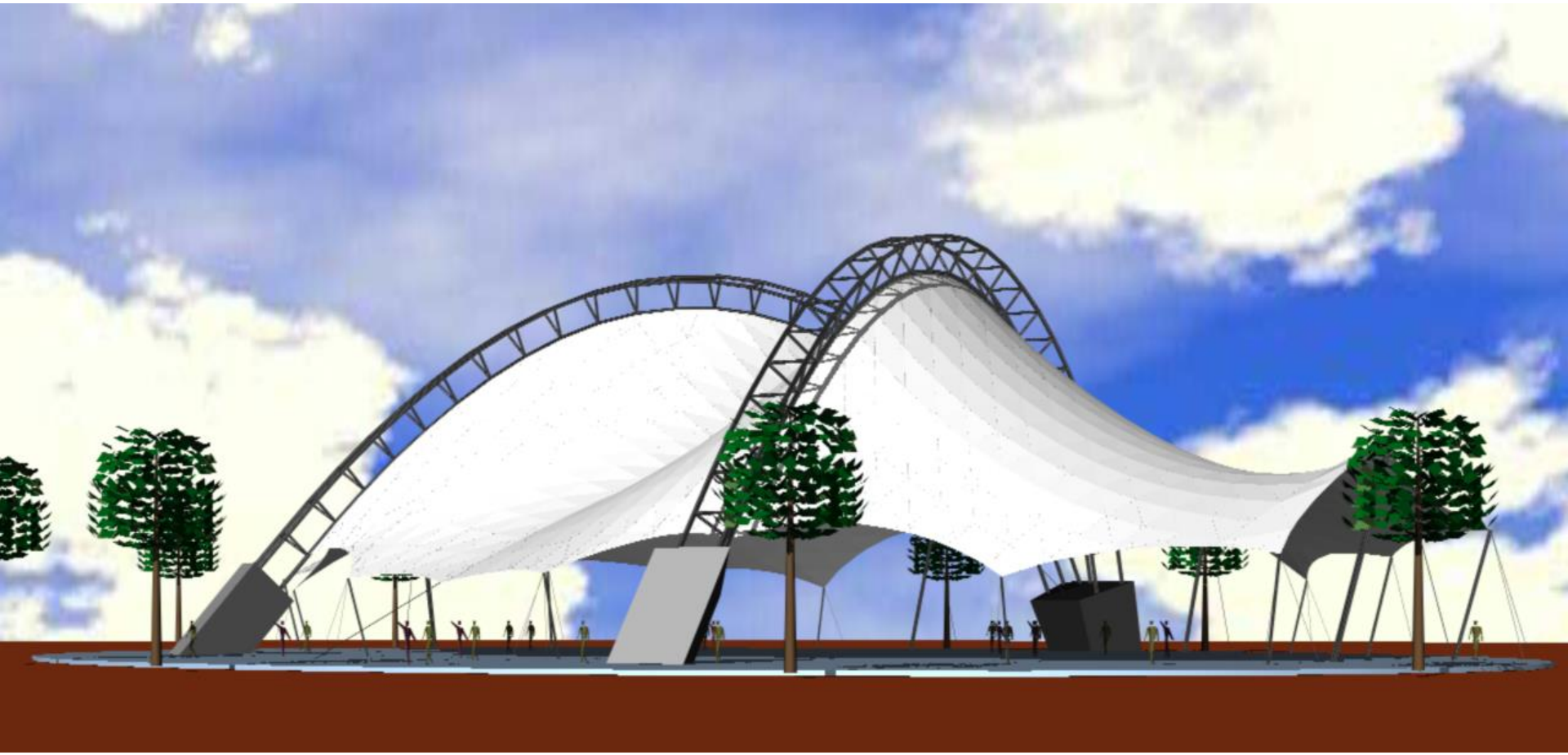


>> PERSPECTIVA NO PROCESSO DE CONCEPÇÃO: …às visualizações e…





>> PERSPECTIVA NO PROCESSO DE CONCEPÇÃO: …renderizações informáticas.

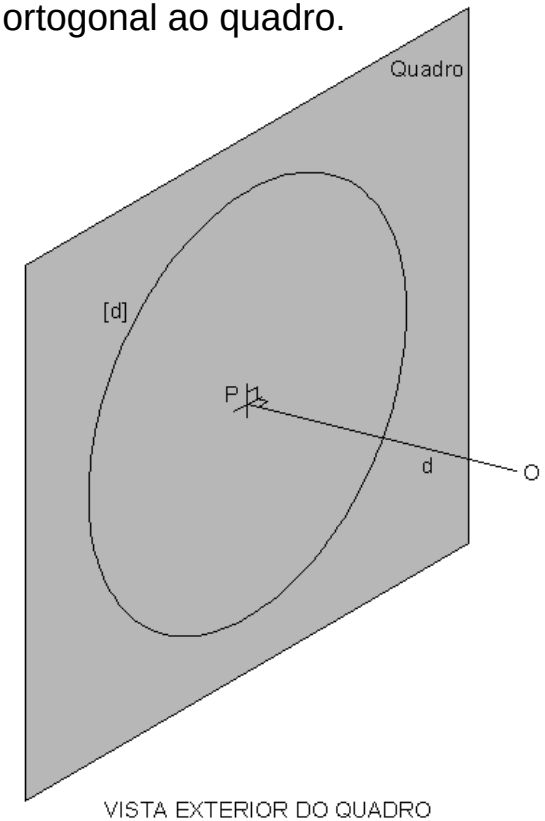


Tópico 02

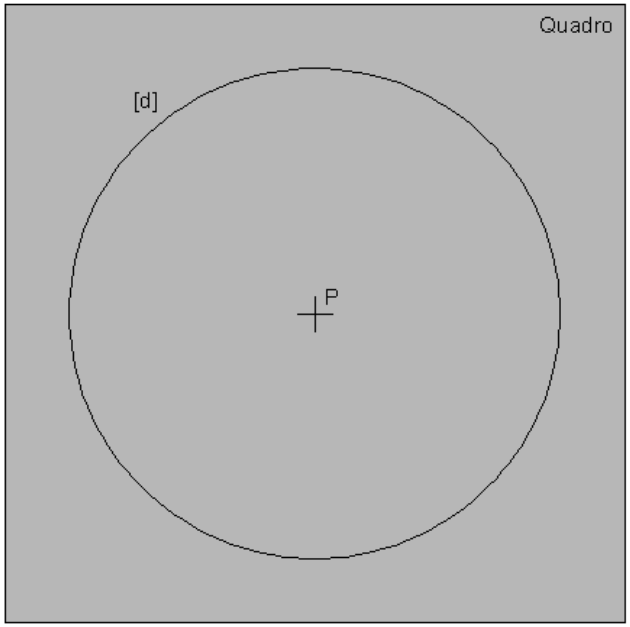
Perspectiva linear de quadro plano:
- A definição do perspectógrafo mínimo (quadro plano, ponto principal, observador, distância principal e circunferência de distância inteira).
- A noção de recta projectante e plano projectante.
- Taxonomia dos planos e das rectas relativamente ao perspectógrafo mínimo (planos paralelos ao quadro; planos ortogonais ao quadro; planos oblíquos ao quadro; rectas paralelas ao quadro; rectas oblíquas ao quadro e rectas ortogonais ao quadro).

>> PERSPECTIVA LINEAR: A definição do perspectógrafo mínimo

Na sua versão mais elementar o perspectógrafo é constituído por um plano de projecção, designado QUADRO, e por um centro de projecções O, designado OBSERVADOR e colocado a uma distância finita do do quadro designada por DISTÂNCIA PRINCIPAL. À projecção do ponto O no quadro dá-se a designação de PONTO PRINCIPAL e nota-se por P. Para notar a distância principal no quadro considera-se uma circunferência [d] designada por CIRCUNFRÊNCIA DE DISTÂNCIA INTEIRA cujo raio é igual à distância principal. Ao sentido OP dá-se a designação de DIRECÇÃO PRINCIPAL DO OLHAR. Esta direcção é sempre ortogonal ao quadro.

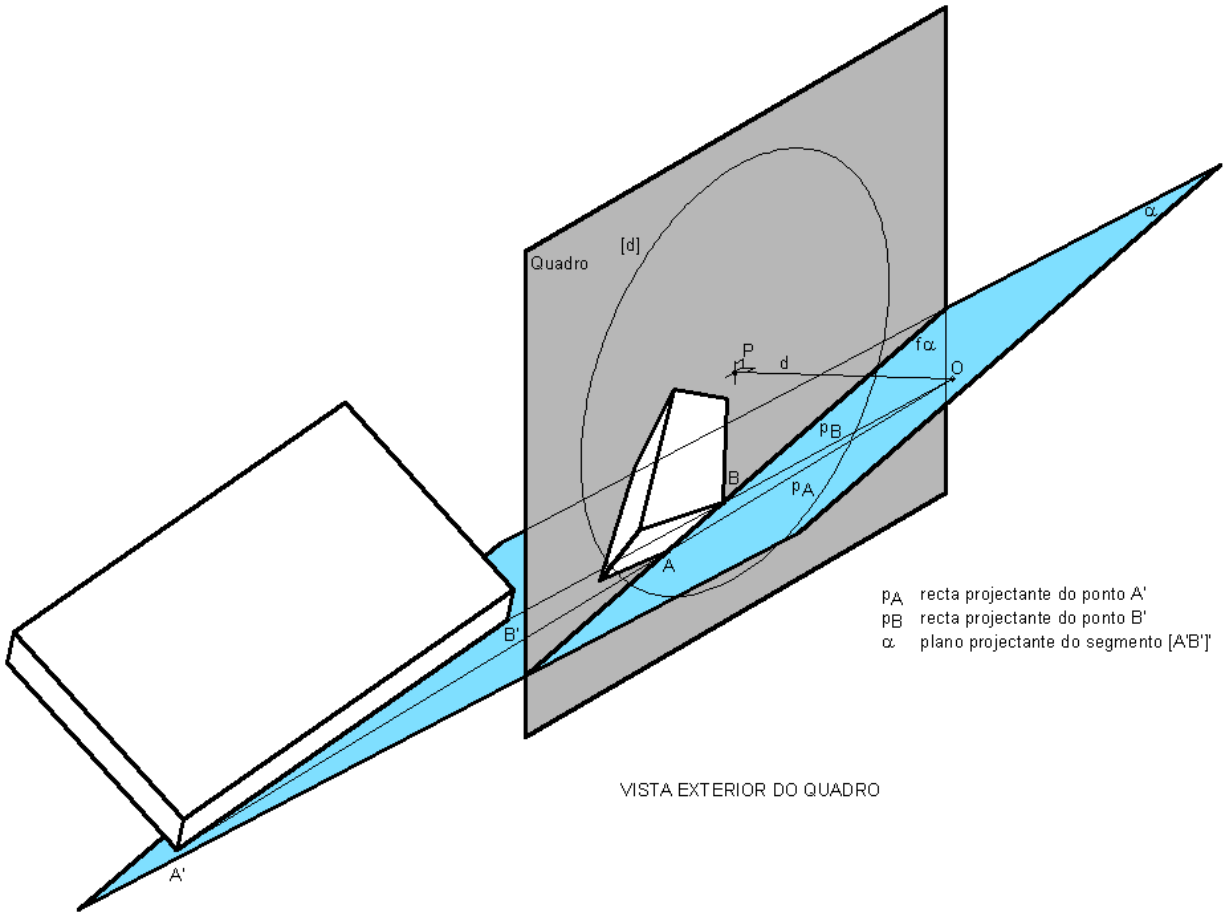


VISTA EXTERIOR DO QUADRO



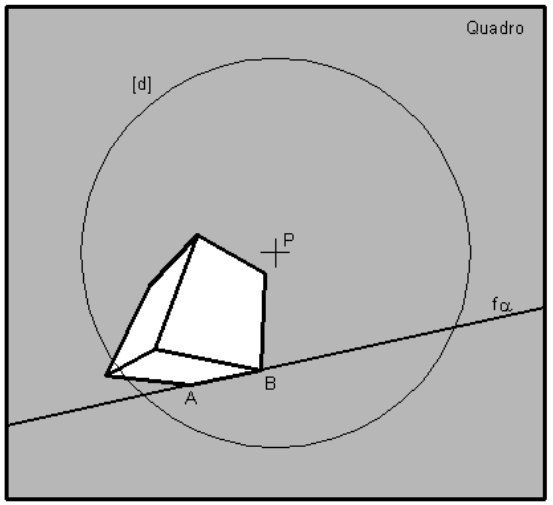
VISTA DO QUADRO A PARTIR DO PONTO O

>> PERSPECTIVA LINEAR: A noção de recta projectante e plano projectante



p_A recta projectante do ponto A'
p_B recta projectante do ponto B'
α plano projectante do segmento [A'B']

VISTA EXTERIOR DO QUADRO



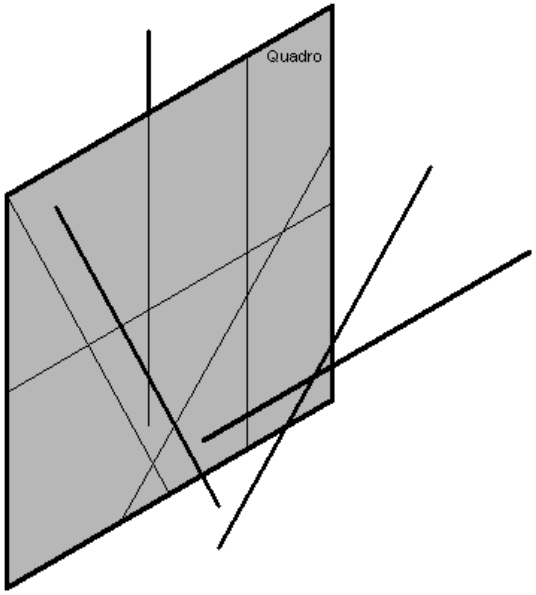
VISTA DO QUADRO A PARTIR DO PONTO O

>> PERSPECTIVA LINEAR: As direcções de rectas

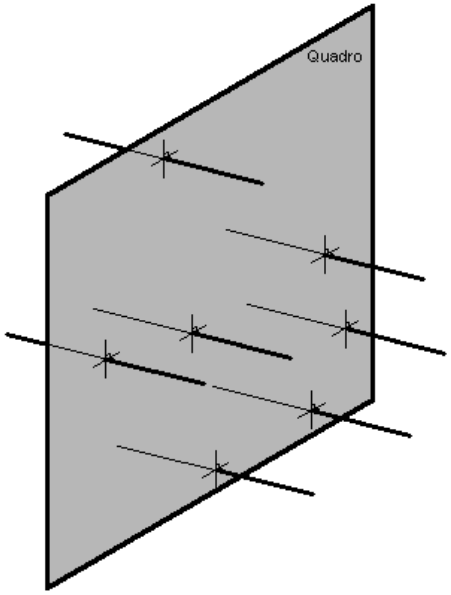
Se apenas tivermos definido o quadro, por relação a este plano podemos considerar três DIRECÇÕES DE RECTAS:

- As rectas paralelas ao quadro.
- As rectas ortogonais ao quadro.
- As rectas oblíquas ao quadro.

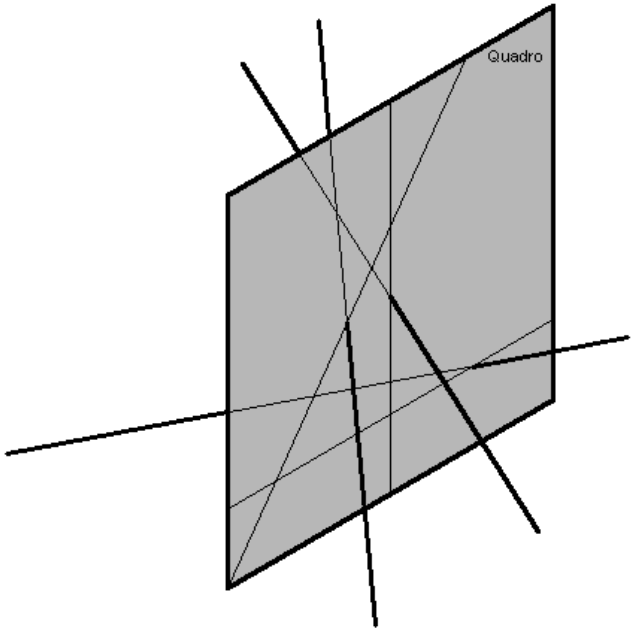
Vamos considerar que todas as rectas têm um PONTO IMPRÓPRIO, isto é, um ponto situado no infinito. Uma direcção de rectas partilha o mesmo ponto impróprio.



RECTAS PARALELAS AO QUADRO



RECTAS ORTOGONAIS AO QUADRO



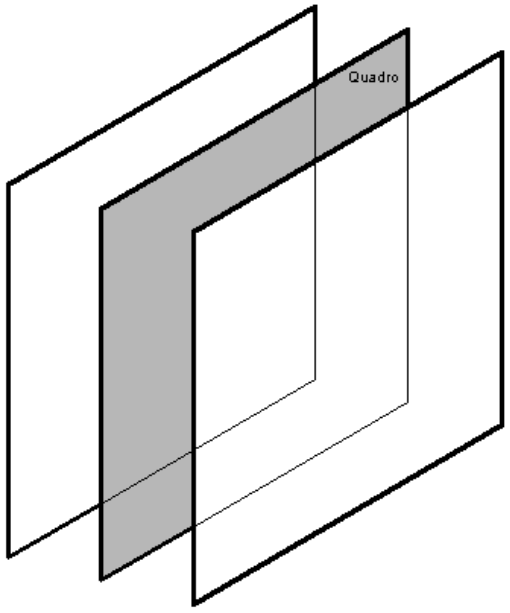
RECTAS OBLÍQUAS AO QUADRO

>> PERSPECTIVA LINEAR: As orientações de planos

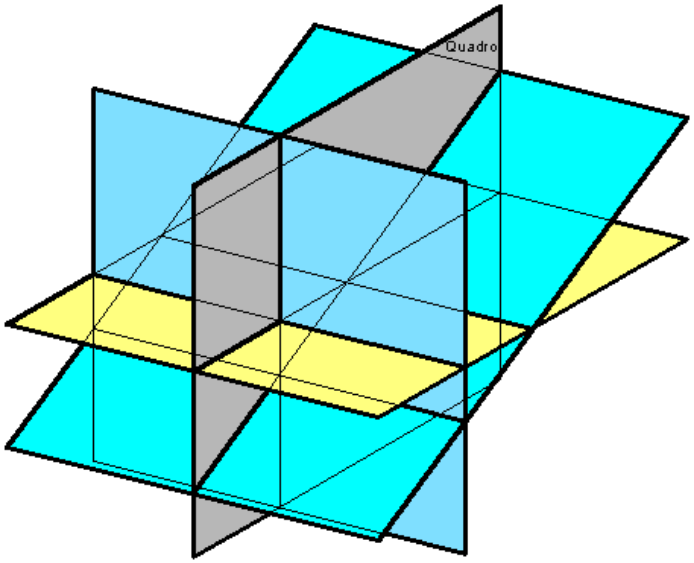
Se apenas tivermos definido o quadro, por relação a este plano podemos considerar três ORIENTAÇÕES DE PLANOS:

- Os planos paralelos ao quadro.
- Os planos ortogonais ao quadro.
- Os planos oblíquos ao quadro.

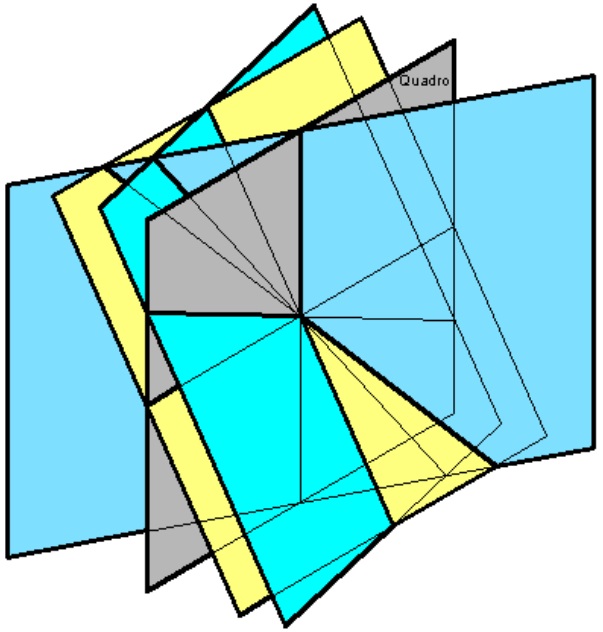
Vamos considerar que todos os planos têm uma RECTA IMPRÓPRIA, isto é, uma recta situada no infinito. Uma orientação de planos partilha a mesma recta imprópria.



PLANOS PARALELOS AO QUADRO



PLANOS ORTOGONAIS AO QUADRO



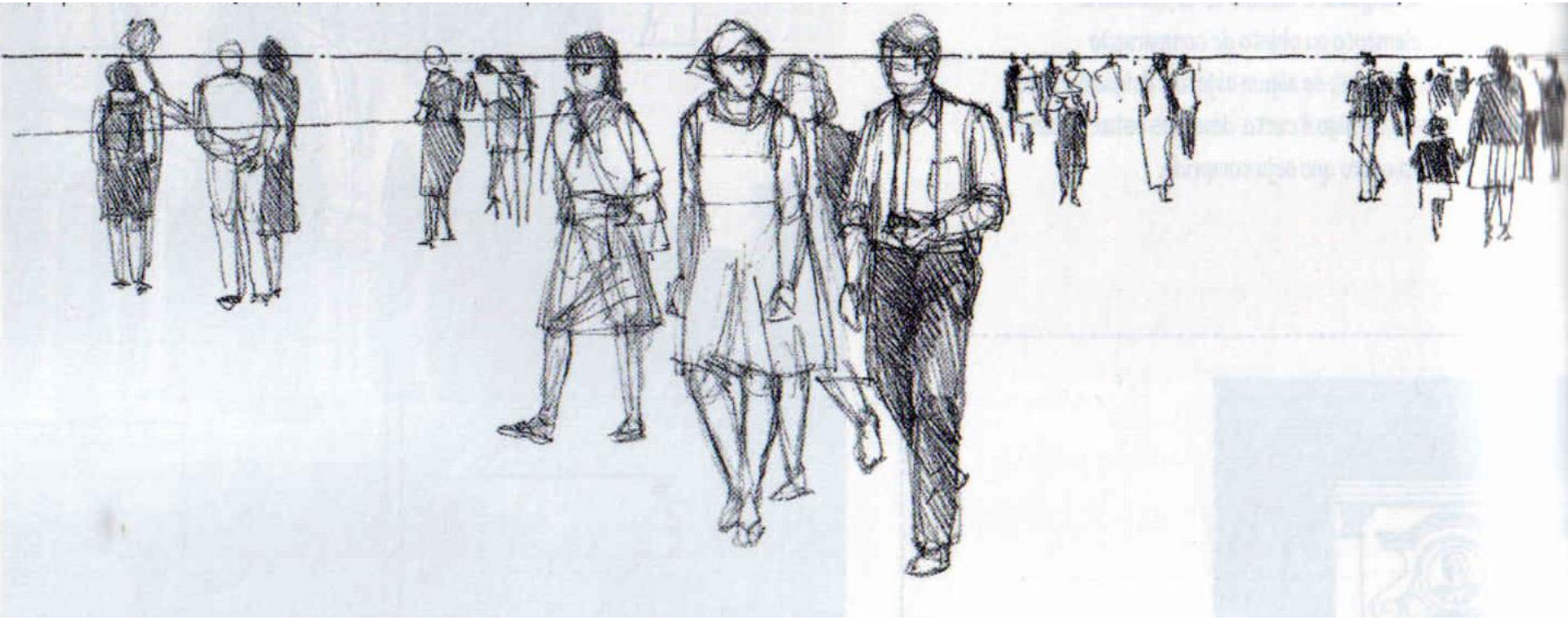
PLANOS OBLÍQUOS AO QUADRO

Tópico 03

Perspectiva linear de quadro plano.
- Análise de desenhos de perspectiva executados à mão levantada e de imagens fotográficas (perspectivas de 1, 2 e 3 pontos de fuga; noção de sombra e reflexo; o método do paralelepípedo envolvente).
- O posicionamento do observador perante a cena e a representação da figura humana como indicador de escala e profundidade; a convergência e a diminuição do tamanho aparente como indicadores de profundidade.
- A noção empírica de ponto de fuga e de linha de fuga.
- Definição geométrica de ponto de fuga e de linha de fuga.
- Lugares geométricos de pontos de fuga dada a inclinação com o quadro.
- Lugares geométricos de linhas de fuga dada a inclinação com o quadro.

>> PERSPECTIVA LINEAR: Análise de desenhos executados à mão levantada.

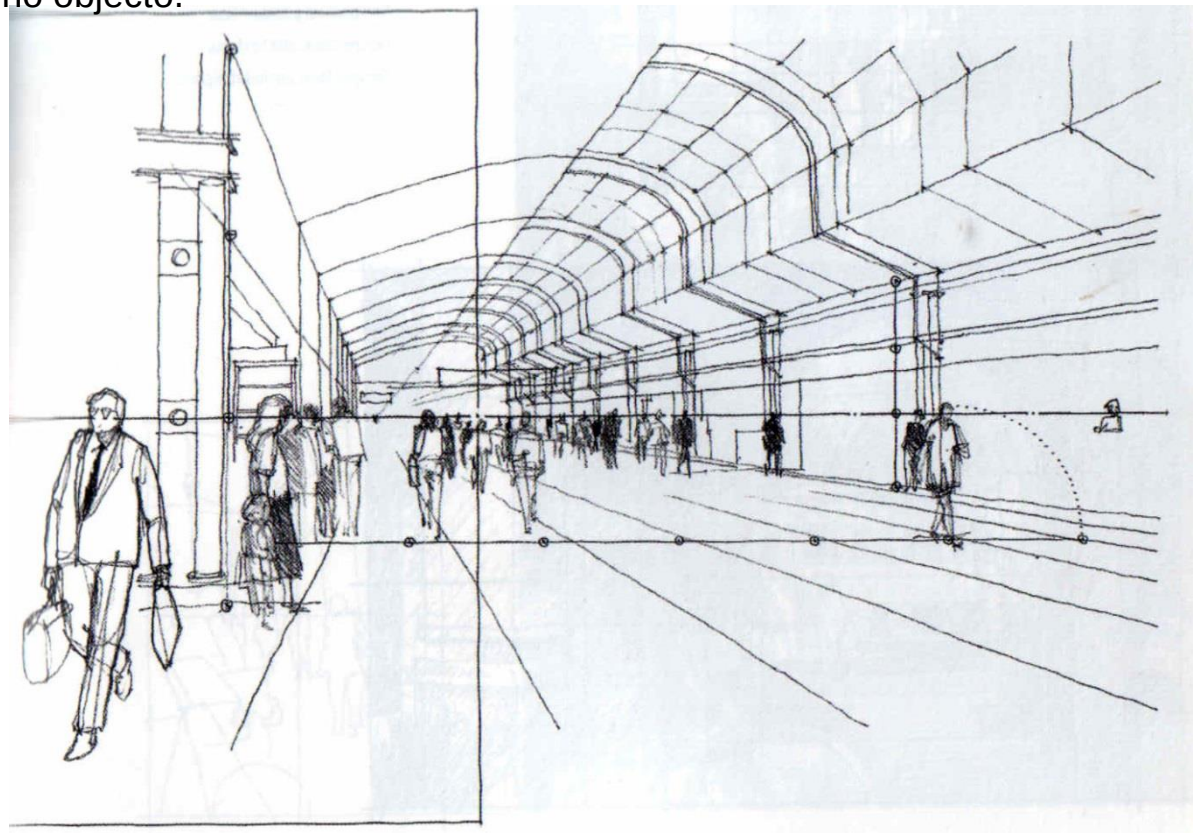
Se o observador de uma cena se encontrar a uma altura normal, digamos à altura de uma pessoa, as cabeças das pessoas situam-se todas numa linha única. Como todas as pessoas têm aproximadamente a mesma altura, a maior ou menor dimensão de uma figura é um indicador de ESCALA e PROFUNDIDADE ou de distância entre o observador e a figura visada.



In
CHING F, JUROSZEK S: Representação gráfica para desenho e projeto. 2001. Ed. Gustavo Gili. ISBN 84-252-1848-9

>> PERSPECTIVA LINEAR: Análise de desenhos executados à mão levantada.

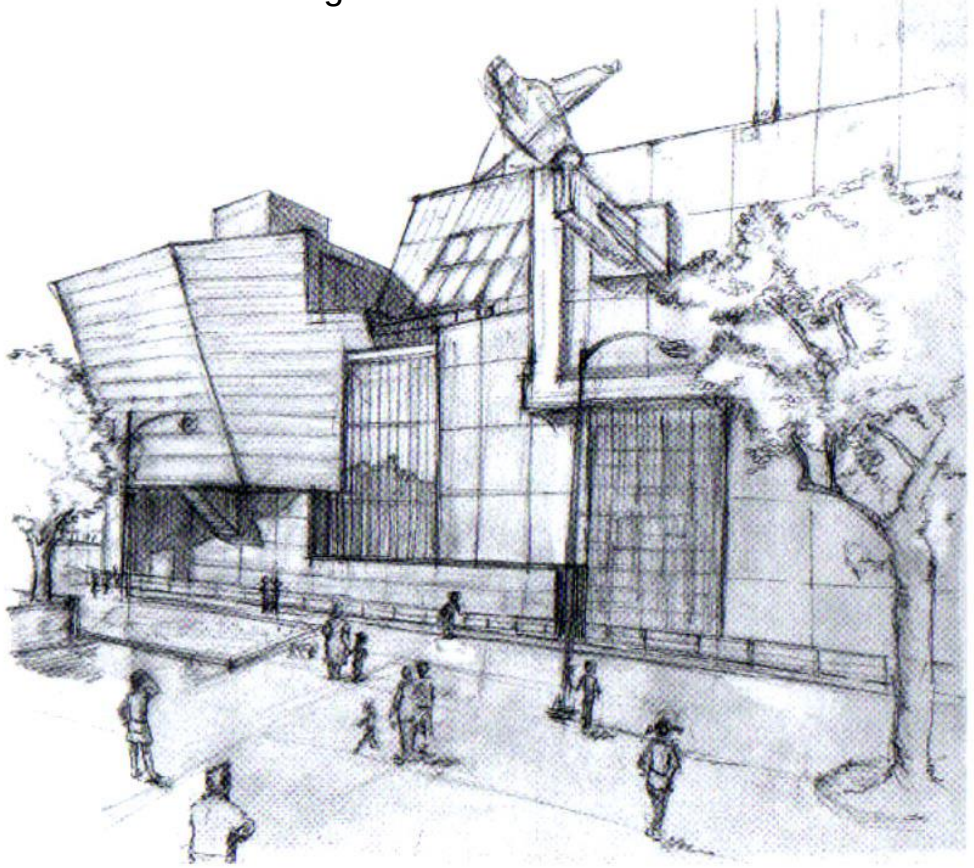
Neste desenho o observador encontra-se a uma altura normal. A cabeça da criança representada à esquerda na cena aparece obviamente abaixo da linha que passa pelas representações das cabeças dos adultos. Outro indicador de profundidade é a diminuição de distâncias que intuímos, pela representação, serem iguais. Acresce a estas características a convergência num ponto de linhas, que sabemos serem paralelas entre si no objecto.



In
CHING F, JUROSZEK S: Representação gráfica para desenho e projeto. 2001. Ed. Gustavo Gili. ISBN 84-252-1848-9

>> PERSPECTIVA LINEAR: Análise de desenhos executados à mão levantada.

Neste desenho o observador encontra-se a uma altura superior ao normal, provavelmente está situado num piso acima do piso da rua. Por essa razão as cabeças das pessoas já não se encontram sobre uma linha única. Em todo o caso a dimensão relativa entre as figuras continua a ser um indicador da distância entre observador e objecto.

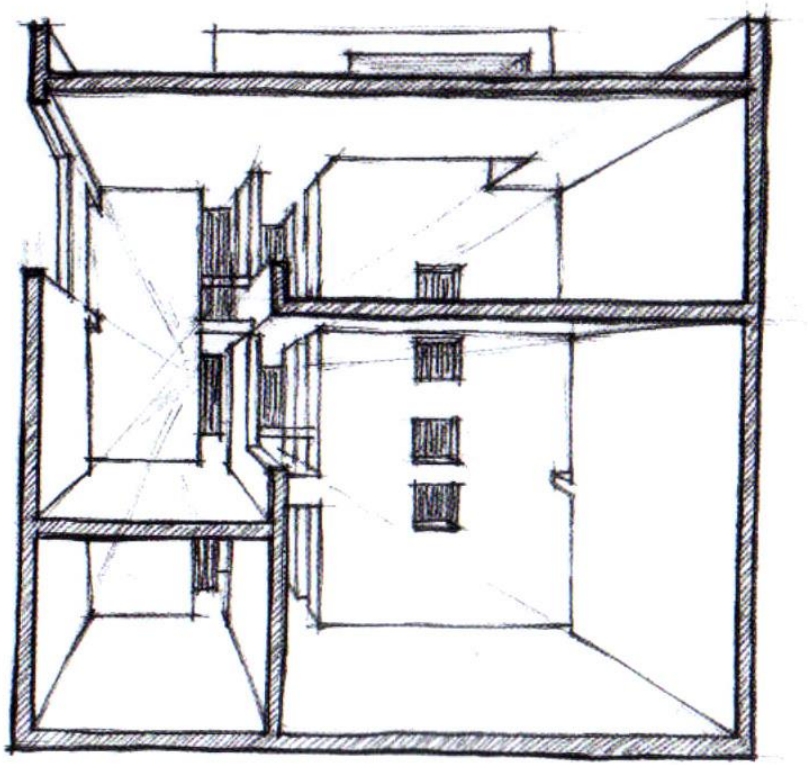


Apontamento a lápis, por Carlos Conesa, a partir do projecto do Museu Aeroespacial da Califórnia (Los Angeles, E. U. A.), de Frank Gehry. A figura humana constitui sempre uma referência de escala na arquitectura.

Desenho de Carlos Conesa In
CANAL M (direcção editorial): Desenho livre para arquitectos. 2004. Editorial Estampa. ISBN 978-972-33-2040-4

>> PERSPECTIVA LINEAR: Análise de desenhos executados à mão levantada.

Este tipo de desenho designa-se por corte perspectivado. Partindo de um corte e arbitrando o ponto de convergência, no desenho, das linhas ortogonais ao plano do corte procede-se ao desenho dos restantes elementos em profundidade. Neste tipo de desenho os planos paralelos ao plano do corte mantêm as proporções embora diminuam de tamanho com a distância. O controlo da profundidade pode ser feito de forma intuitiva ou através de traçados elementares.

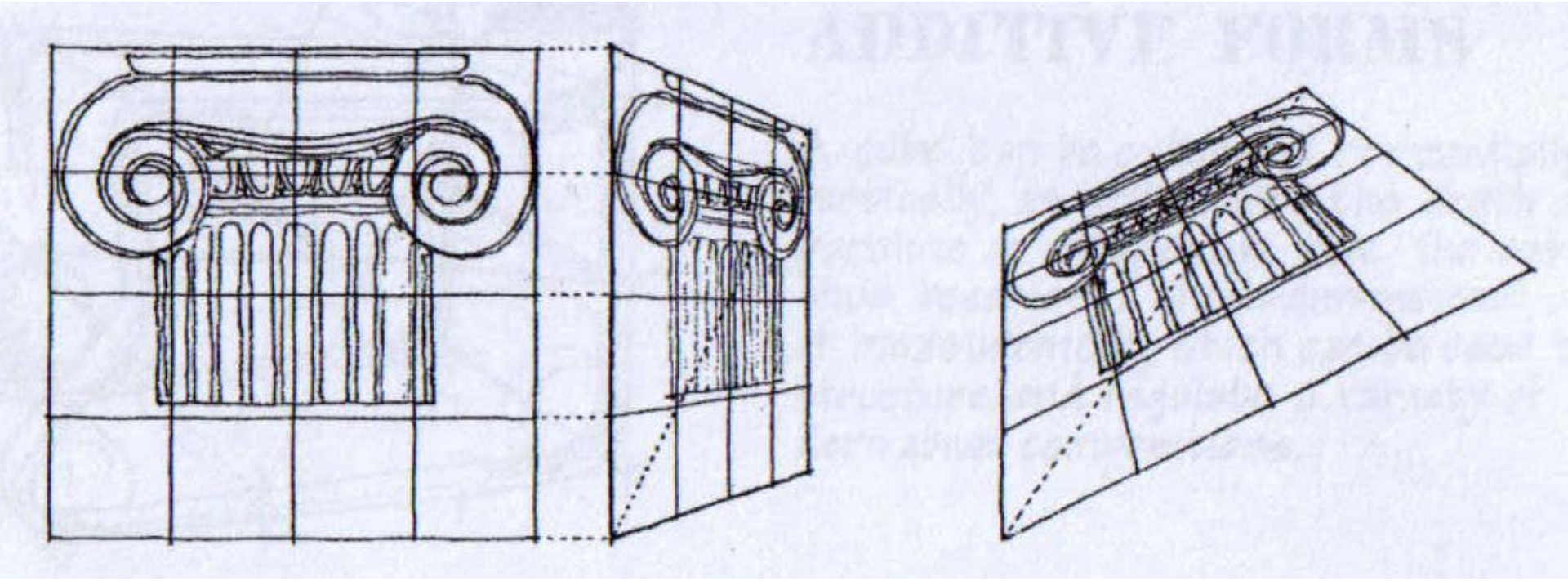


Esquisso a lápis com base num corte perspectivado do projecto da casa Turégano (Pozuelo de Alarcón, Espanha), da autoria de Alberto Campo Baeza. Utilizaram-se diversas linhas contínuas de enquadramento, definição e trama.

Desenho de Carlos Conesa In
CANAL M (direcção editorial): Desenho livre para arquitectos. 2004. Editorial Estampa. ISBN 978-972-33-2040-4

>> PERSPECTIVA LINEAR: Análise de desenhos executados à mão levantada.

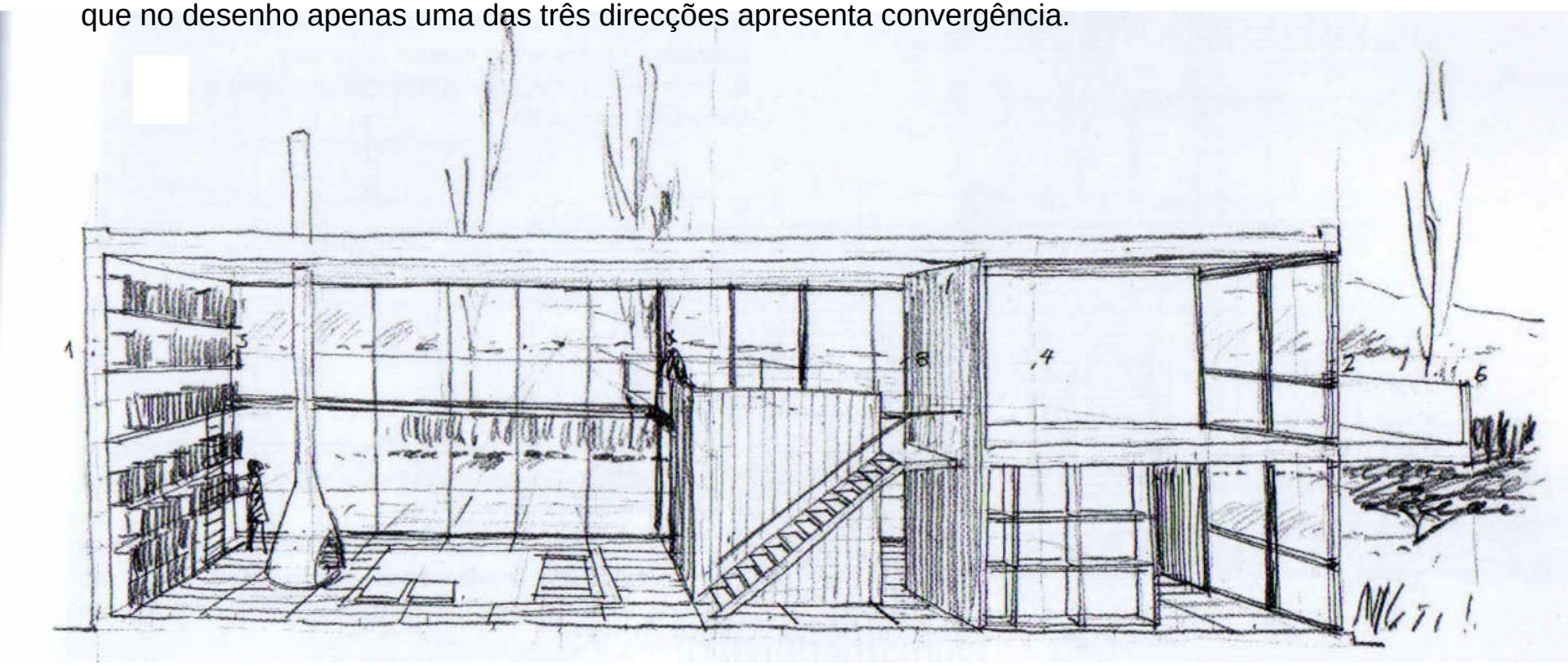
Com efeito, o controlo da profundidade num plano ortogonal ao plano da secção pode ser efectuada através da deformação perspéctica de uma grelha quadrada como se sugere na figura seguinte.



In
CHING F: Drawing – a creative process. 1990. Van Nostrand Reinhold. ISBN 0-442-31818-9

>> PERSPECTIVA LINEAR: Análise de desenhos executados à mão levantada.

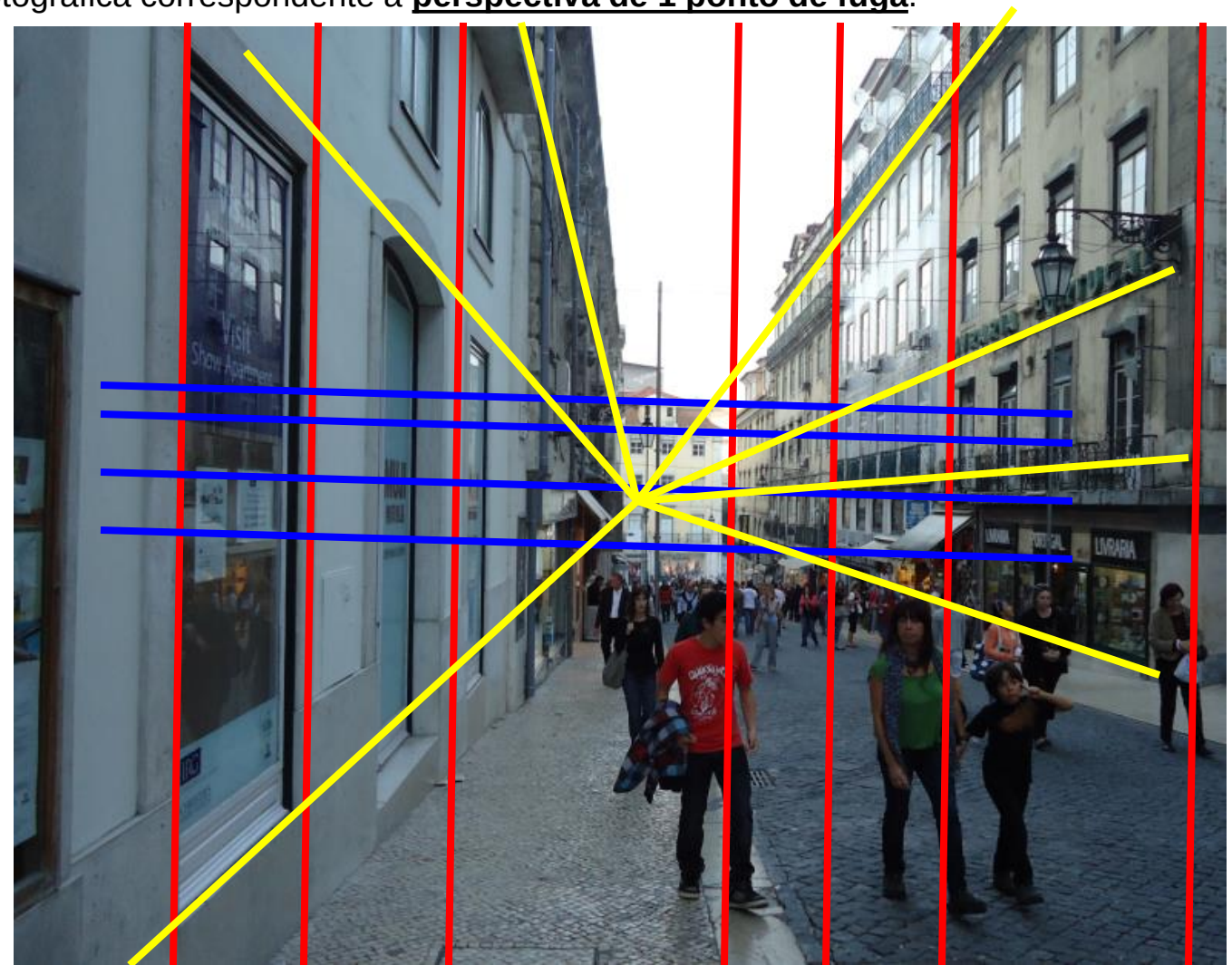
Este desenho aplica o princípio descrito no slide anterior.
Este tipo de perspectiva, por vezes designada por **perspectiva de 1 ponto de fuga**, corresponde a uma situação em que o observador adopta como direcção principal do olhar uma das três direcções estruturantes de uma cena tri-ortogonal. Isto é, o observador olha de frente para uma orientação de planos o que implica que no desenho apenas uma das três direcções apresenta convergência.



In
CANAL M (direcção editorial): Desenho livre para arquitectos. 2004. Editorial Estampa. ISBN 978-972-33-2040-4

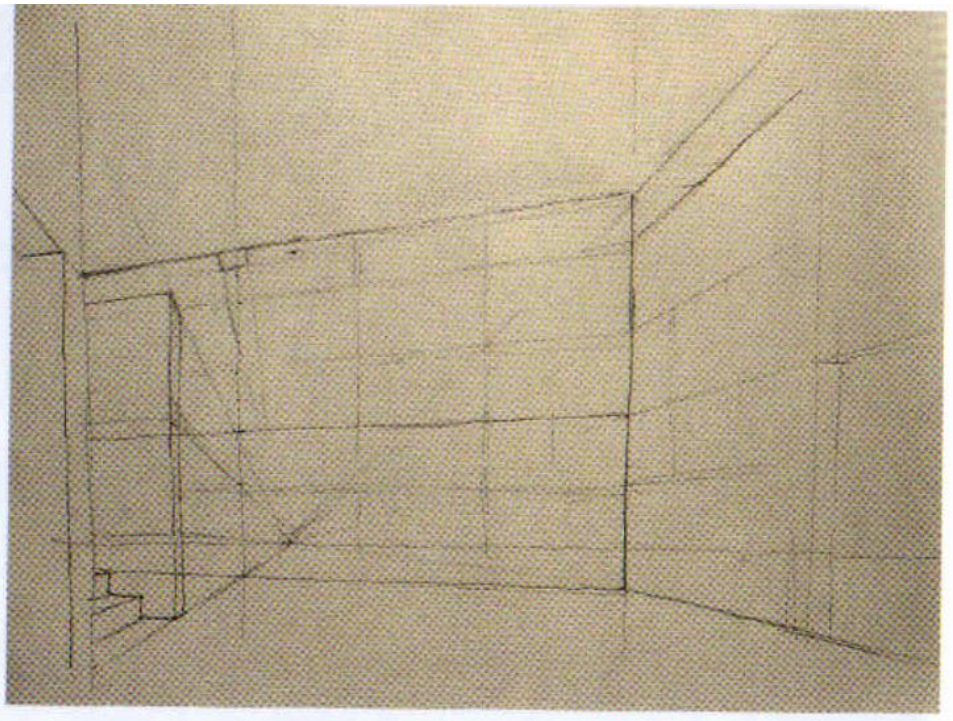
>> PERSPECTIVA LINEAR: Análise de fotografias

Imagem fotográfica correspondente a **perspectiva de 1 ponto de fuga**.



>> PERSPECTIVA LINEAR: Análise de desenhos executados à mão levantada.

Já neste tipo de desenho duas direcções apresentam convergência aparecendo as rectas verticais paralelas entre si. As proporções são mantidas na direcção vertical.
Este tipo de perspectiva, por vezes designada por **perspectiva de 2 pontos de fuga**, corresponde a uma situação em que o observador adopta como direcção principal do olhar uma direcção ortogonal a uma das direcções estruturantes de uma cena tri-ortogonal, sem ser paralela a nenhuma das outras duas. Neste caso a direcção principal do olhar do observador é horizontal sem ser paralela às direcções horizontais estruturantes do objecto.



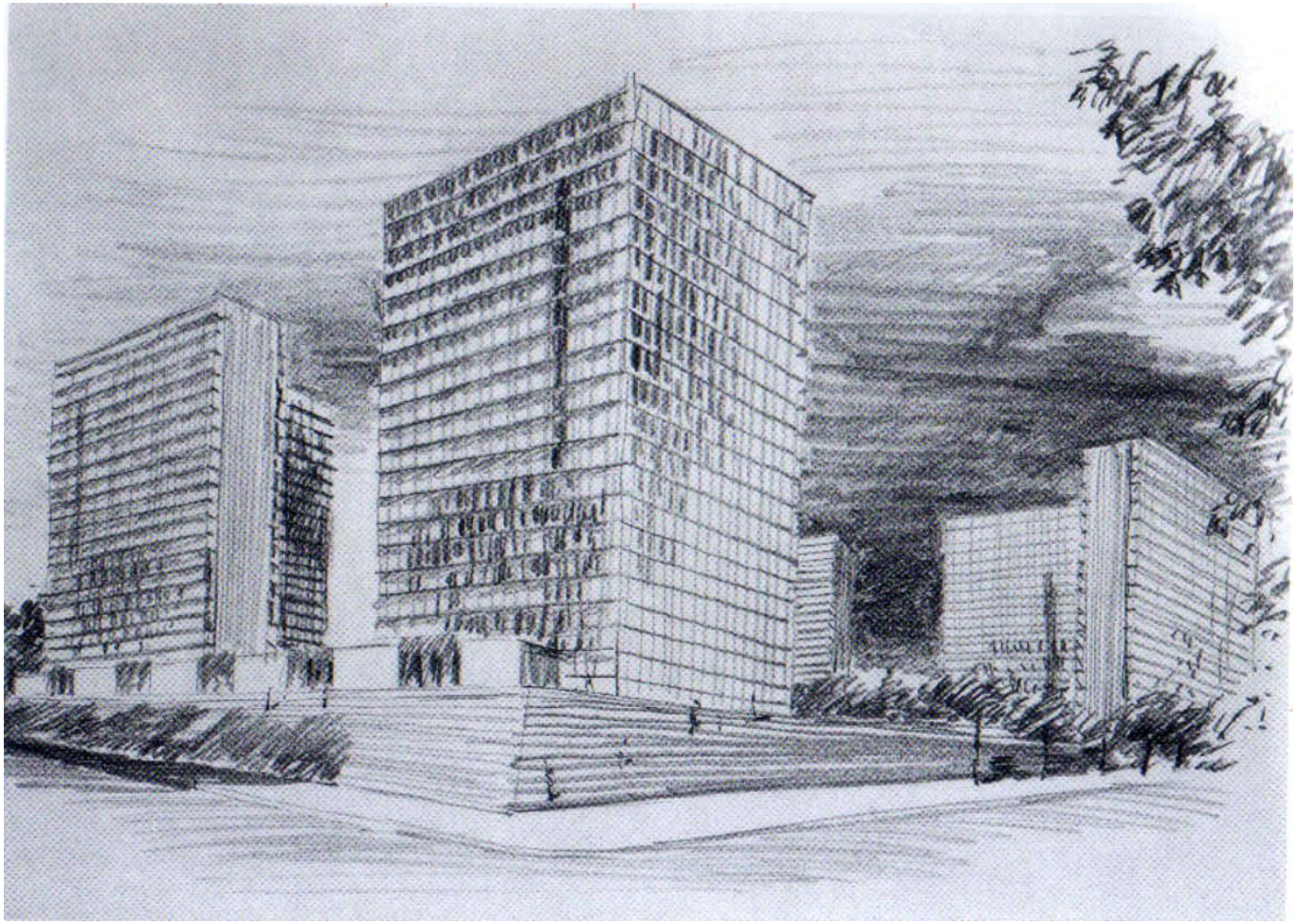
APONTAMENTO DE INTERIOR DA SALA DE ESTAR DA CASA KOSHINO, DE TADAO ANDO

1. Enquadramento, a lápis de grafite, das arestas que definem os volumes e primeira aproximação à textura de betão armado.

In
CANAL M (direcção editorial): Desenho livre para arquitectos. 2004. Editorial Estampa. ISBN 978-972-33-2040-4

>> PERSPECTIVA LINEAR: Análise de desenhos executados à mão levantada.

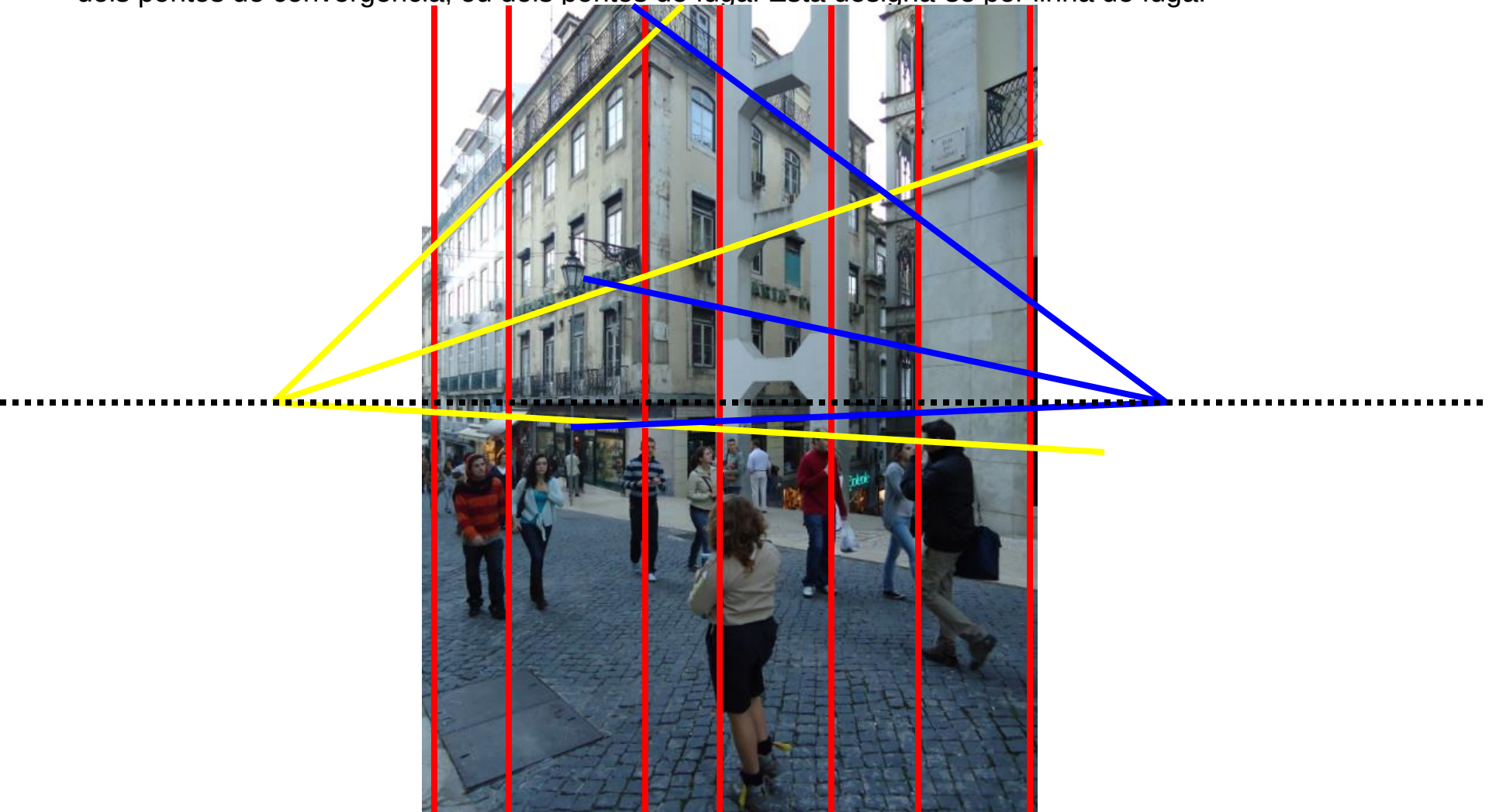
Este desenho corresponde a uma perspectiva de 2 pontos de fuga como descrito no slide anterior.



In
CANAL M (direcção editorial): Desenho livre para arquitectos. 2004. Editorial Estampa. ISBN 978-972-33-2040-4

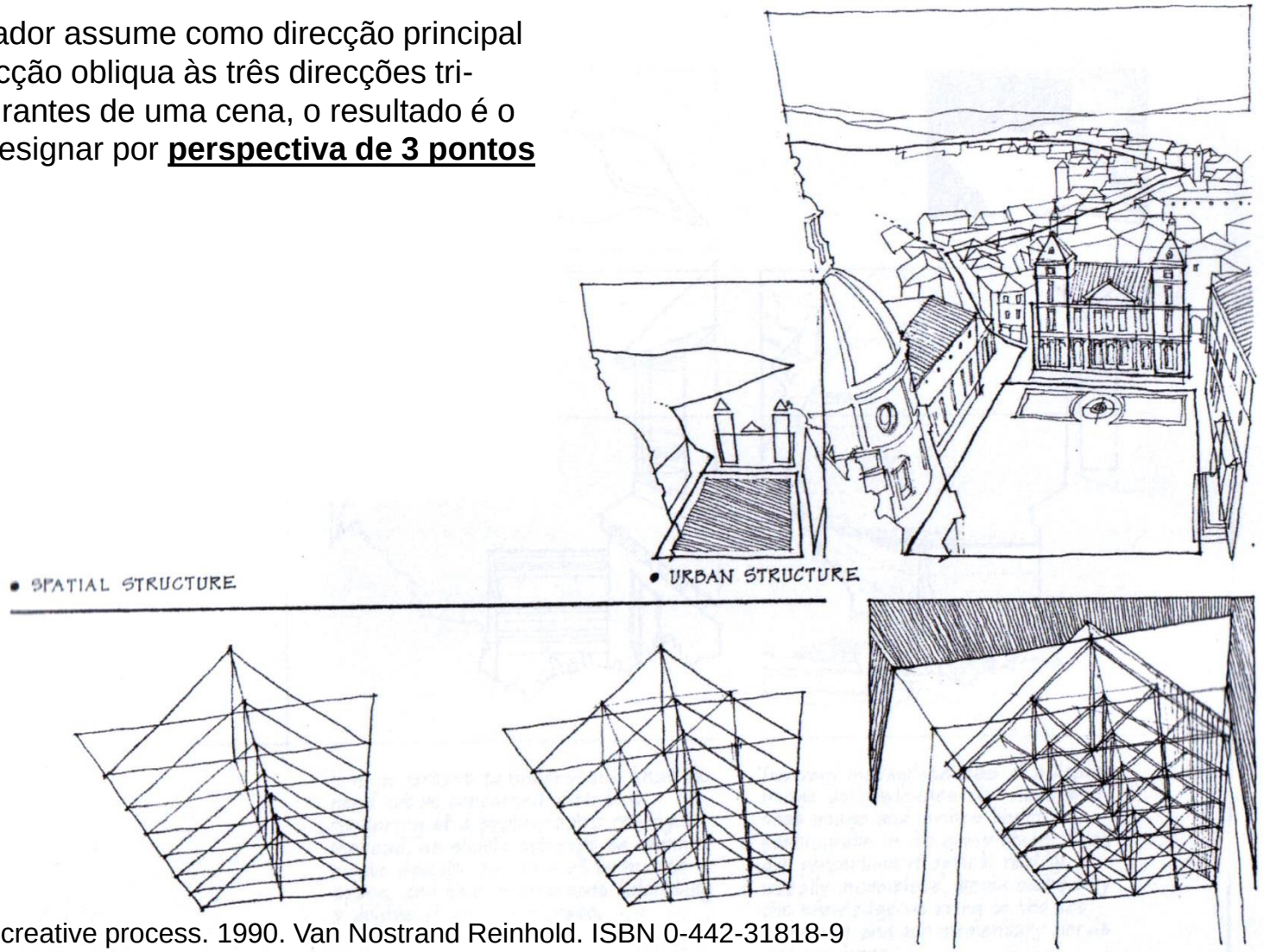
>> PERSPECTIVA LINEAR: Análise de fotografias

Imagem fotográfica correspondente a **perspectiva de 2 pontos de fuga**. A linha pontilhada fica definida por dois pontos de convergência, ou dois pontos de fuga. Esta designa-se por linha de fuga.



>> PERSPECTIVA LINEAR: Análise de desenhos executados à mão levantada.

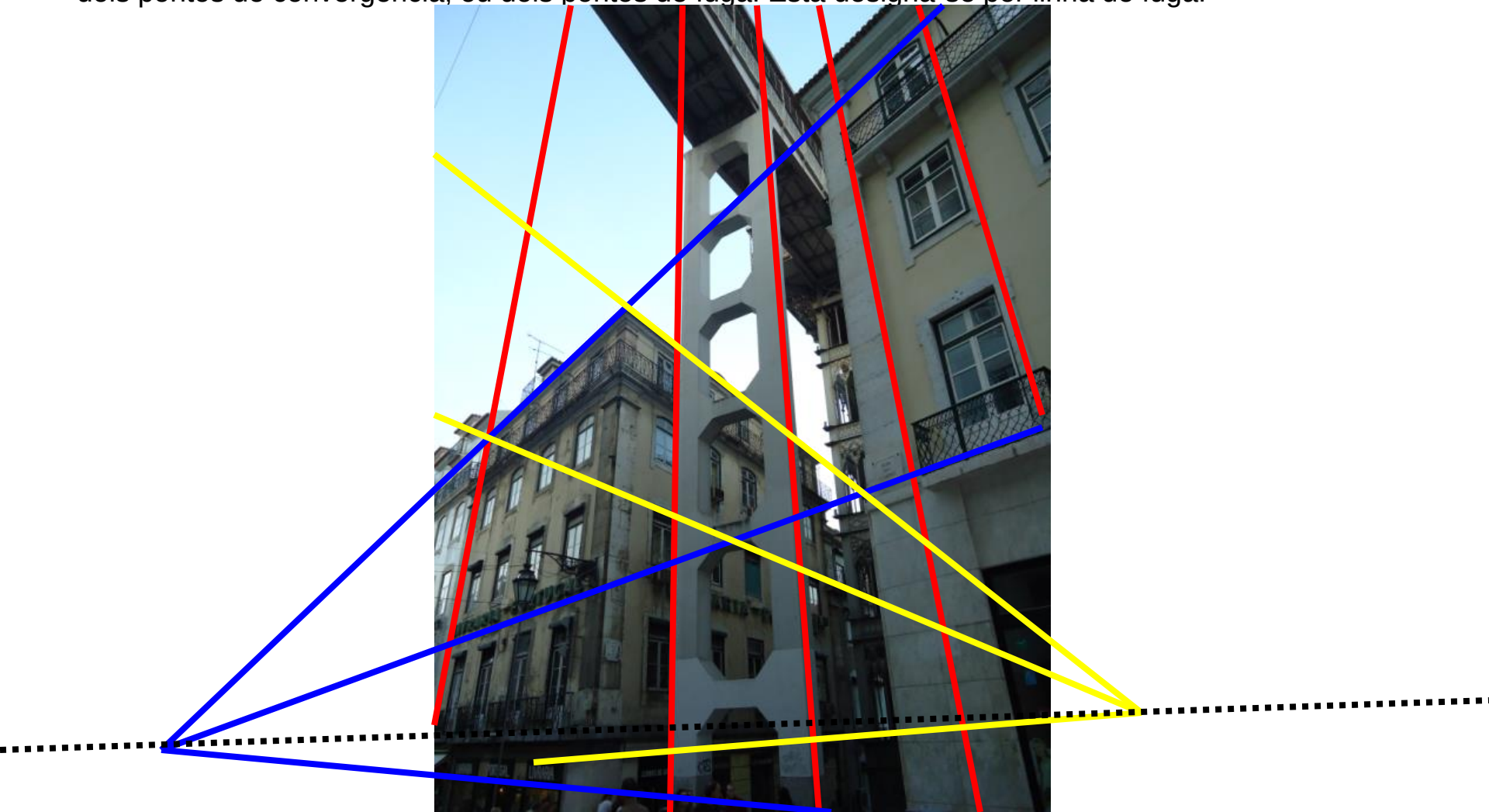
Quando o observador assume como direcção principal do olhar uma direcção obliqua às três direcções tri-ortogonais estruturantes de uma cena, o resultado é o que se costuma designar por **<u>perspectiva de 3 pontos de fuga</u>**.



In
CHING F: Drawing – a creative process. 1990. Van Nostrand Reinhold. ISBN 0-442-31818-9

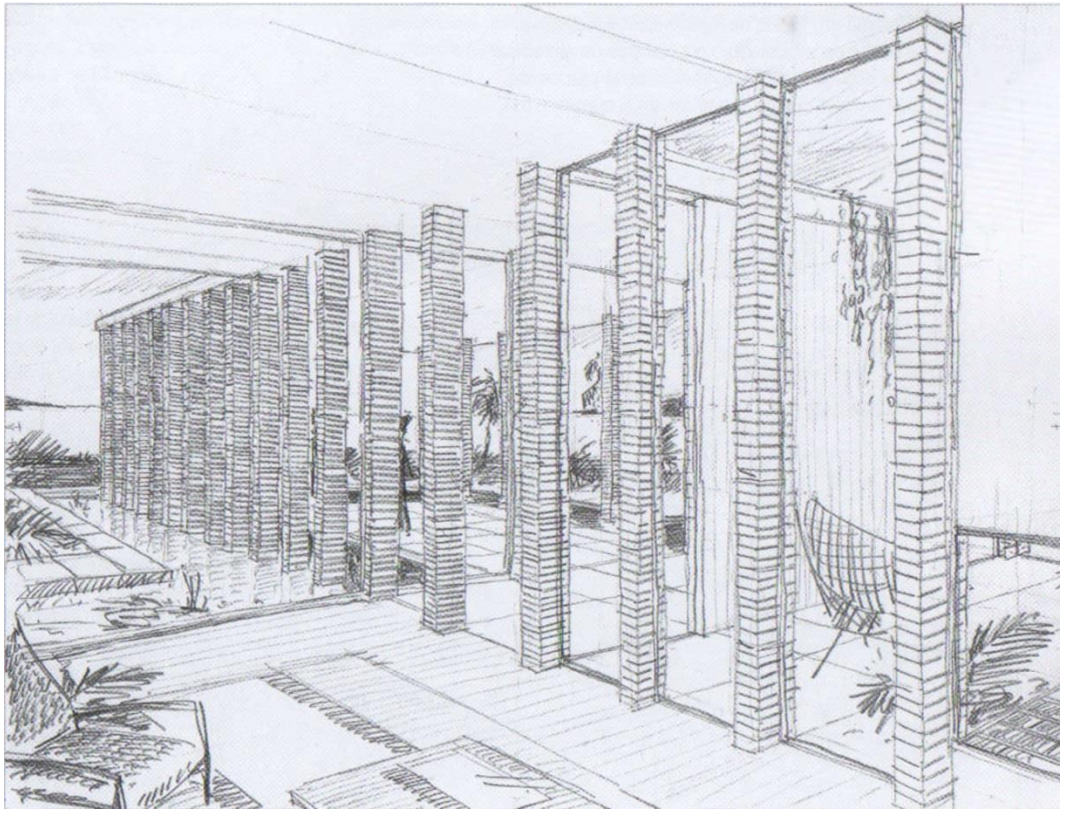
>> PERSPECTIVA LINEAR: Análise de fotografias

Imagem fotográfica correspondente a **perspectiva de 3 pontos de fuga**. A linha pontilhada fica definida por dois pontos de convergência, ou dois pontos de fuga. Esta designa-se por linha de fuga.



>> PERSPECTIVA LINEAR: Análise de desenhos executados à mão levantada.

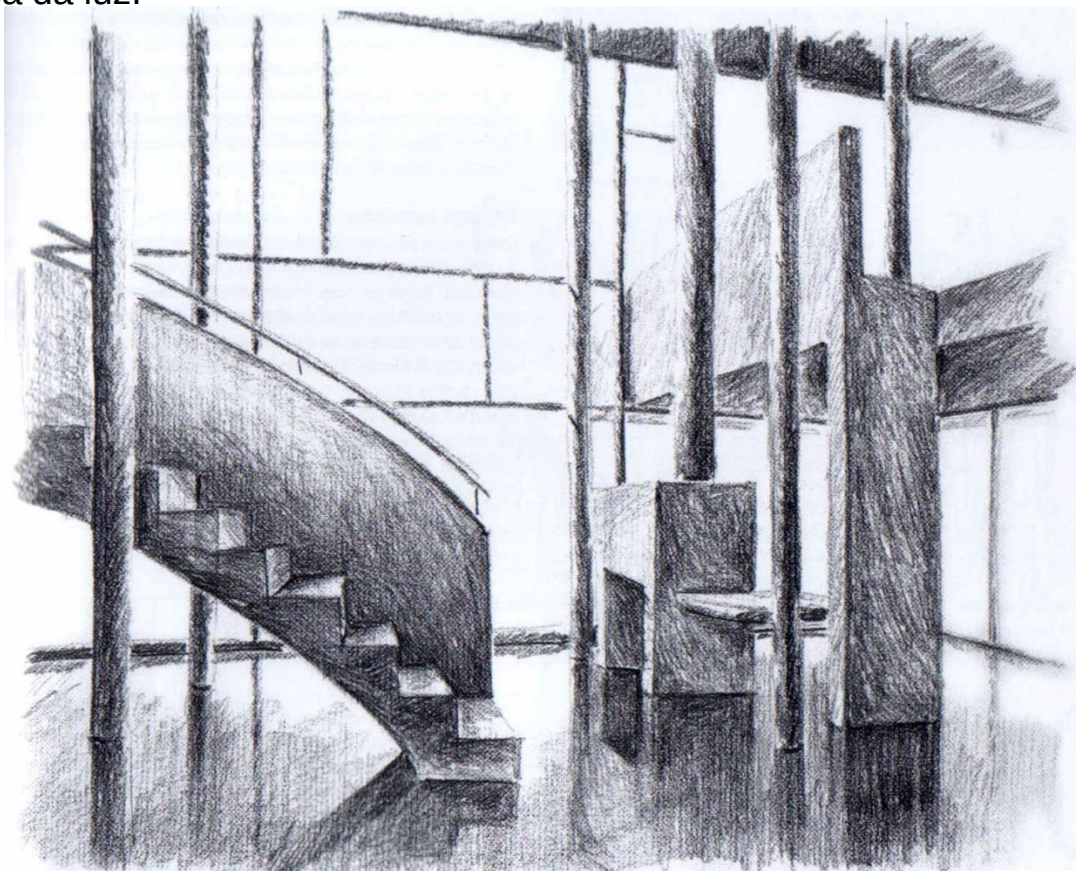
Uma das formas de enriquecer o desenho de perspectiva é através da inclusão de texturas ou através da inclusão dos efeitos de SOMBRA e REFLEXOS. Os reflexos surgem quando se desenham superfícies com características especulares. Exemplos deste tipo de superfície são os espelhos de água, as superfícies envidraçadas, ou as superfícies polidas.



In
CANAL M (direcção editorial): Desenho livre para arquitectos. 2004. Editorial Estampa. ISBN 978-972-33-2040-4

>> PERSPECTIVA LINEAR: Análise de desenhos executados à mão levantada.

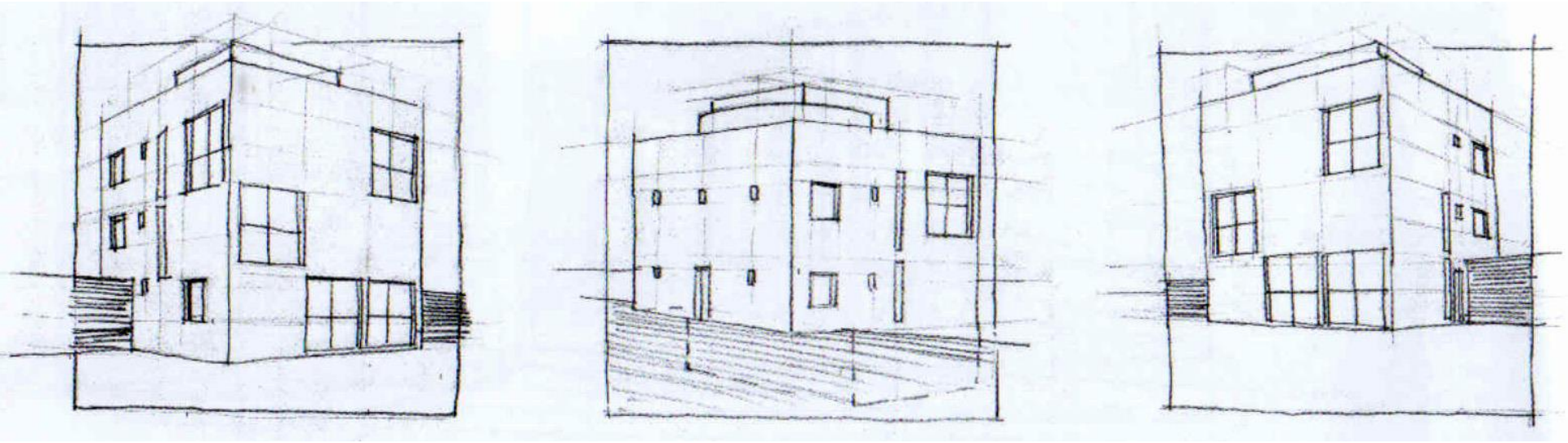
A inclusão de sombras e reflexos pode incluir alguma MODELAÇÃO LUMINOSA. Há uma relação de proporcionalidade, não directa, entre o ângulo de incidência da luz numa superfície e o seu nível de claro-escuro. Há ainda efeitos de reflexões múltiplas da luz na proximidade de objectos bem como os efeitos de reflexão atmosférica da luz.



In
CANAL M (direcção editorial): Desenho livre para arquitectos. 2004. Editorial Estampa. ISBN 978-972-33-2040-4

>> PERSPECTIVA LINEAR: Análise de desenhos executados à mão levantada.

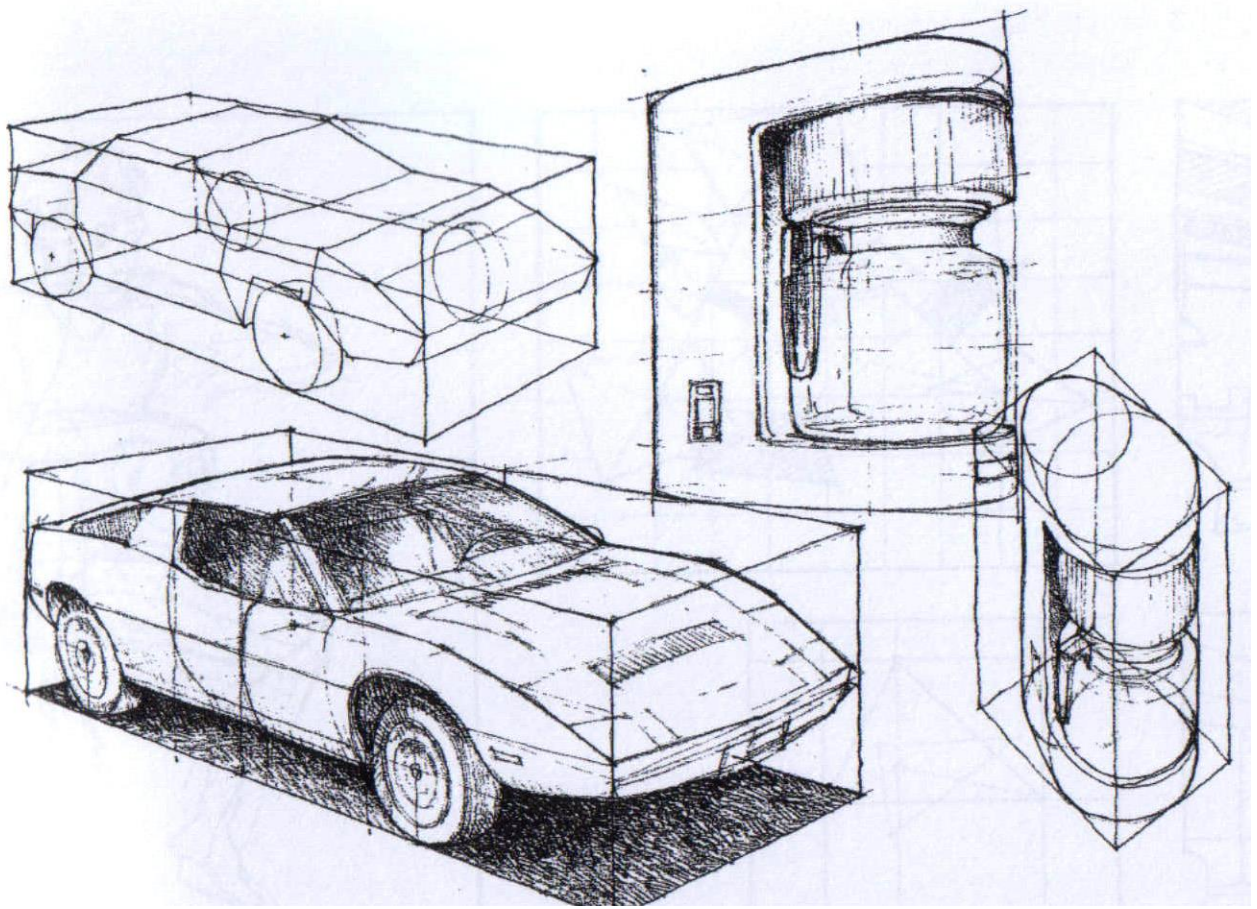
Tal como na axonometria, o MÉTODO DO PARALELEPÍPEDO ENVOLVENTE, também é uma estratégia eficiente para estruturar a representação de objectos em perspectiva.



In
CANAL M (direcção editorial): Desenho livre para arquitectos. 2004. Editorial Estampa. ISBN 978-972-33-2040-4

>> PERSPECTIVA LINEAR: Análise de desenhos executados à mão levantada.

Tal como na axonometria, o MÉTODO DO PARALELEPÍPEDO ENVOLVENTE, também é uma estratégia eficiente para estruturar a representação de objectos em perspectiva.



In
CHING F: Drawing – a creative process. 1990. Van Nostrand Reinhold. ISBN 0-442-31818-9

>> PERSPECTIVA LINEAR: Noção empírica de ponto de fuga e de linha de fuga.

Empiricamente, um **PONTO DE FUGA** é um ponto no desenho (ou numa fotografia) para o qual convergem as representações de uma família de rectas que no espaço são paralelas entre si.

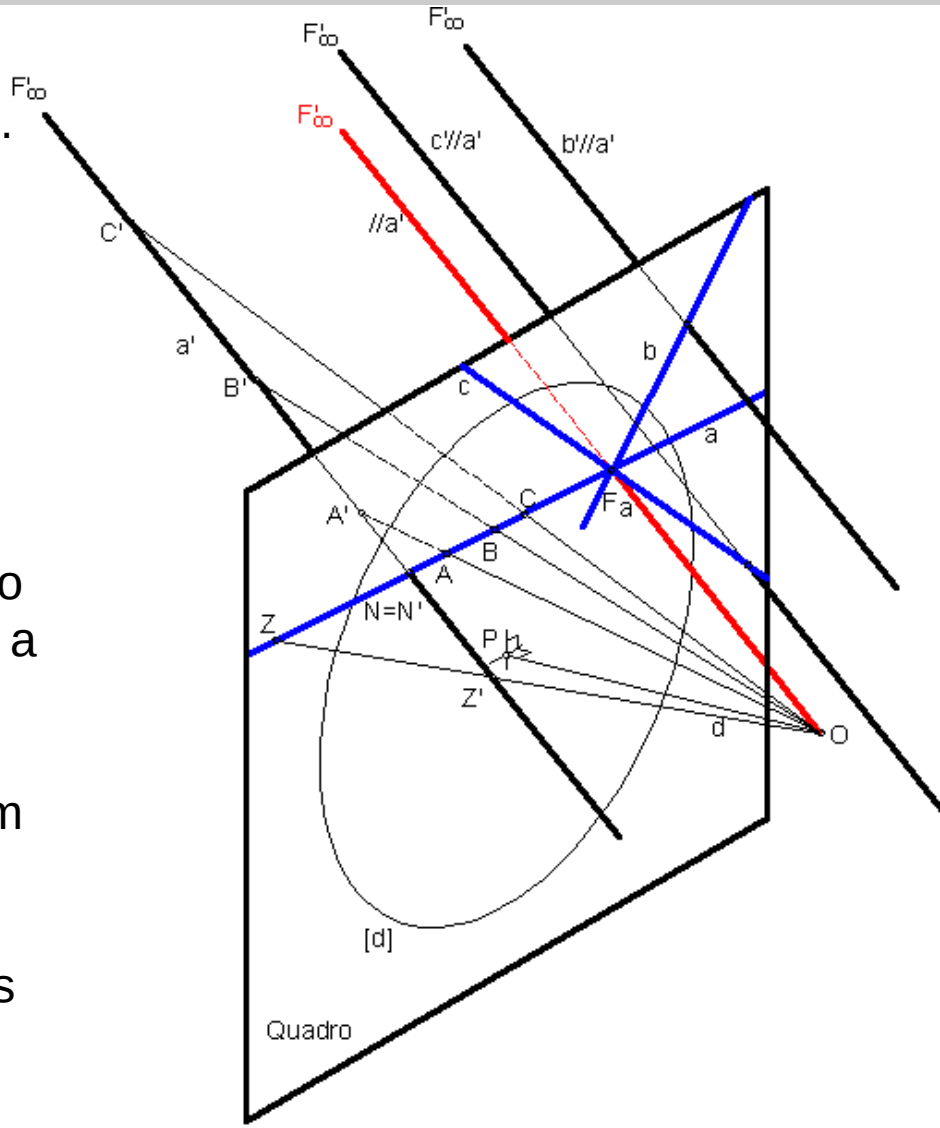
Empiricamente, uma **LINHA DE FUGA** é uma recta no desenho (ou numa fotografia) que contém os pontos de fuga de uma família de direcções de rectas contidas numa orientação de planos.

>> PERSPECTIVA LINEAR: A definição geométrica de ponto de fuga

As rectas passantes pelo observador designam-se **RECTAS PROJECTANTES**.
A perspectiva de uma recta projectante reduz-se a um ponto.

Um **PONTO DE FUGA** de uma direcção de rectas é a projecção cónica do ponto impróprio dessa direcção.

Conhecida a direcção, o ponto de fuga é o traço no quadro da recta projectante com a direcção conhecida.
Note que os planos projectantes de uma família de rectas paralelas têm em comum a recta projectante com aquela direcção por cujo traço no quadro (ponto de fuga) passam os traços dos planos projectantes (as perspectivas das rectas).



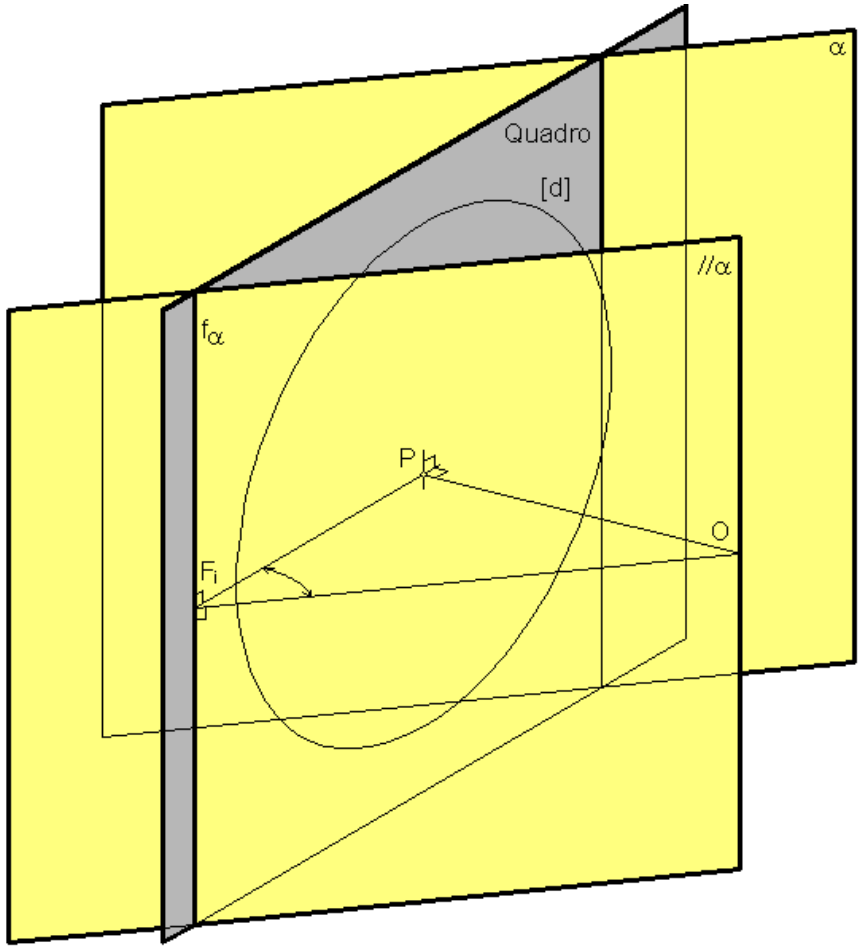
>> PERSPECTIVA LINEAR: A definição geométrica de linha de fuga

Os planos passantes pelo observador designam-se **PLANOS PROJECTANTES**.

A perspectiva de um plano projectante reduz-se a uma recta.

Uma **LINHA DE FUGA** de uma orientação de planos é a projecção cónica da recta imprópria dessa orientação.

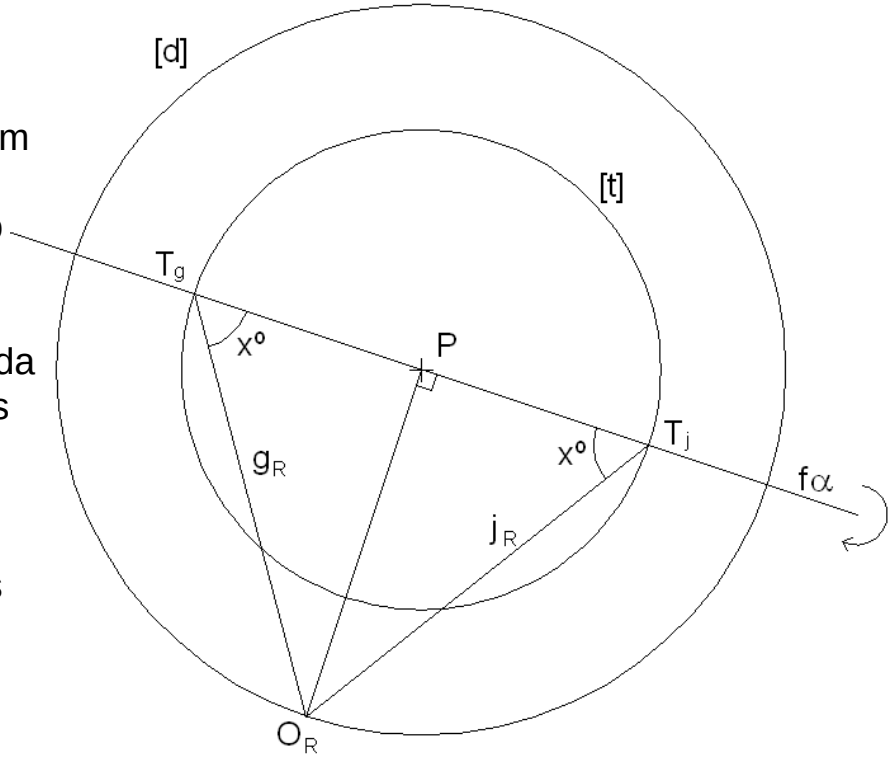
Conhecida a orientação, a linha de fuga é o traço no quadro do plano projectante com a orientação conhecida.



>> PERSPECTIVA LINEAR: O lugar geométrico dos pontos de fuga dada a inclinação

O lugar geométrico dos pontos de fuga das direcções de rectas a 45º com o quadro é a circunferência de distância inteira [d].

O lugar geométrico dos pontos de fuga das direcções de rectas a xº com o quadro é o traço [t] (no quadro), de uma superfície cónica de revolução cujas geratrizes fazem xº com o quadro.
Para determinar esse traço (de forma circular) é necessário rebater um plano (α) projectante qualquer ortogonal ao quadro. Esse plano intersecta a referida superfície cónica segundo duas geratrizes, g e j, a xº com o quadro. O traço da superfície cónica têm centro em P e diâmetro definido pelos traços das geratrizes, T_g e T_j. Estes são pontos de fuga de direcções a xº com o quadro contidas na orientação α.

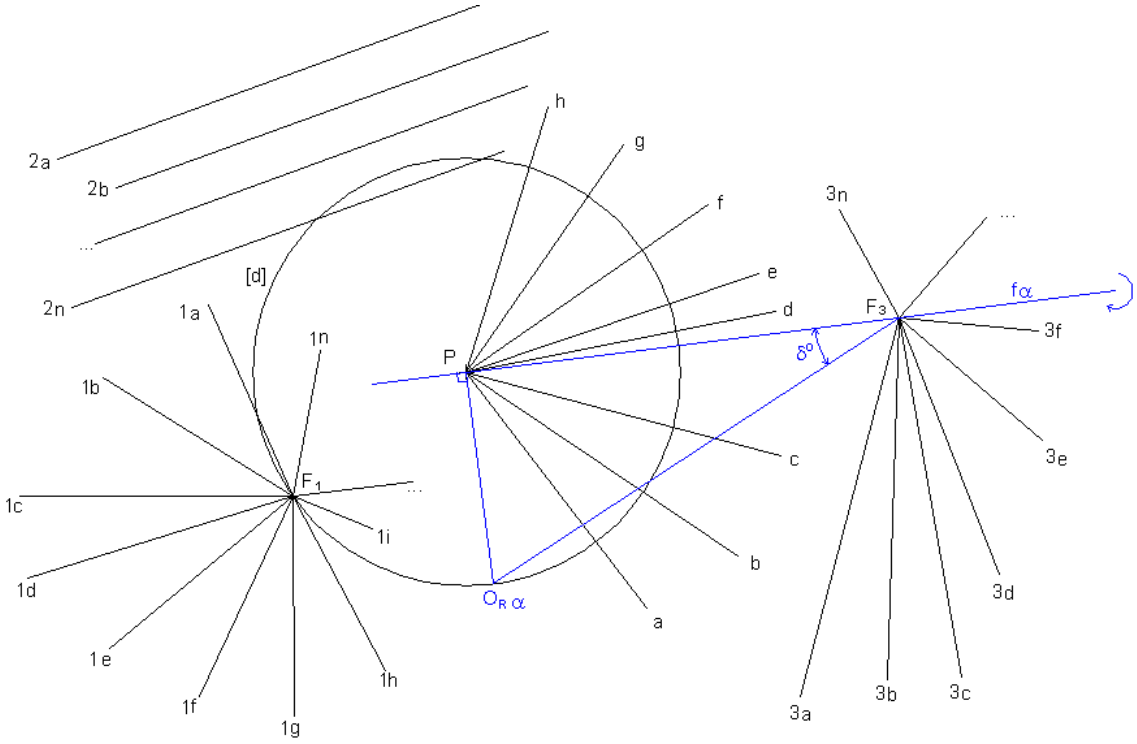


O ponto principal P é o ponto de fuga das rectas ortogonais ao quadro.

Rectas paralelas ao quadro não têm ponto de fuga próprio, isto é, têm ponto de fuga impróprio. Por essa razão as perspectivas de uma família de rectas paralelas entre si e ao quadro é uma feixe de rectas paralelas entre si (no quadro). E as perspectivas destas rectas mantêm a proporção.

>> PERSPECTIVA LINEAR: O lugar geométrico dos pontos de fuga - exemplos

O feixe de rectas 1a, 1b, …, 1n convergentes em F_1 é a perspectiva de um feixe de rectas paralelas entre si e a 45º com o quadro.
O feixe de rectas a, b, …, n convergentes em P é a perspectiva de uma feixe de rectas perpendiculares ao quadro.
O feixe de rectas 2a, 2b, …, 2n é a perspectiva de um feixe de rectas paralelas ao quadro.
O feixe de rectas 3a, 3b, …, 3n convergentes em F_3 é a perspectiva de um feixe de rectas paralelas entre si e a δº com o quadro. Note que a inclinação das rectas com o quadro é determinada através do rebatimento do plano projectante ortogonal ao quadro passante pela projectante a δº com o quadro de traço frontal em F_3.



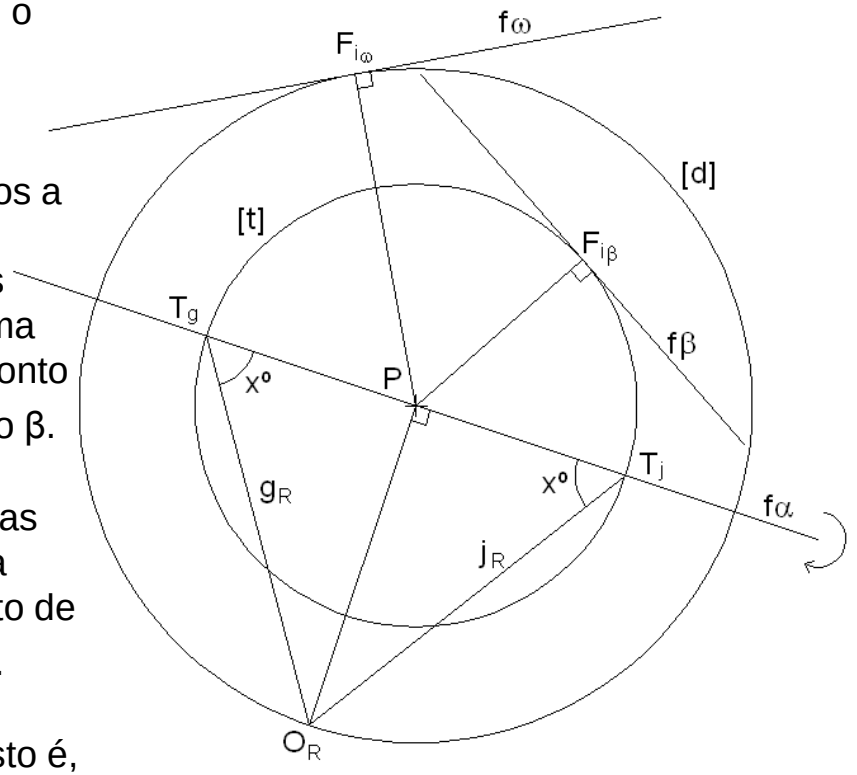
>> PERSPECTIVA LINEAR: O lugar geométrico das linhas de fuga dada a inclinação

O lugar geométrico das linhas de fuga das orientações de planos a 45º com o quadro é dado pelas rectas tangentes à circunferência de distância inteira [d].
Na figura, fω é uma linha de fuga de uma orientação a 45º com o quadro. O ponto de tangencia, Fiω, é o ponto de fuga da DIRECÇÃO DE MAIOR INCLINAÇÃO da orientação ω.

O lugar geométrico das linhas de fuga das orientações de planos a xº com o quadro é dado pelas rectas tangentes ao traço [t] (no quadro) de uma superfície cónica de revolução cujas geratrizes fazem xº com o quadro. Na figura, fβ é uma linha de fuga de uma orientação a xº com o quadro. O ponto de tangencia, Fiβ, é o ponto de fuga da DIRECÇÃO DE MAIOR INCLINAÇÃO da orientação β.

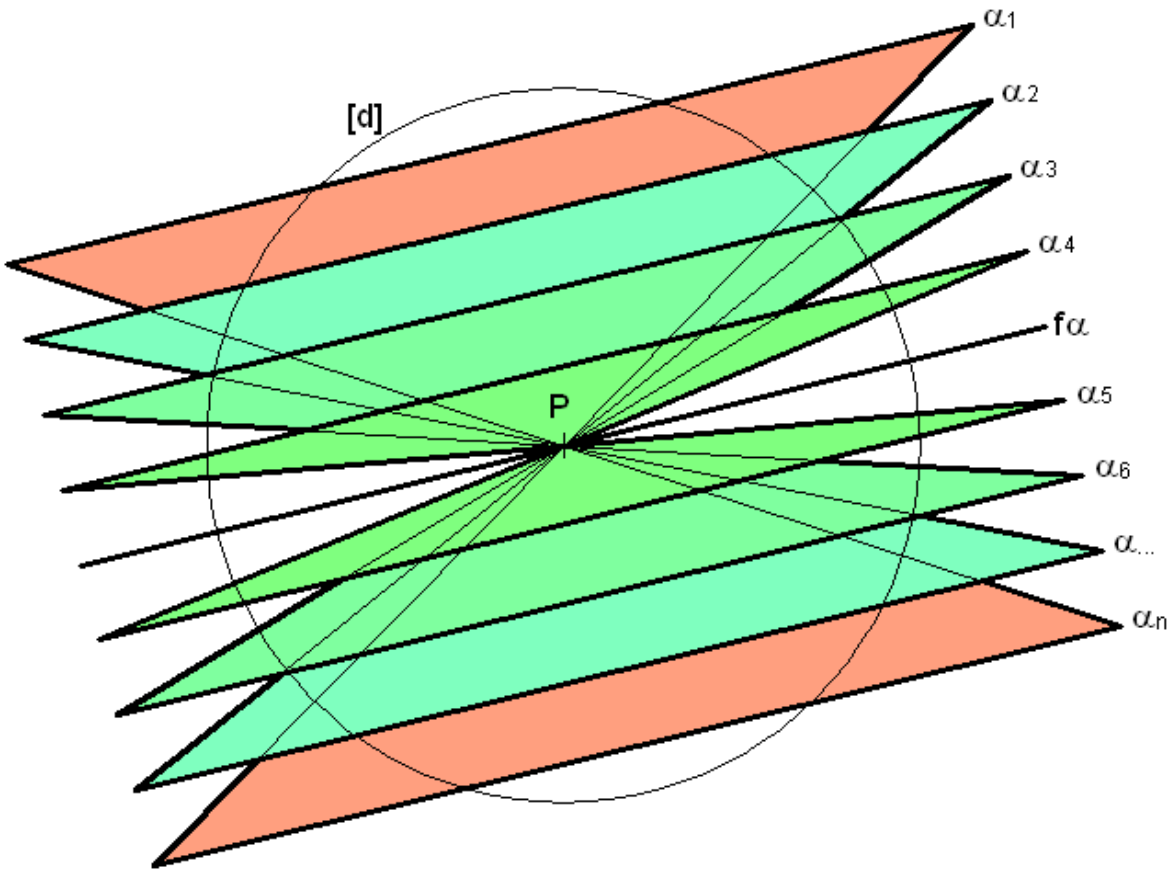
As linhas de fuga dos planos ortogonais ao quadro passam todas pelo ponto principal P. Na figura, fα é uma linha de fuga de uma orientação ortogonal ao quadro. O ponto P coincide com o ponto de fuga da DIRECÇÃO DE MAIOR INCLINAÇÃO da orientação α.

Os planos paralelos ao quadro não têm linha de fuga própria, isto é, têm linha de fuga imprópria. Por essa razão, FIGURAS CONTIDAS EM PLANOS PARALELOS AO QUADRO MANTÊM AS PROPORÇÕES NA PERSPECTIVA. Se colocadas no quadro mantêm a VERDADEIRA GRANDEZA.



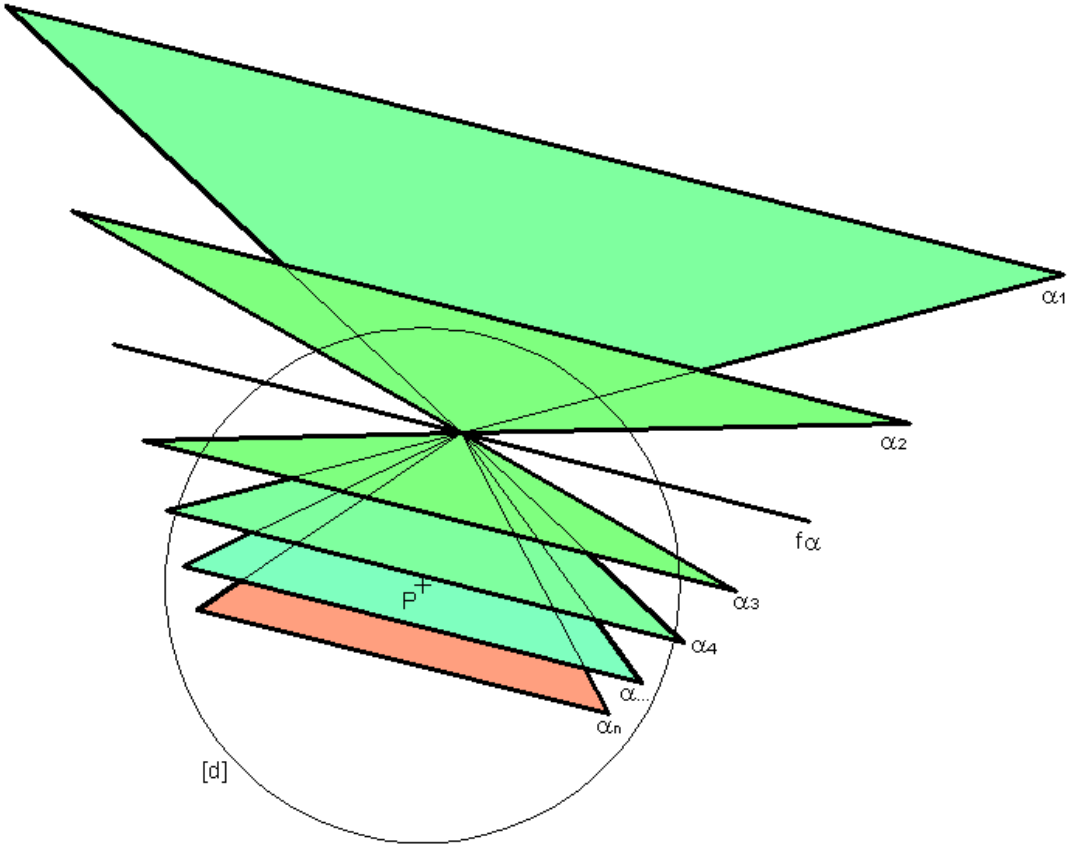
>> PERSPECTIVA LINEAR: O lugar geométrico das linhas de fuga - exemplos

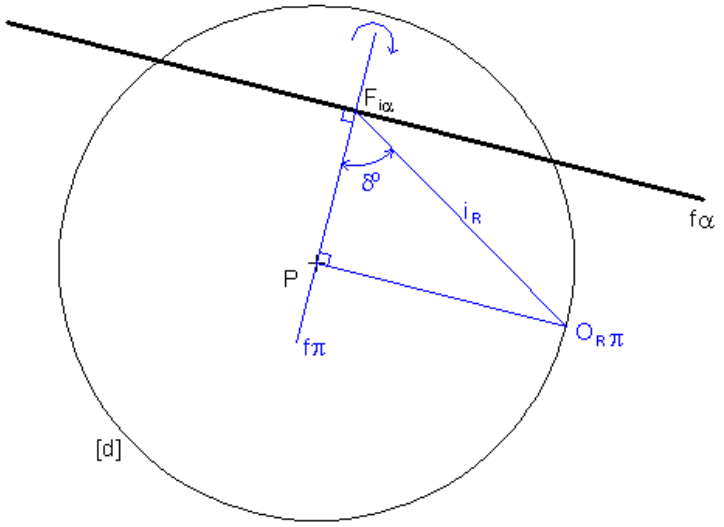
Esta figura representa a perspectiva de um feixe de planos ortogonais ao quadro (cada plano é delimitado por um segmento frontal e duas semi-rectas de perpendiculares ao quadro). O plano projectante é aquele cuja perspectiva se reduz a uma recta, a recta fα.



>> PERSPECTIVA LINEAR: O lugar geométrico das linhas de fuga - exemplos

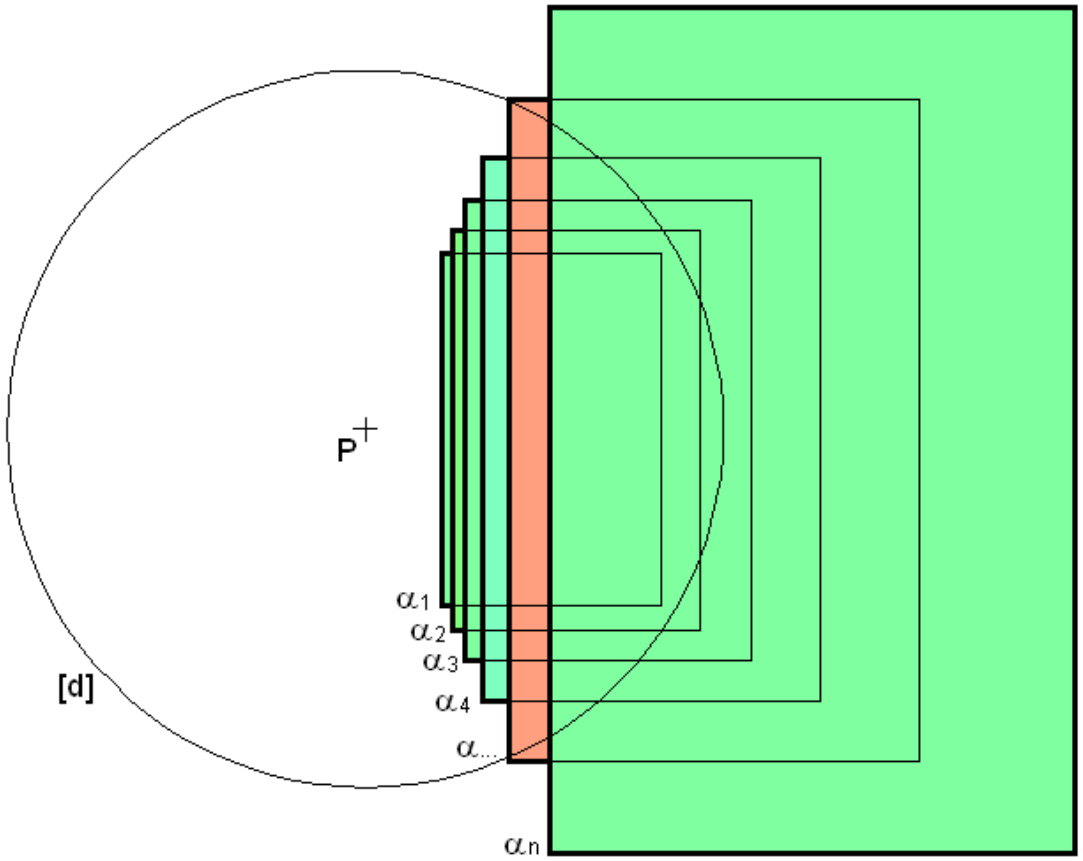
Esta figura representa a perspectiva de um feixe de planos oblíquos ao quadro (cada plano é delimitado por um segmento frontal e duas semi-rectas de maior inclinação). O plano projectante é aquele cuja perspectiva se reduz a uma recta, a recta fα. A inclinação destes planos com o quadro ,δº, pode ser determinada através do rebatimento do plano projectante, π, ortogonal ao quadro passante pela projectante de maior inclinação, i, da orientação α, de ponto de fuga Fiα.





>> PERSPECTIVA LINEAR: O lugar geométrico das linhas de fuga - exemplos

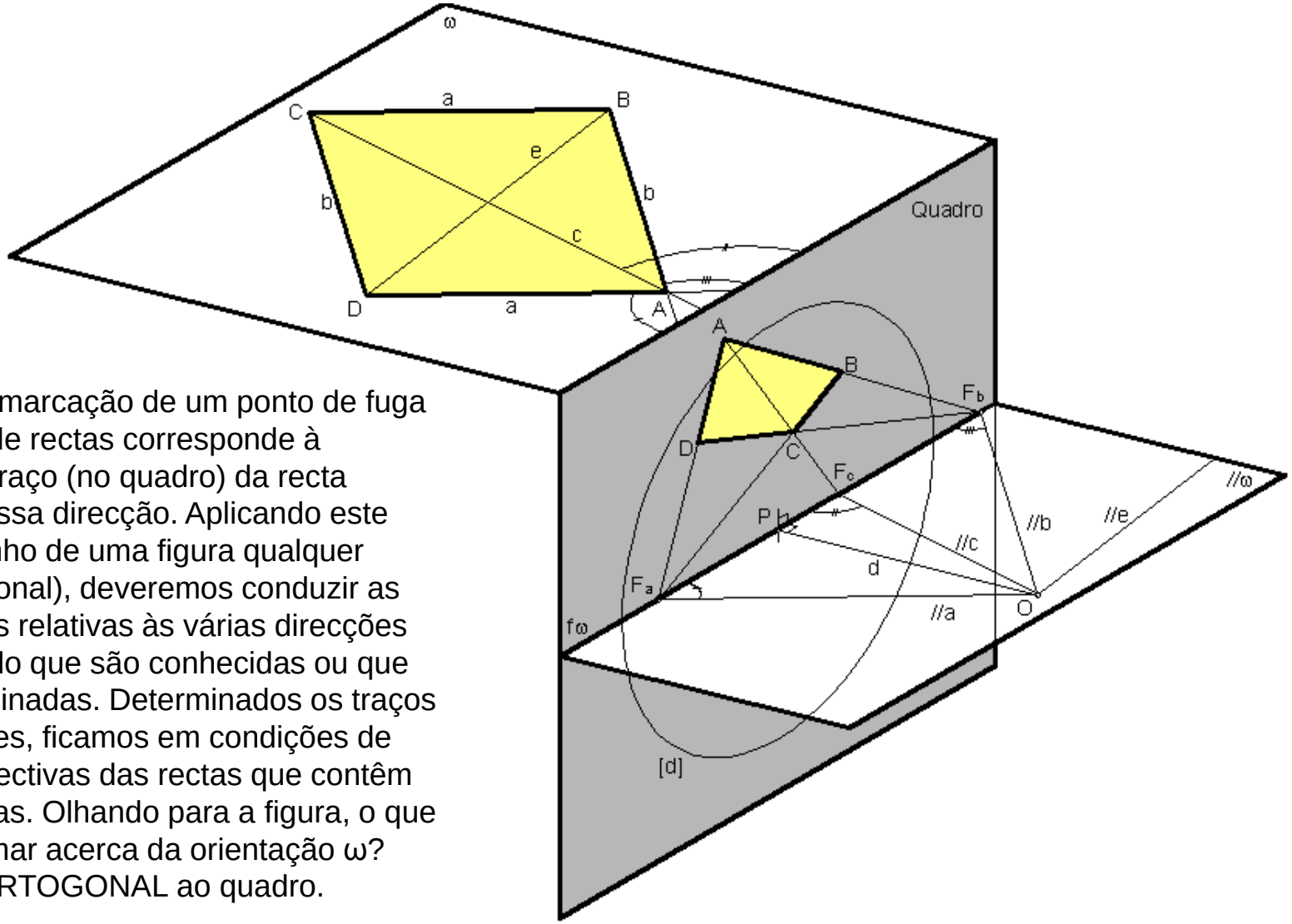
Esta figura representa a perspectiva de um feixe de planos (cada plano é delimitado por um rectângulo) paralelos ao quadro. Note que neste caso o plano projectante não tem representação no quadro uma vez que lhe é paralelo. Dito de outro modo, planos paralelos ao quadro não têm linha de fuga.



Tópico 04

Perspectiva linear de quadro plano:
- Determinação de pontos de fuga de direcções de figuras planas contidas em orientações (dadas) ortogonais e oblíquas ao quadro (CONTROLO DIRECCIONAL).
- O rebatimento do observador em torno da linha de fuga.
- O ponto de fuga de uma direcção ortogonal a uma orientação.
- Aplicação dos conceitos de ponto de fuga, de linha de fuga e de ortogonalidade ao desenho de matrizes espaciais tri-ortogonais cúbicas.
- Introdução do plano do Horizonte e da Linha do Horizonte e alargamento da taxonomia dos planos e rectas.
- A noção de direcção e orientação ascendente, descendente, com abertura à direita e com abertura à esquerda.
- Intersecções de planos e de rectas com planos.

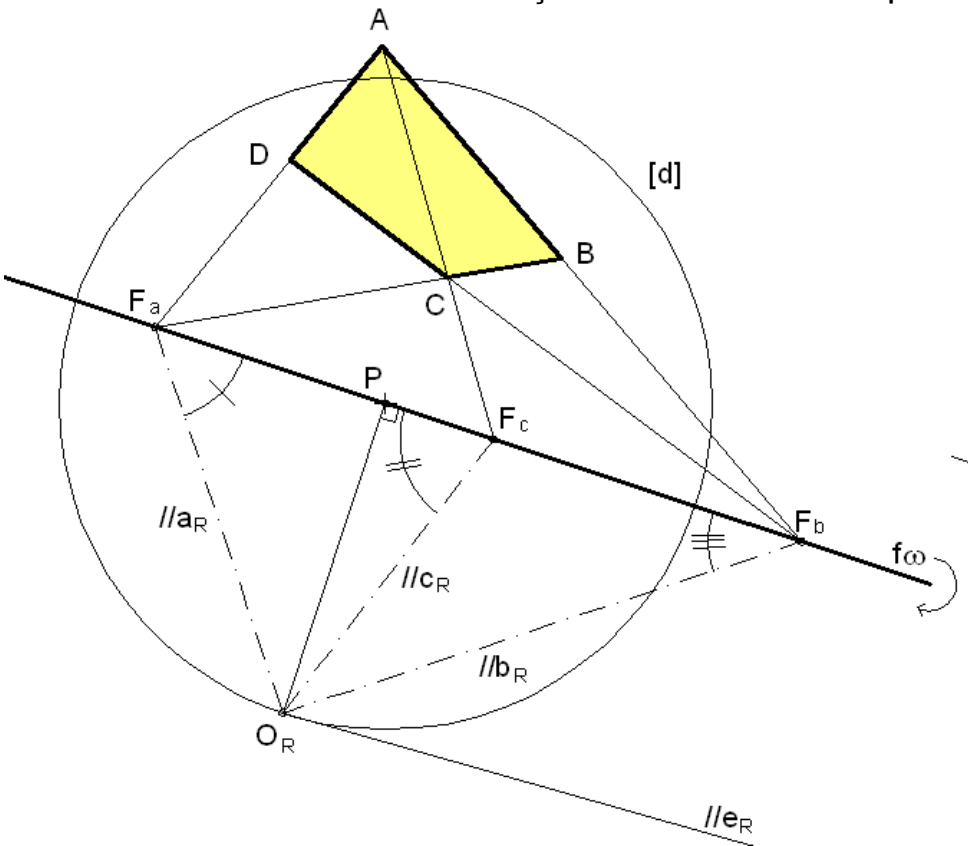
>> PERSPECTIVA LINEAR: Determinação de pontos de fuga dadas as direcções



Como já vimos, a marcação de um ponto de fuga de uma direcção de rectas corresponde à determinação do traço (no quadro) da recta projectante com essa direcção. Aplicando este princípio ao desenho de uma figura qualquer (para já bidimensional), deveremos conduzir as várias projectantes relativas às várias direcções da figura, admitindo que são conhecidas ou que podem ser determinadas. Determinados os traços dessas projectantes, ficamos em condições de conduzir as perspectivas das rectas que contêm os lados das figuras. Olhando para a figura, o que conseguimos afirmar acerca da orientação ω? Neste caso ω é ORTOGONAL ao quadro.

>> PERSPECTIVA LINEAR: Determinação de pontos de fuga dadas as direcções

Graficamente esta operação implica o rebatimento do plano projectante //ω em torno da recta fω. Nesta operação, como ω é ortogonal ao quadro, o ponto O fica rebatido na intersecção da circunferência de distância inteira [d] com a perpendicular a fω conduzida pelo ponto P. Note que esta perpendicular contém a projecção ortogonal (no quadro) do arco do rebatimento do ponto O. É por O_R que se conduzem as projectantes (rebatidas) que permitem determinar os pontos de fuga das várias direcções. A figura auxiliar permite relacionar entre si as direcções e é um dado do problema.



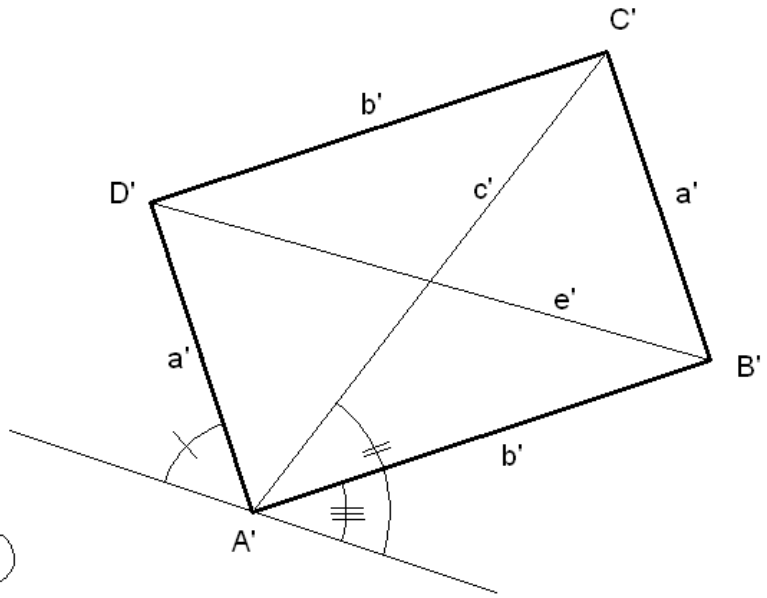
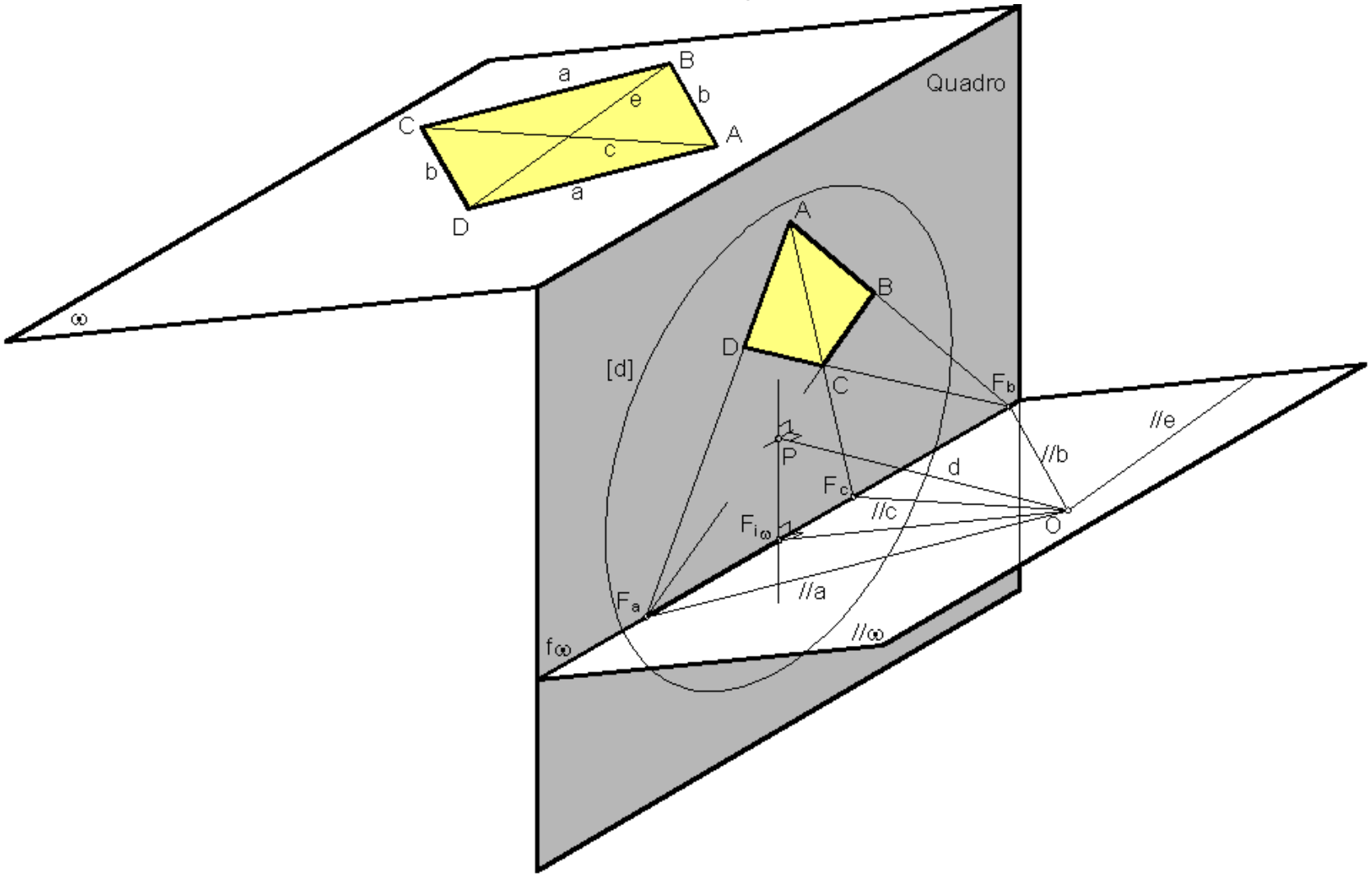


FIGURA AUXILIAR

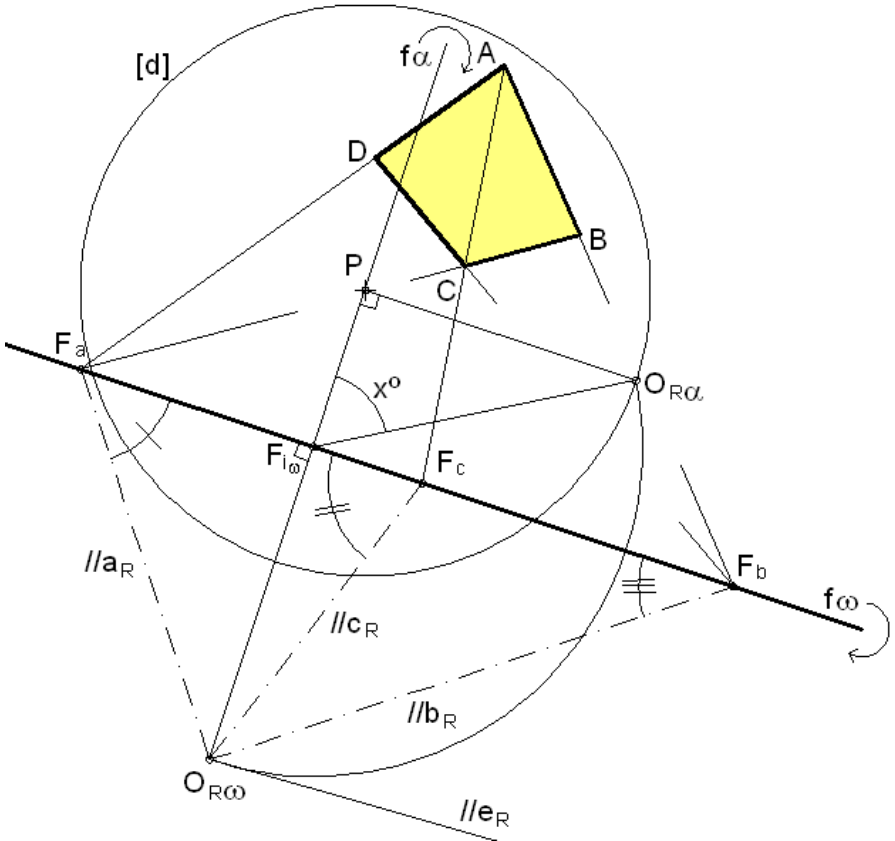
>> PERSPECTIVA LINEAR: Determinação de pontos de fuga dadas as direcções

O tipo de lógica é aplicável quando as figuras têm orientação OBLÍQUA ao quadro.



>> PERSPECTIVA LINEAR: Determinação de pontos de fuga dadas as direcções

Graficamente esta operação implica o rebatimento do plano projectante //ω em torno da recta fω. Nesta operação o ponto O descreve um arco de raio [$OF_{i\omega}$] contido num plano α perpendicular à charneira. O traço deste plano no quadro é a recta f_α. É sobre esta recta que vamos encontrar o ponto $O_{R\omega}$.
Na prática, precisamos de aplicar o princípio do triângulo do rebatimento através do rebatimento auxiliar do plano α. Este rebatimento permite-nos determinar a verdadeira grandeza do segmento [$OF_{i\omega}$], isto é, a verdadeira grandeza do comprimento do arco do rebatimento do ponto O em torno de fω.



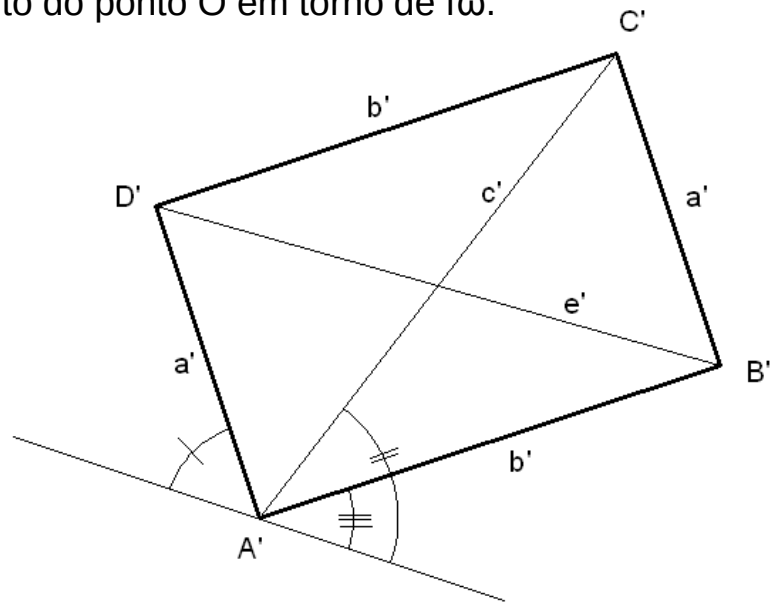
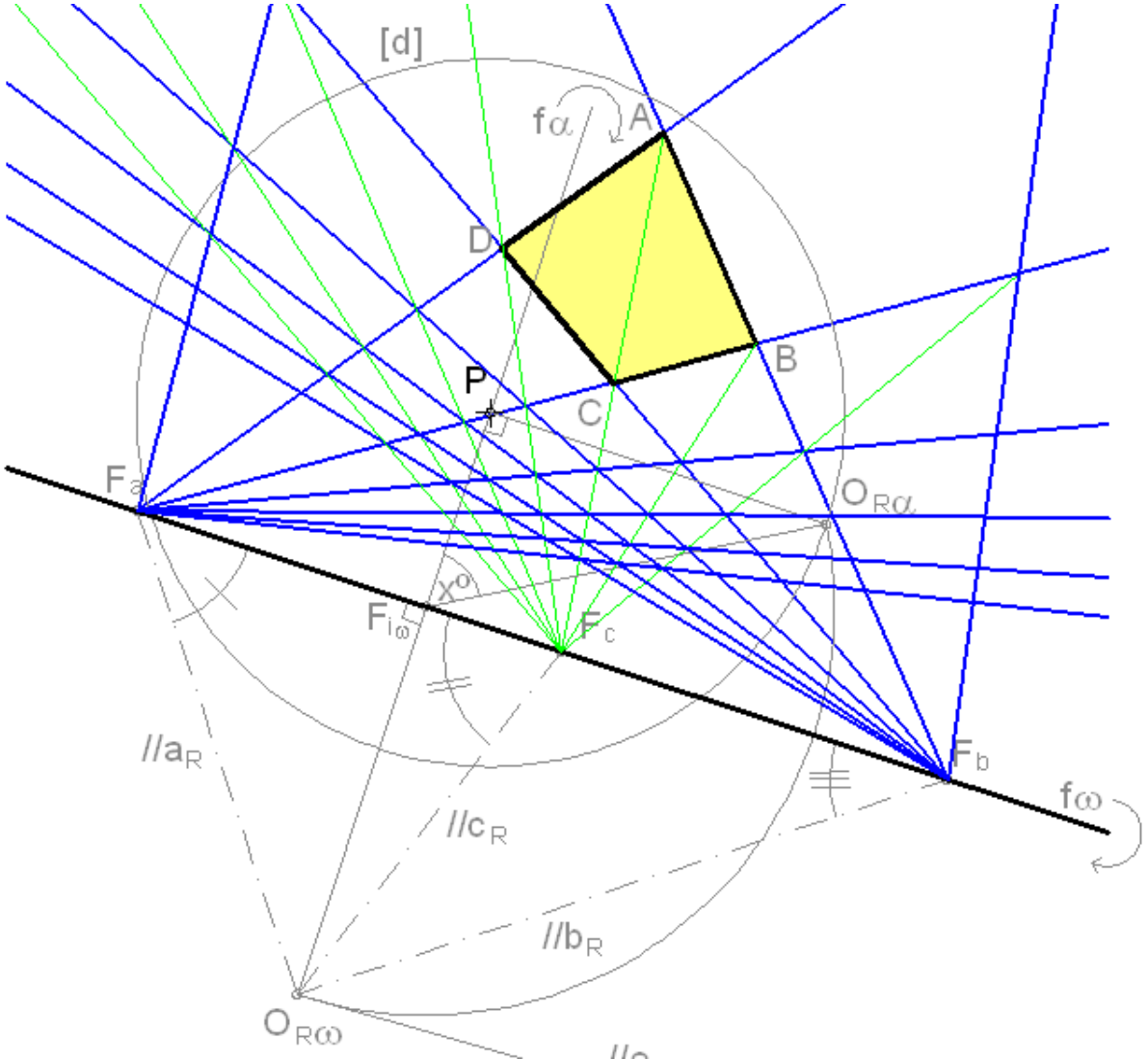


FIGURA AUXILIAR

>> PERSPECTIVA LINEAR: Aplicação ao desenho de grelhas planas

Este exercício corresponde ao desenvolvimento do exemplo anterior em que se procede a replicação do quadrilátero [ABCDA] de modo a gerar uma grelha plana orientada a xº com o quadro.

Note que a estratégia utilizada consistiu em considerar uma das direcções diagonais da grelha, como já fizemos anteriormente. Este tipo de estratégia pode ser igualmente aplicada aquando da representação de objectos tridimensionais, ou para subdivisão de uma parte em número par de partes menores.



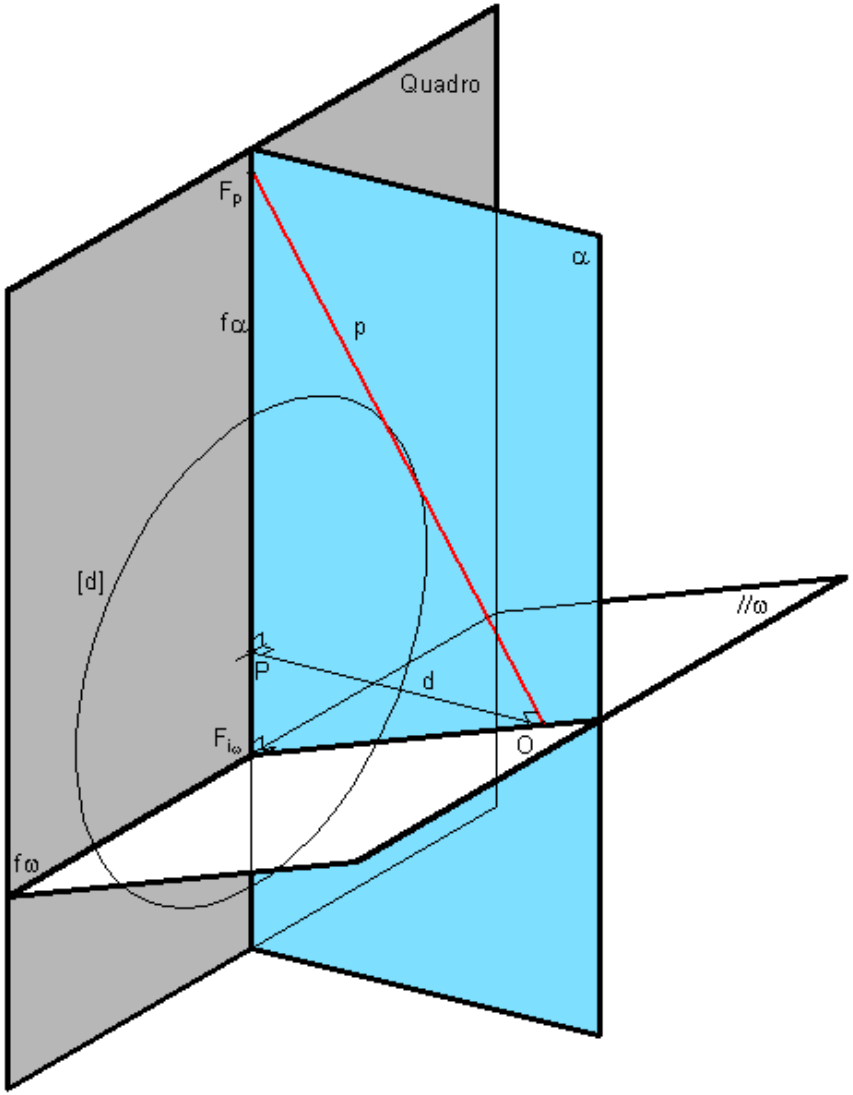
>>PERSPECTIVA LINEAR: Ponto de fuga de uma direcção ortogonal a uma orientação

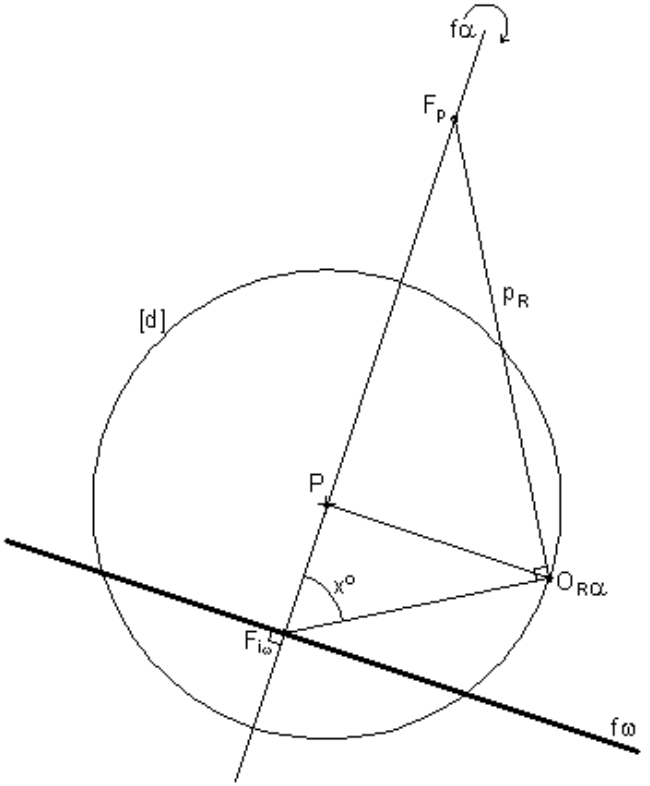
O ponto de fuga de uma direcção ortogonal a uma orientação ω de planos determina-se através do traço (no quadro) da recta projectante perpendicular ao plano projectante com a orientação dada.
Note que o ponto de fuga da direcção ortogonal aos planos paralelos ao quadro é o ponto P.
Note ainda que planos ortogonais ao quadro são ortogonais a direcções paralelas ao quadro, de onde não exista ponto de fuga próprio. Para uma orientação definida por uma linha de fuga, fica automaticamente definida a direcção ortogonal (é ortogonal à linha de fuga).

Graficamente, no caso geral, esta operação implica o rebatimento de um plano projectante α em torno do seu traço no quadro, $f_{\alpha.}$. Note-se que este plano contém a recta projectante p perpendicular ao plano projectante //ω. Essa recta projectante p é perpendicular ao segmento $[OF_{i\omega}]$.

Sobre a recta f_{α} determina-se o traço da projectante p, isto é, o ponto de fuga Fp da direcção ortogonal à orientação ω.

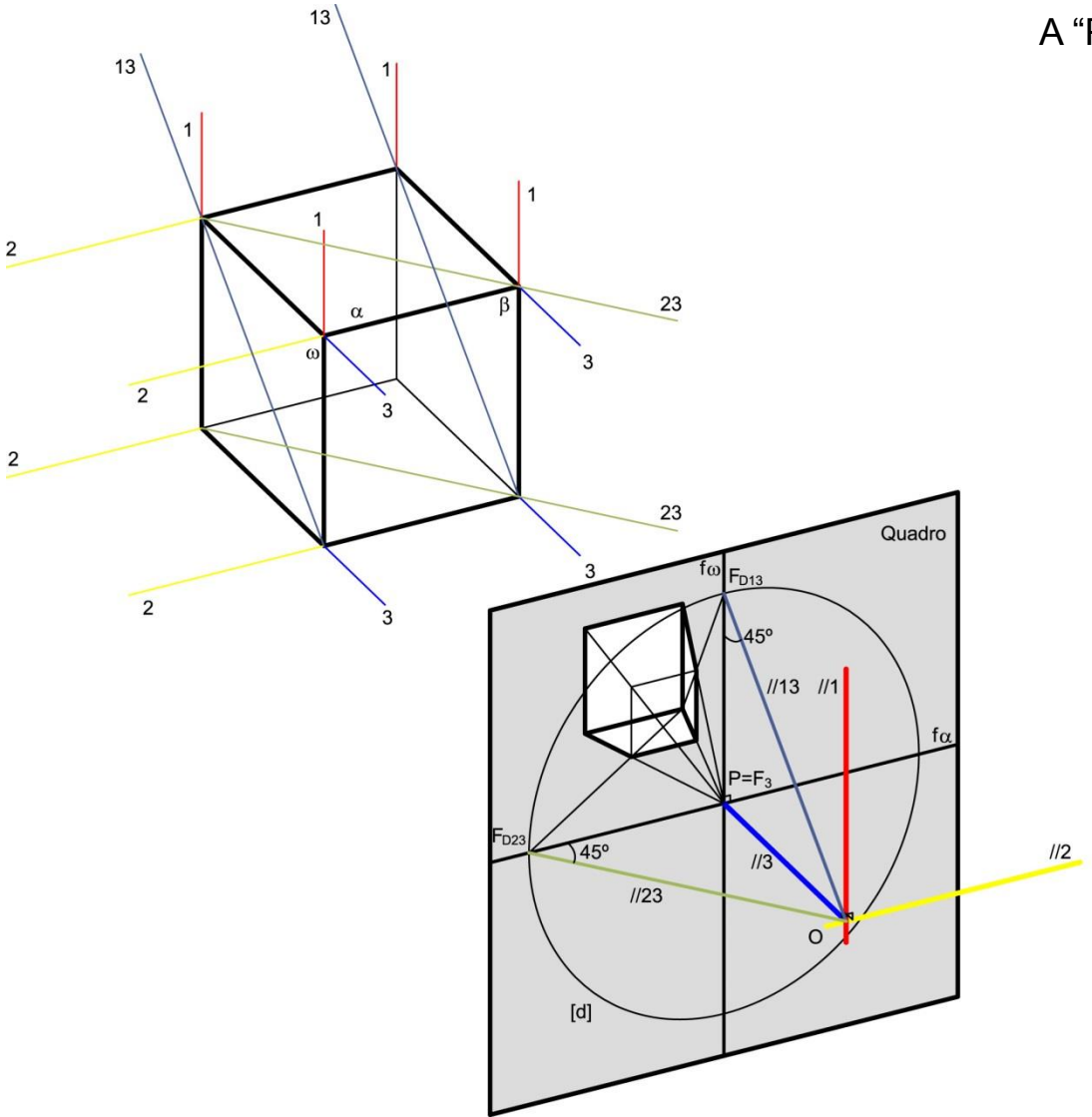
>>PERSPECTIVA LINEAR: Ponto de fuga de uma direcção ortogonal a uma orientação

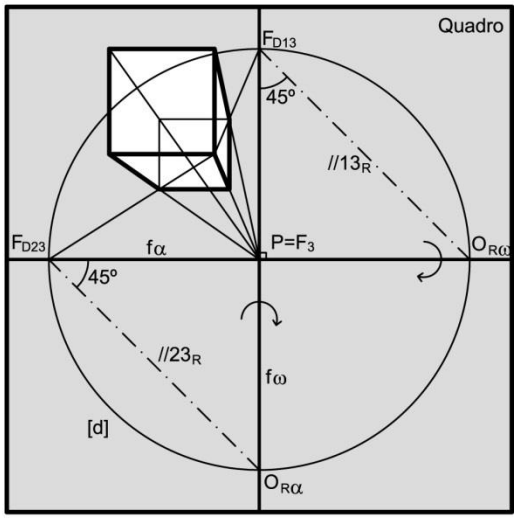




>>PERSPECTIVA LINEAR: Desenho de matrizes espaciais tri-ortogonais cúbicas

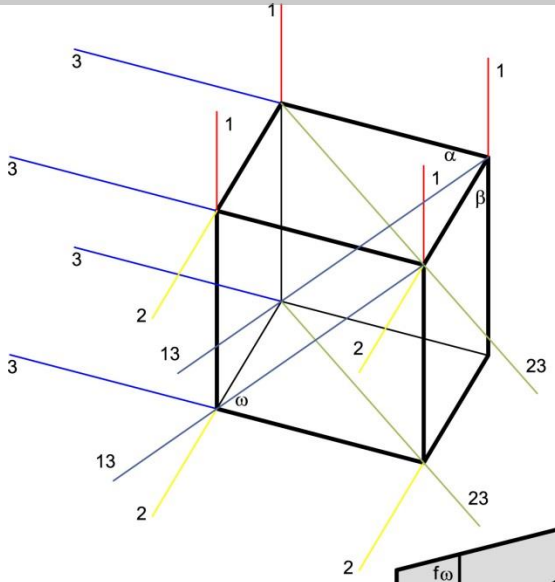
A “PERSPECTIVA DE 1 PONTO DE FUGA”.

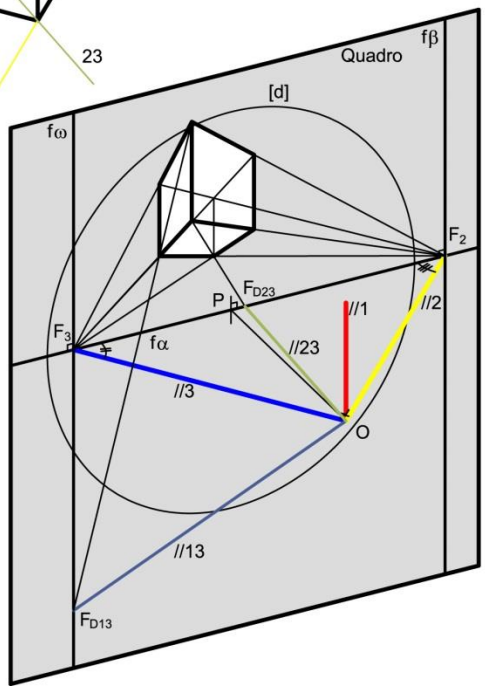


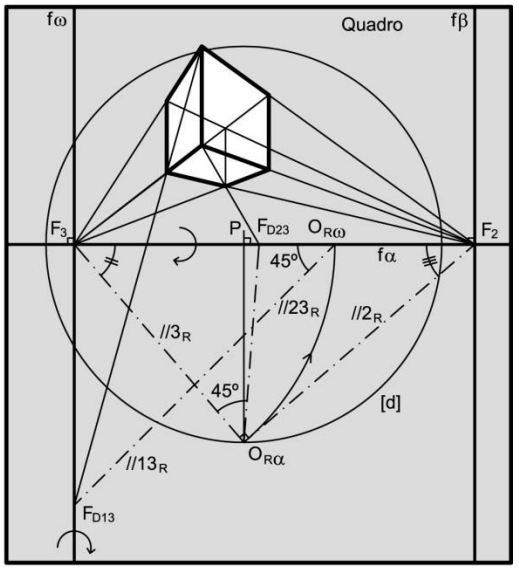


>>PERSPECTIVA LINEAR: Desenho de matrizes espaciais tri-ortogonais cúbicas

A “PERSPECTIVA DE 2 PONTOS DE FUGA”.

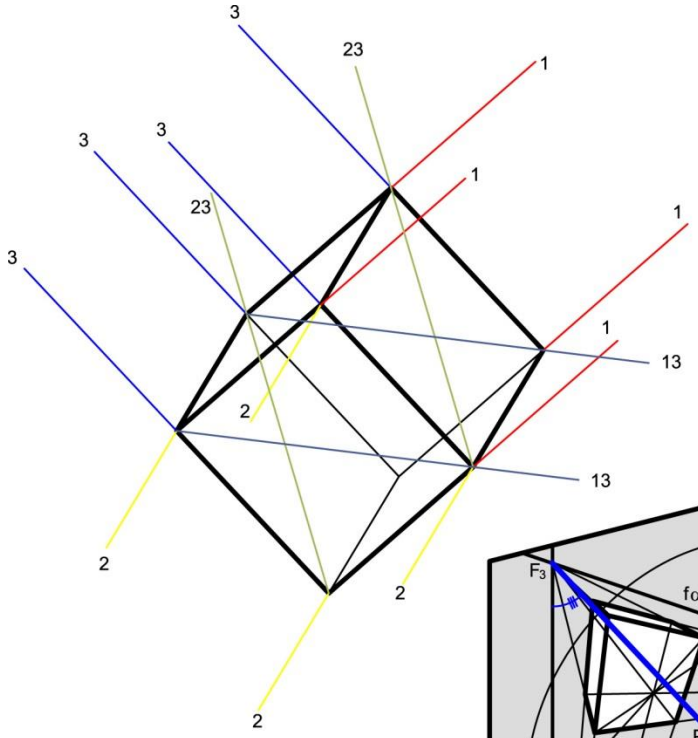


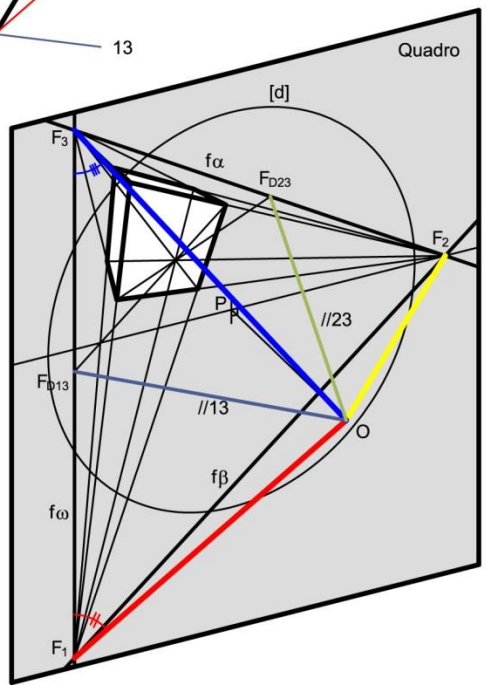


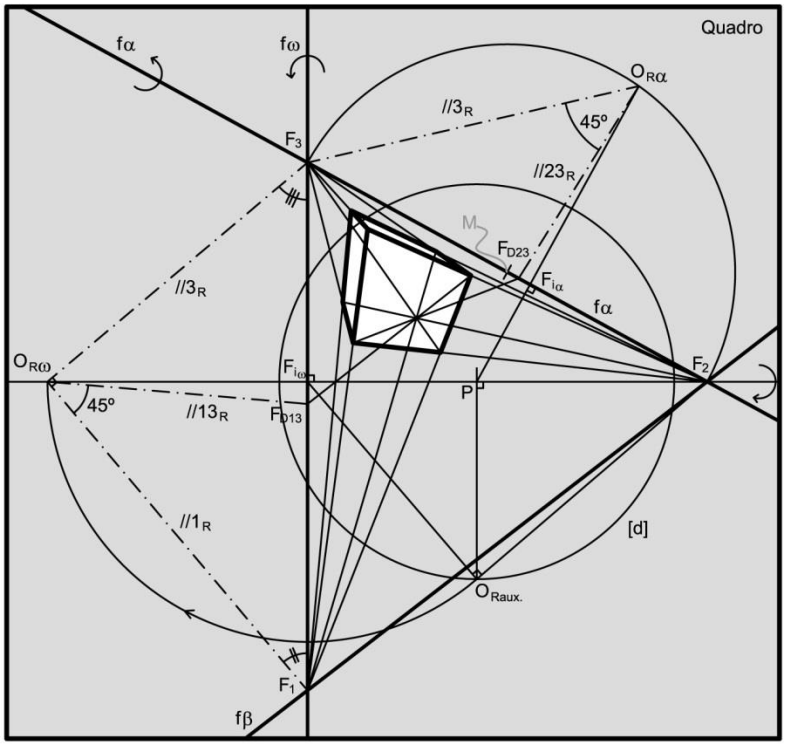


>>PERSPECTIVA LINEAR: Desenho de matrizes espaciais tri-ortogonais cúbicas

A “PERSPECTIVA DE 3 PONTOS DE FUGA”.

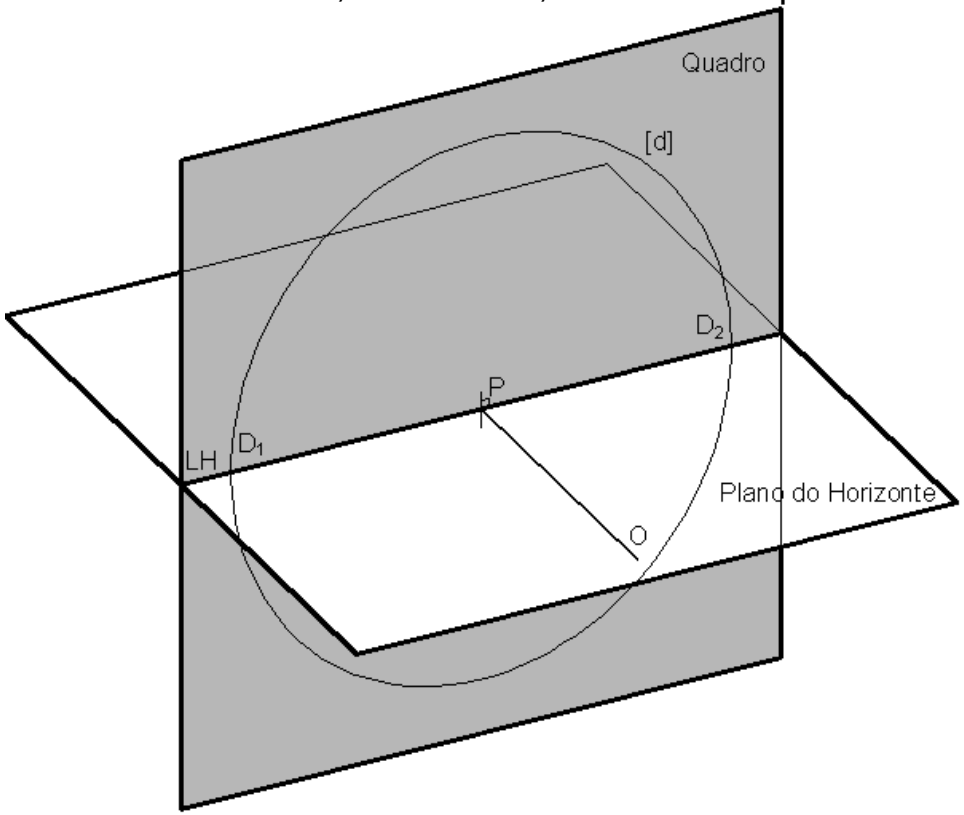


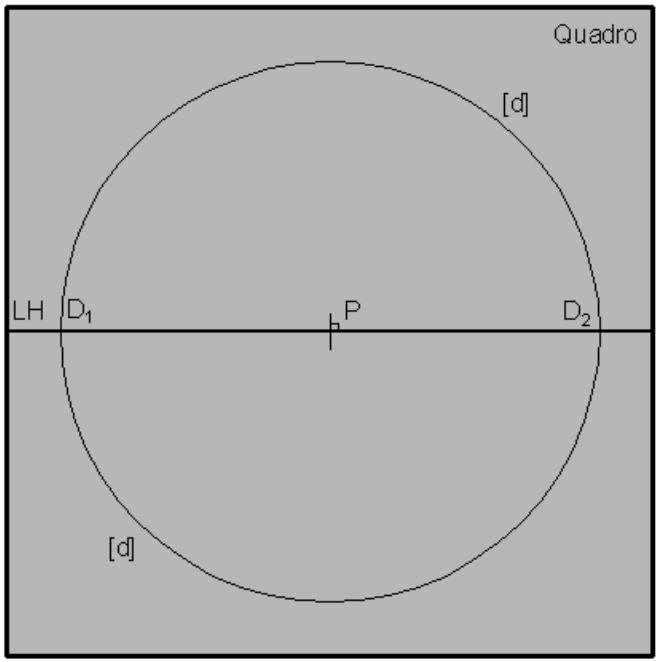




>>PERSPECTIVA LINEAR: O plano do Horizonte e a Linha do Horizonte

O PLANO DO HORIZONTE é um plano ortogonal ao quadro passante pelo Observador. Convenciona-se que este plano define a orientação horizontal.
O plano do horizonte intersecta o quadro segundo uma recta passante pelo ponto P que se designa por LINHA DO HORIZONTE (LH).
Os pontos de intersecção da LH com a circunferência de distância inteira são pontos de fuga de direcções de rectas horizontais, ou de nível, a 45º com o quadro.





>>PERSPECTIVA LINEAR: A caracterização das direcções e das orientações.

Pontos de fuga situados acima da Linha do Horizonte dizem-se de direcções ASCENDENTES.
Pontos de fuga situados abaixo da Linha do Horizonte dizem-se de direcções DESCENDENTES.

Pontos de fuga situados à direita do ponto P correspondem a direcções COM ABERTURA PARA A DIREITA relativamente ao quadro.
Pontos de fuga situados à esquerda do ponto P correspondem a direcções COM ABERTURA PARA A ESQUERDA relativamente ao quadro.

Fica o plano do quadro dividido em 4 quadrantes definidos pela Linha do Horizonte e pela vertical passante pelo ponto P. Cada quadrante corresponde a uma combinação possível entre ASCENDENTE ou DESCENDENTE e COM ABERTURA PARA A DIREITA ou COM ABERTURA PARA A ESQUERDA.

Deste modo as direcções das rectas podem ser inequivocamente definidas.

As orientações assumem a caracterização da direcção de maior inclinação. Por exemplo, se a direcção de maior inclinação for ascendente com abertura para a direita, também o é a orientação.

>>PERSPECTIVA LINEAR: Taxonomia das rectas e planos

A consequência prática da introdução do plano do horizonte é a expansão da taxonomia dos planos e das rectas.

Os **planos ortogonais** ao quadro subdividem-se em:
- Planos de topo (oblíquos ao plano do horizonte)
- Planos de nível (paralelos ao plano do horizonte)
- Planos de perfil (perpendiculares ao plano do horizonte)

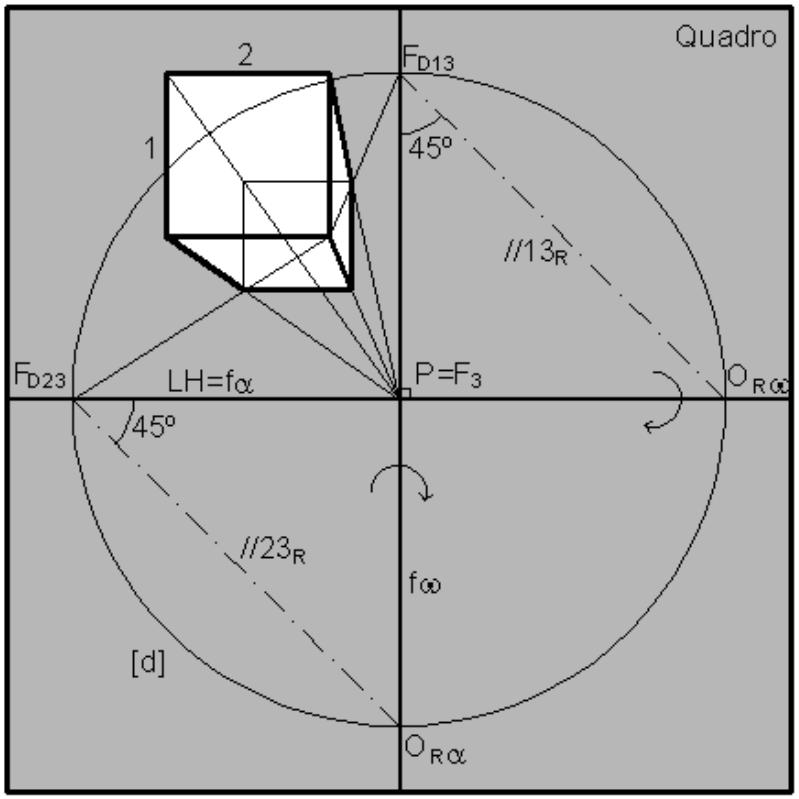
Os **planos oblíquos** ao quadro subdividem-se em:
- Planos verticais (perpendiculares ao plano do horizonte)
- Planos de rampa (oblíquos ao plano do horizonte e paralelos à linha do horizonte)
- Planos oblíquos (oblíquos ao plano do horizonte e oblíquos à linha do horizonte)

As **rectas paralelas** ao quadro subdividem-se em:
- Rectas verticais (perpendiculares ao plano do horizonte)
- Rectas fronto-horizontais (paralelas à linha do horizonte)
- Rectas frontais (obliquas ao plano do horizonte)

As **rectas oblíquas** ao quadro subdividem-se em:
- Rectas horizontais ou de nível (paralelas ao plano do horizonte)
- Rectas de perfil (ortogonais à linha do horizonte)
- Rectas oblíquas (obliquas ao plano do horizonte e à linha do horizonte)

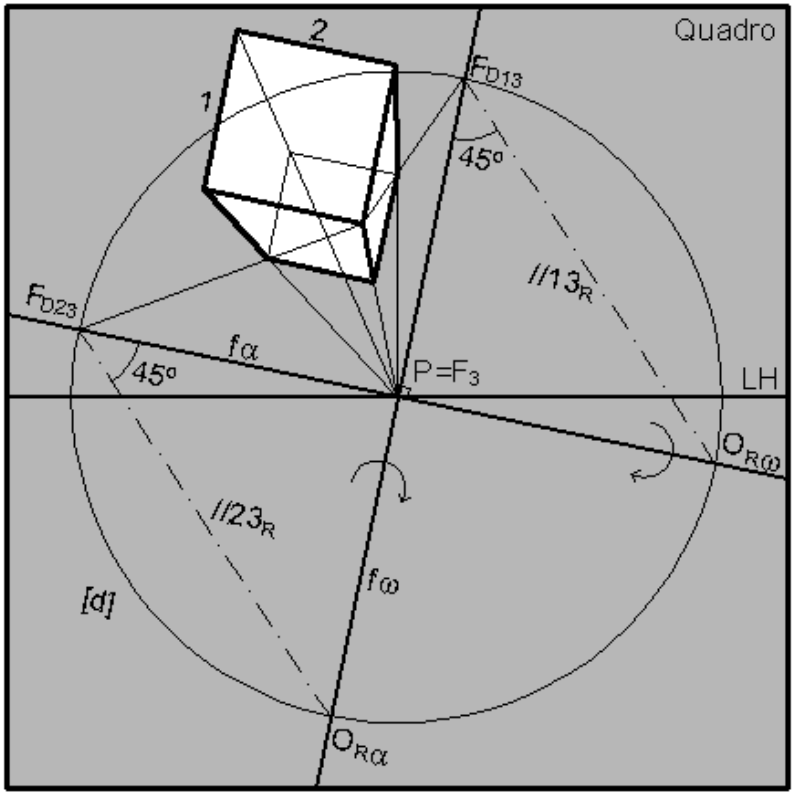
Vamos observar a aplicação desta taxonomia nos exemplos dos desenhos dos cubos.

>>PERSPECTIVA LINEAR: “Perspectiva de 1 ponto de fuga” – taxonomia



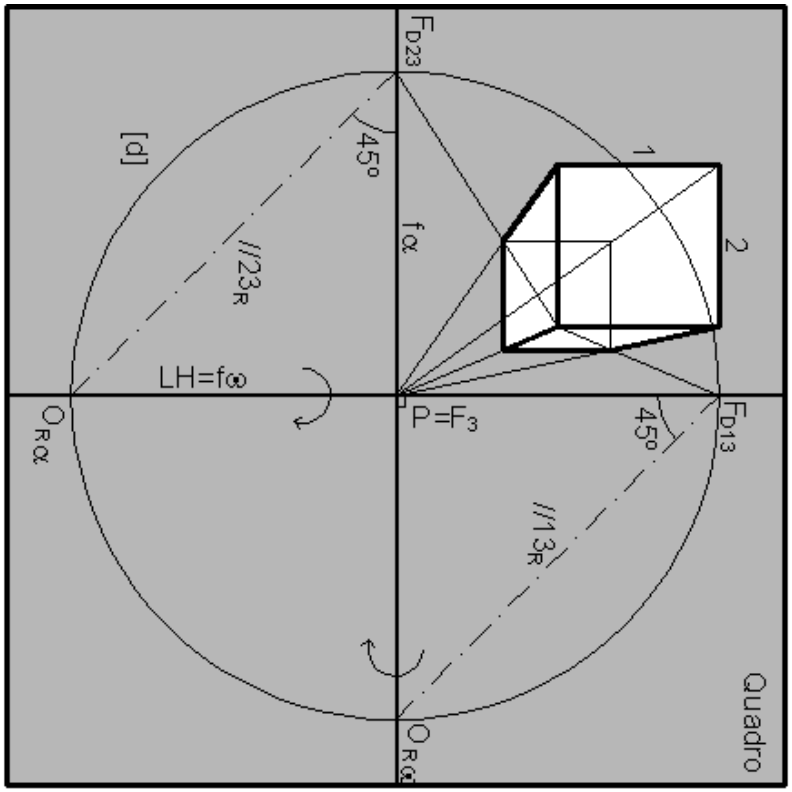
F_{D23}	PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO DE NÍVEL A 45º (ABERTURA PARA A ESQUERDA) COM O QUADRO
F_{D13}	PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO DE PERFIL A 45º (ASCENDENTE) COM O QUADRO
$P=F_3$	PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO ORTOGONAL AO QUADRO (DE TOPO)
	AS RECTAS COM A DIRECÇÃO 1 SÃO VERTICAIS
	AS RECTAS COM A DIRECÇÃO 2 SÃO FRONTO-HORIZONTAIS
LH=fα	LINHA DE FUGA DA ORIENTAÇÃO HORIZONTAL
fω	LINHA DE FUGA DA ORIENTAÇÃO PERFIL

>>PERSPECTIVA LINEAR: “Perspectiva de 1 ponto de fuga” – taxonomia



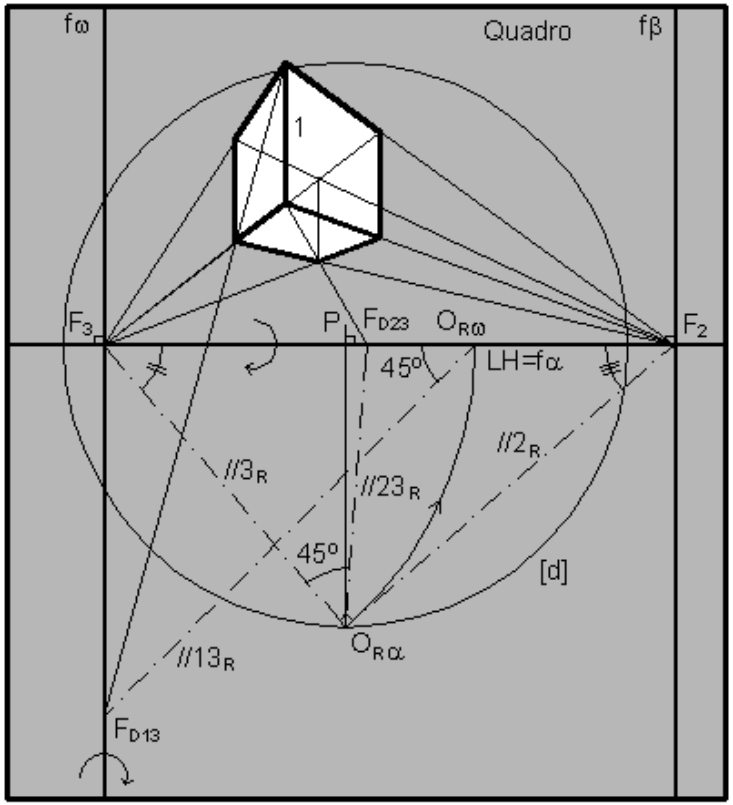
F_{D23}	PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO OBLÍQUA A 45° COM O QUADRO (ASCENDENTE COM ABERTURA PARA A ESQUERDA)
F_{D13}	PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO OBLÍQUA A 45° COM O QUADRO (ASCENDENTE COM ABERTURA PARA A DIREITA)
$P=F_3$	PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO ORTOGONAL AO QUADRO (DE TOPO)
	AS RECTAS COM A DIRECÇÃO 1 SÃO FRONTAIS (COM ABERTURA PARA A DIREITA)
	AS RECTAS COM A DIRECÇÃO 2 SÃO FRONTAIS (COM ABERTURA PARA A ESQUERDA)
$f\alpha$	LINHA DE FUGA DE ORIENTAÇÃO DE TOPO (COM ABERTURA PARA ESQUERDA)
$f\omega$	LINHA DE FUGA DE ORIENTAÇÃO DE TOPO (COM ABERTURA PARA A DIREITA)

>>PERSPECTIVA LINEAR: “Perspectiva de 1 ponto de fuga” – taxonomia



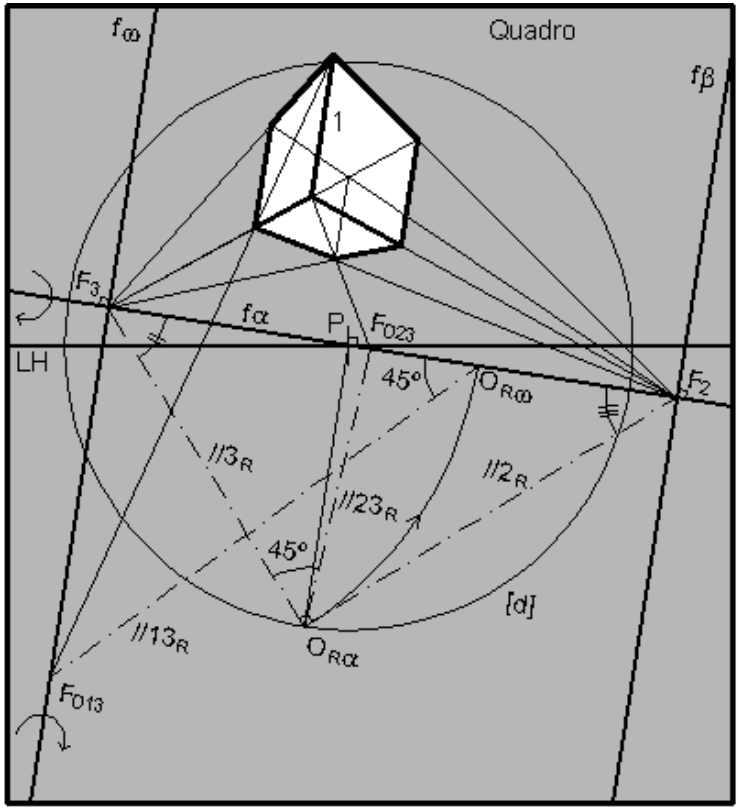
F_{D23}	PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO DE PERFIL A 45º (ASCENDENTE) COM O QUADRO
F_{D13}	PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO DE NÍVEL A 45º (ABERTURA PARA A DIREITA) COM O QUADRO
P=F_3	PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO ORTOGONAL AO QUADRO (DE TOPO)
	AS RECTAS COM A DIRECÇÃO 1 SÃO FRONTO-HORIZONTAIS
	AS RECTAS COM A DIRECÇÃO 2 SÃO VERTICAIS
LH=f∞	LINHA DE FUGA DA ORIENTAÇÃO HORIZONTAL
$f\alpha$	LINHA DE FUGA DA ORIENTAÇÃO DE PERFIL

>>PERSPECTIVA LINEAR: “Perspectiva de 2 pontos de fuga” – taxonomia



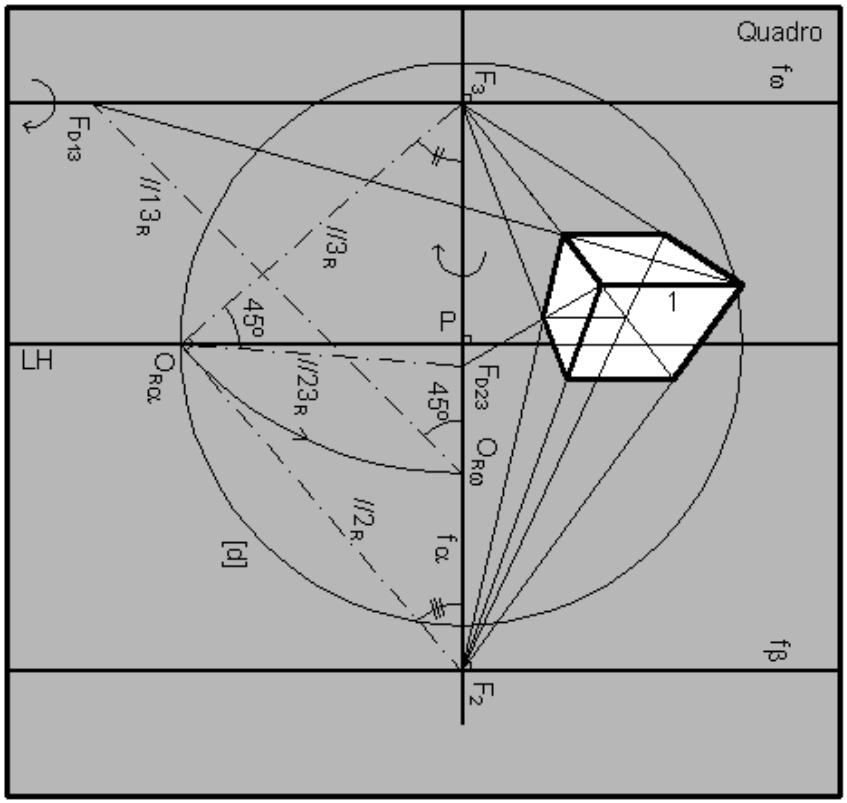
F_{D23}	PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO DE NÍVEL A 45º COM AS DIRECÇÕES 2 E 3 (ABERTURA PARA A DIREITA)
F_{D13}	PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO OBLÍQUA A 45º COM O PLANO DO HORIZONTE (DESCENDENTE COM ABERTURA PARA A ESQUERDA)
F_3	PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO DE NÍVEL A //º COM O QUADRO (ABERTURA PARA A ESQUERDA)
F_2	PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO DE NÍVEL A ///º COM O QUADRO (ABERTURA PARA A DIREITA)
	AS RECTAS COM A DIRECÇÃO 1 SÃO VERTICAIS
LH=fα	LINHA DE FUGA DA ORIENTAÇÃO HORIZONTAL
fω	LINHA DE FUGA DE ORIENTAÇÃO VERTICAL A //º COM O QUADRO (ABERTURA PARA A ESQUERDA)
fβ	LINHA DE FUGA DE ORIENTAÇÃO VERTICAL A ///º COM O QUADRO (ABERTURA PARA A DIREITA)

>>PERSPECTIVA LINEAR: “Perspectiva de 2 pontos de fuga” – taxonomia



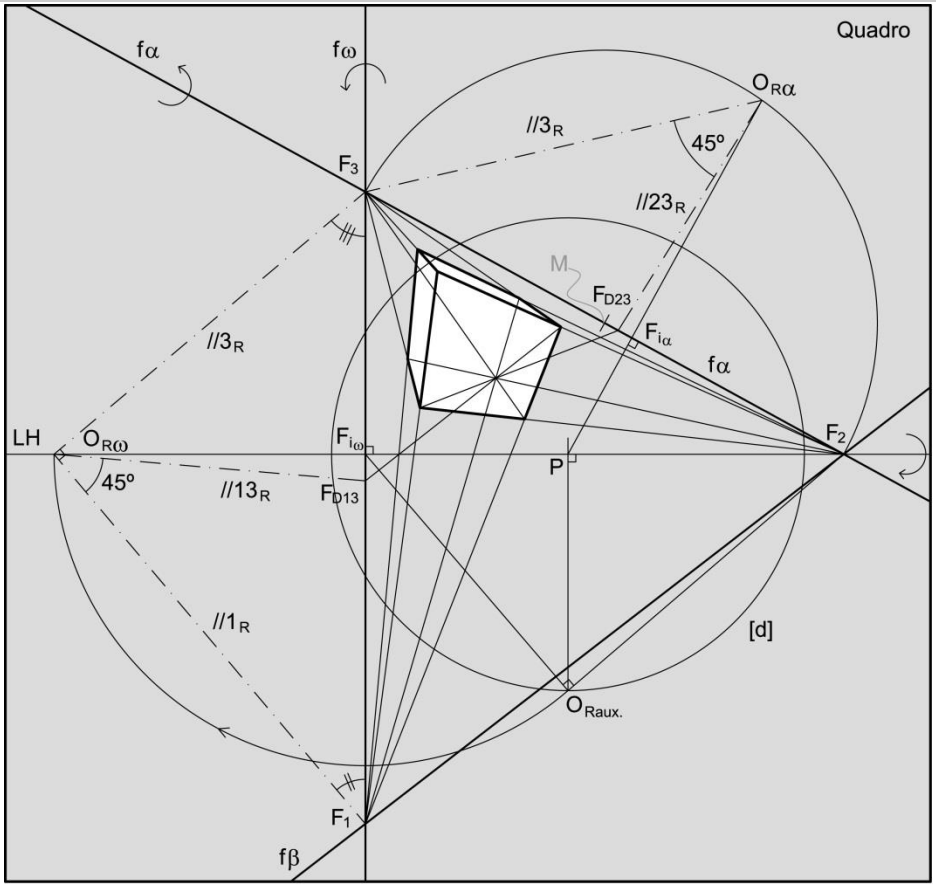
F_{D23}	PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO DE OBLÍQUA A 45º COM AS DIRECÇÕES 2 E 3 (DESCENDENTE COM ABERTURA PARA A DIREITA)
F_{D13}	PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO OBLÍQUA A 45º COM A ORIENTAÇÃO α (DESCENDENTE COM ABERTURA PARA A ESQUERDA)
F_3	PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO DE OBLÍQUA A // COM O QUADRO (ASCENDENTE COM ABERTURA PARA A ESQUERDA)
F_2	PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO DE OBLIQUA A /// COM O QUADRO (DESCENDENTE COM ABERTURA PARA A DIREITA)
	AS RECTAS COM A DIRECÇÃO 1 SÃO FRONTAIS (COM ABERTURA PARA A DIREITA)
f α	LINHA DE FUGA DE ORIENTAÇÃO DE TOPO (COM ABERTURA PARA A ESQUERDA)
f ω	LINHA DE FUGA DE ORIENTAÇÃO OBLÍQUA A // COM O QUADRO (ASCENDENTE COM ABERTURA PARA A ESQUERDA)
f β	LINHA DE FUGA DE ORIENTAÇÃO OBLÍQUA A /// COM O QUADRO (DESCENDENTE COM ABERTURA PARA A DIREITA)

>>PERSPECTIVA LINEAR: “Perspectiva de 2 pontos de fuga” – taxonomia



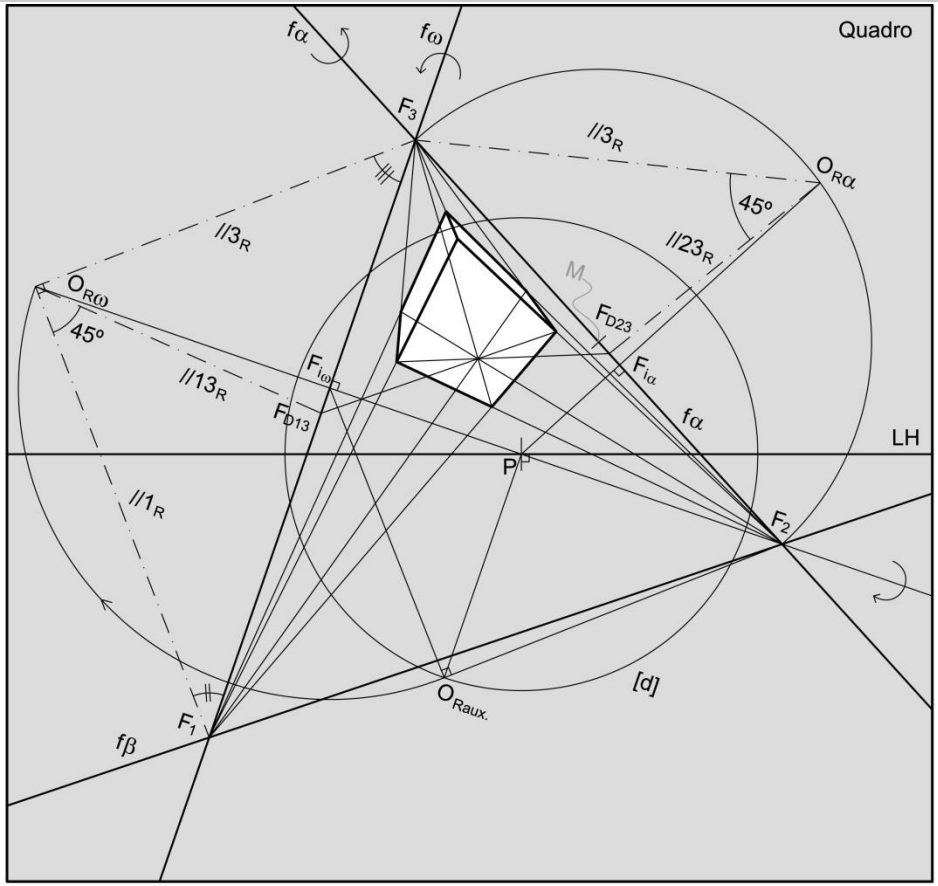
F_{D23}	PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO DE PERFIL A 45º COM AS DIRECÇÕES 2 E 3 (DESCENDENTE)
F_{D13}	PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO OBLÍQUA A 45º COM A ORIENTAÇÃO α (ASCENDENTE COM ABERTURA PARA A ESQUERDA)
F_3	PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO DE PERFIL A // COM O QUADRO (ASCENDENTE)
F_2	PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO DE PERFIL A /// COM O QUADRO (DESCENDENTE)
	AS RECTAS COM A DIRECÇÃO 1 SÃO FRONTO-HORIZONTAIS
$f\alpha$	LINHA DE FUGA DA ORIENTAÇÃO DE PERFIL
$f\omega$	LINHA DE FUGA DE ORIENTAÇÃO DE RAMPA A // COM O QUADRO (ASCENDENTE)
$f\beta$	LINHA DE FUGA DE ORIENTAÇÃO DE RAMPA A /// COM O QUADRO (DESCENDENTE)

>>PERSPECTIVA LINEAR: “Perspectiva de 3 pontos de fuga” – taxonomia



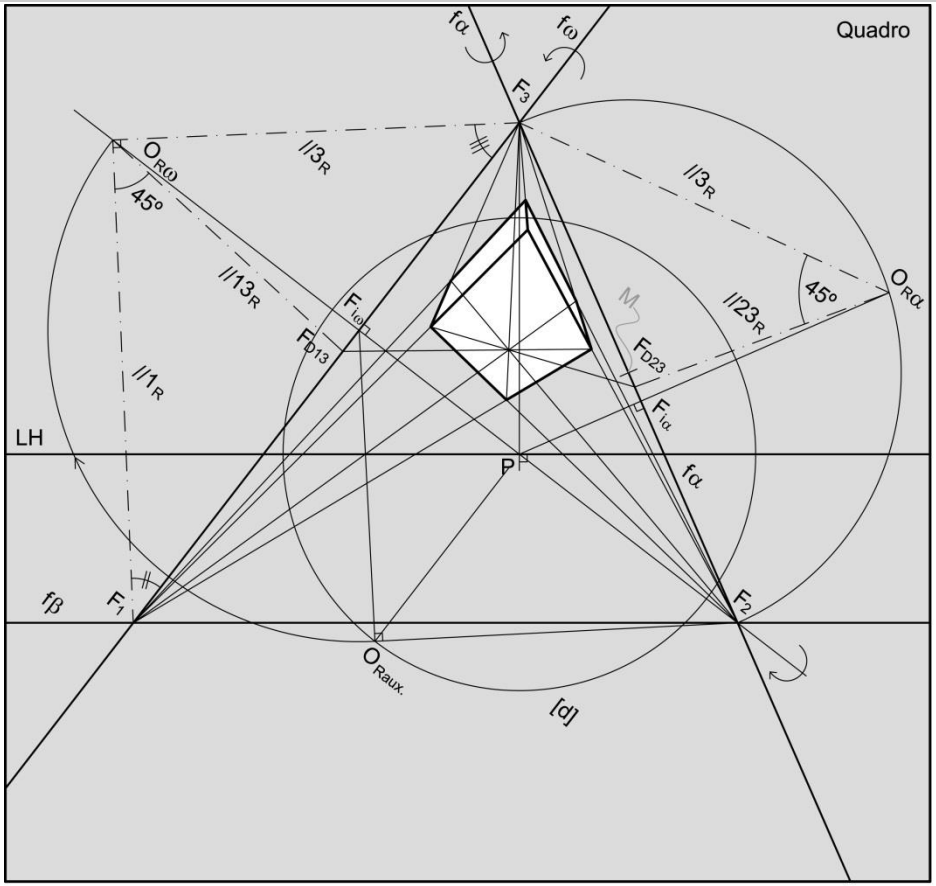
F_{D23}	PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO DE OBLÍQUA A 45º COM AS DIRECÇÕES 2 E 3 (ASCENDENTE COM ABERTURA PARA A DIREITA)
F_{D13}	PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO OBLÍQUA A 45º COM A ORIENTAÇÃO α (DESCENDENTE COM ABERTURA PARA A ESQUERDA)
F_3	PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO DE OBLÍQUA COM O QUADRO (ASCENDENTE COM ABERTURA PARA A ESQUERDA)
F_1	PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO DE OBLIQUA COM O QUADRO (DESCENDENTE COM ABERTURA PARA A ESQUERDA)
F_2	PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO DE NÍVEL (COM ABERTURA PARA A DIREITA)
f α	LINHA DE FUGA DE ORIENTAÇÃO OBLÍQUA (ASCENDENTE COM ABERTURA PARA A DIREITA)
f ω	LINHA DE FUGA DE ORIENTAÇÃO VERTICAL (COM ABERTURA PARA A ESQUERDA)
f β	LINHA DE FUGA DE ORIENTAÇÃO OBLÍQUA (DESCENDENTE COM ABERTURA PARA A DIREITA)

>>PERSPECTIVA LINEAR: “Perspectiva de 3 pontos de fuga” – taxonomia



F_{D23}	PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO DE OBLÍQUA A 45º COM AS DIRECÇÕES 2 E 3 (ASCENDENTE COM ABERTURA PARA A DIREITA)
F_{D13}	PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO OBLÍQUA A 45º COM A ORIENTAÇÃO α (ASCENDENTE COM ABERTURA PARA A ESQUERDA)
F_3	PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO OBLÍQUA (ASCENDENTE COM ABERTURA PARA A ESQUERDA)
F_1	PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO OBLIQUA COM O QUADRO (DESCENDENTE COM ABERTURA PARA A ESQUERDA)
F_2	PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO OBLÍQUA COM O QUADRO (DESCENDENTE COM ABERTURA PARA A DIREITA)
$f\,\alpha$	LINHA DE FUGA DE ORIENTAÇÃO OBLÍQUA (ASCENDENTE COM ABERTURA PARA A DIREITA)
$f\,\omega$	LINHA DE FUGA DE ORIENTAÇÃO OBLÍQUA (ASCENDENTE COM ABERTURA PARA A ESQUERDA)
$f\,\beta$	LINHA DE FUGA DE ORIENTAÇÃO OBLÍQUA (DESCENDENTE COM ABERTURA PARA A DIREITA)

>>PERSPECTIVA LINEAR: “Perspectiva de 3 pontos de fuga” – taxonomia



F_{D23}	PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO DE OBLÍQUA A 45º COM AS DIRECÇÕES 2 E 3 (ASCENDENTE COM ABERTURA PARA A DIREITA)
F_{D13}	PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO OBLÍQUA A 45º COM A ORIENTAÇÃO α (ASCENDENTE COM ABERTURA PARA A ESQUERDA)
F_3	PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO DE PERFIL (ASCENDENTE)
F_1	PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO OBLIQUA COM O QUADRO (DESCENDENTE COM ABERTURA PARA A ESQUERDA)
F_2	PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO OBLÍQUA COM O QUADRO (DESCENDENTE COM ABERTURA PARA A DIREITA)
$f\,\alpha$	LINHA DE FUGA DE ORIENTAÇÃO OBLÍQUA (ASCENDENTE COM ABERTURA PARA A DIREITA)
$f\,\omega$	LINHA DE FUGA DE ORIENTAÇÃO OBLÍQUA (ASCENDENTE COM ABERTURA PARA A ESQUERDA)
$f\,\beta$	LINHA DE FUGA DE ORIENTAÇÃO DE RAMPA (DESCENDENTE)

>>PERSPECTIVA LINEAR: Intersecções de planos e de rectas com planos.

Observando as figuras anteriores podemos verificar vários aspectos relativos a intersecções de planos e de rectas com planos que de seguida podemos generalizar:

1) Cada aresta de um cubo é comum a duas faces. Dito de outro modo, a recta que contém uma aresta é o resultado da intersecção dos planos de duas faces. Note que o ponto de fuga da recta de intersecção de dois planos se encontra na intersecção das linhas de fuga correspondentes.

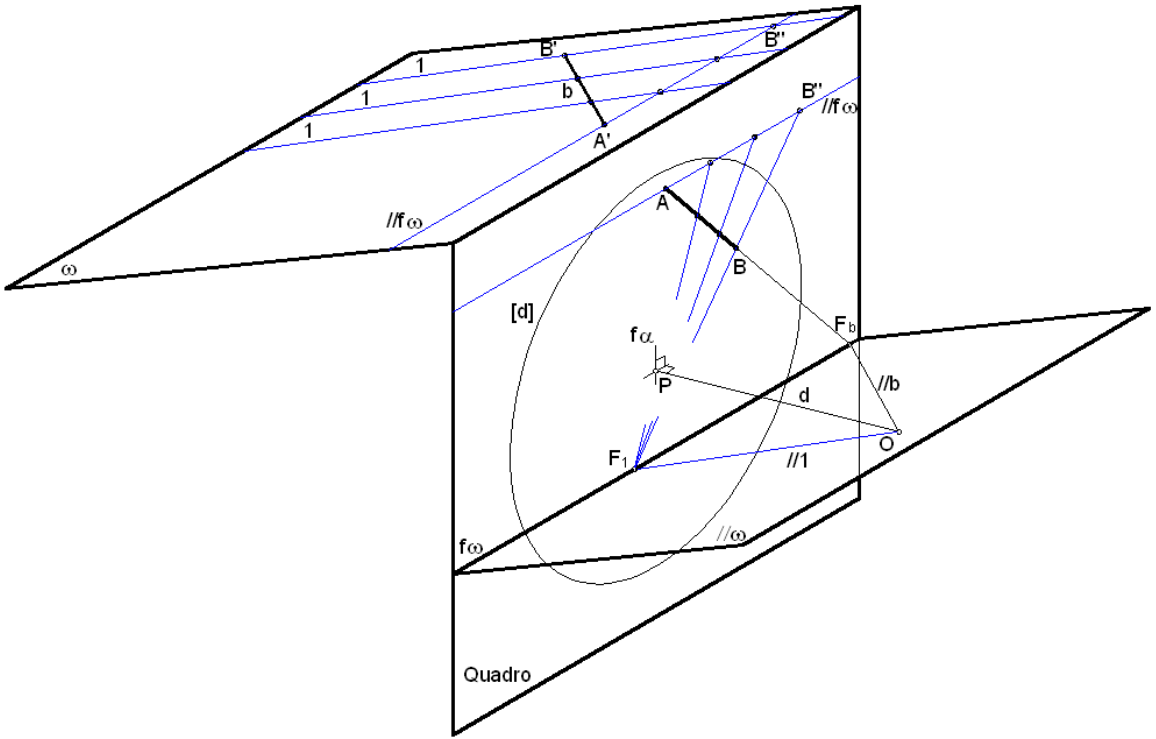
2) Genericamente um vértice A de um cubo pode ser considerado como o ponto de intersecção de uma das arestas (a) com uma das faces (σ). Note que uma das faces que contém a aresta (ε) intersecta a face (σ) segundo uma recta (i) que tem em comum com a recta (a) o ponto A. Dito de outro modo, para intersectar uma recta com um plano, conduz-se um plano auxiliar pela recta intersectando-o com o plano dado. A recta de intersecção dos dois planos intersecta a recta dada no ponto pretendido.

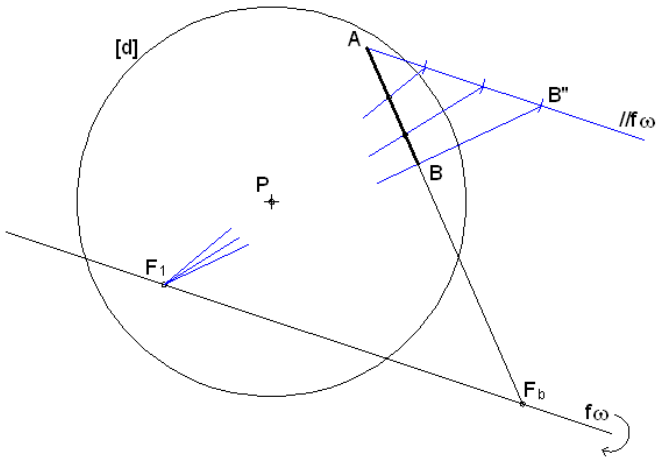
Tópico 05

Perspectiva linear de quadro plano:
- Aplicação do teorema de Thales para a divisão de segmentos em partes iguais.
- A noção de ponto de nascença de uma recta (traço no quadro) e traço de um plano no quadro.
- A noção de profundidade e a subdivisão do espaço (espaço real, espaço intermédio e espaço virtual).
- Determinação dos pontos de fuga de medição (pontos de fuga das cordas de arco).

>> PERSPECTIVA LINEAR: Divisão de segmentos em partes (teorema de Tales)

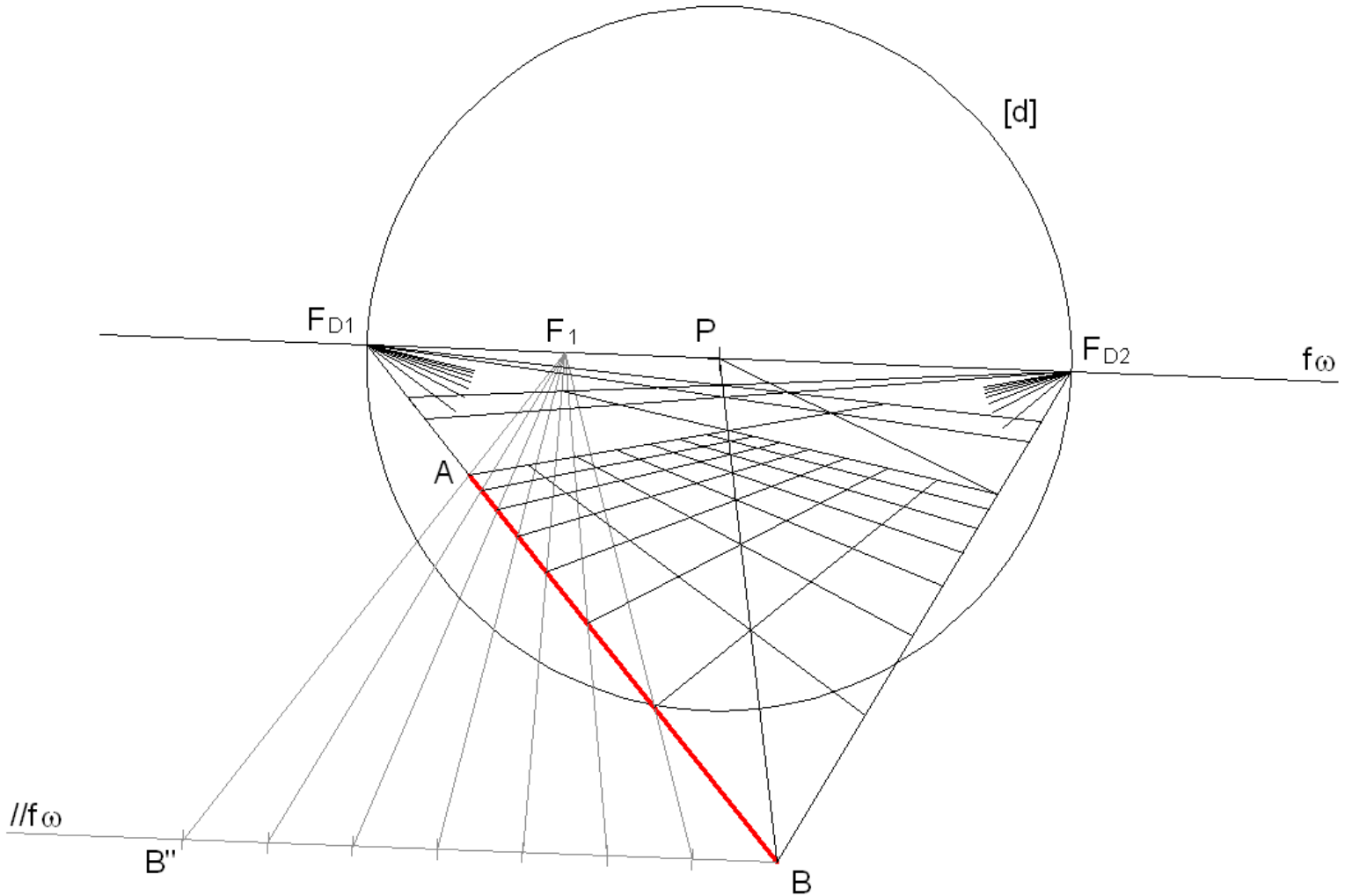
Conduz-se por um extremo do segmento que se pretende dividir, o ponto A, uma recta frontal (//fω), isto é, uma recta paralela ao quadro, em que se marca uma divisão com a proporção daquela que se pretende. O extremo oposto a essa divisão é o ponto B''. Esta recta e o segmento definem um plano. Este plano tem por linha de fuga uma recta com a direcção da recta frontal (fω). Esta passa pelo ponto de fuga da recta que contém o segmento, isto é, por F_b. Nessa recta marca-se a divisão com a proporção pretendida. Une-se o último ponto da divisão, o ponto B'', ao extremo oposto do segmento que se pretende dividir, o ponto B. Esta recta intersecta a linha de fuga fω num ponto de fuga auxiliar que designámos por F_1. A partir deste ponto procede-se ao resto da divisão.





>> PERSPECTIVA LINEAR: Aplicação ao desenho de grelhas (teorema de Tales)

Neste exemplo pretende-se o desenho de uma grelha quadrangular orientada ortogonalmente ao quadro.
O Segmento [AB] corresponde a 7 lados da grelha.



>> PERSPECTIVA LINEAR: Traços de rectas e planos; a noção de profundidade

Ao ponto de intersecção de uma recta com o quadro dá-se o nome de PONTO DE NASCENÇA da recta ou TRAÇO FRONTAL DA RECTA e nota-se por N com índice designativo da recta.
À recta de intersecção de um plano com o quadro dá-se o nome de TRAÇO FRONTAL DO PLANO e nota-se por v com índice designativo do plano.

Relembra-se que figuras contidas no quadro apresentam-se em verdadeira grandeza (à parte da escala do desenho) e que figuras contidas em planos frontais mantêm as proporções na perspectiva (à parte de uma redução se tiverem PROFUNDIDADE POSITIVA (“para lá” do quadro) ou ampliação se tiverem uma PROFUNDIDADE NEGATIVA (“para cá” do quadro, entre este e o observador).

Definida a relação de uma figura com o quadro (através de pontos de nascença de rectas ou de traços frontais de planos) torna-se possível o CONTROLO DIMENSIONAL e POSICIONAL da figura. Até este momento a representação de uma figura era apenas feita através do CONTROLO DIRECCIONAL o que deixava a posição e dimensão indeterminadas.

Note que figuras situadas “atrás” do observador também têm projecção cónica no quadro, embora invertida. Esta projecção pode ser considerada por vezes com traço auxiliar.

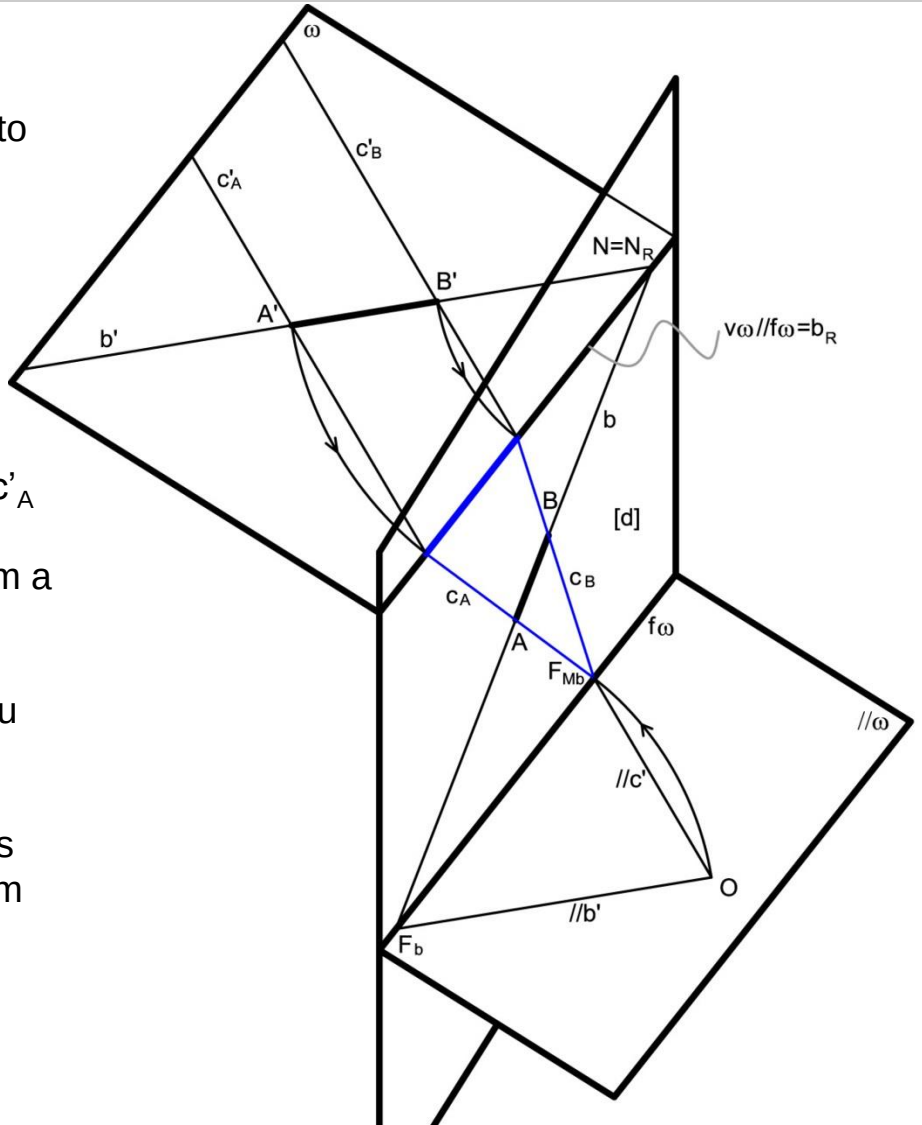
Figuras contidas no plano frontal passante pelo observador (PLANO NEUTRO) não têm perspectiva, ou dito de outro modo, têm perspectiva imprópria. Note que para estas figuras as rectas projectantes estão contidas no plano neutro, e por isso são paralelas ao quadro.

Ao espaço com profundidade positiva dá-se o nome de ESPAÇO REAL.
Ao espaço entre o quadro e o plano neutro dá-se o nome de ESPAÇO INTERMÉDIO.
Ao espaço situado “atrás” do observador, dá-se o nome de ESPAÇO VIRTUAL.

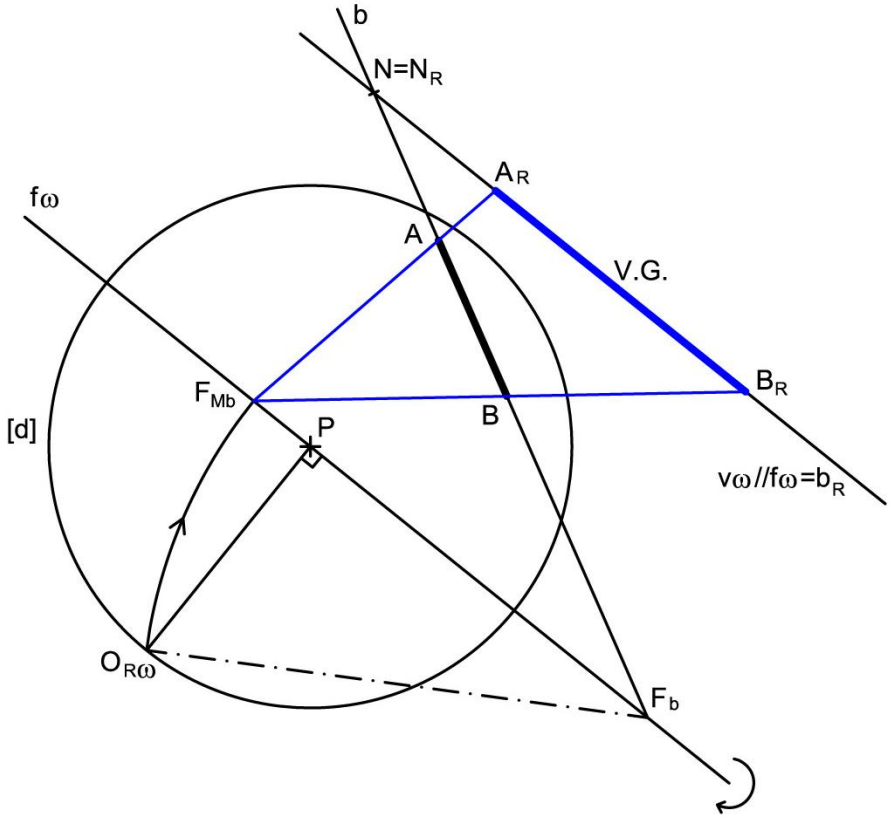
>> PERSPECTIVA LINEAR: Pontos de fuga de medição (cordas de arco)

Para determinar a verdadeira grandeza de um segmento de recta [A'B'], conhecido o ponto de nascença da recta b que o contém, o procedimento consiste em:

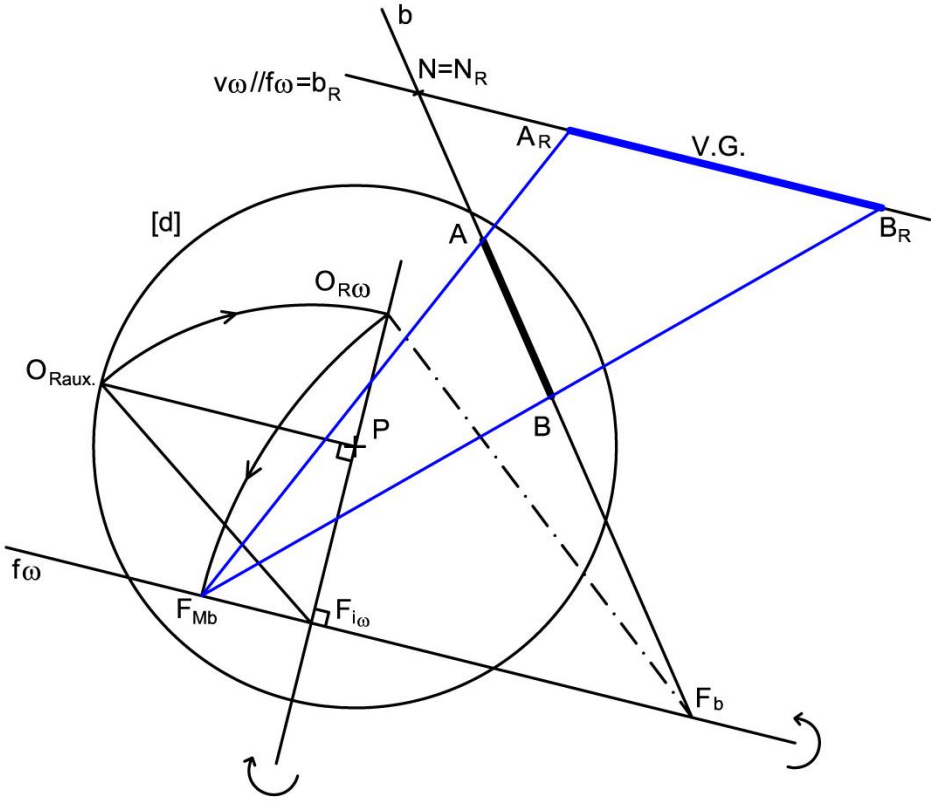
1) Conduzir um plano ω qualquer pela recta b.
2) Considerar a rotação da recta b no plano ω em torno do ponto de nascença da recta, N. Nesta operação a recta b_R fica coincidente com o traço frontal do plano, vω. Os pontos A' e B' descrevem arcos de rotação com centro em N cujas cordas, c'_A e c'_B, são paralelas entre si.
3) Pelo ponto O conduz-se a recta projectante com a direcção das cordas, //c'.
4) O traço frontal da recta //c', o ponto F_{Mb}, é o PONTO DE FUGA DE MEDIÇÃO da direcção b ou PONTO DE FUGA DAS CORDAS DE ARCO DE ROTAÇÃO da direcção b.
5) Determinado o ponto F_{Mb} podem conduzir-se as perspectivas das cordas de arco que nos permitem determinar a verdadeira grandeza do segmento [A'B'] (a azul na figura).



>> PERSPECTIVA LINEAR: Pontos de fuga de medição (cordas de arco)



ROTAÇÃO CONTIDA EM PLANO ORTOGONAL AO QUADRO



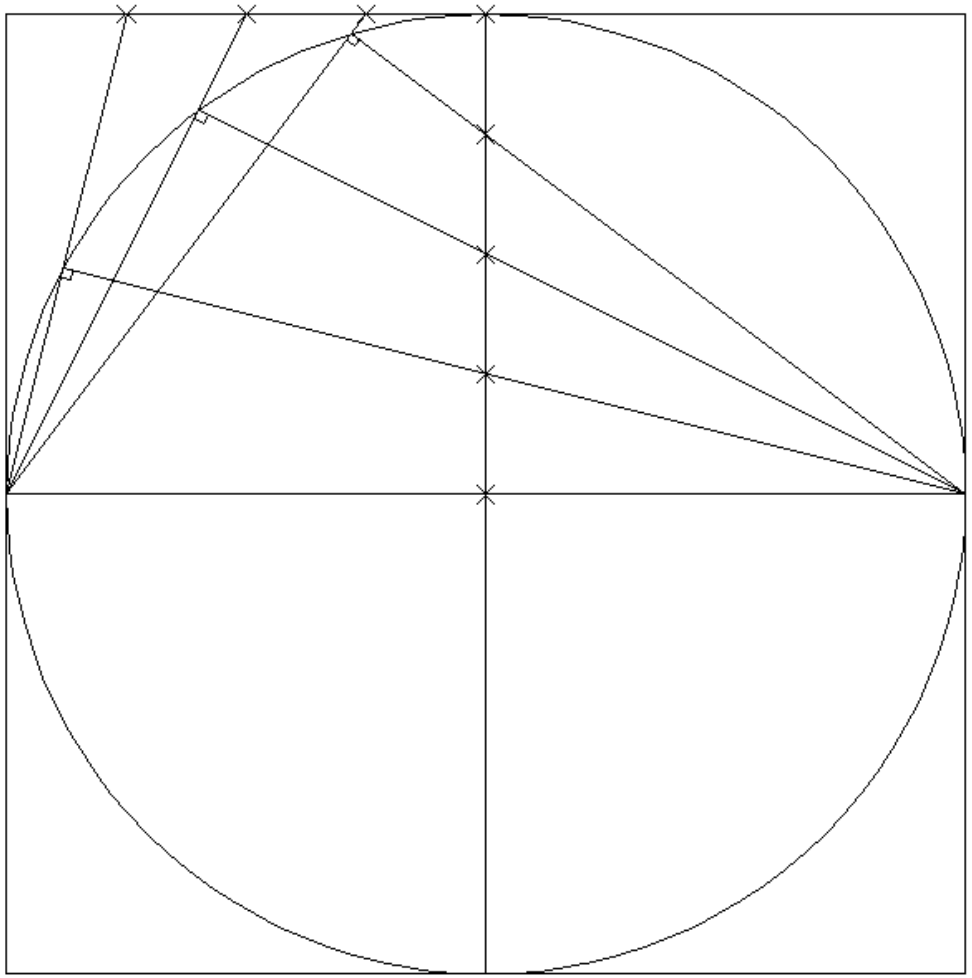
ROTAÇÃO CONTIDA EM PLANO OBLÍQUO AO QUADRO

Tópico 06

Perspectiva linear de quadro plano:
- Métodos para o desenho da perspectiva de círculos e outras curvas.

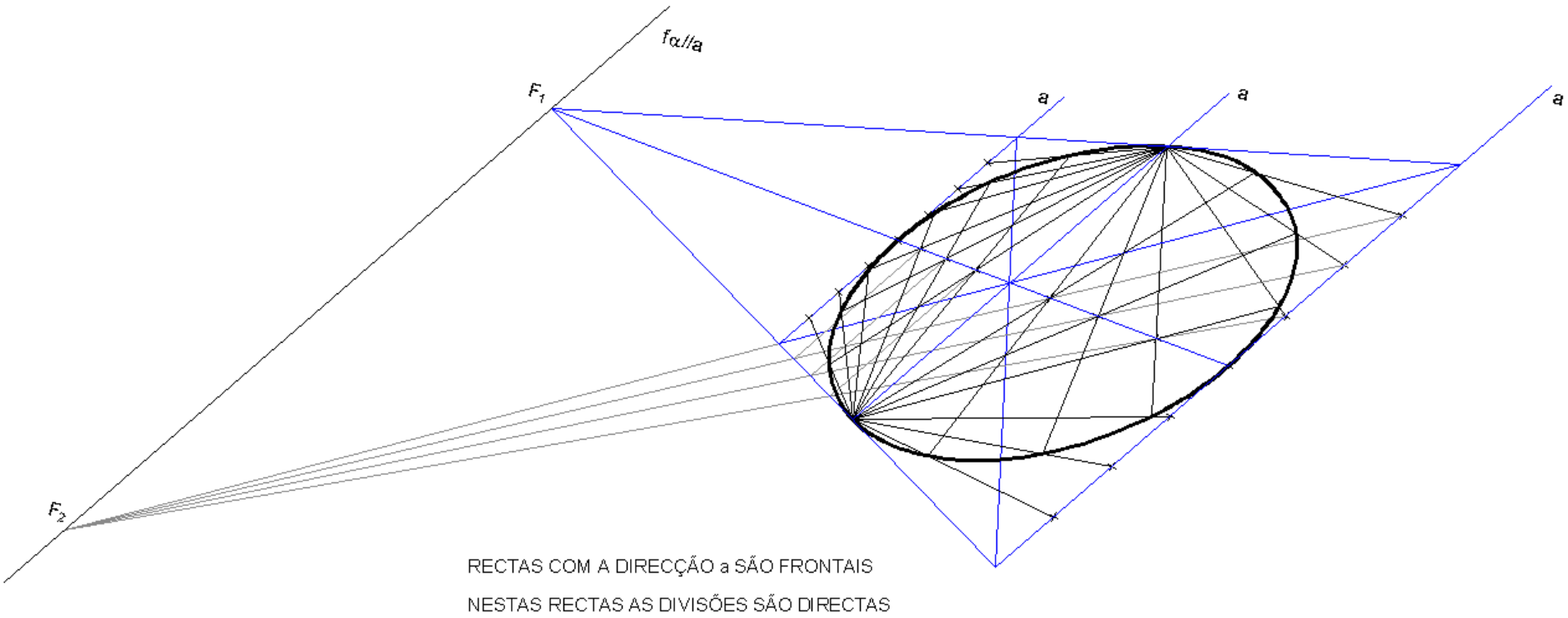
>> PERSPECTIVA LINEAR: Método para o desenho da perspectiva de círculos

Um dos métodos para o desenho da perspectiva de círculos considera a propriedade da inscrição de ângulos rectos em semi-circunferências como se ilustra na figura.



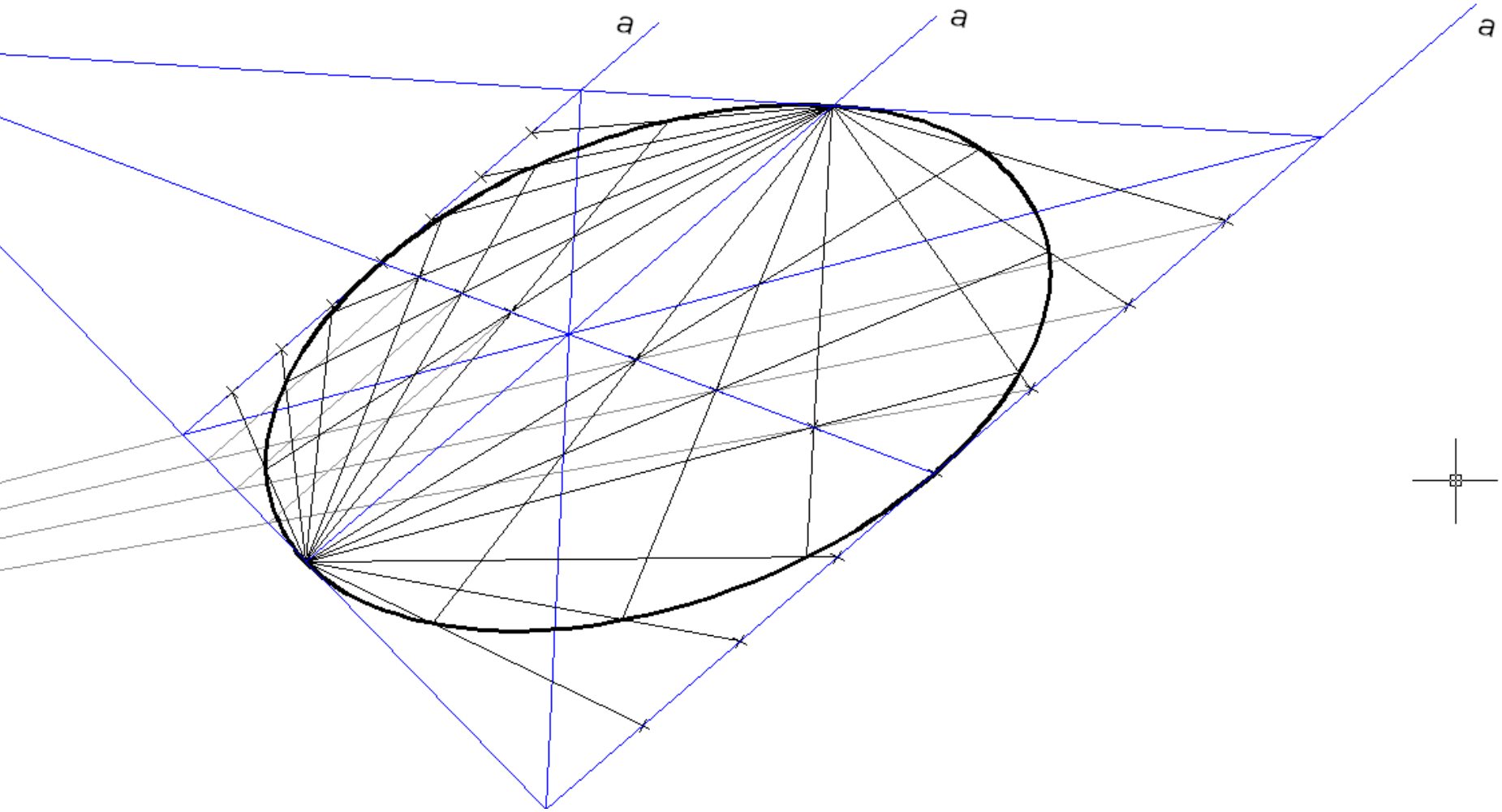
>> PERSPECTIVA LINEAR: Método para o desenho da perspectiva de círculos

O procedimento consiste em transpor aquele traçado para a perspectiva.



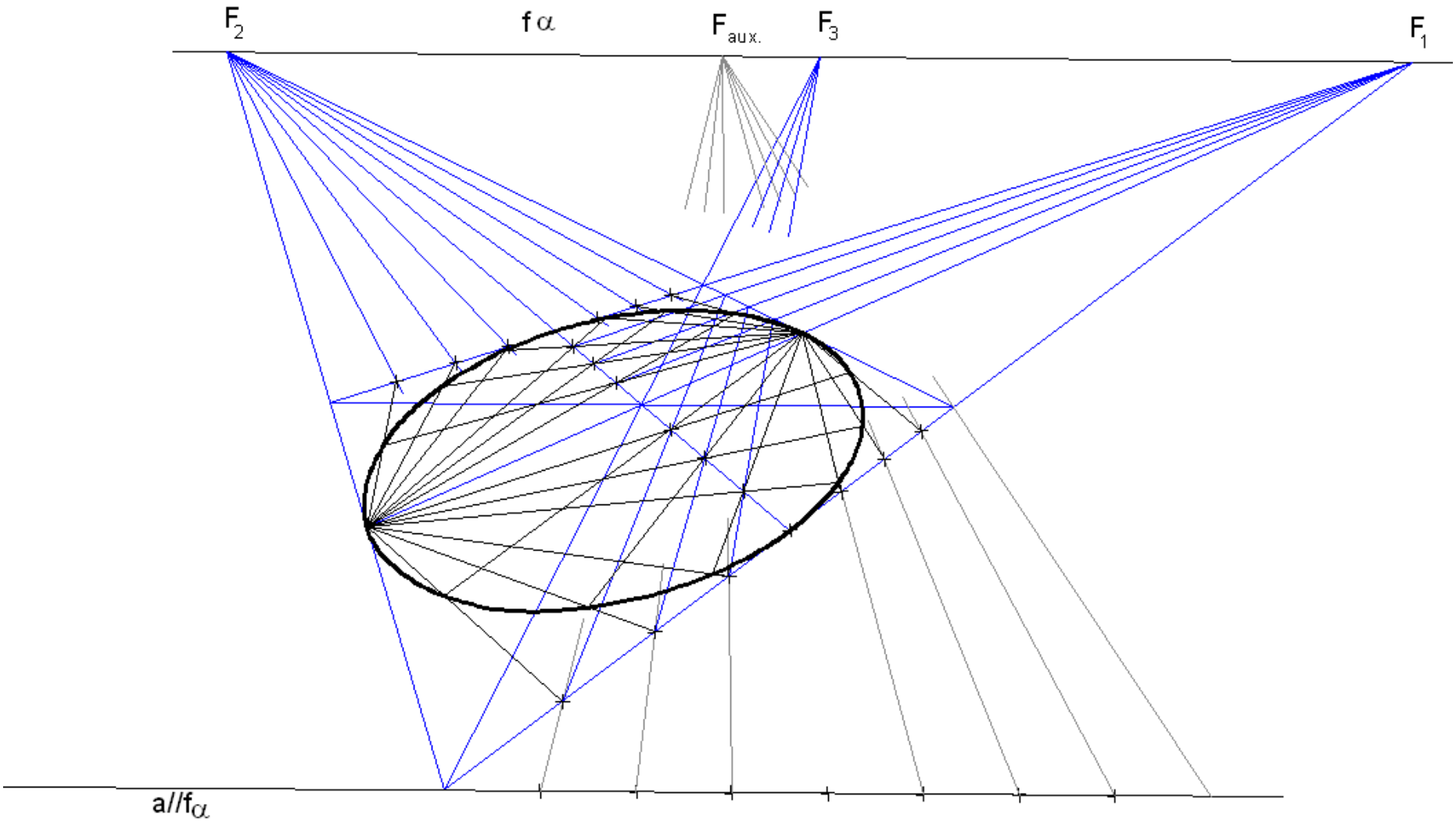
>> PERSPECTIVA LINEAR: Método para o desenho da perspectiva de círculos

O procedimento consiste em transpor aquele traçado para a perspectiva (ampliação).



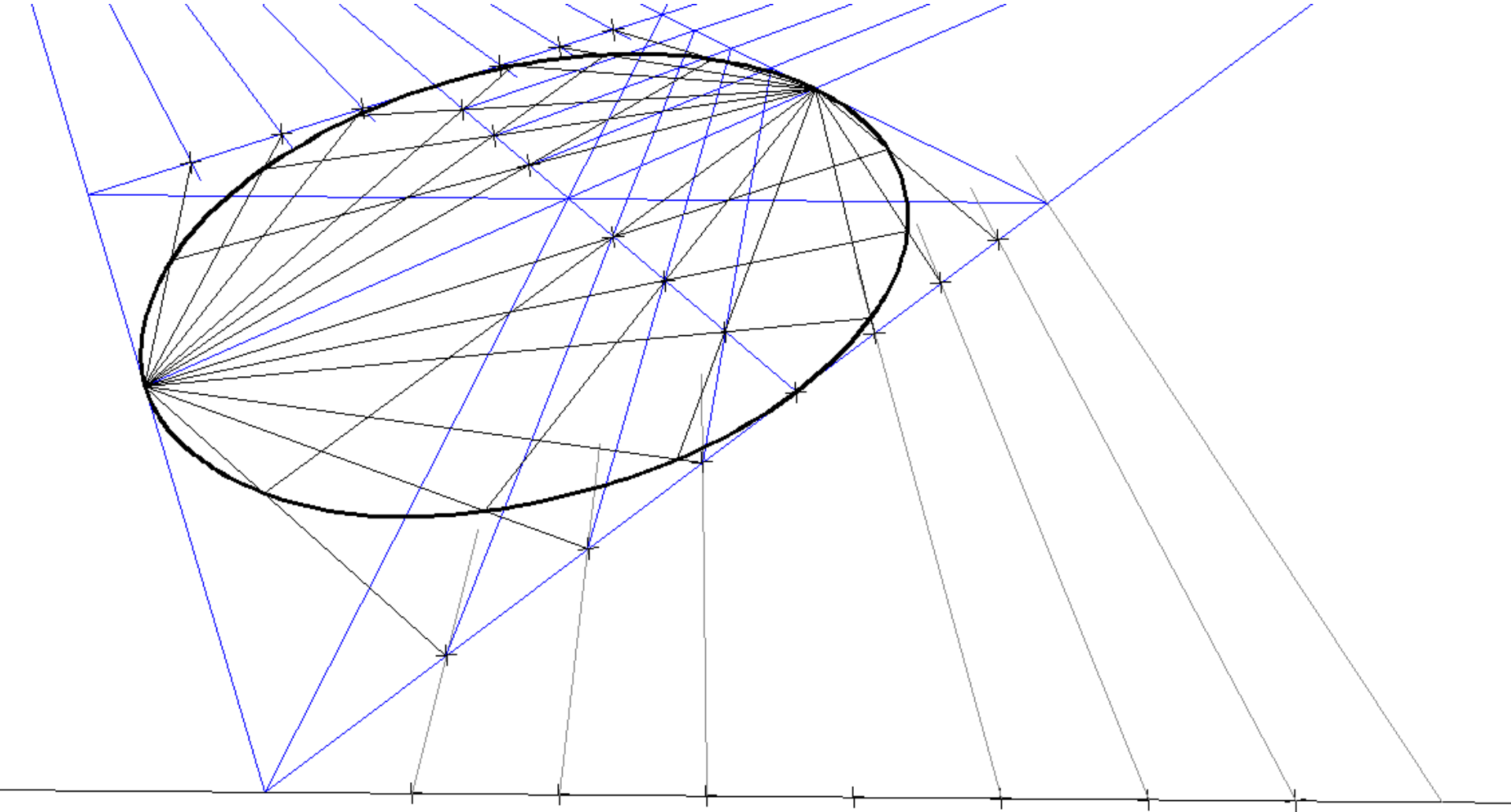
>> PERSPECTIVA LINEAR: Método para o desenho da perspectiva de círculos

O procedimento consiste em transpor aquele traçado para a perspectiva.



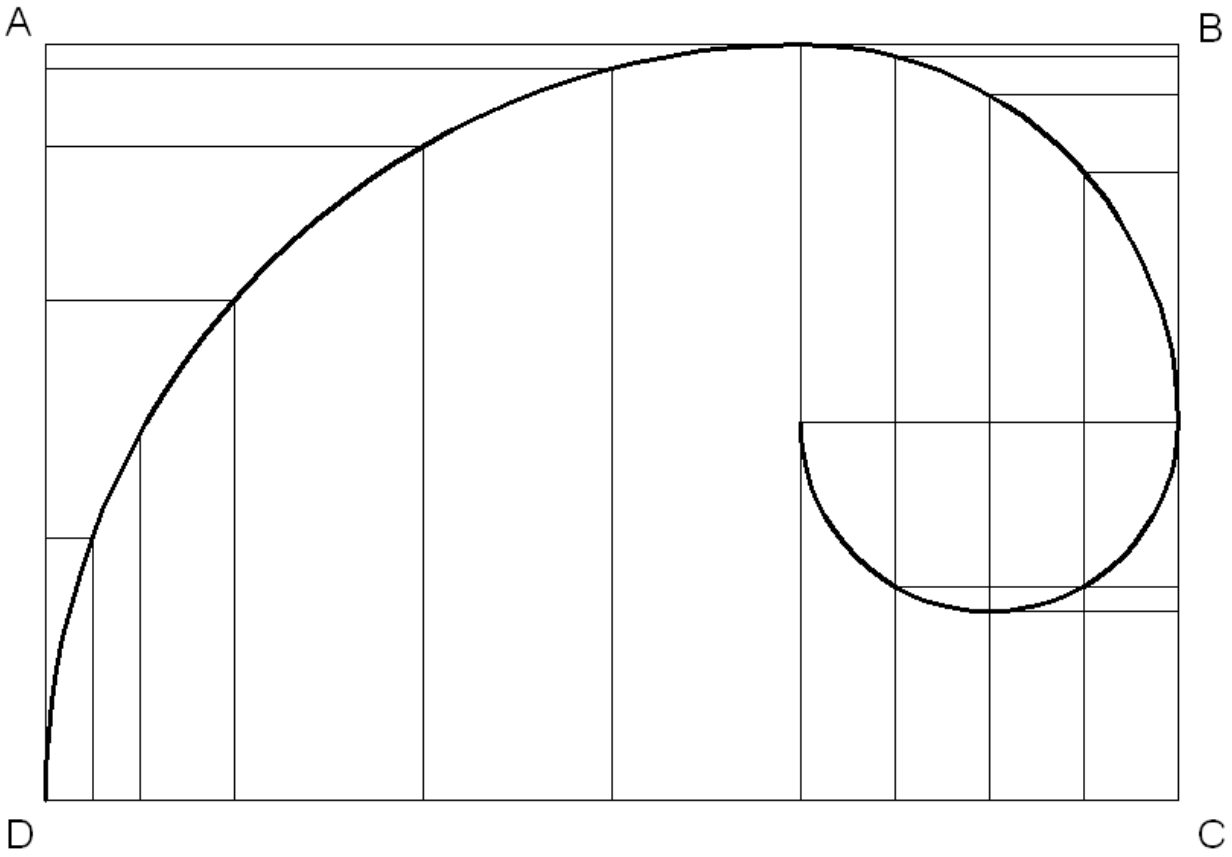
>> PERSPECTIVA LINEAR: Método para o desenho da perspectiva de círculos

O procedimento consiste em transpor aquele traçado para a perspectiva (ampliação).



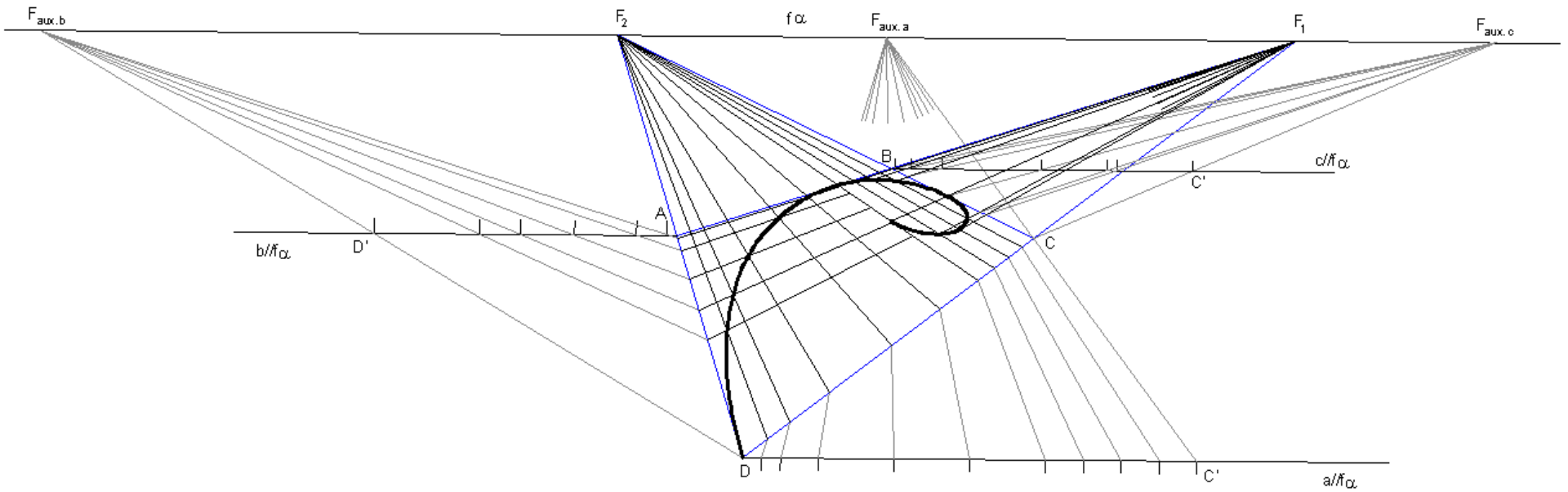
>> PERSPECTIVA LINEAR: Método para o desenho da perspectiva de curvas

O procedimento consiste em enquadrar a linha numa grelha representando pontos dessa grelha em perspectiva.



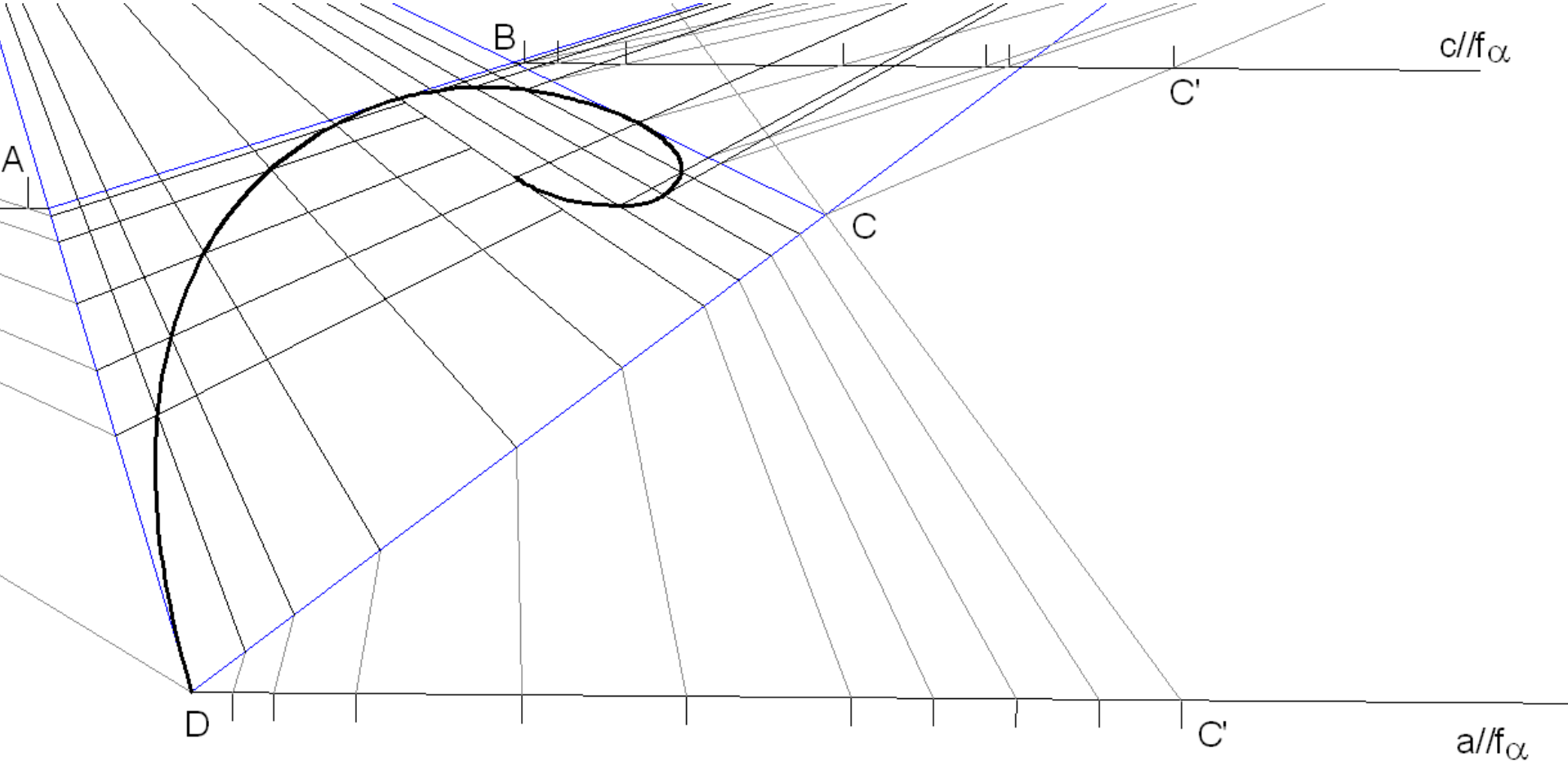
>> PERSPECTIVA LINEAR: Método para o desenho da perspectiva de curvas

O procedimento consiste em enquadrar a linha numa grelha representando pontos dessa grelha em perspectiva.



>> PERSPECTIVA LINEAR: Método para o desenho da perspectiva de curvas

O procedimento consiste em enquadrar a linha numa grelha representando pontos dessa grelha em perspectiva (ampliação).



Tópico 07

Perspectiva linear de quadro plano:
- O perspectógrafo completo (Plano Geometral e a Linha de Terra).
- A marcação de pontos por coordenadas.
- Determinação dos traços de planos e intersecções entre rectas e planos.

>>PERSPECTIVA LINEAR: O perspectógrafo completo

O GEOMETRAL é um plano paralelo ao plano do horizonte. A distância entre o geometral e o plano do horizonte designa-se por ALTURA DO OBSERVADOR.

O geometral intersecta o quadro segundo uma recta passante designada por LINHA DE TERRA (LT). A altura do observador também é dada pela distância entre a linha do horizonte e a linha de terra.

O geometral é o plano em que se marcam as projecções horizontais das figuras. É também o plano que determina as ALTURAS POSITIVAS (acima do geometral) e as ALTURAS NEGATIVAS (abaixo do geometral).

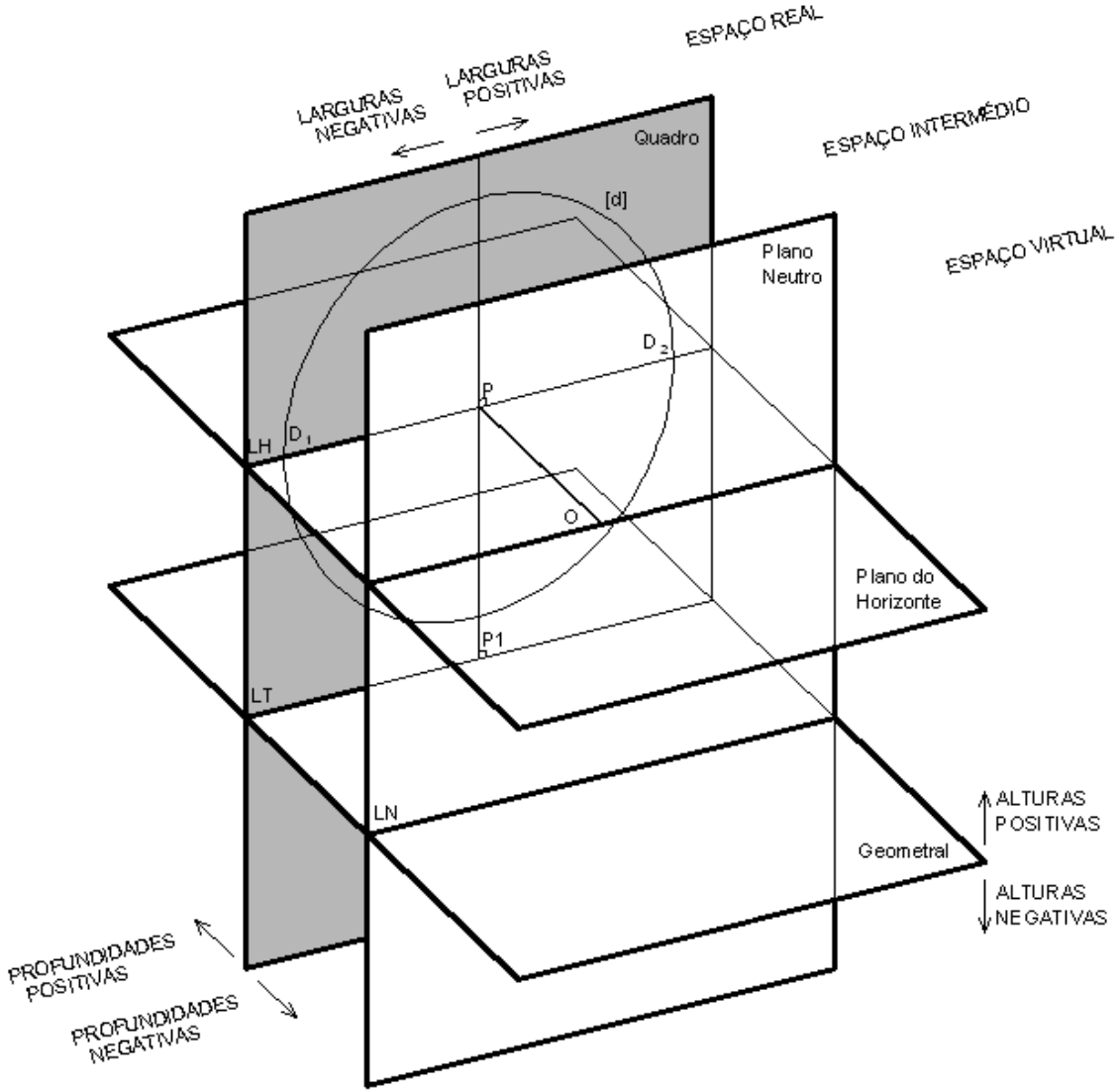
Acresce ainda a noção de LARGURA POSITIVA (à direita do ponto P) e de LARGURA NEGATIVA (à esquerda do ponto P).

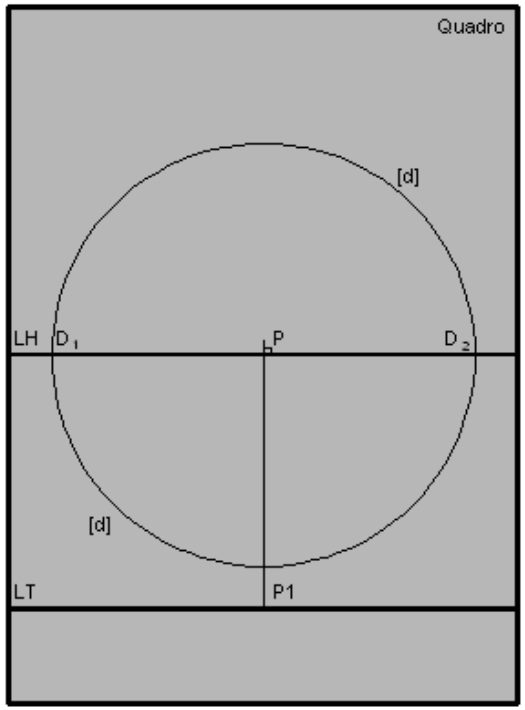
Fica assim definido um SISTEMA DE COORDENADAS CARTESIANAS em que um ponto A(a;l;p) fica definido pela Altura, Largura e Profundidade (por esta ordem).

Com o perspectógrafo completo fica completa a possibilidade do CONTROLO DA POSIÇÃO e da DIMENSÃO através da marcação de coordenadas. Note-se que já controlávamos estes parâmetros a partir do momento em que estabelecemos a relação das figuras com o quadro (através dos pontos de nascença das rectas ou dos traços frontais dos planos). O que se acrescenta é a possibilidade da marcação das projecções horizontais (nem sempre necessárias para a resolução dos problemas) das figuras.

No slide seguinte ilustra-se o perspectógrafo completo.

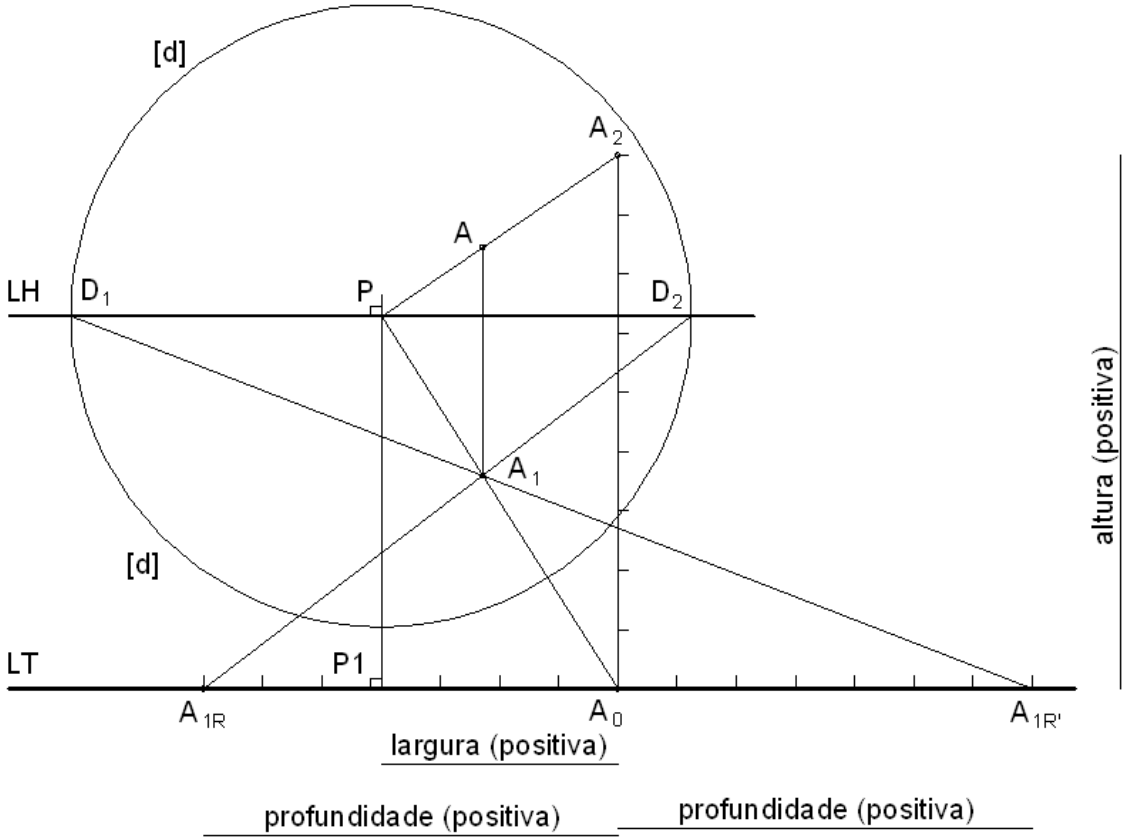
>>PERSPECTIVA LINEAR: O perspectógrafo completo





>>PERSPECTIVA LINEAR: A marcação de pontos por coordenadas

A marcação de pontos por coordenadas resume-se à aplicação de conceitos adquiridos anteriormente. A largura e a altura marcam-se directamente no quadro de modo a definir os pontos A0 e A2. Para a marcação da profundidade utilizam-se o pontos de fuga de medição da direcção de topo, neste caso correspondentes às direcções de nível a 45º (apenas deve ser utilizada uma destas direcções; a redundância visa ilustrar as duas possibilidades para a marcação da profundidade).



>>PERSPECTIVA LINEAR: Traços de planos e intersecções.

Completado o perspectógrafo (com a inclusão do geometral) e abordada a questão da marcação de pontos por coordenadas torna-se agora possível fazer os estudo do alfabeto do ponto, da recta e do plano numa abordagem mais clássica da geometria descritiva, bem como tratar de todos os problemas de intersecções e métricos.

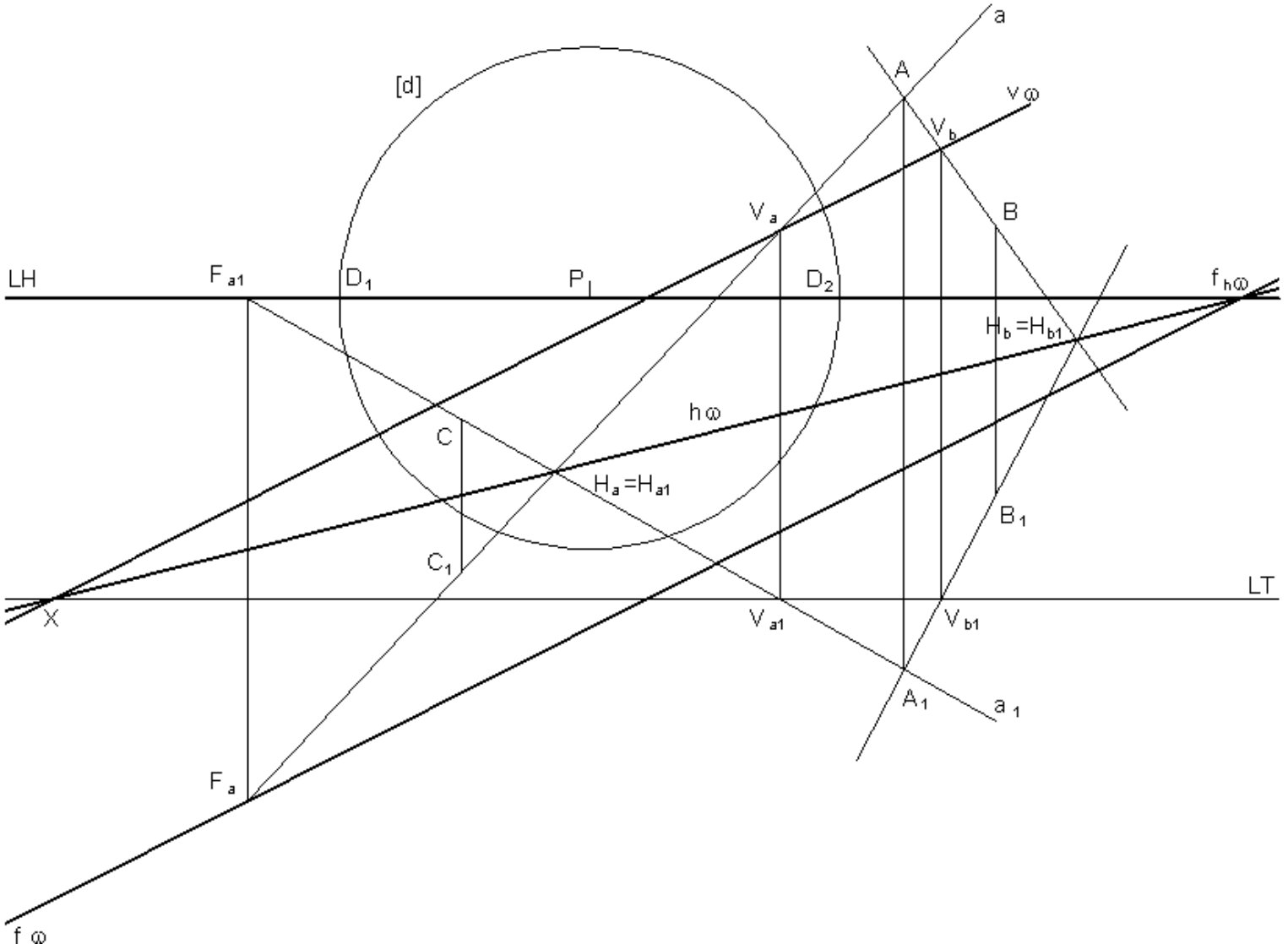
Não trataremos esta questão de forma exaustiva.

Damos porém dois exemplos a comentar na aula.

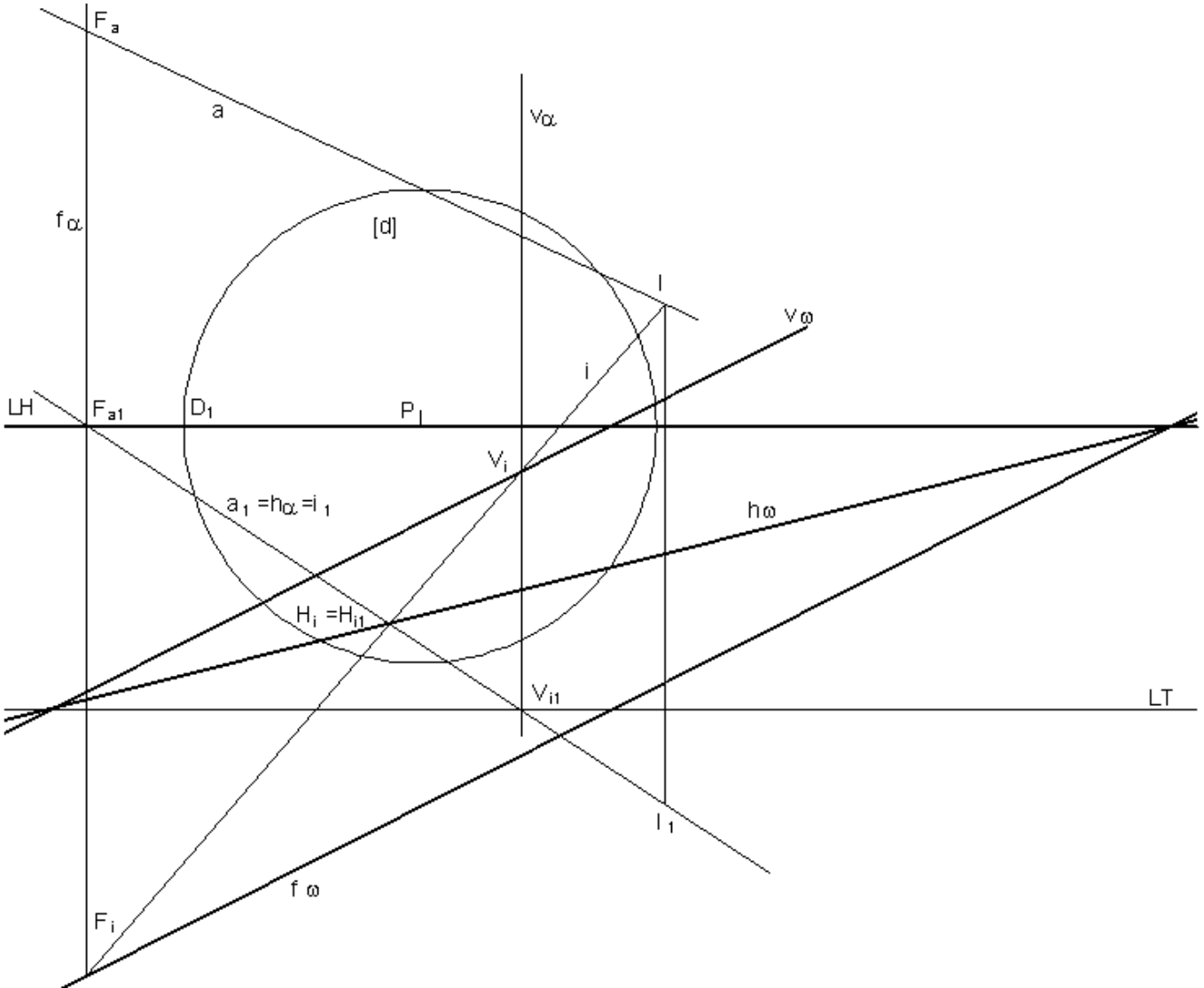
No primeiro exemplo determinaremos os traços (frontal e horizontal) e a linha de fuga de uma plano definido por três pontos, A, B e C.

No segundo exemplo determinaremos o ponto de intersecção de uma recta (a) com um plano (ω) dados os seus traços e linha de fuga. Note que o traço frontal de um plano é sempre paralelo à linha de fuga e que o traço horizontal do plano é a sua recta de altura 0, tendo em comum com o traço frontal um ponto da linha de terra e tendo a sua perspectiva ponto de fuga na intersecção da linha de fuga do plano com a linha do horizonte.

>>PERSPECTIVA LINEAR: Determinação dos traços de um plano



>>PERSPECTIVA LINEAR: Intersecção de uma recta com um plano



Tópico 08

Perspectiva linear de quadro plano:
- Rebatimentos de planos para o quadro.

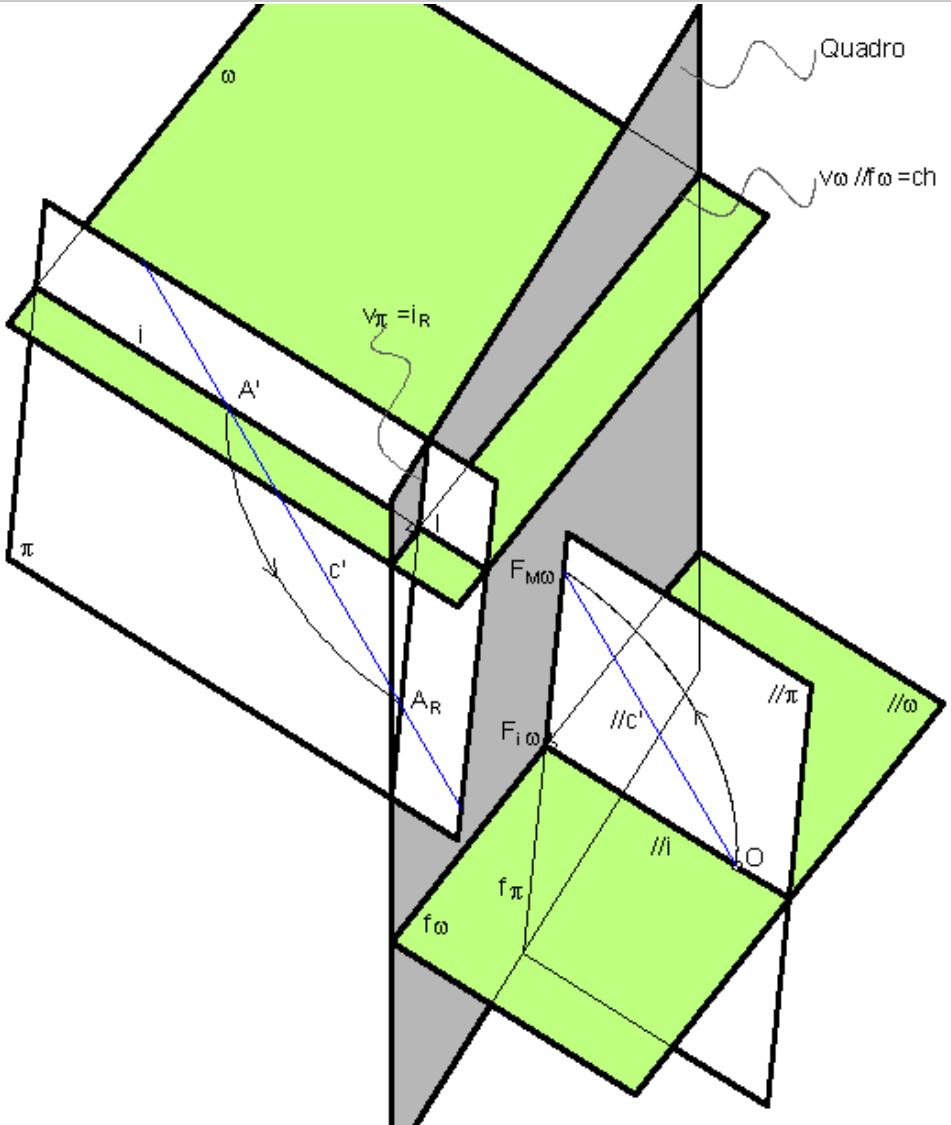
>>PERSPECTIVA LINEAR: O rebatimento de planos

Até este momento apenas rebatemos planos projectantes. O rebatimento dos planos projectantes visa a marcação de pontos de fuga de direcções contidas em orientações conhecidas.
O procedimento que a seguir se descreve corresponde ao rebatimento de planos de figuras (planos geralmente não projectantes) para o quadro ou para planos frontais.

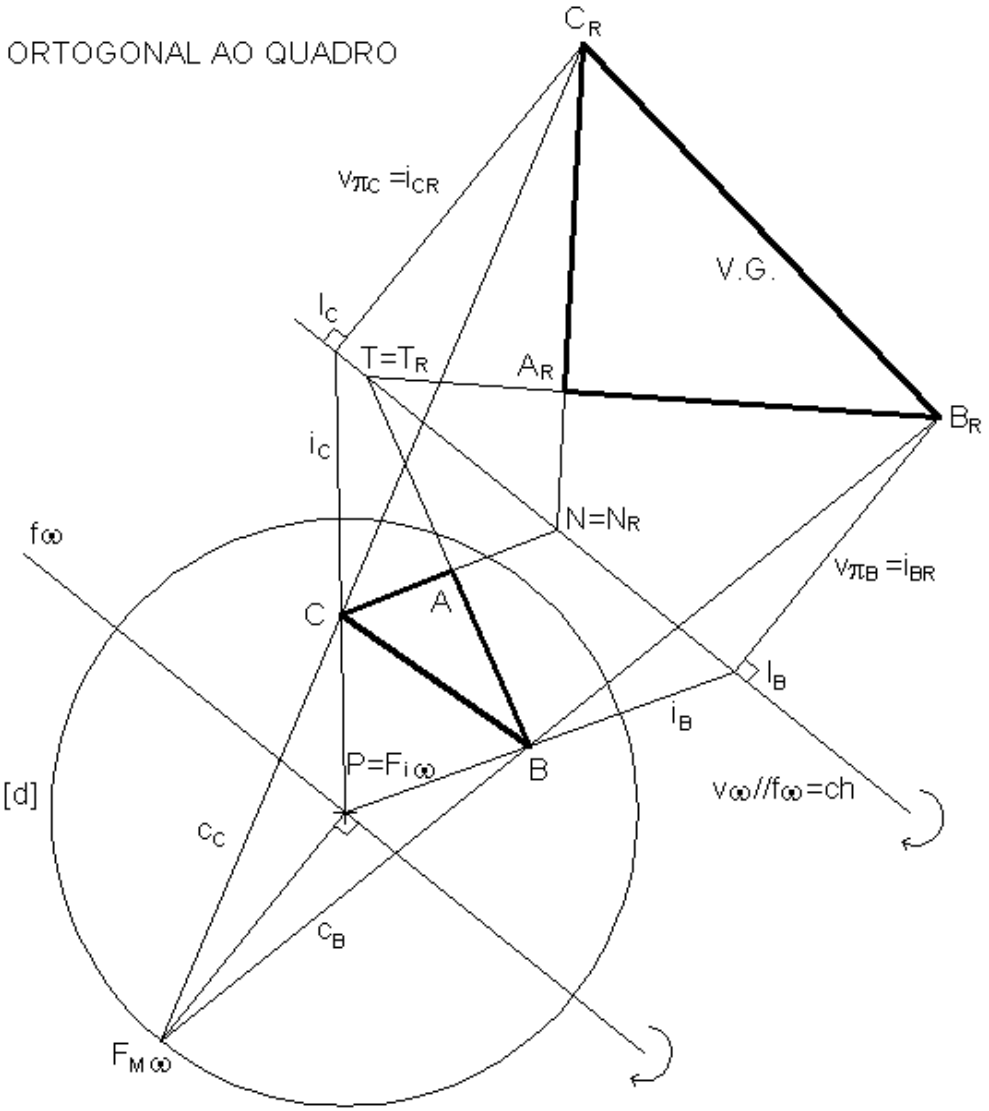
Um ponto A contido num plano ω, ao ser rebatido para o quadro em torno de vω, descreve um arco contido num plano π perpendicular à charneira.

Este plano π intersecta o plano ω segundo uma recta i (recta de maior inclinação de ω) e intersecta o quadro segundo a recta vπ. Pelo rebatimento do plano ω a recta i_R (i rebatida) ficará coincidente com a recta vπ.

O traçado desta operação em perspectiva (não efectuado na figura) implica a determinação do ponto de fuga de medição do rebatimento, o que se consegue conduzindo a recta projectante com a direcção das cordas de arco do rebatimento.



>>PERSPECTIVA LINEAR: O rebatimento de planos ortogonais ao quadro



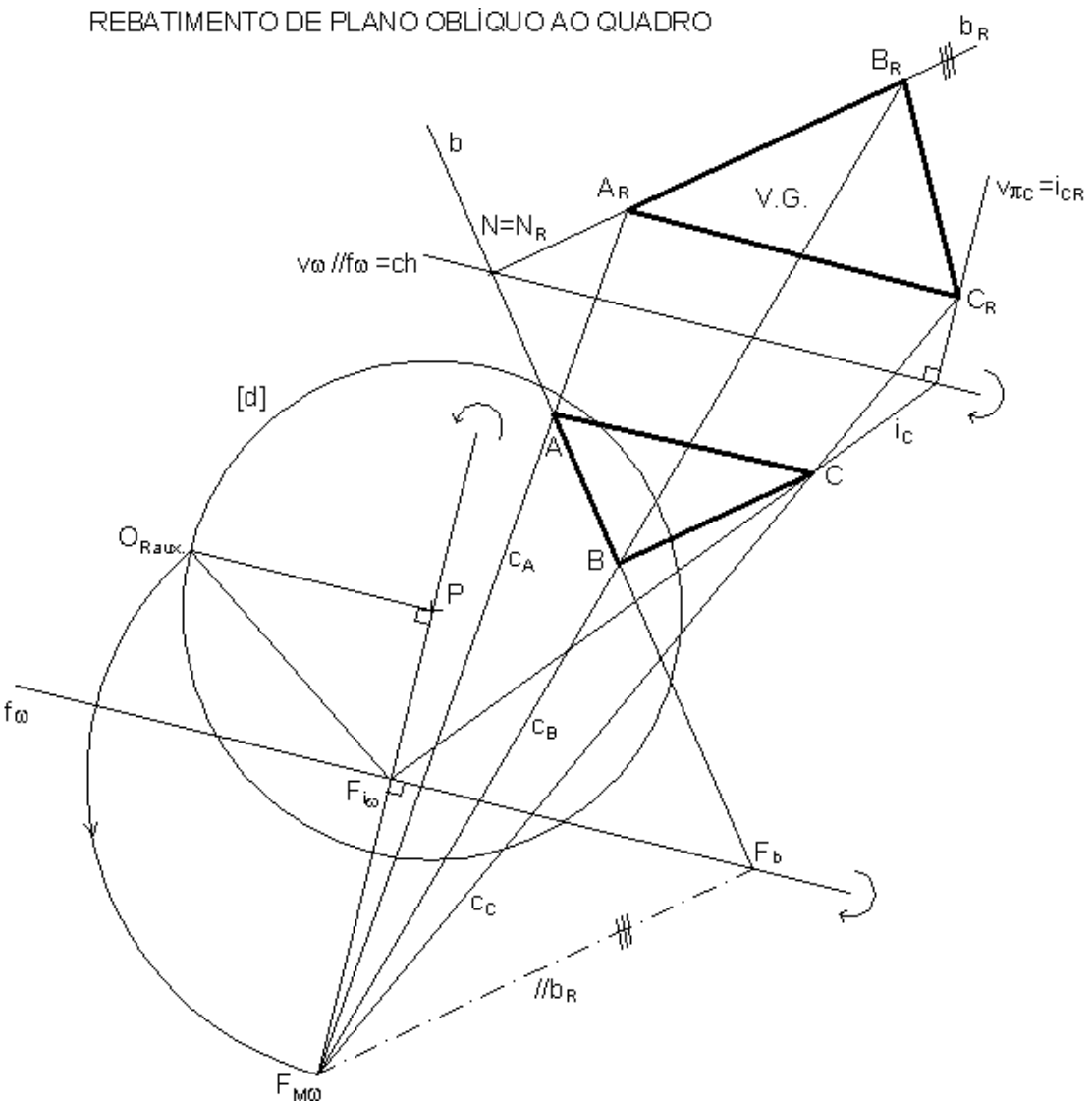
A determinação do ponto de fuga de medição do rebatimento do plano ω, o ponto $F_{M\omega}$, é imediata e encontra-se na intersecção da circunferência de distância inteira com a perpendicular à linha de fuga fω conduzida por P. Note que este ponto não é mais que o observador rebatido para o quadro em torno da linha de fuga fω.

Note que é possível tirar partido dos pontos contidos na charneira do rebatimento. Estes pontos, como é o caso do ponto T e do ponto N, ficam fixos no rebatimento.

>>PERSPECTIVA LINEAR: O rebatimento de planos oblíquos ao quadro

A determinação do ponto de fuga de medição do rebatimento do plano ω, o ponto $F_{M\omega}$ não é mais que a determinação do observador rebatido para o quadro em torno da linha de fuga fω. Este traçado é idêntico ao que já utilizámos para definir pontos de fuga de direcções contidas em orientações conhecidas.

Note que para além de ser possível tirar partido dos pontos contidos na charneira do rebatimento, como é o caso do ponto N, também é possível tirar partido do conhecimento da direcção. Note que a recta b_R é paralela à recta $//b_R$.

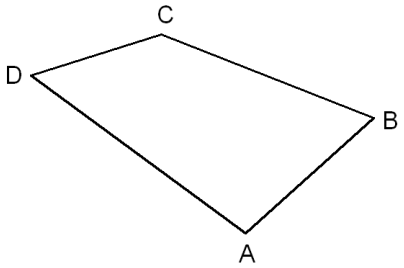


Tópico 09

Perspectiva:
- Restituições perspécticas.
- Estudo dos reflexos.

>>PERSPECTIVA LINEAR: Restituições perspécticas

A ideia subjacente a uma RESTITUIÇÃO PERSPÉCTICA é a da determinação dos parâmetros da perspectiva (distância do observador ao quadro; ponto principal; posição do observador; pontos de fuga; linhas de fuga; relação do objecto com o quadro; etc) em função de informação dada ou conhecida sobre a figura apresentada em perspectiva. De alguma forma trata-se do problema inverso da perspectiva.



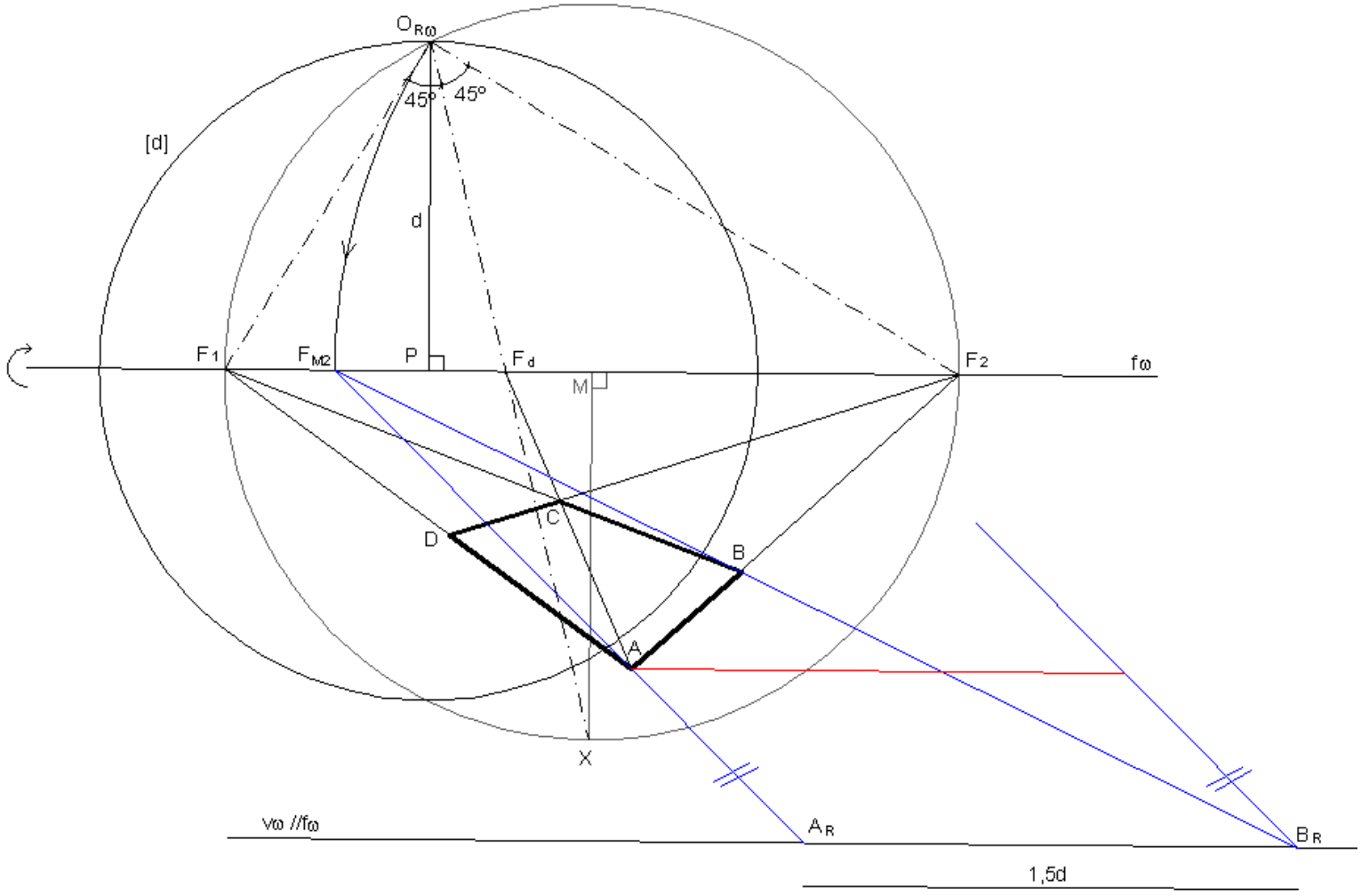
No exemplo seguinte, sabe-se que o quadrilátero da figura seguinte é a perspectiva de um quadrado contido num plano ortogonal ao quadro. Sabe-se ainda que o lado do quadrado mede 1,5 vezes a distância principal.
O problema consiste em determinar a distância do observador ao quadro, e o traço frontal do plano do quadrado.

A resolução do problema (no slide seguinte) passa pela determinação de pontos de fuga e da linha de fuga do plano, o que se faz através do prolongamento dos lados do quadrilátero no desenho e da união dos pontos de concorrência resultantes.

Para a determinação da distância principal, e conhecendo as relações angulares entre lados e diagonais de um quadrado, aplicou-se o princípio da geometria plana segundo o qual um ângulo inscrito numa circunferência é metade do ângulo correspondente ao centro. Esta operação permitiu determinar o observador rebatido e o ponto P, e consequentemente a distância principal d. Note que a linha de fuga passa por P porque o pano da figura é ortogonal ao quadro.

De seguida utilizou-se o ponto de fuga de medição da direcção 2 para posicionar o traço frontal do plano que deverá ser paralelo à linha de fuga previamente determinada.

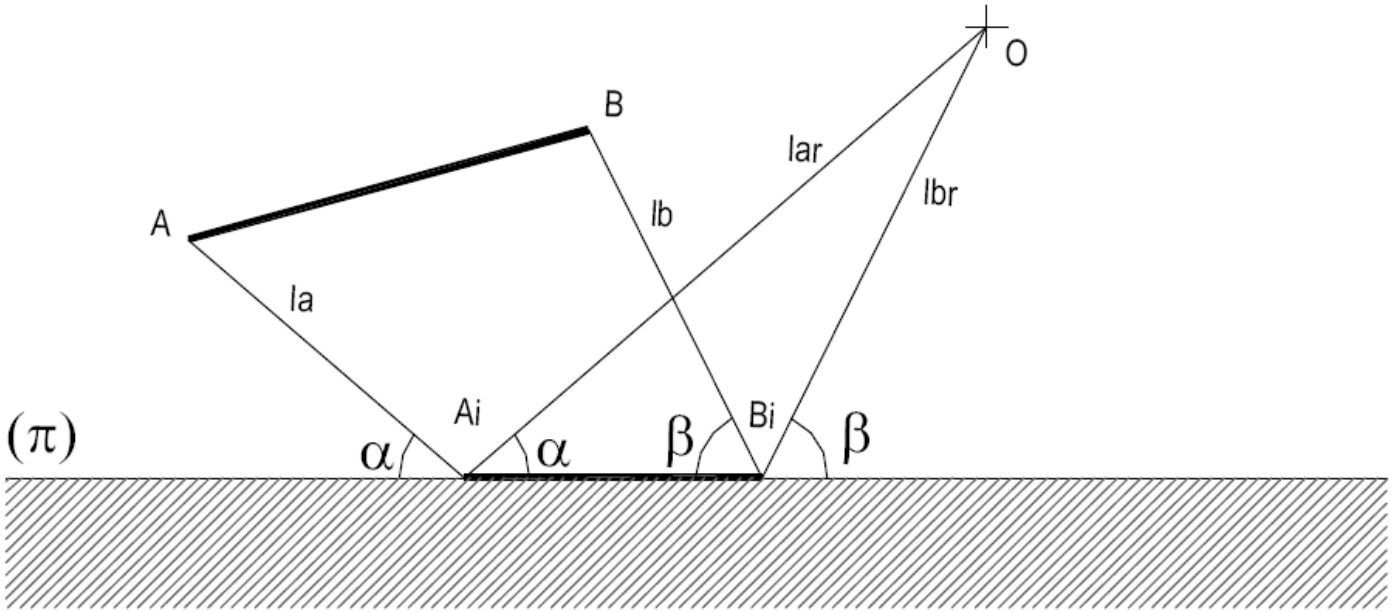
>>PERSPECTIVA LINEAR: Restituições perspécticas



Procure resolver o mesmo exercício sabendo que o plano da figura faz 60º (ascendente) com o quadro.

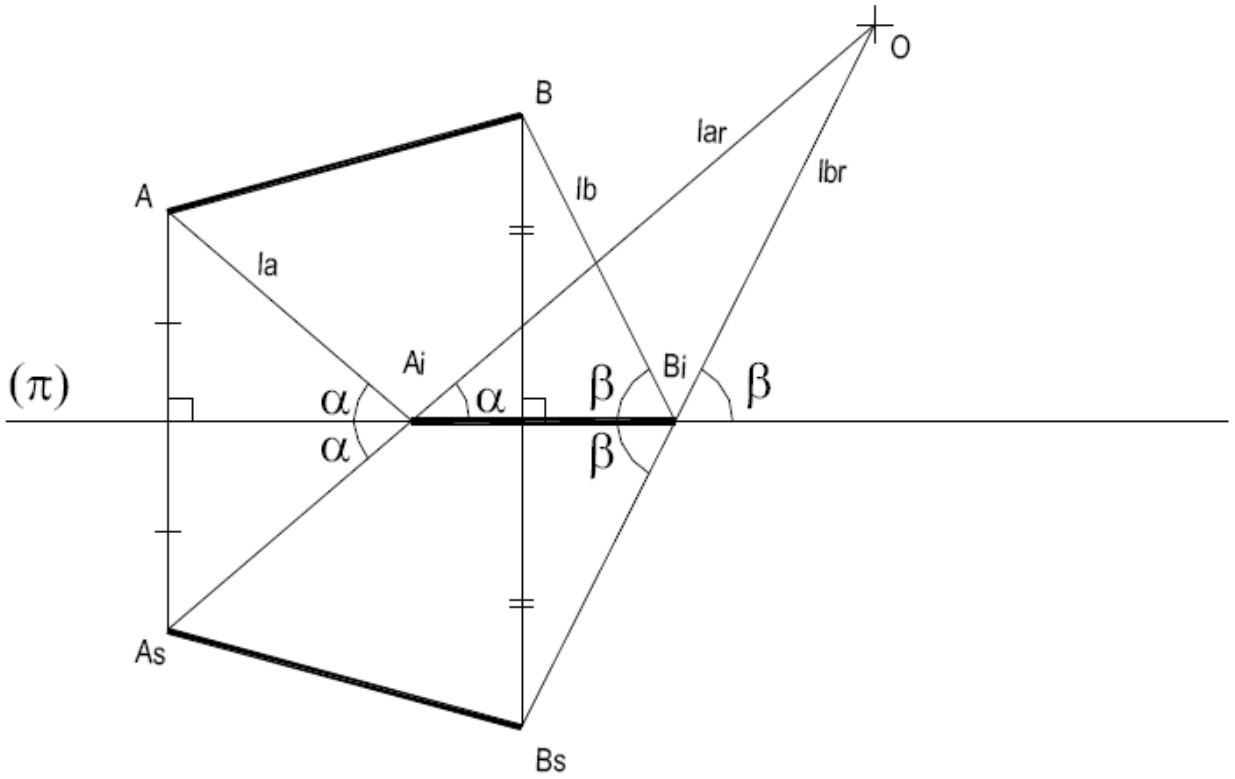
>>PERSPECTIVA : Reflexos

REFLEXO de um objecto é a imagem desse objecto observada, por um Observador (O) numa superfície reflectora (π). Essa imagem resulta da reflexão, por parte da superfície, dos raios de luz que emanam do objecto. Pela lei da reflexão, a luz é reflectida com ângulo igual ao ângulo de incidência.



>>PERSPECTIVA / AXONOMETRIA: Reflexos

Se a superfície reflectora for PLANA então, os raios de luz reflectida coincidem com os raios de luz que emanam de um objecto simétrico do primeiro relativamente à superfície reflectora (fora esta transparente).

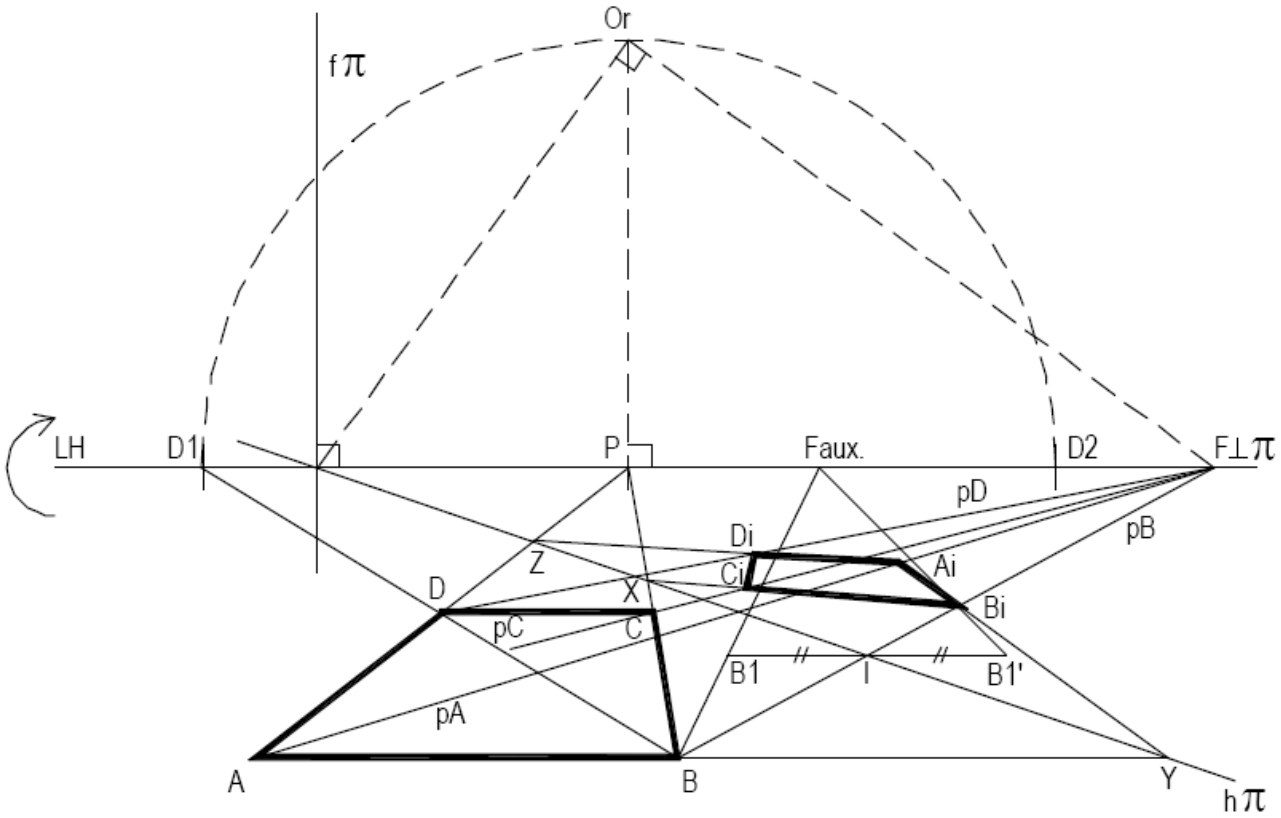


Na prática, em perspectiva (e não só), determinar o reflexo de um objecto, produzido por um espelho plano, consiste em determinar o objecto simétrico relativamente ao plano do espelho. A sua perspectiva coincide com a perspectiva do reflexo.

Sigamos o seguinte exemplo:

>>PERSPECTIVA / AXONOMETRIA: Reflexos

Neste exemplo pretende-se a determinação do reflexo, do quadrado [ABCD] contido no geometral, produzido pelo espelho vertical π.



>>PERSPECTIVA: Reflexos

Como determinar o reflexo do quadrado consiste, na prática, em determinar um quadrado simétrico do quadrado dado, relativamente ao plano do espelho vamos:
a) conduzir, por cada vértice do quadrado, rectas perpendiculares ao espelho.
b) determinar a intersecção das rectas com o espelho, isto é, determinar os segmentos que medem a distância dos vértices ao plano do espelho.
c) determinar os pontos simétricos dos vértices do quadrado, sobre as perpendiculares ao espelho previamente conduzidas.

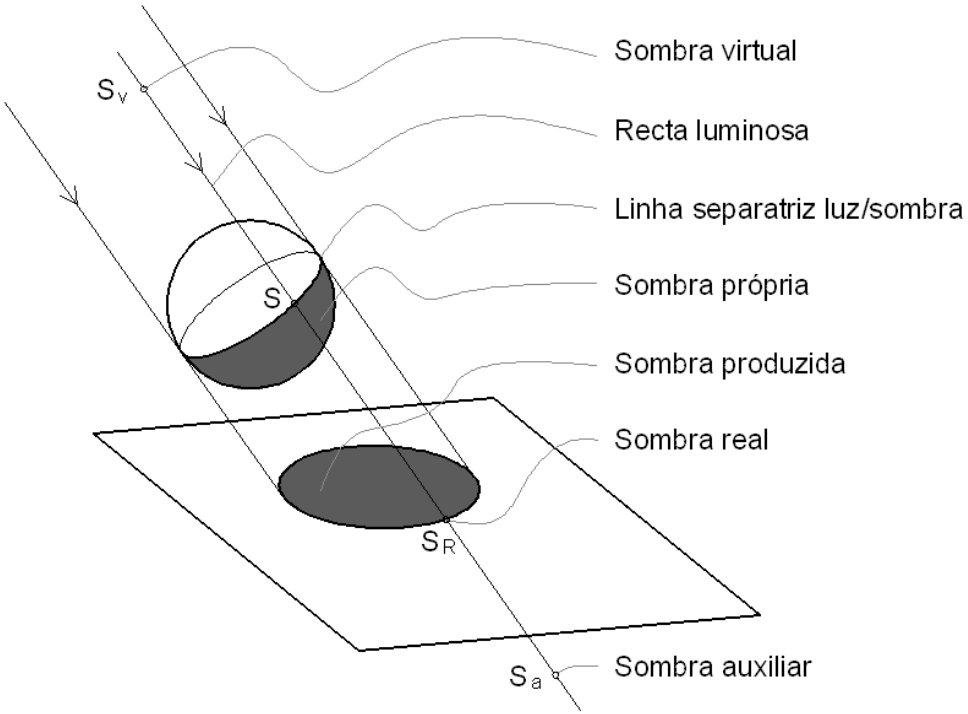
No caso concreto, começamos por determinar o ponto F⊥π (ponto de fuga das rectas perpendiculares ao espelho; note-se que sendo π vertical, as rectas perpendiculares a π são horizontais).
De seguida conduzimos por B a recta pB (perpendicular ao espelho) e determinamos o ponto I (ponto de intersecção de pB com π; note-se que I pertence a hπ apenas porque B e pB pertencem ao geometral).
Para duplicar a distância AI (note-se que esta operação não pode ser efectuada directamente dado que AI não é paralelo ao quadro) conduzimos por I uma recta fronto-horizontal na qual projectamos (com uma direcção auxiliar de nível qualquer; neste caso é obrigatório considerar uma direcção de nível dado ser uma operação que se efectua no geometral) o ponto B, determinando B1. Sobre a recta determinamos B1', simétrico de B1 relativamente a I e, com a mesma direcção com que efectuamos a projecção de B, determinando B1, projectamos agora B1' sobre pB determinando B1. Note-se que, por serem semelhantes os triângulos [BB1I] e [B1'B1I] e por serem iguais B1I e IB1', são também iguais BI e IB1, logo B1 é o simétrico de B relativamente a π.

Para os restantes pontos, conduzimos as rectas perpendiculares ao plano do espelho.
Mas vamos agora notar que um ponto que pertence ao espelho tem reflexo coincidente consigo próprio.
Consideramos a recta BC e o seu ponto X, de intersecção com π. A recta simétrica de BC passa por X e por B1.
Na intersecção desta recta com pC determinamos C1.
Consideramos a recta AB e o seu ponto Y, de intersecção com π. A recta simétrica de AC passa por Y e por B1.
Na intersecção desta recta com pA determinamos A1.
Consideramos a recta AD e o seu ponto Z, de intersecção com π. A recta simétrica de AD passa por Z e por A1.
Na intersecção desta recta com pD determinamos D1.

Tópico 10

Axonometria e perspectiva:
- Estudo das sombras.

>>PERSPECTIVA: Estudo das sombras

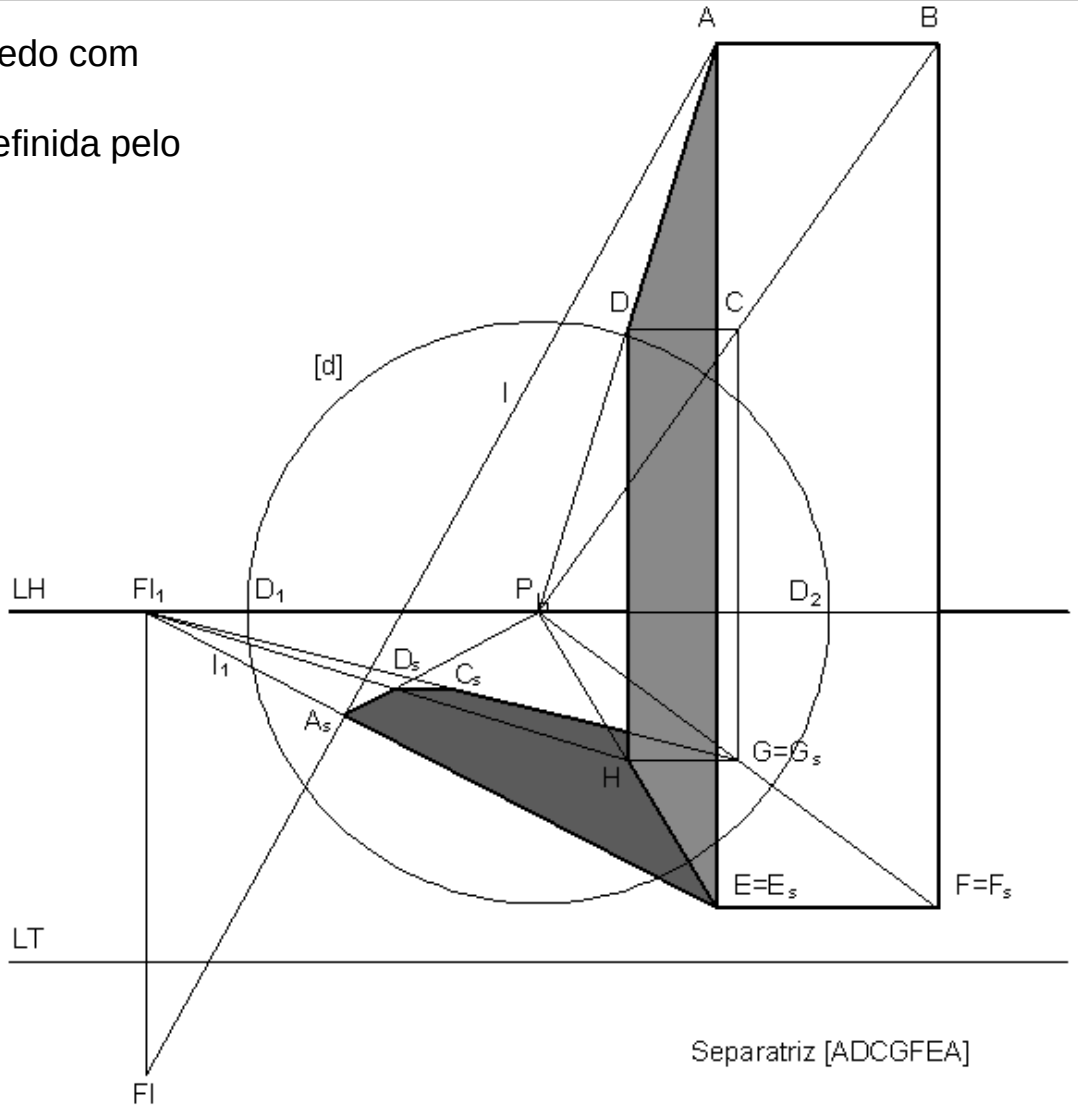


Se o objecto produzir sombra sobre si próprio acresce ainda a SOMBRA AUTO-PRODUZIDA.
O foco luminoso pode ser próprio ou impróprio. Se for impróprio todas as rectas luminosas são paralelas entre si e fala-se de direcção luminosa.

Embora este tópico incida sobre a perspectiva e a axonometria, ilustraremos o estudo das sombras apenas com alguns exemplos em perspectiva, a comentar na aula, deixando para as aulas práticas a resolução de exercícios relativos à axonometria.

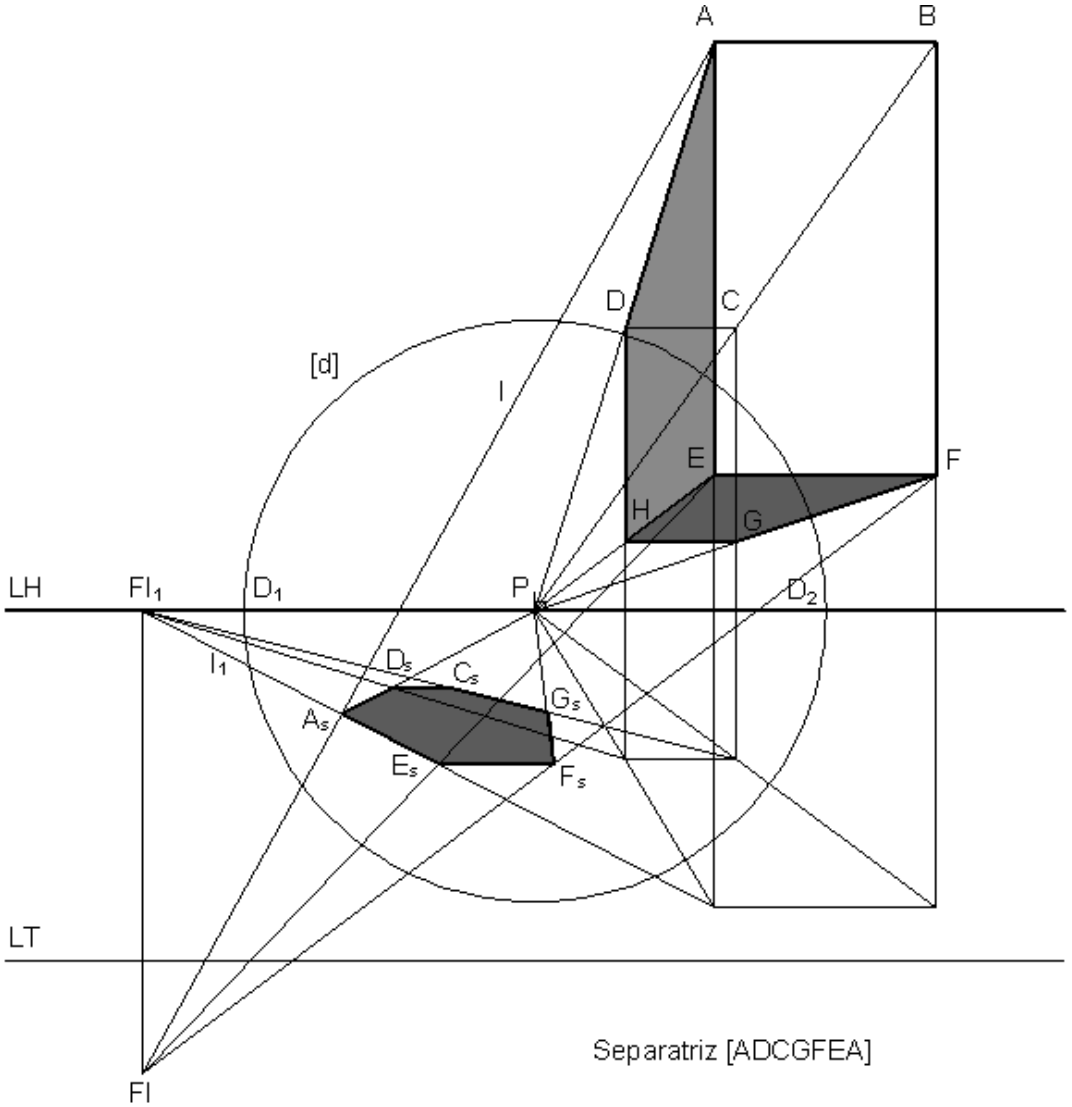
>>PERSPECTIVA: Estudo das sombras

Sombra de um paralelepípedo com base no geometral.
A direcção luminosa fica definida pelo ponto de fuga Fl.



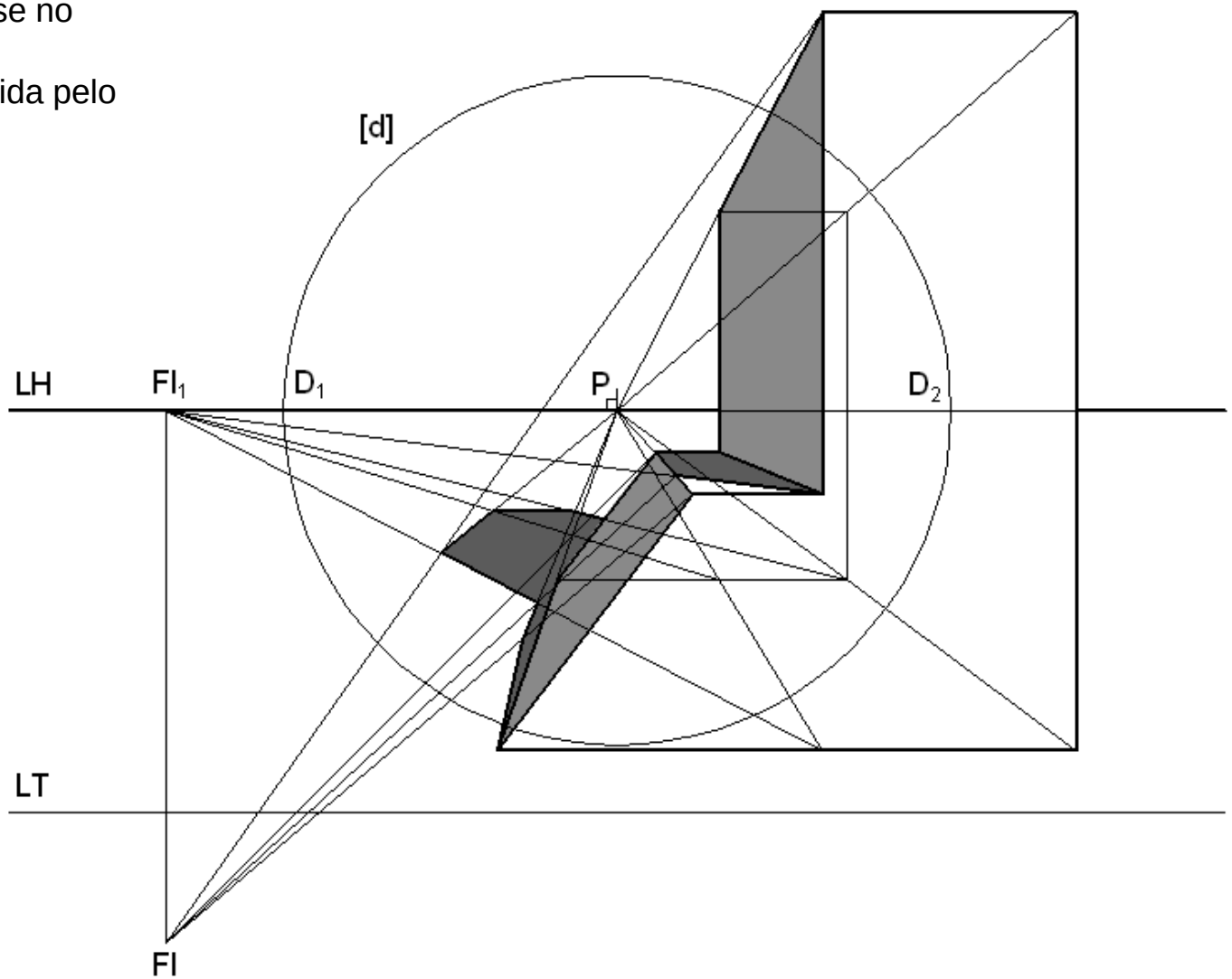
>>PERSPECTIVA: Estudo das sombras

Sombra de um paralelepípedo com base paralela ao geometral.
A direcção luminosa fica definida pelo ponto de fuga Fl.

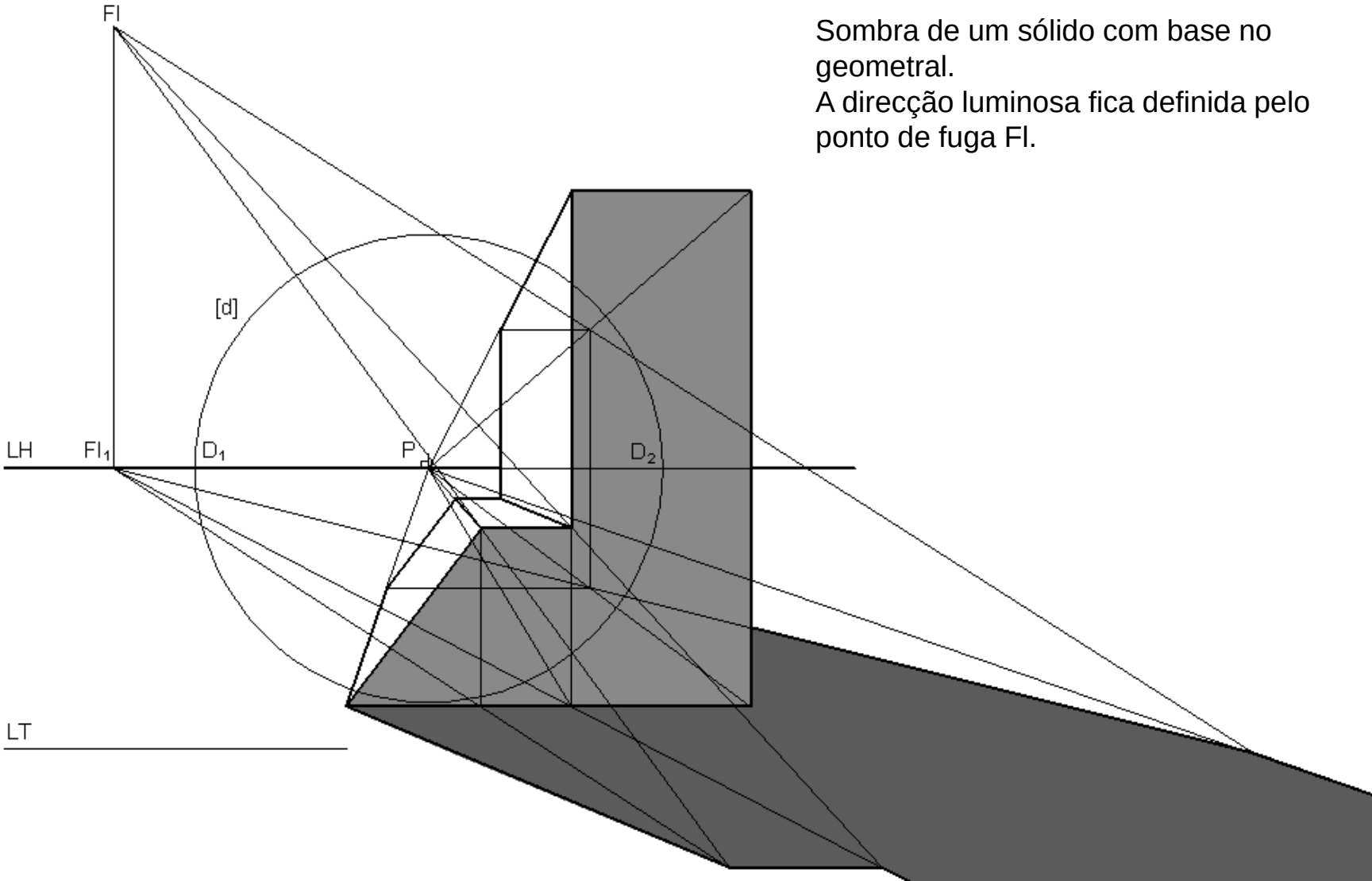


>>PERSPECTIVA: Estudo das sombras

Sombra de um sólido com base no geometral.
A direcção luminosa fica definida pelo ponto de fuga Fl.



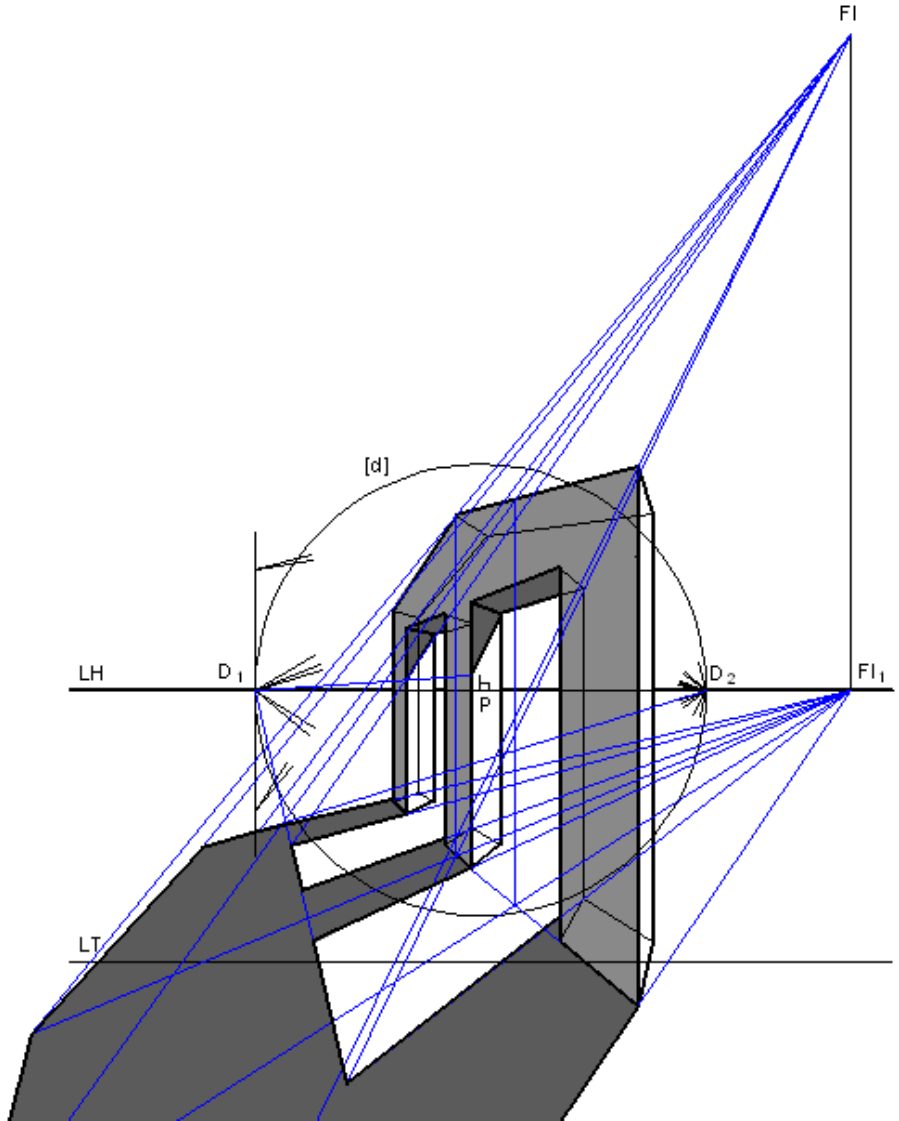
>>PERSPECTIVA: Estudo das sombras



Sombra de um sólido com base no geometral.
A direcção luminosa fica definida pelo ponto de fuga Fl.

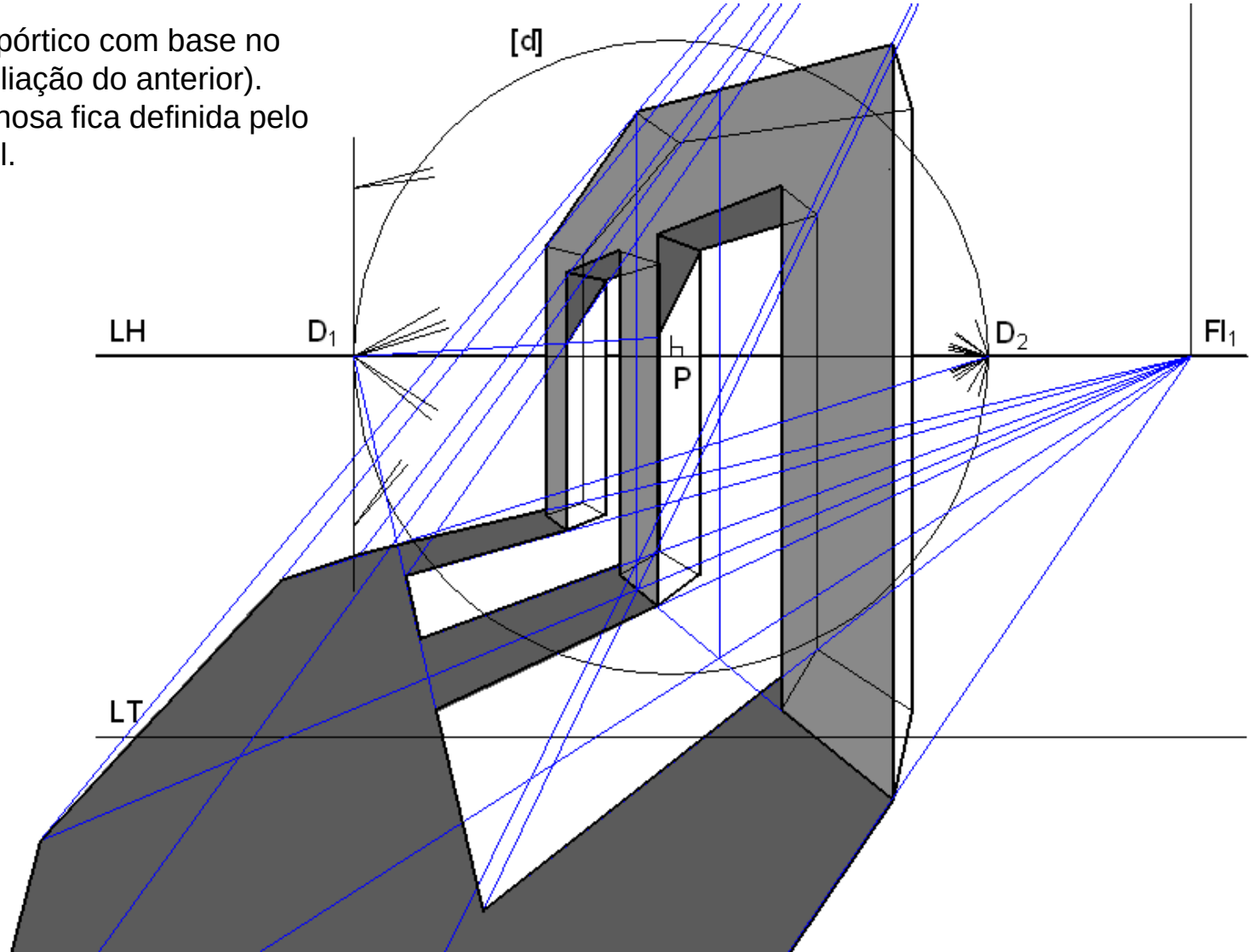
>>PERSPECTIVA: Estudo das sombras

Sombra de um pórtico com base no geometral.
A direcção luminosa fica definida pelo ponto de fuga Fl.



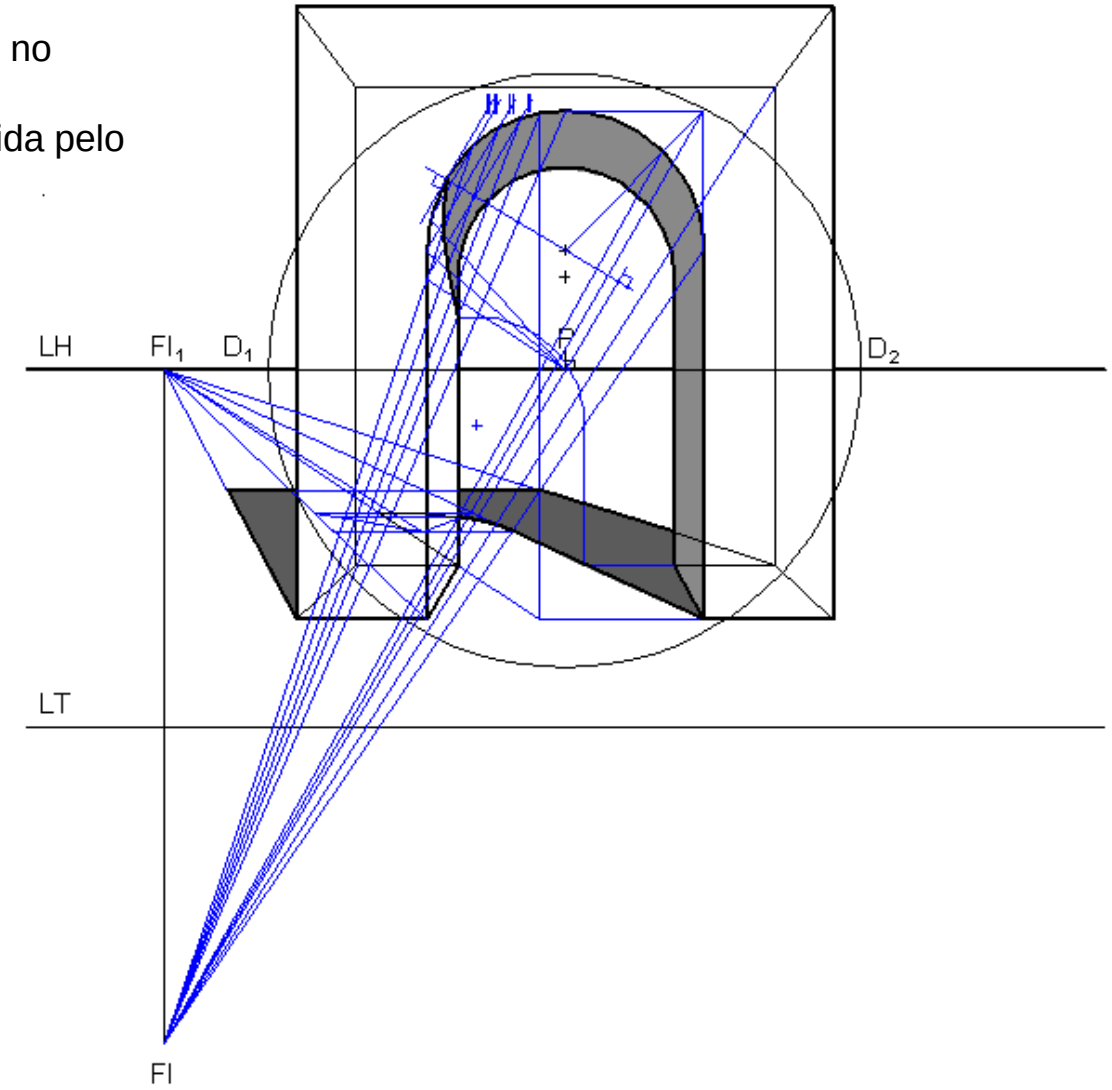
>>PERSPECTIVA: Estudo das sombras

Sombra de um pórtico com base no geometral (ampliação do anterior).
A direcção luminosa fica definida pelo ponto de fuga Fl.



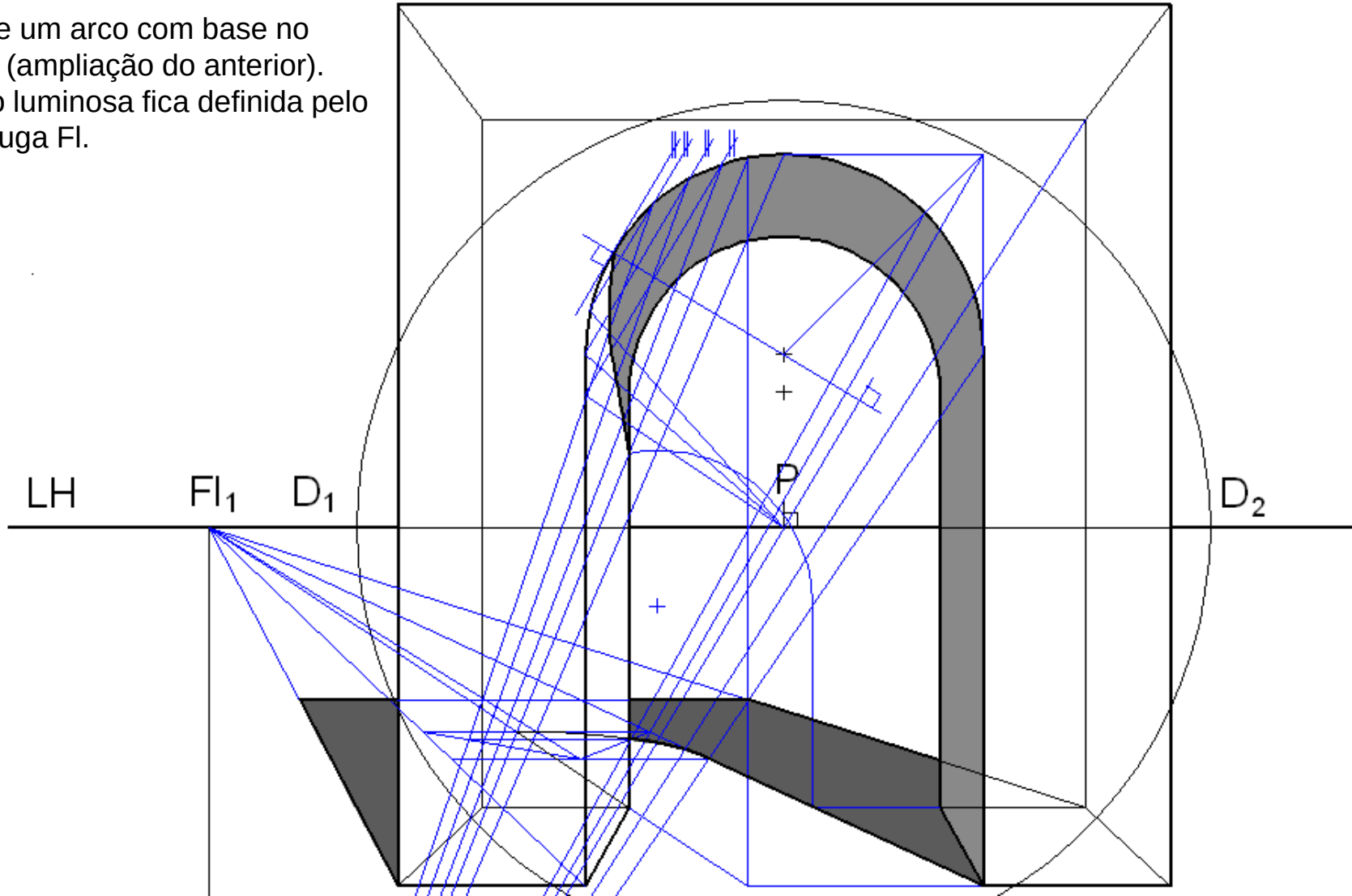
>>PERSPECTIVA: Estudo das sombras

Sombra de um arco com base no geometral.
A direcção luminosa fica definida pelo ponto de fuga Fl.



>>PERSPECTIVA: Estudo das sombras

Sombra de um arco com base no geometral (ampliação do anterior).
A direcção luminosa fica definida pelo ponto de fuga Fl.



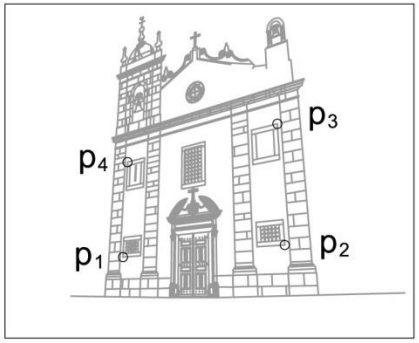
Tópico extra

- Noções gerais sobre fotogrametria (a rectificação e a triangulação fotogramétrica)

>>FOTOGRAMETRIA: Rectificação de imagens (extra programa)

Por vezes este tipo de problemas pode colocar-se sobre imagens fotográficas. Com alguns limites, também é possível utilizar os princípios da geometria descritiva para efectuar traçados sobre as imagens fotográficas.
Contudo há operações analíticas, hoje implementadas através de aplicações de *software* variadas, que tornam mais prática a utilização das imagens de PERSPECTIVA fotográficas com vista à obtenção de medidas sobre os objectos.
Uma dessas operações designa-se por RECTIFICAÇÃO FOTOGRÁFICA e consiste em aplicar uma TRANSFORMAÇÃO PROJECTIVA à imagem de um plano de um objecto fotografado de modo a restituir as suas proporções e dimensões. Esta operação necessita de 4 pontos de controlo.

(Embora esta operação seja normalmente efectuada sobre imagens, utilizou-se um desenho para ilustrar o princípio.)



SITUAÇÃO INICIAL

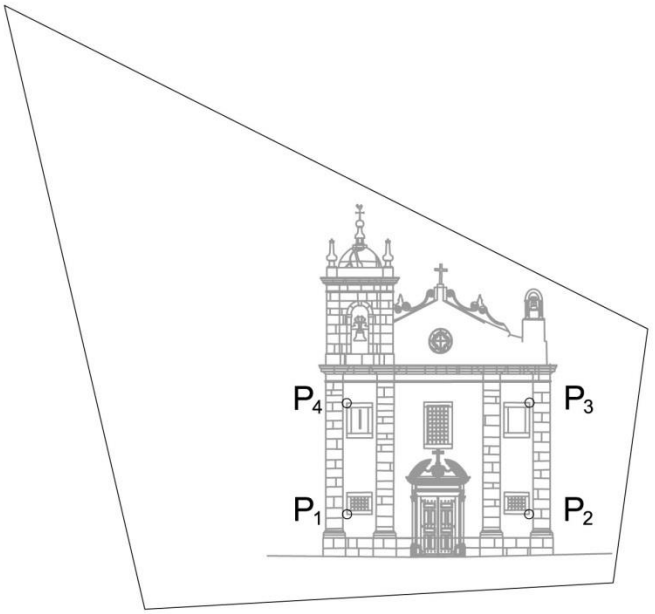


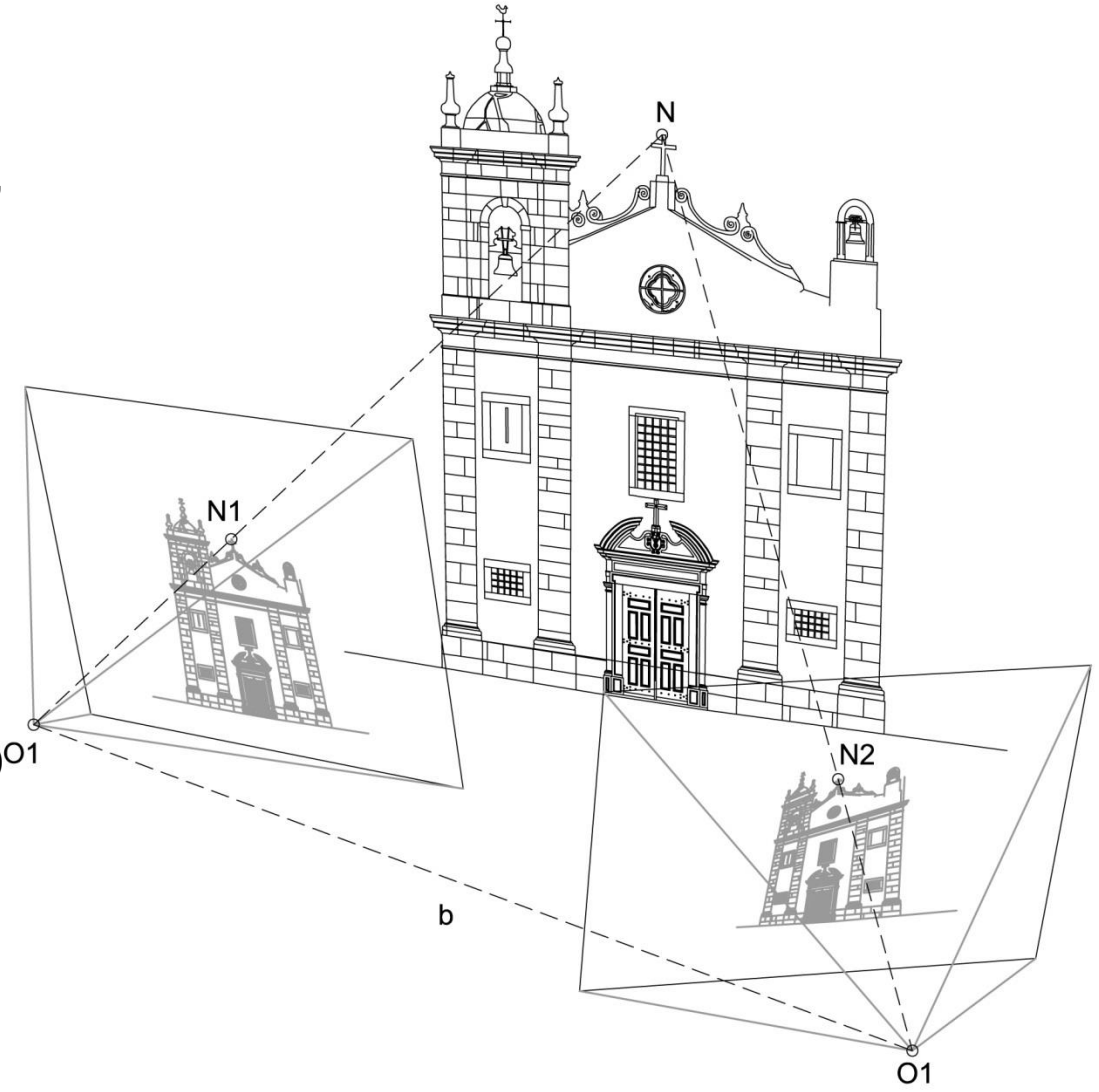
IMAGEM RECTIFICADA

>>FOTOGRAMETRIA: Triangulação fotogramétrica (extra programa)

Outra situação consiste em dispor de múltiplas imagens de um mesmo objecto obtidas de pontos de vista distintos. Essas imagens, devidamente ORIENTADAS, isto é, posicionadas correctamente umas relativamente às outras, permitem a RECONSTRUÇÃO TRIDIMNSIONAL de um modelo do objecto fotografado.

Esta reconstrução aplica o princípio da TRIANGULAÇÃO FOTOGRAMÉTRICA em que um ponto N do modelo do objecto é determinado pela intersecção das rectas projectantes homólogas relativas à imagem daquele ponto. Forma-se assim um triângulo definido pelos dois CENTROS DE PROJECÇÃO (observadores da perspectiva) e pelo ponto modelo objecto.

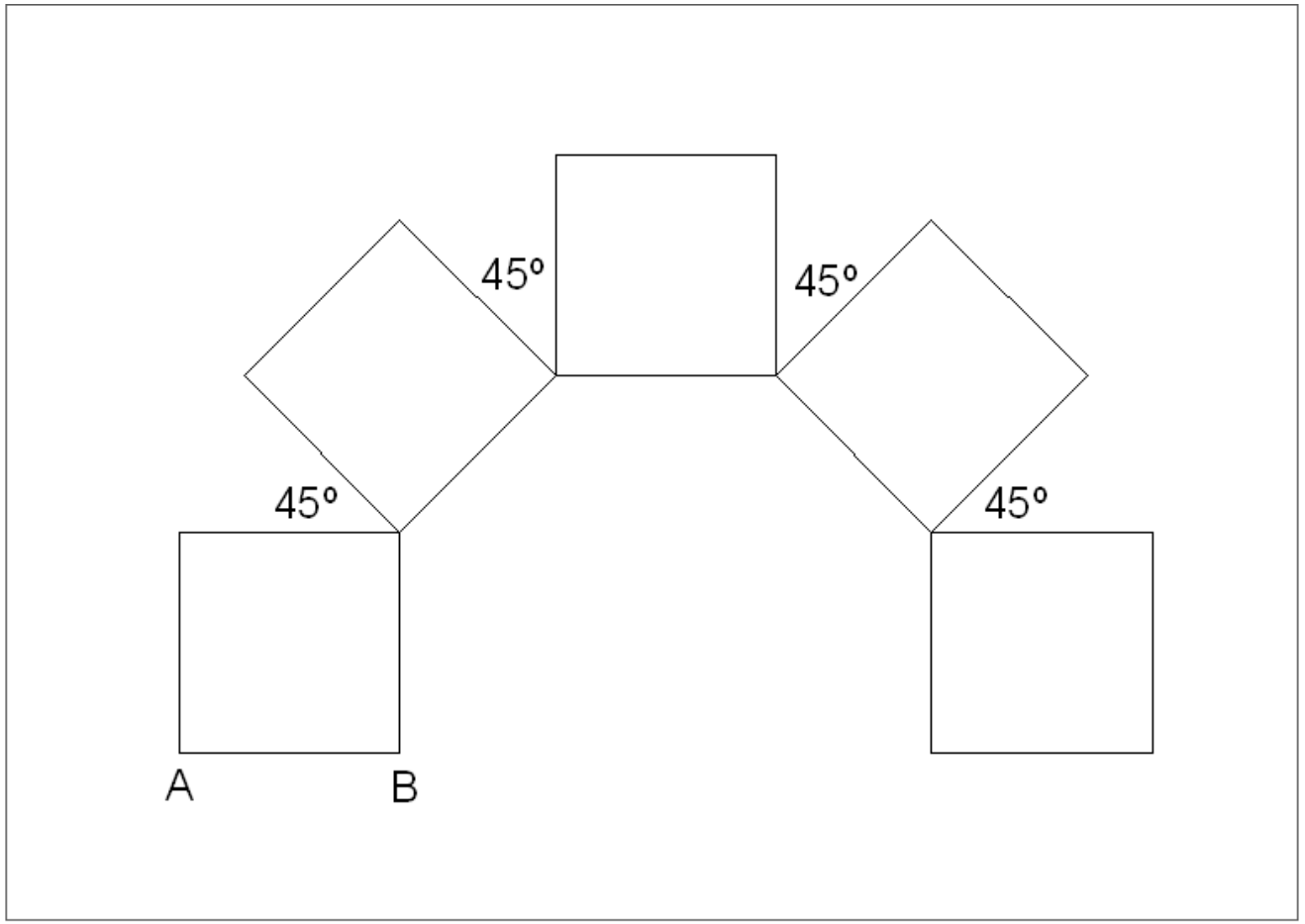
(Embora esta operação seja normalmente efectuada sobre imagens, utilizou-se um desenho para ilustrar o princípio.)



EXERCÍCIOS

>> EXERCÍCIOS

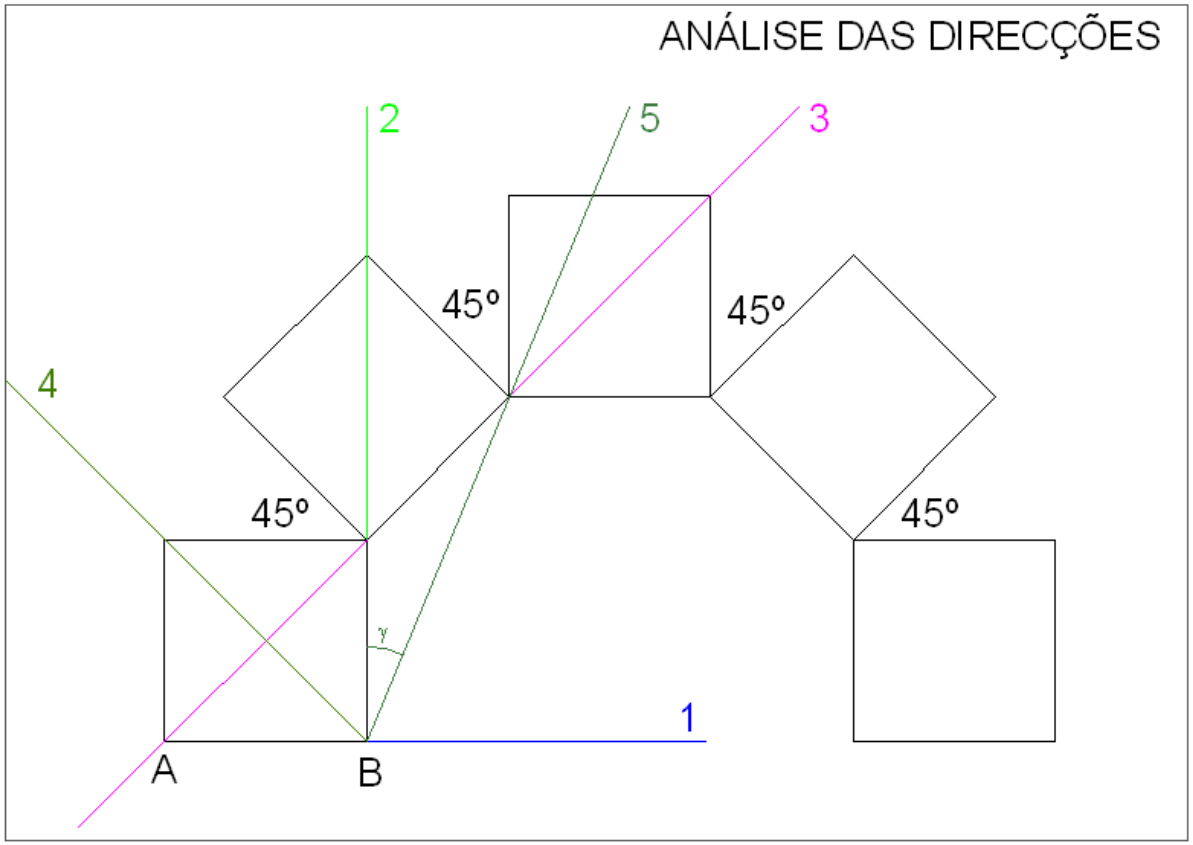
Considere a figura seguinte composta por quadrados rodados a 45º uns relativamente aos outros. Note os pontos de referência A e B.



>> EXERCÍCIOS

A figura anterior será considerada como projecção de cubos ou de prismas regulares (com altura dupla da largura da base) a representar em perspectiva.

O primeiro passo dessa representação é o entendimento da relação entre as direcções que podem ser encontradas na figura. O desenho seguinte traduz essa análise.



>> EXERCÍCIOS

1º Problema.

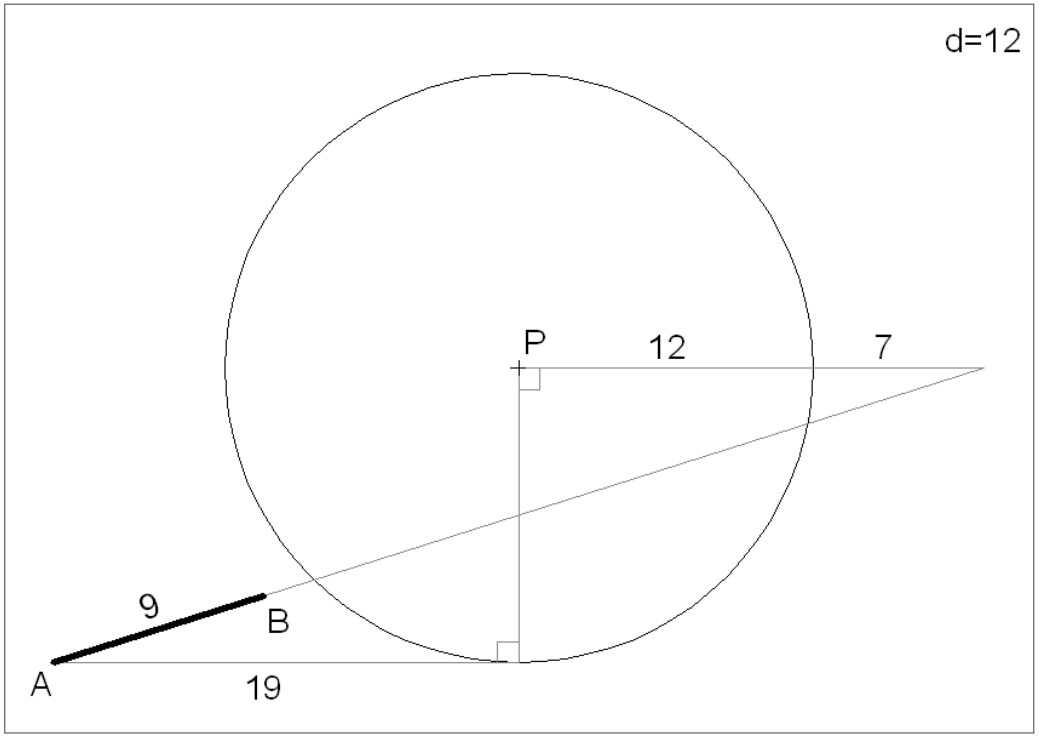
Transponha os dados da figura seguinte para uma folha A3 ao baixo. A unidade é o cm. As medidas servem para transpor os dados para a folha A3.

O segmento [AB] é a perspectiva dos pontos de referência A e B atrás mencionados.

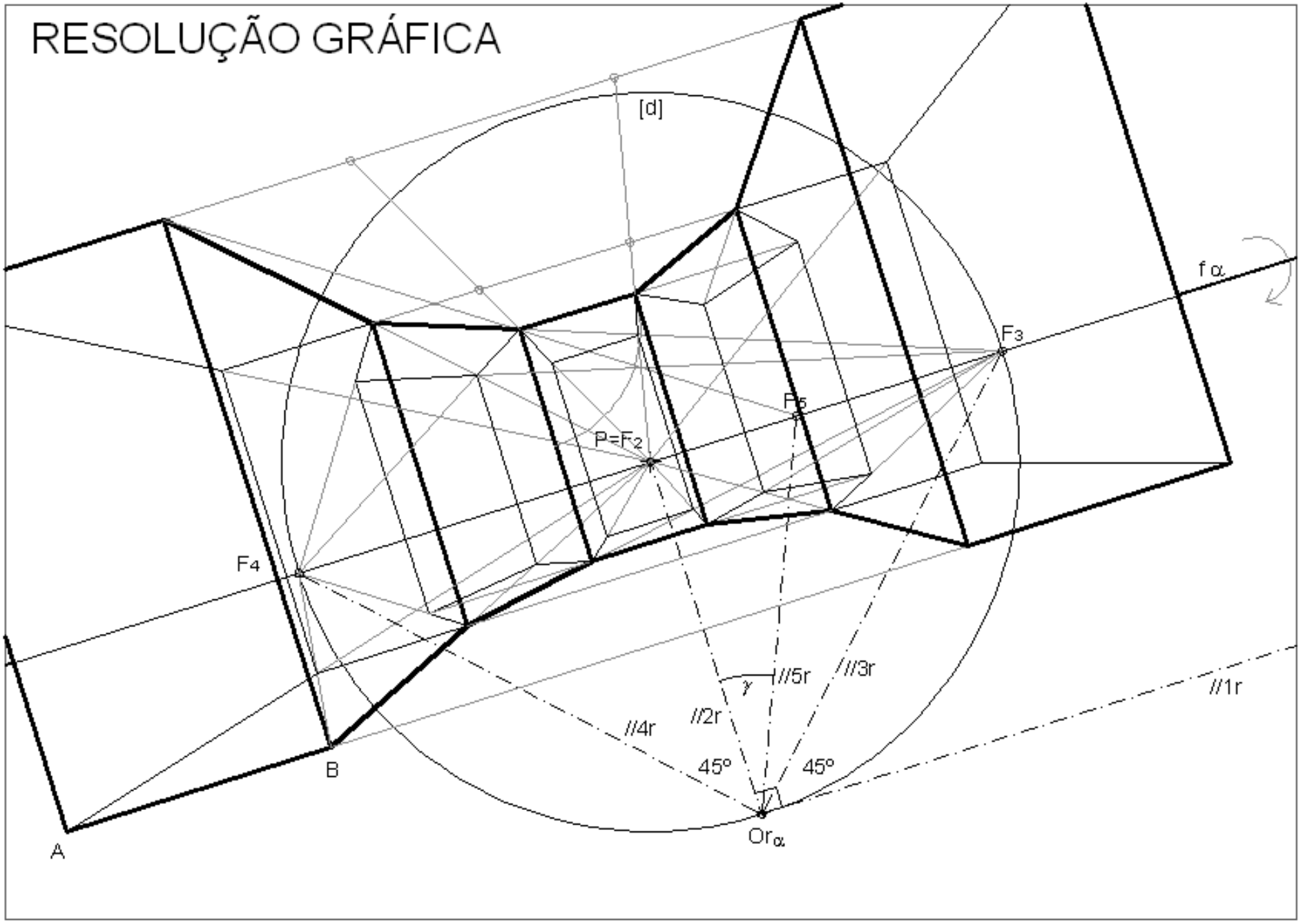
O segmento [AB] é a perspectiva de um segmento paralelo ao quadro. E os quadrados são bases de prismas orientadas ortogonalmente ao quadro.

A altura dos prismas é o dobro da largura da base.

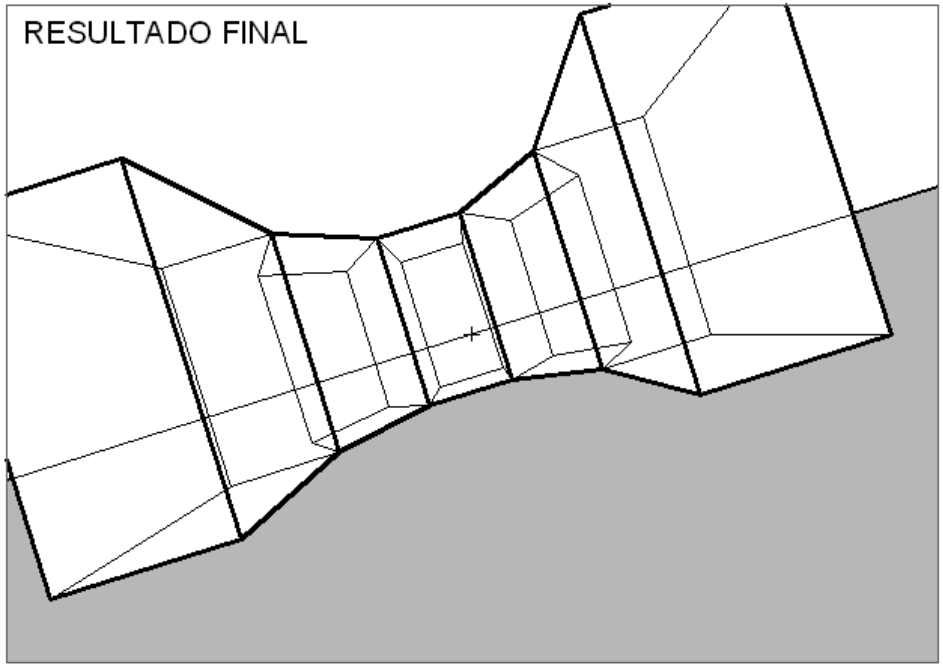
Represente a perspectiva dos prismas considerando a distância principal igual a 12cm e o ponto P ao centro da folha.

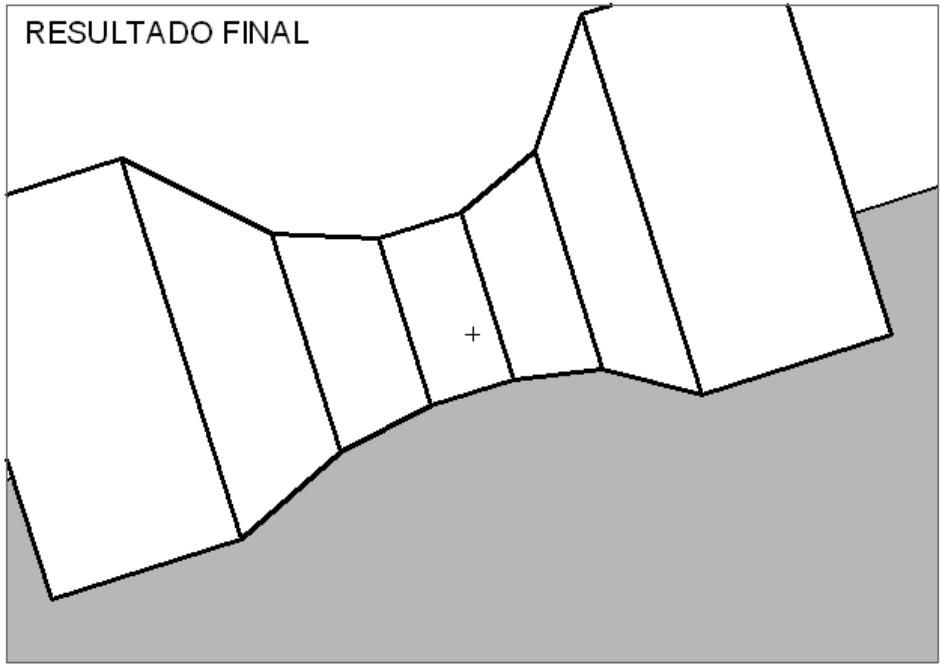


RESOLUÇÃO GRÁFICA



>> EXERCÍCIOS





>> EXERCÍCIOS

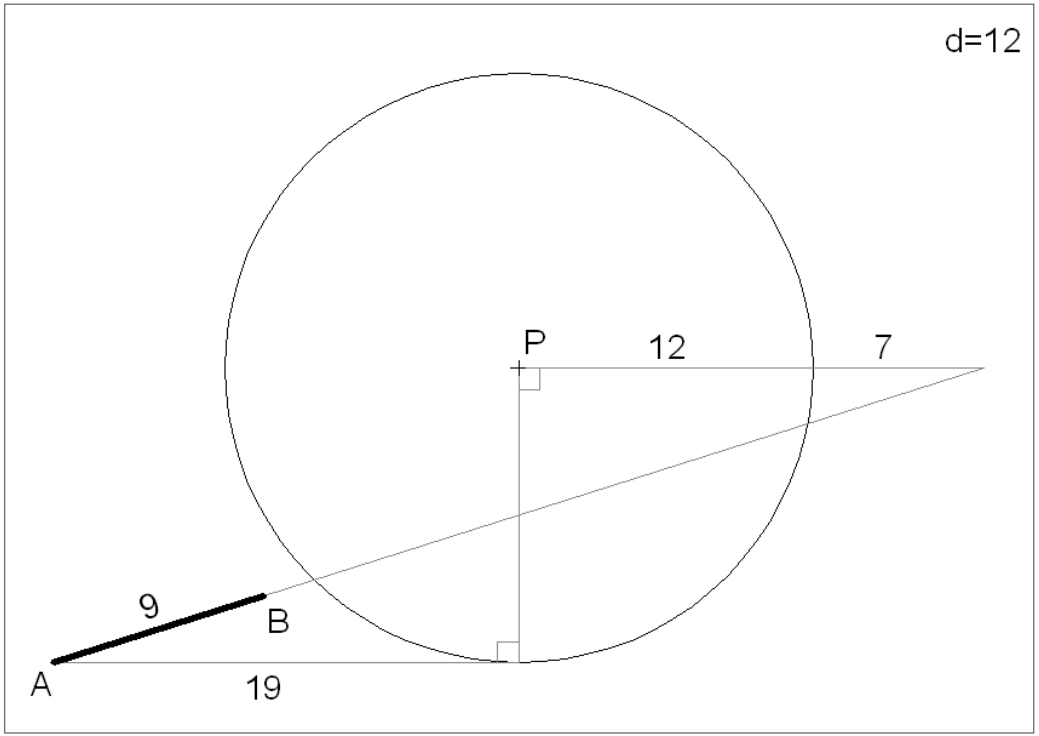
2º Problema.

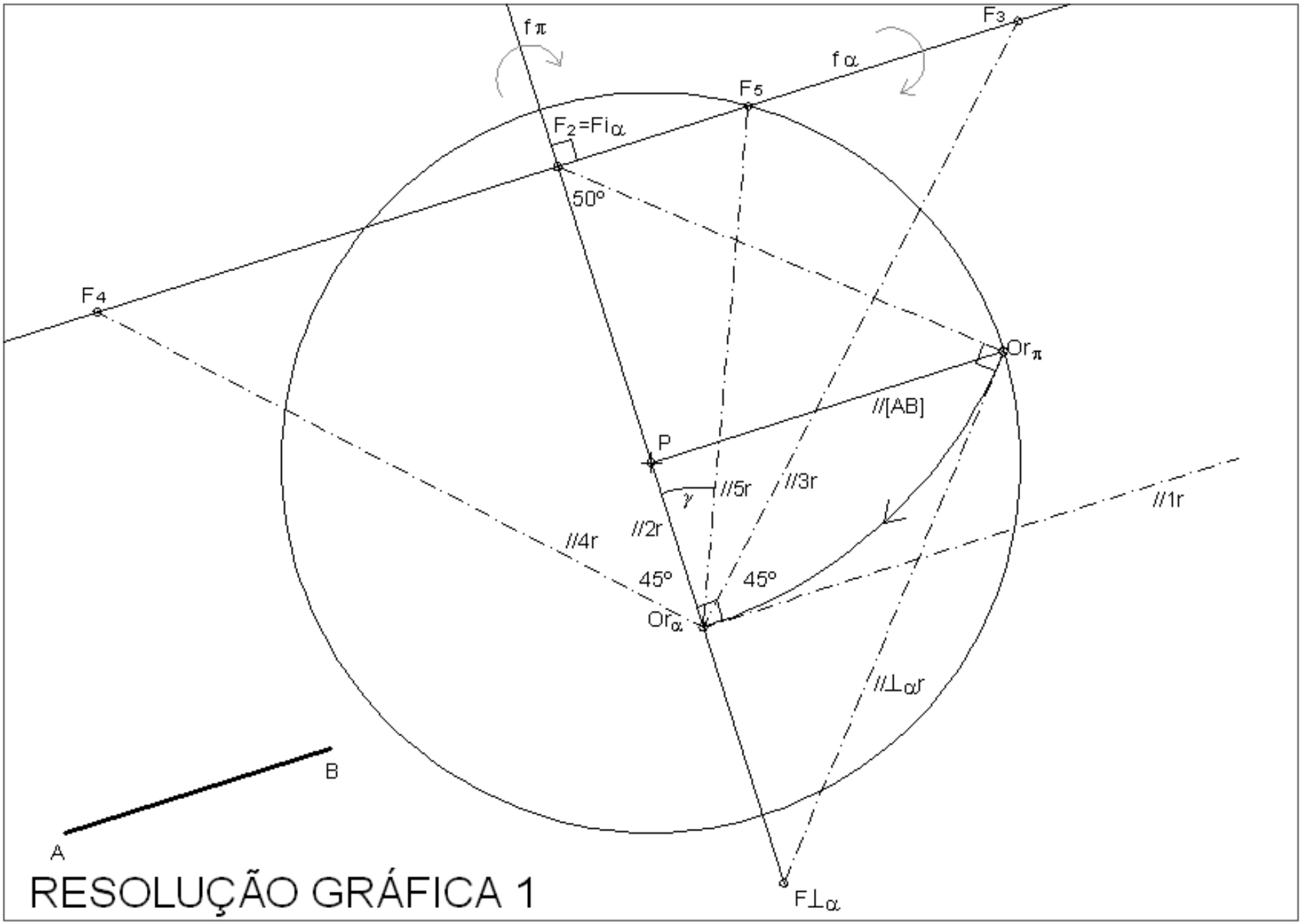
Transponha os dados da figura seguinte para uma folha A3 ao baixo. A unidade é o cm. As medidas servem para transpor os dados para a folha A3.

O segmento [AB] é a perspectiva dos pontos de referência A e B atrás mencionados.

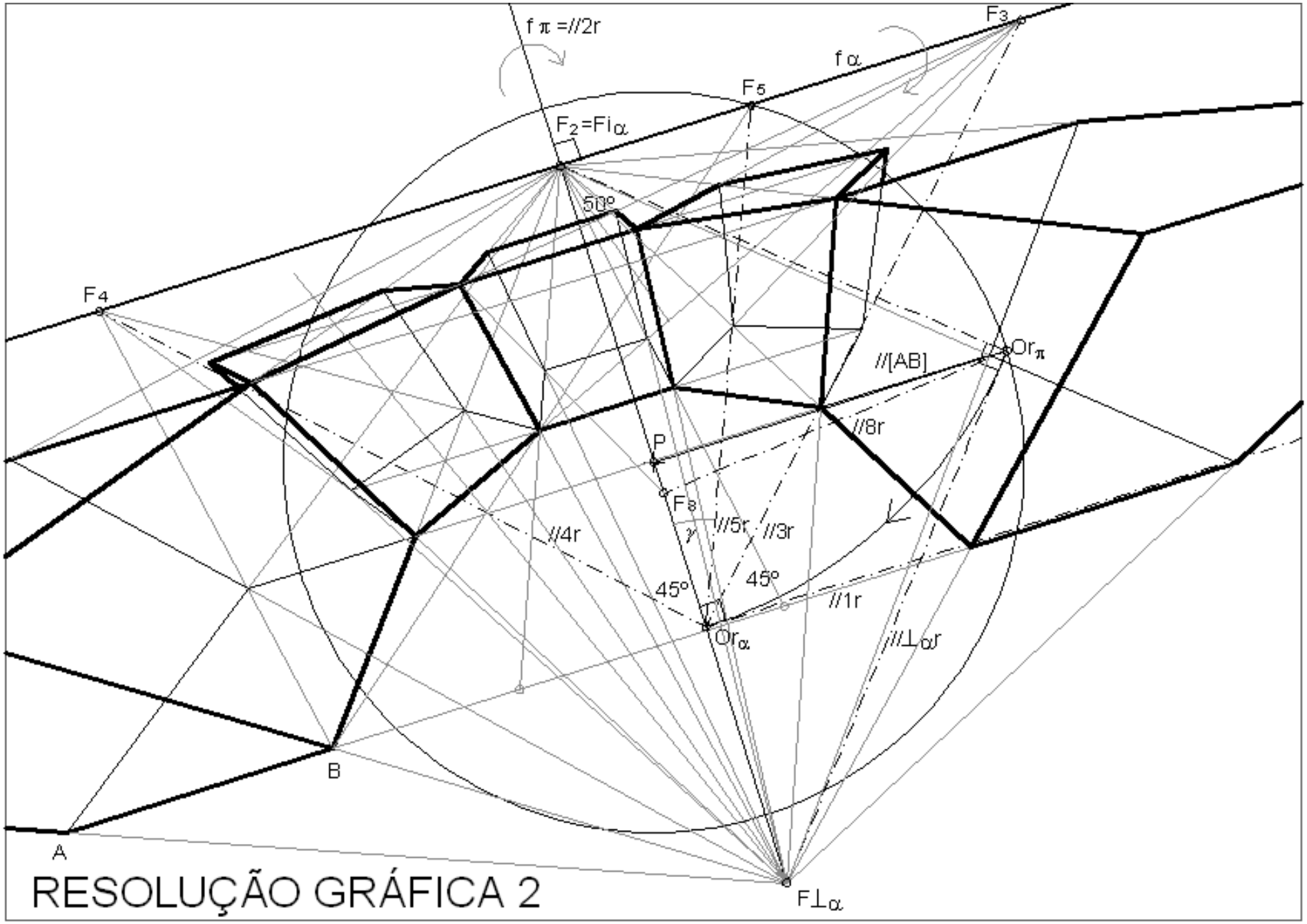
O segmento [AB] é a perspectiva de um segmento paralelo ao quadro. E os quadrados são bases de cubos orientadas a 50º (ascendente) com o quadro..

Represente a perspectiva dos cubos considerando a distância principal igual a 12cm e o ponto P ao centro da folha.



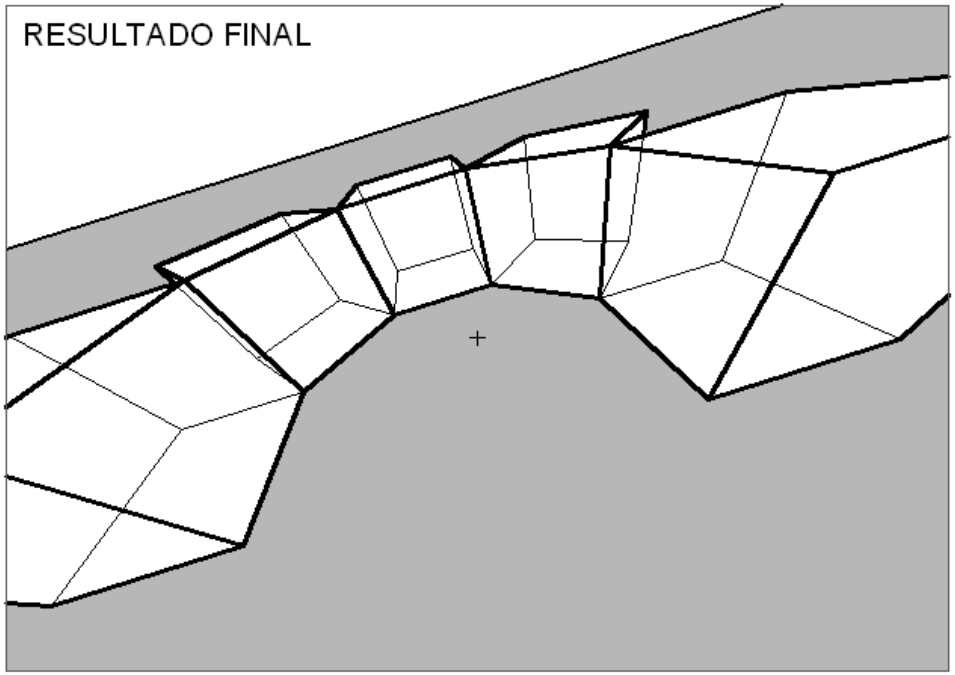


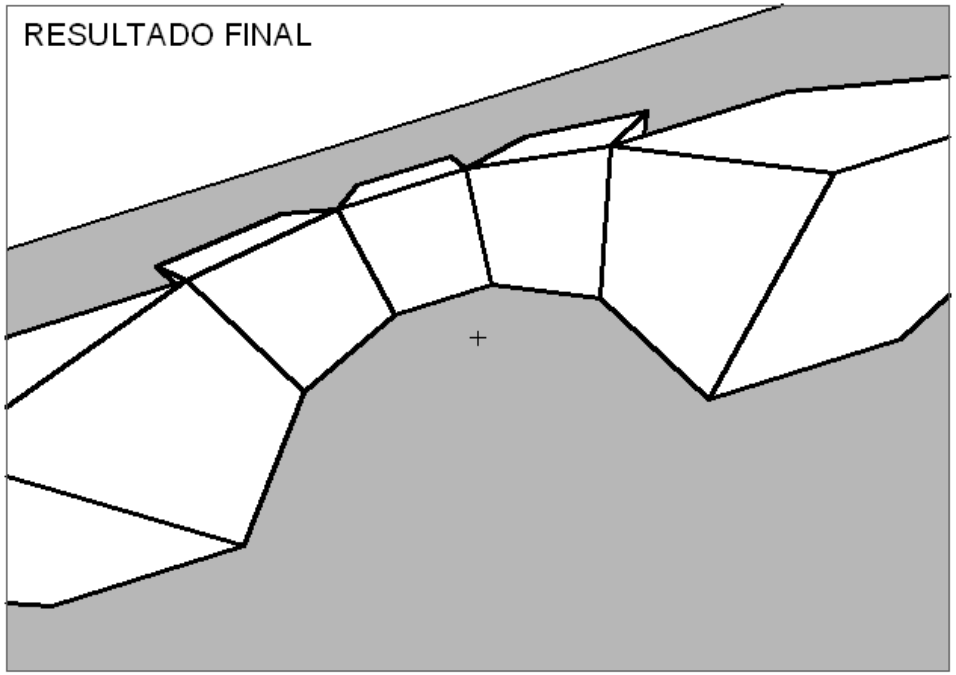
RESOLUÇÃO GRÁFICA 1



RESOLUÇÃO GRÁFICA 2

>> EXERCÍCIOS





>> EXERCÍCIOS

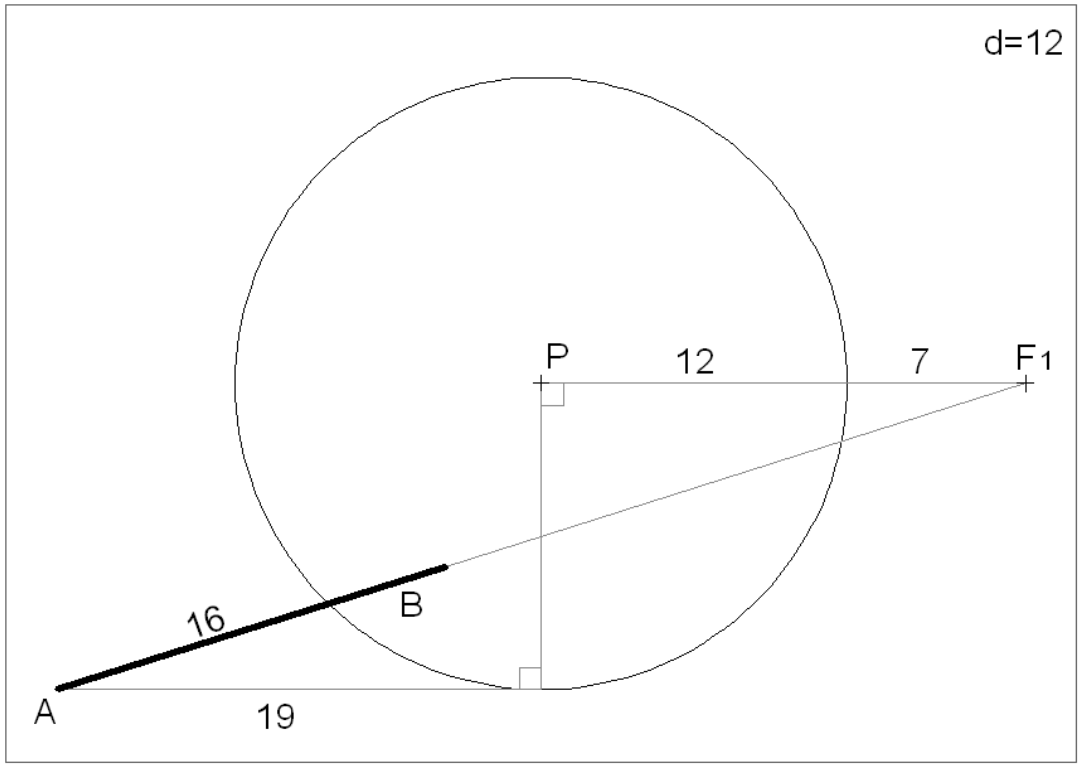
3º Problema.

Transponha os dados da figura seguinte para uma folha A3 ao baixo. A unidade é o cm. As medidas servem para transpor os dados para a folha A3.

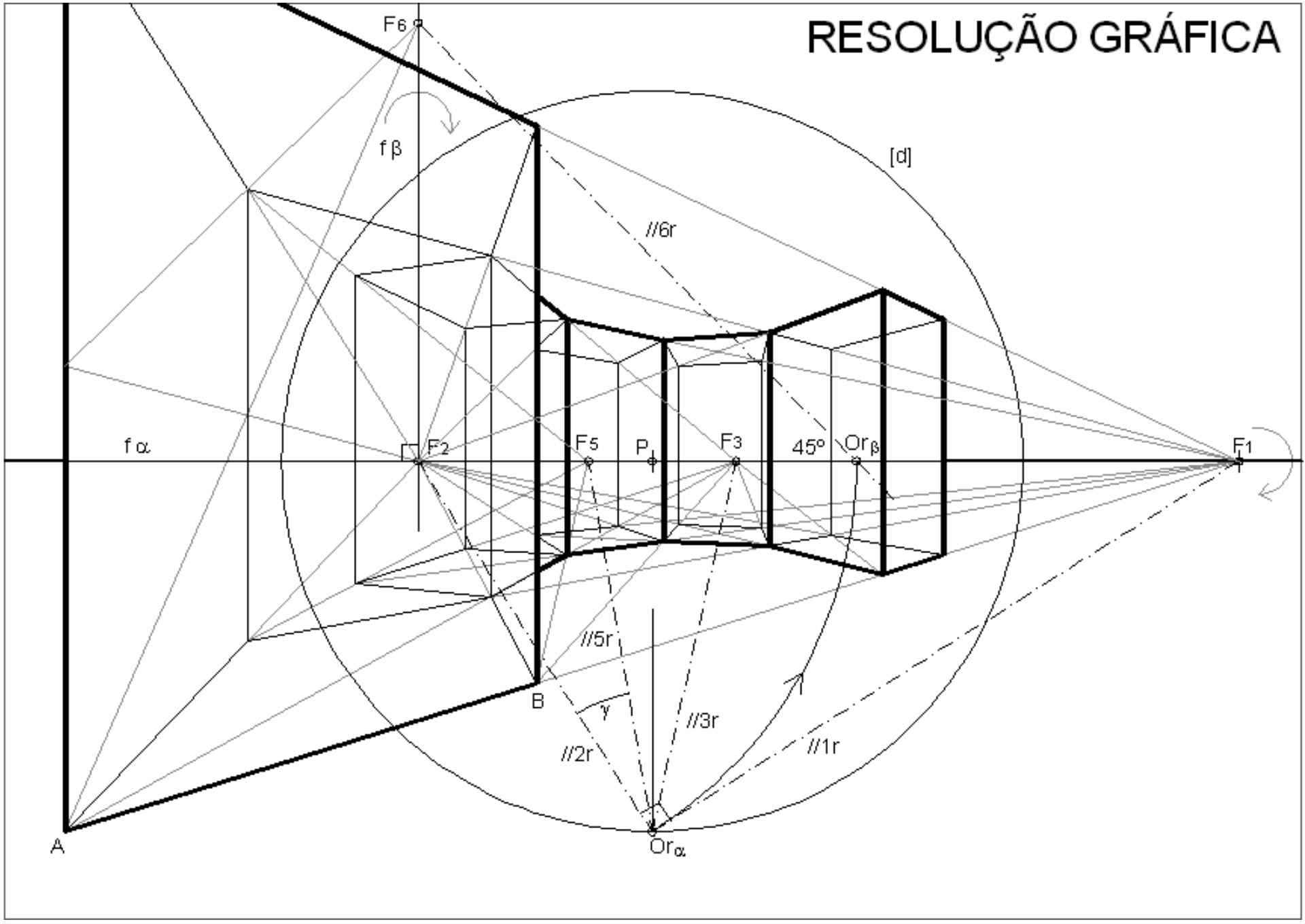
O segmento [AB] é a perspectiva dos pontos de referência A e B atrás mencionados.

O segmento [AB] é a perspectiva de um segmento oblíquo ao quadro. E os quadrados são bases de prismas (com altura igual ao dobro da largura da base) orientadas ortogonalmente ao quadro.

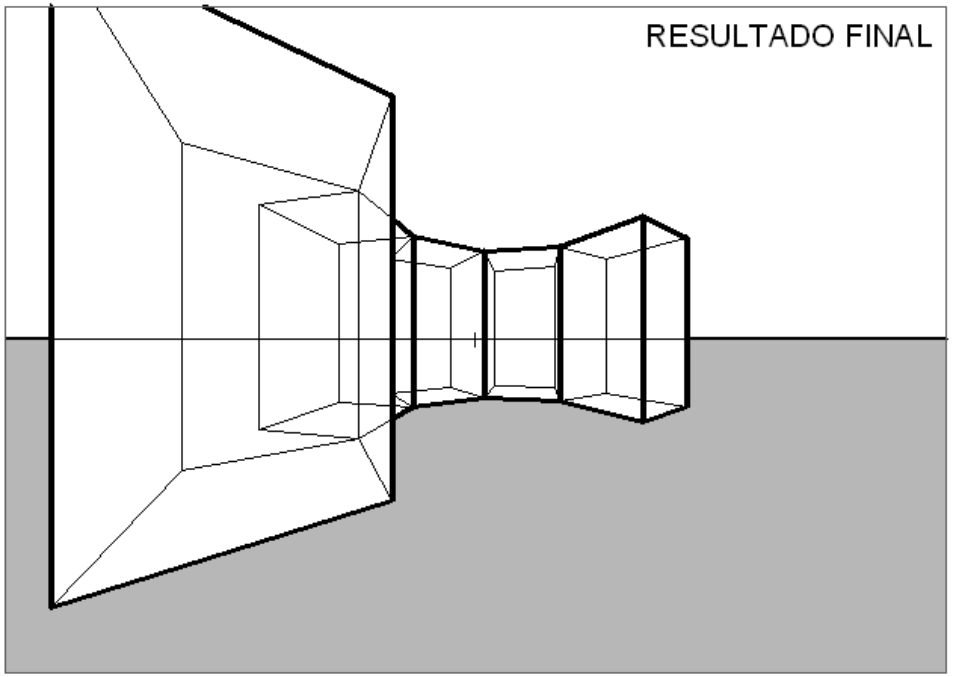
Represente a perspectiva dos prismas considerando a distância principal igual a 12cm e o ponto P ao centro da folha.

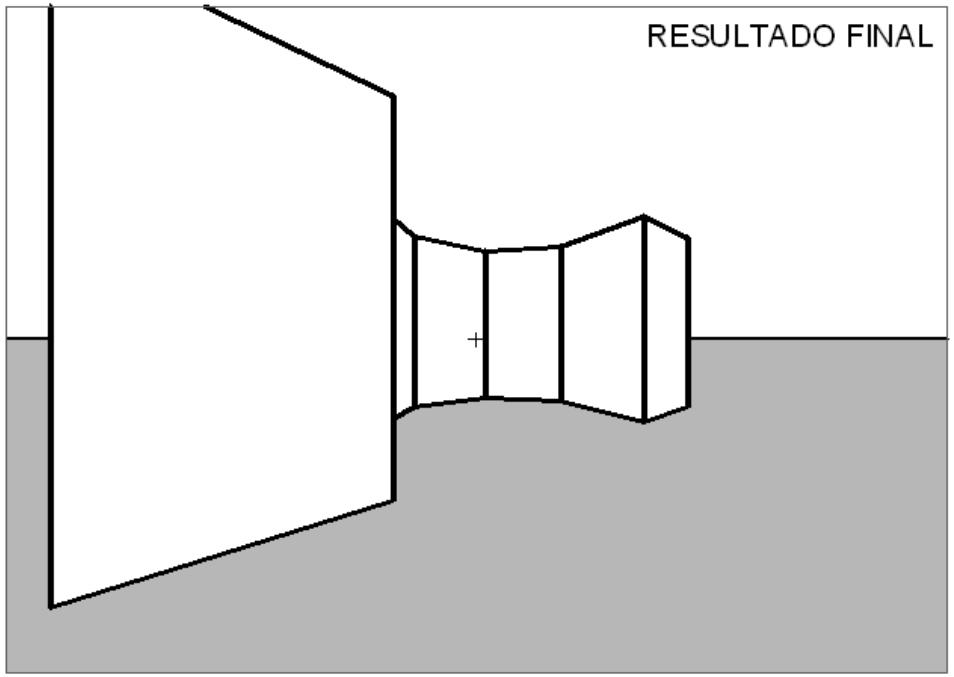


RESOLUÇÃO GRÁFICA



>> EXERCÍCIOS





>> EXERCÍCIOS

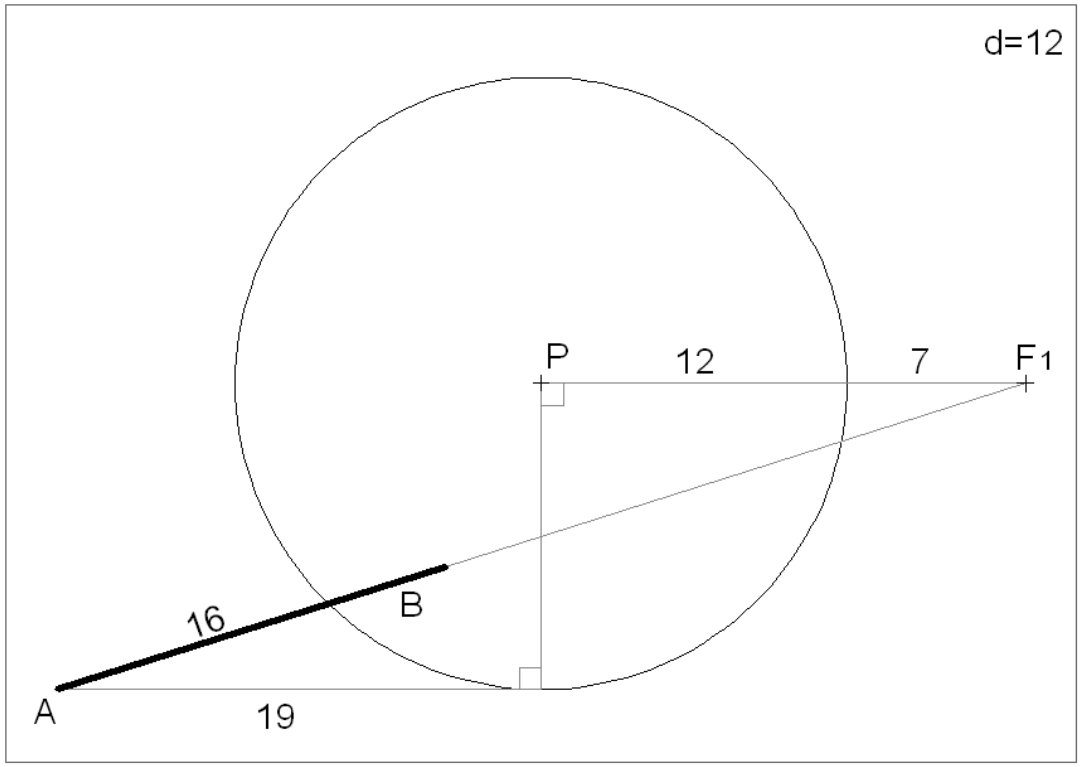
4º Problema.

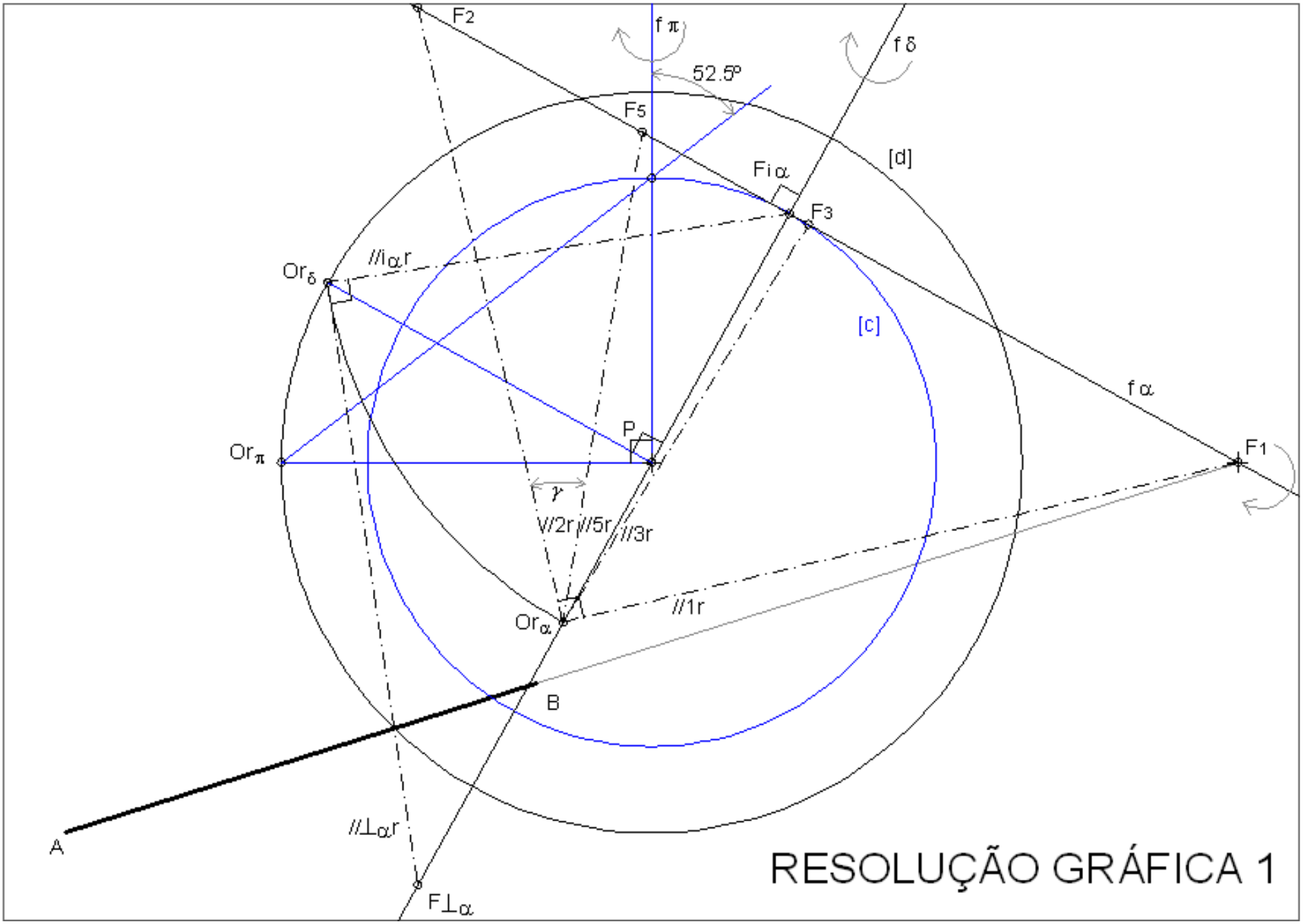
Transponha os dados da figura seguinte para uma folha A3 ao baixo. A unidade é o cm. As medidas servem para transpor os dados para a folha A3.

O segmento [AB] é a perspectiva dos pontos de referência A e B atrás mencionados.

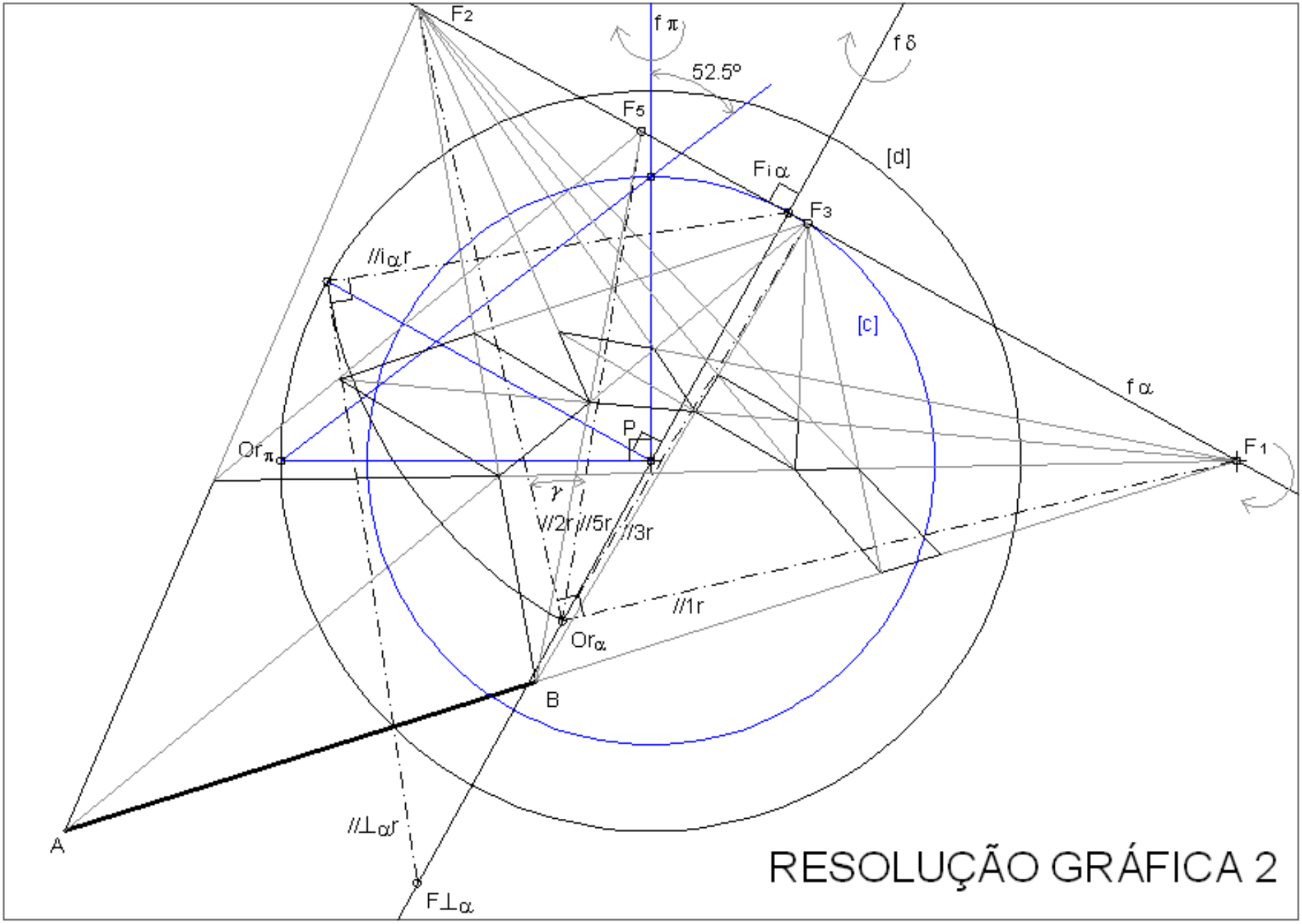
O segmento [AB] é a perspectiva de um segmento oblíquo ao quadro. E os quadrados são bases de cubos orientadas a 52.5º (ascendente) com o quadro.

Represente a perspectiva dos cubos considerando a distância principal igual a 12cm e o ponto P ao centro da folha.

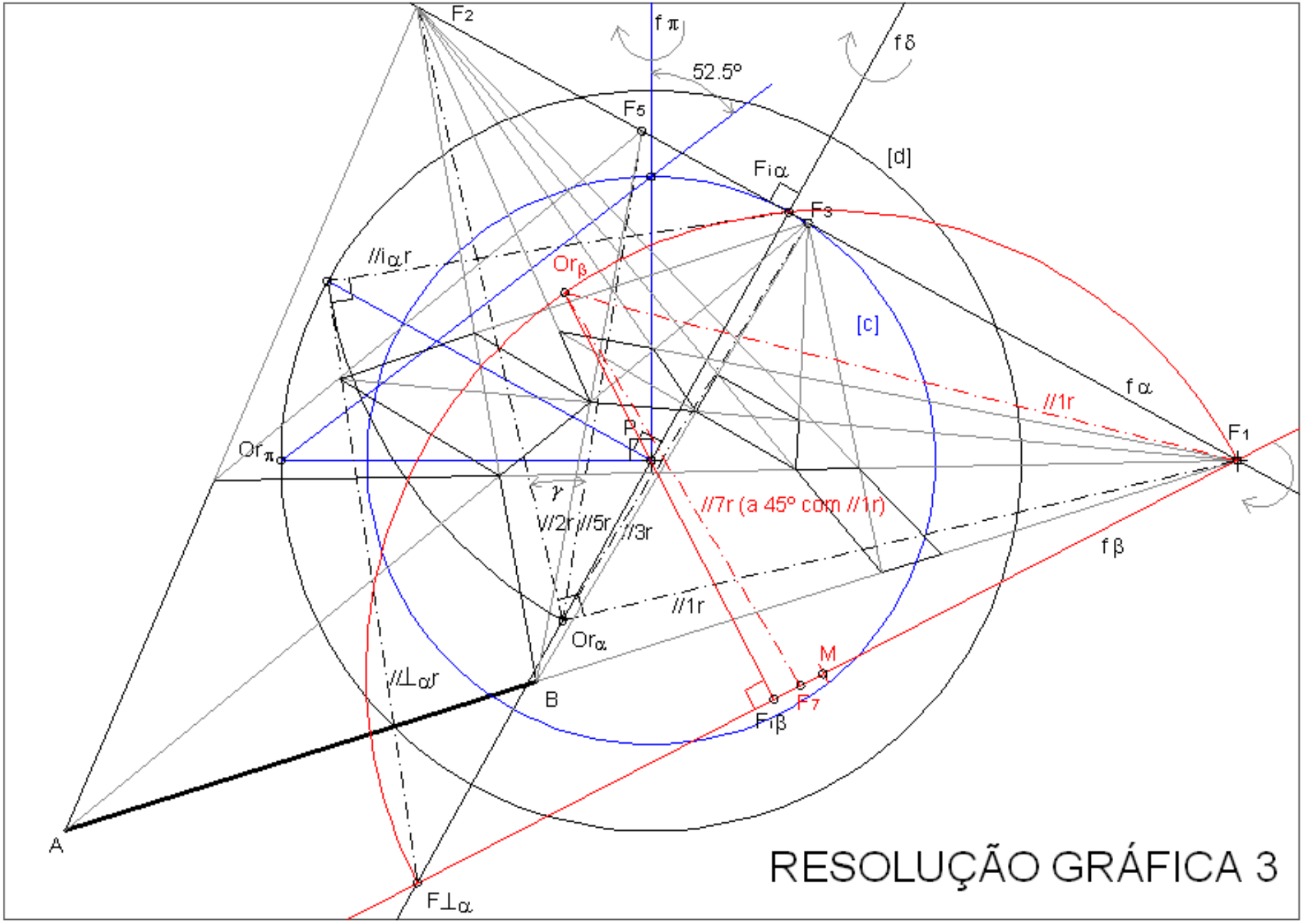




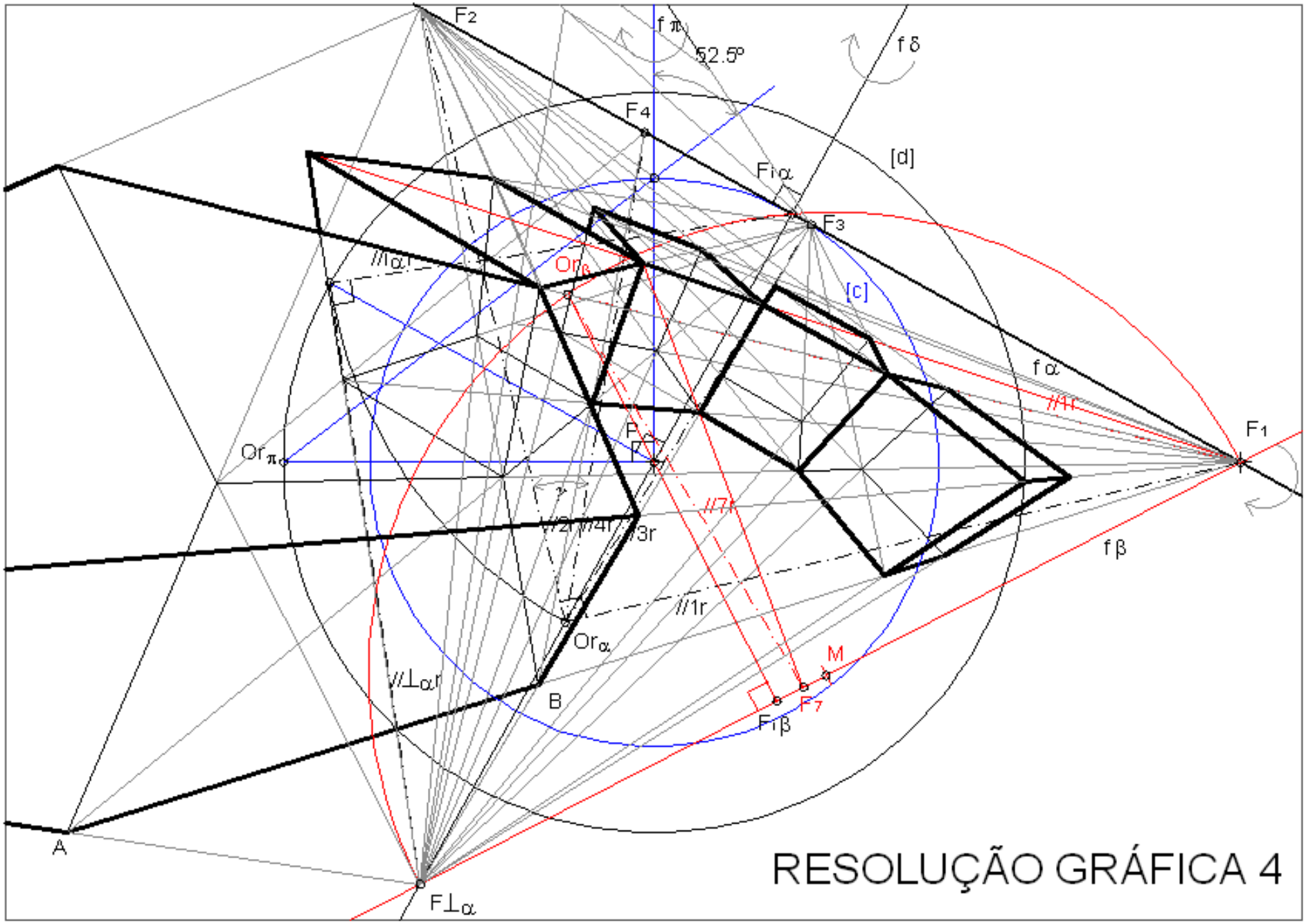
RESOLUÇÃO GRÁFICA 1



RESOLUÇÃO GRÁFICA 2

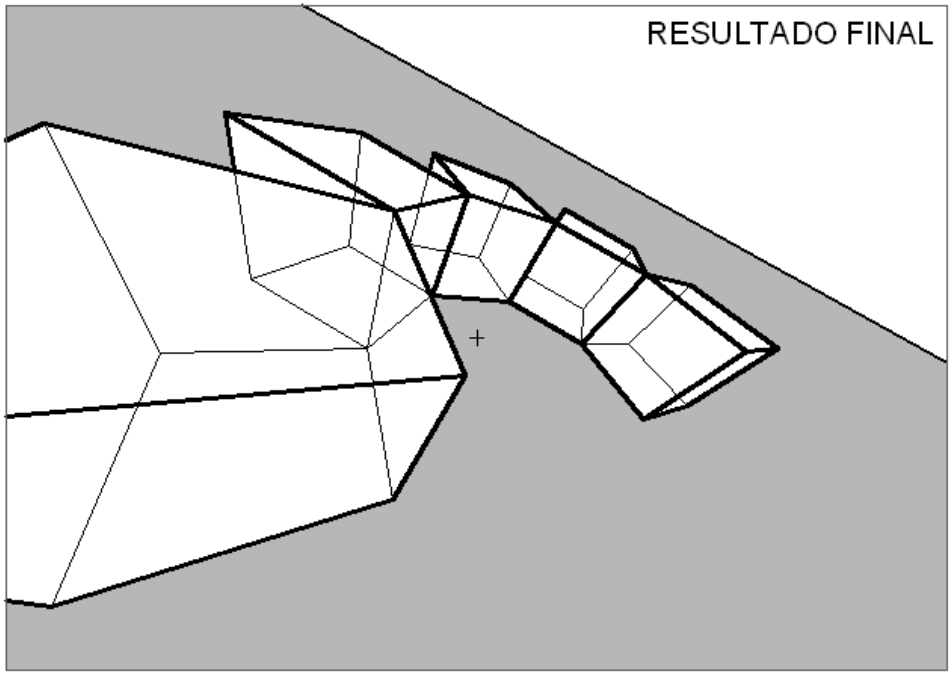


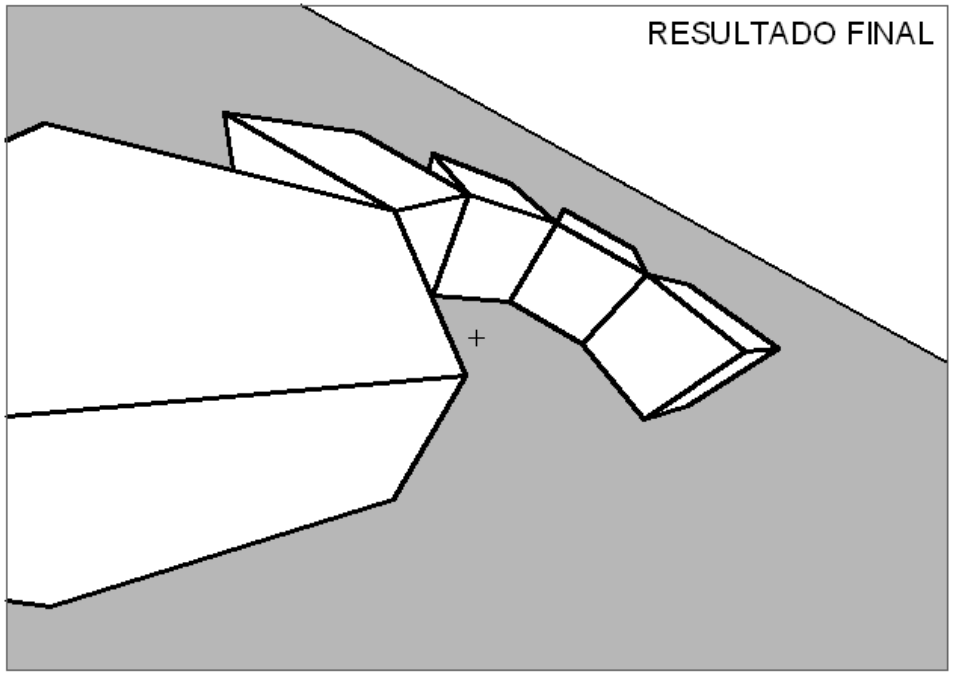
RESOLUÇÃO GRÁFICA 3



RESOLUÇÃO GRÁFICA 4

>> EXERCÍCIOS





>> EXERCÍCIOS

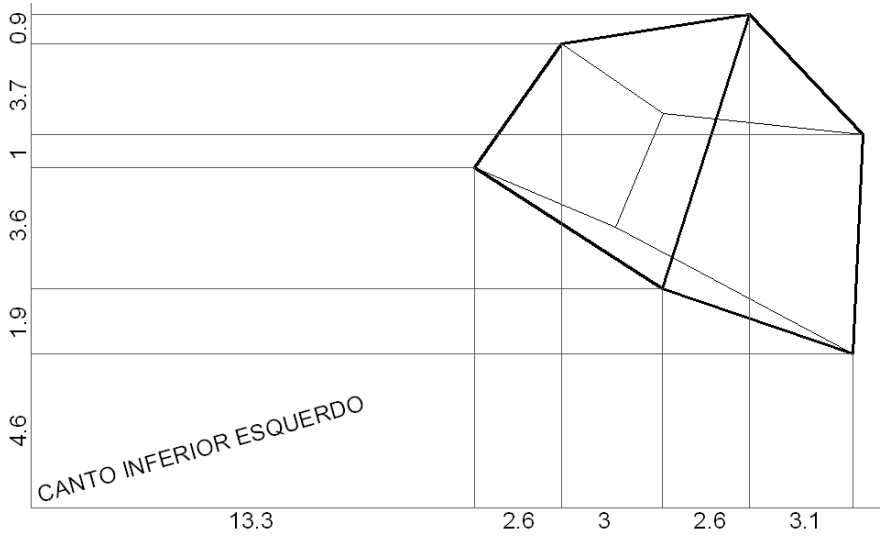
Nota: Os exercícios desta aula não são para entrega mas será feito um controlo da sua execução através das presenças.

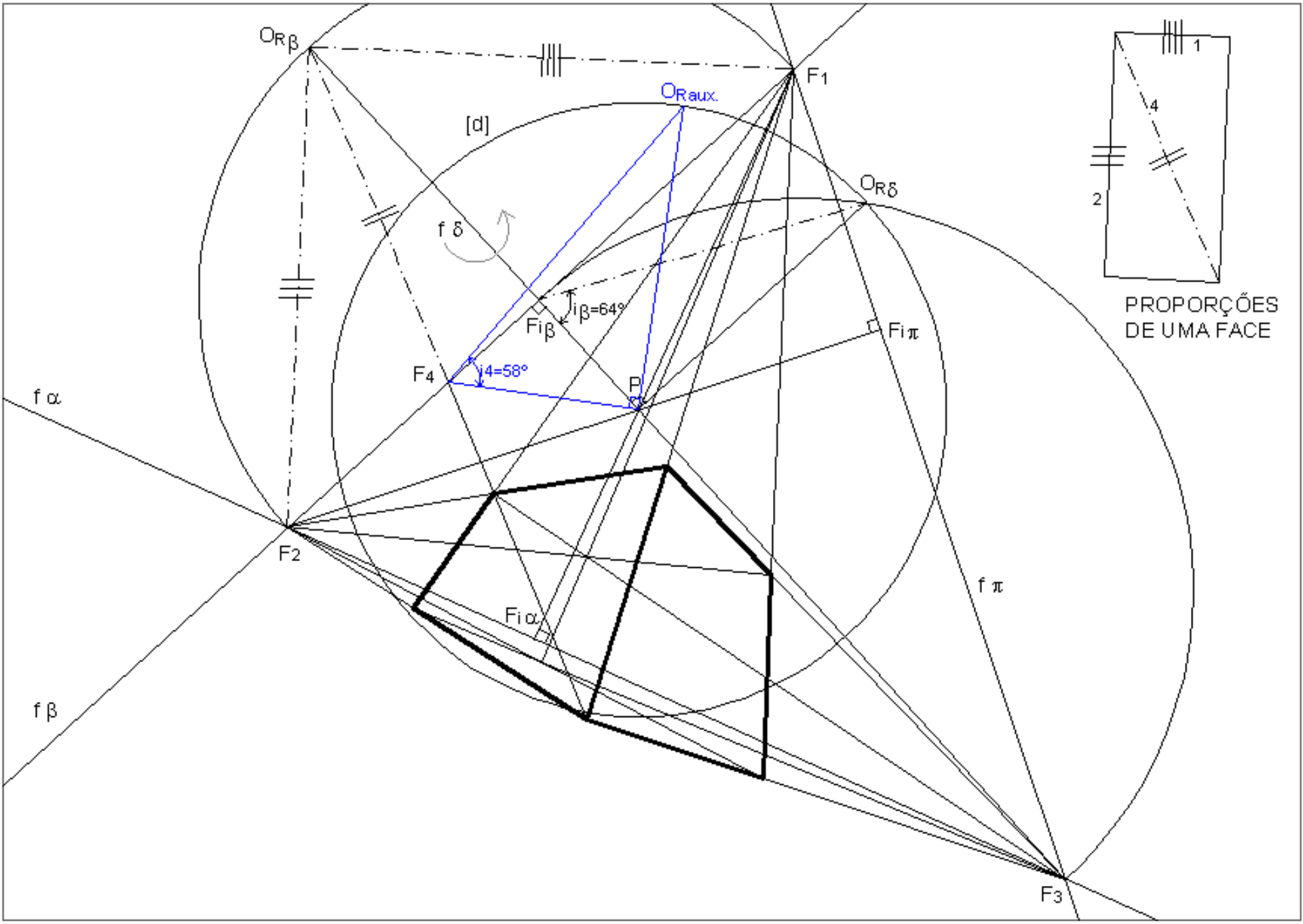
Problema 5:

Transponha os dados para uma folha A3 ao baixo. A unidade é o centímetro (cm).
A figura corresponde à perspectiva de um paralelepípedo.
Determine:
a) O ponto principal P. (corrigir na vertical: onde está 3.7 deve estar 2.7)
b) A distância principal.
c) As proporções de uma das faces do paralelepípedo bem como a sua inclinação relativamente ao quadro.
d) A inclinação, relativamente ao quadro de uma das diagonais da face referida na alínea anterior.

Resolução:

Ver figura do slide seguinte.



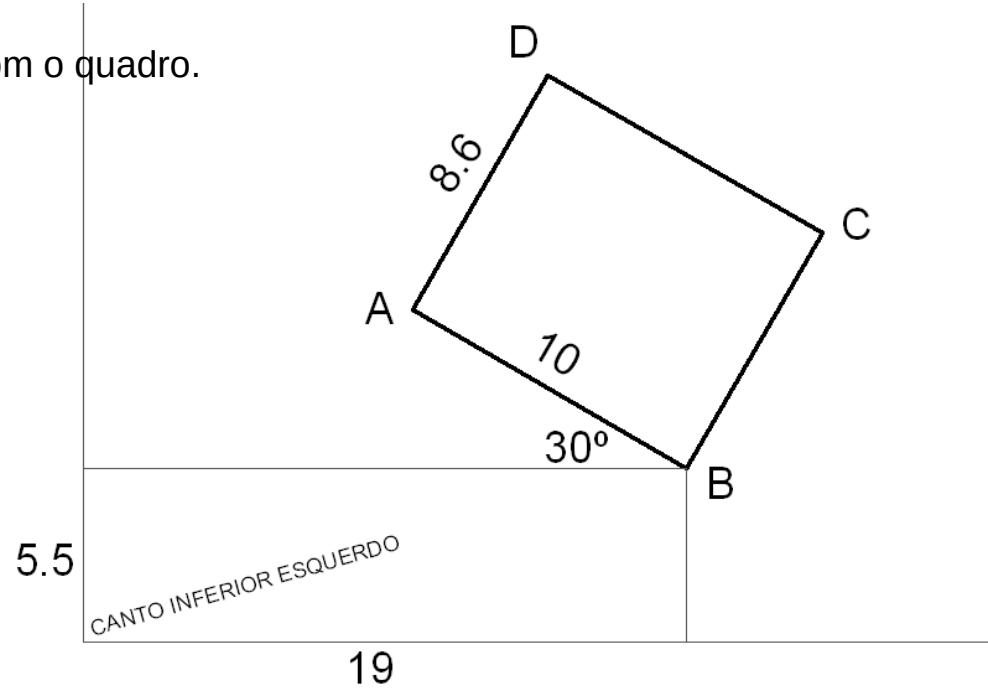

$O_{R\beta}$
F_1
$O_{Raux.}$
[d]
$O_{R\delta}$
f δ
i_β=64°
Fi_β
Fi_π
F_4
i_4=58°
P
f α
F_2
f π
Fi_α
f β
F_3
1
4
2
PROPORÇÕES
DE UMA FACE

>> EXERCÍCIOS

Nota: Os exercícios desta aula não são para entrega mas será feito um controlo da sua execução através das presenças.

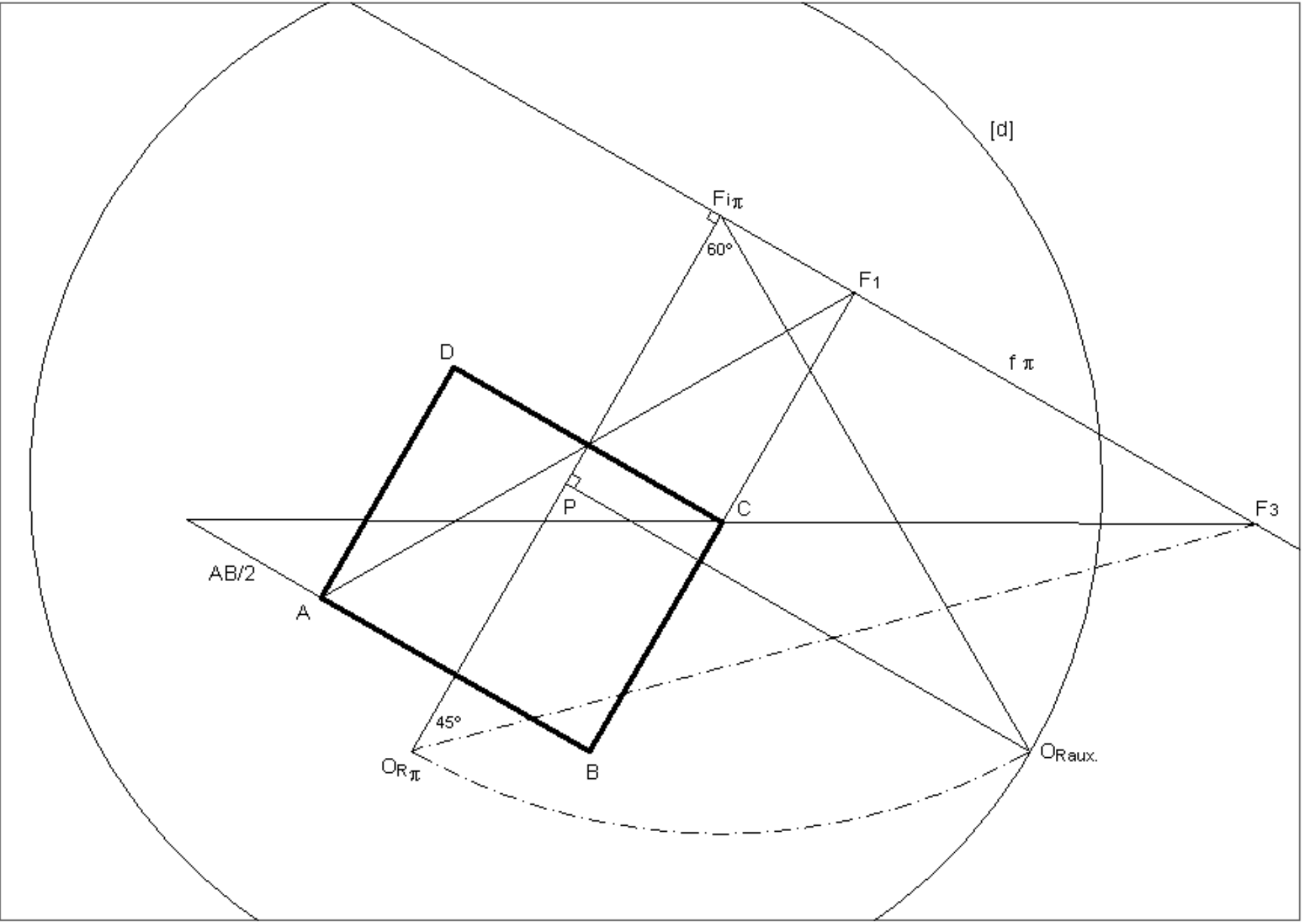
Problema 6:

Transponha os dados para uma folha A3 ao baixo. A unidade é o centímetro (cm).
A figura corresponde à perspectiva de um trapézio. Os lados [AB] e [CD] são frontais medindo o segundo o dobro do primeiro. Os segmentos [BC] e [AD] têm o mesmo comprimento. A distância entre os dois lados frontais é igual ao comprimento do lado frontal maior.
O trapézio está contido num plano a 60º ascendente com o quadro.
Determine:
a) O ponto principal P.
b) A distância principal.
c) A verdadeira grandeza do trapézio sabendo que o lado [AB] está contido no quadro.



Resolução:

Ver figura do slide seguinte.


[d]
Fiπ
60°
F1
f π
D
P
C
F3
AB/2
A
45°
ORπ
B
ORaux.

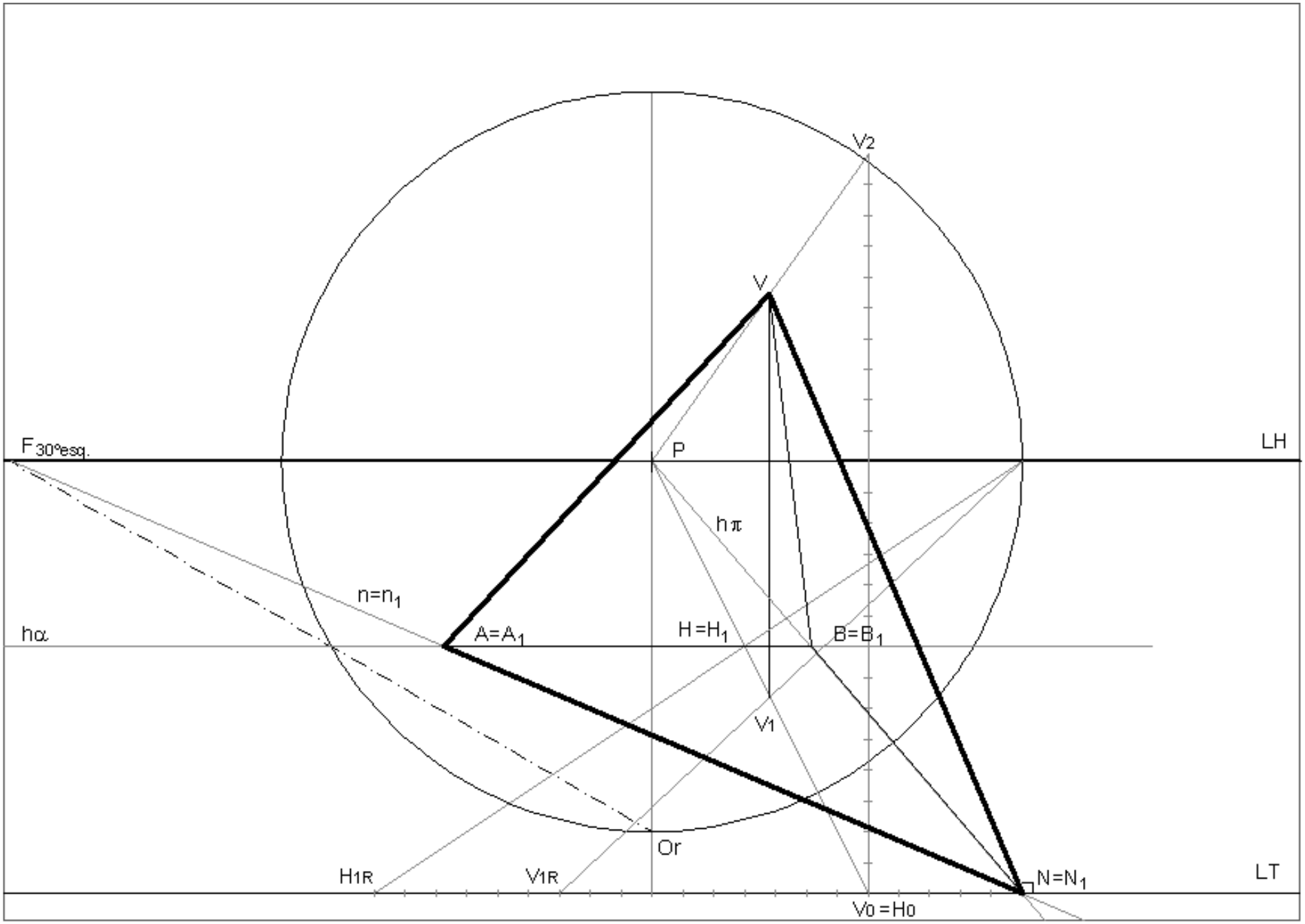
>> EXERCÍCIOS

Problema 7:

Numa folha A3 ao baixo com P ao centro, considere um perspectógrafo em que d=12 e h=14.
A unidade é o centímetro (cm).
Considere os pontos V(24;7;10), N(0;12;0) e H(0;7;16).
O ponto V é o vértice de uma pirâmide.
A pirâmide fica compreendida entre o geometral, o plano de rampa α passante por V e H, o plano de topo π passante por V e N, e o plano oblíquo passante por V e por uma recta horizontal n contendo o ponto N e a 30º com o quadro (abertura à esquerda).
Determine a perspectiva da pirâmide.

Resolução:

Ver figura do slide seguinte.

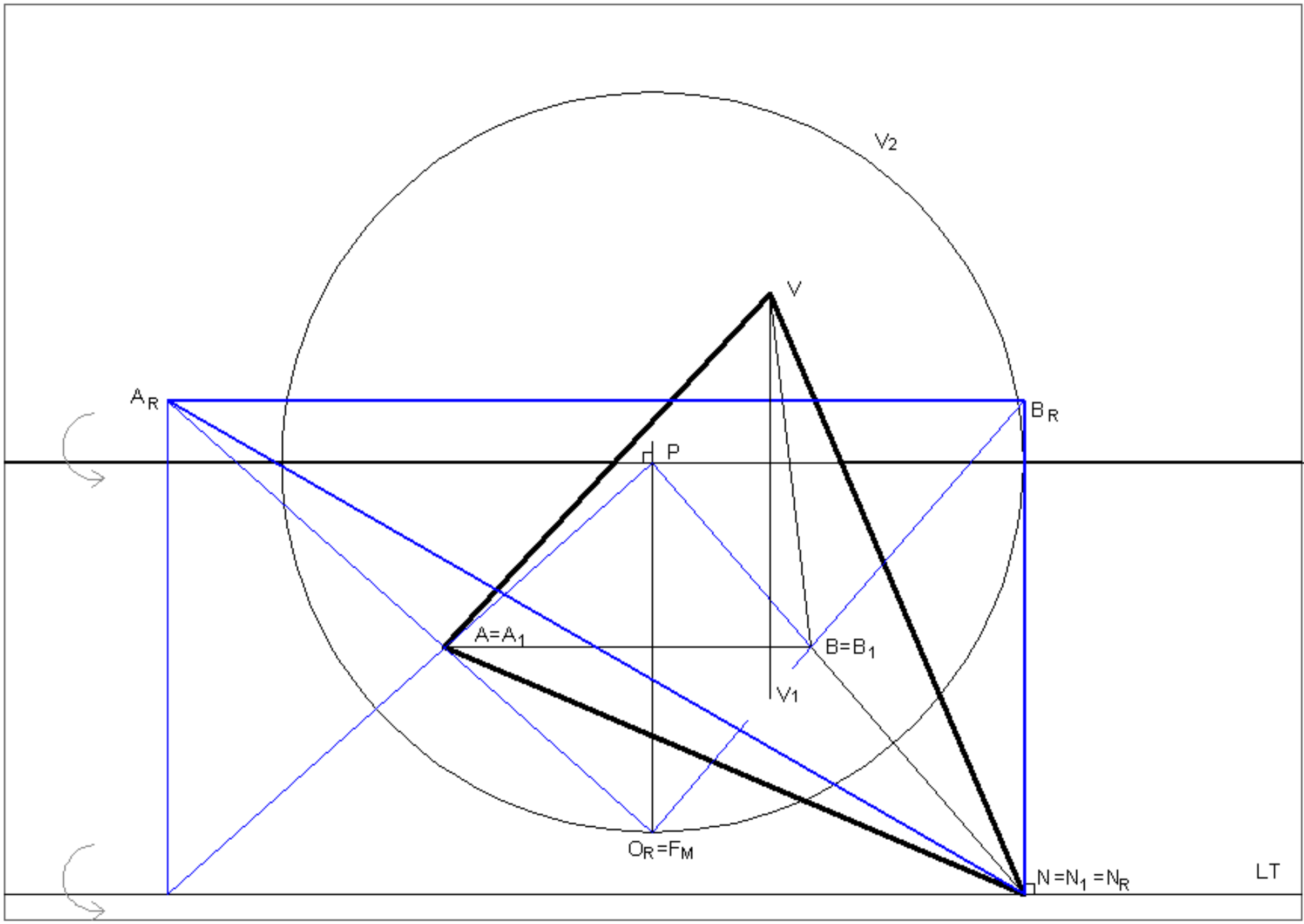

V2
V
F 30°esq.
P
LH
hπ
n=n1
hα
A=A1
H=H1
B=B1
V1
Or
H1R
V1R
N=N1
LT
V0 = H0

>> EXERCÍCIOS

Considere o problema anterior.
Determine a verdadeira grandeza da face da pirâmide contida no Geometral.

Resolução:

Ver figura do slide seguinte.

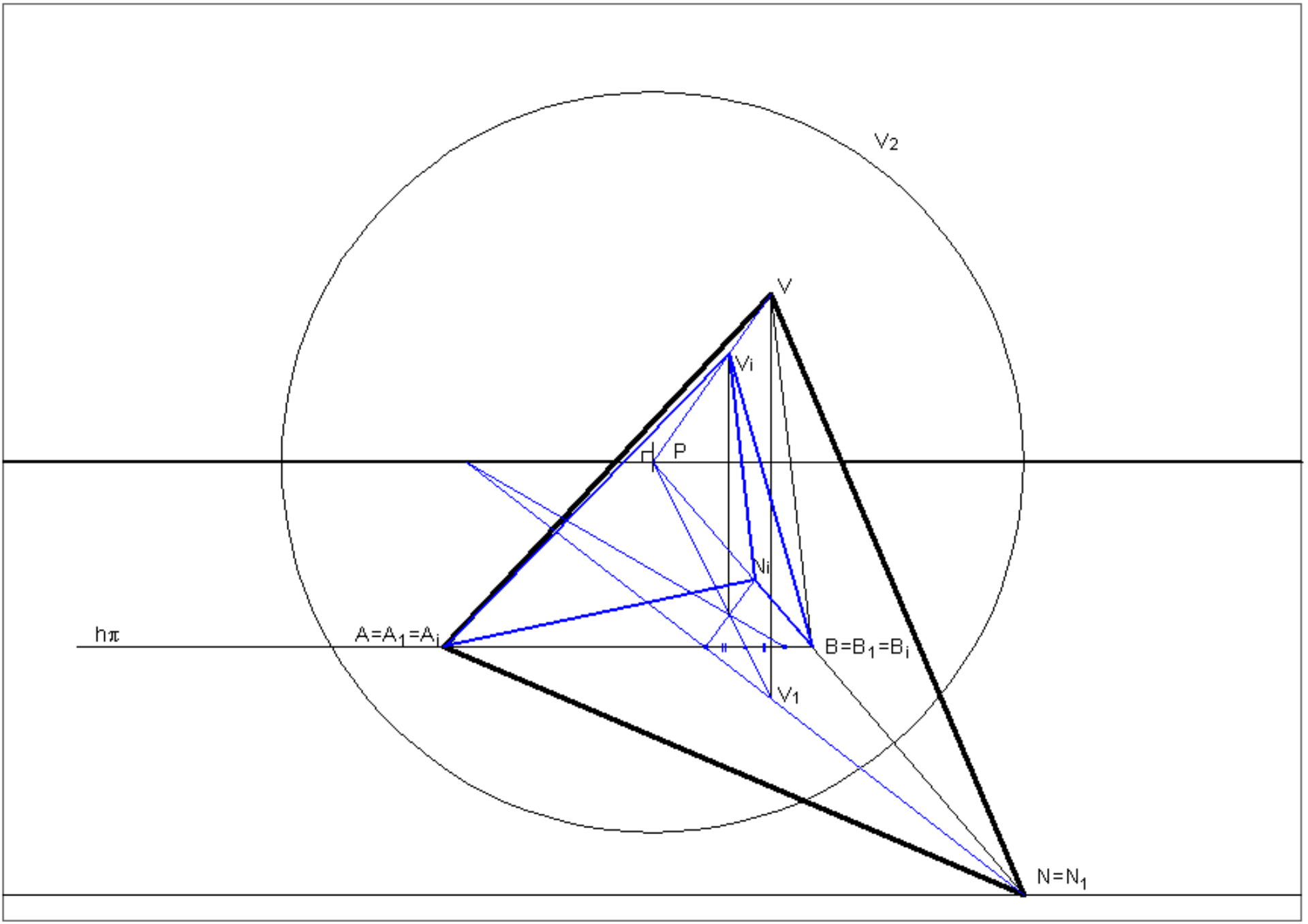

V2
V
AR
BR
P
A=A1
B=B1
V1
OR=FM
N=N1=NR
LT

>> EXERCÍCIOS

Considere o problema anterior.
Determine o reflexo da pirâmide produzido pelo plano frontal passante pelos pontos A e B.

Resolução:

Ver figura do slide seguinte.


V2
V
Vi
P
Ni
hπ
A=A1=Ai
B=B1=Bi
V1
N=N1

>> EXERCÍCIOS

Considere o problema anterior.
Determine o reflexo da pirâmide produzido pelo plano de perfil passante pelos pontos B e N.

Resolução:

Este exercício é tão fácil que nem vale a pena apresentar a solução!!!

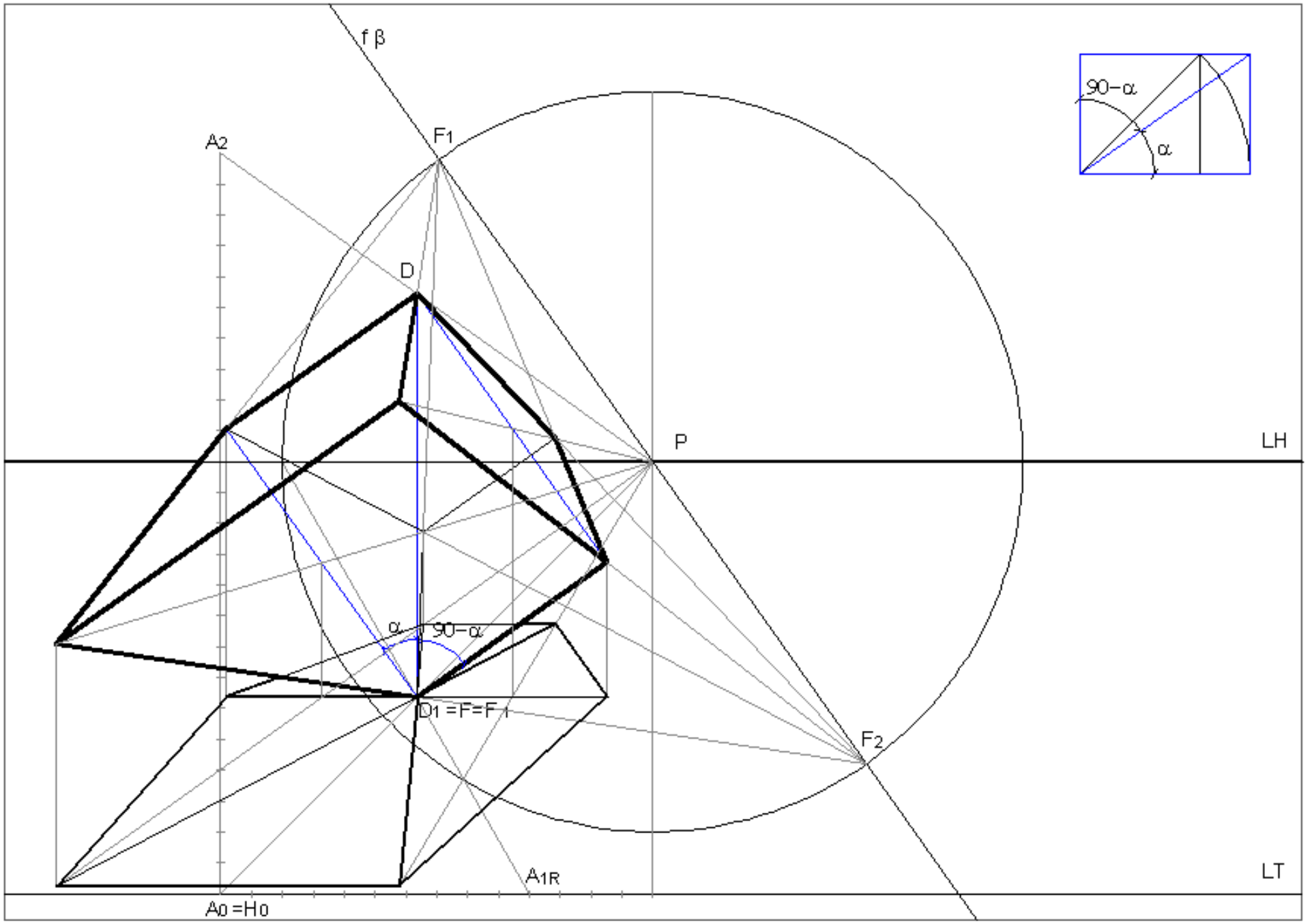
>> EXERCÍCIOS

Problema 8:

Numa folha A3 ao baixo com P ao centro, considere um perspectógrafo em que d=12 e h=14.
A unidade é o centímetro (cm).
Considere os pontos D(24;-14;10) e F(0;-14;10).
Os pontos A e B definem a diagonal espacial de um cubo.
Determine a perspectiva do cubo sabendo que duas das suas faces são de topo com abertura para a esquerda.

Resolução:

Ver figura do slide seguinte.

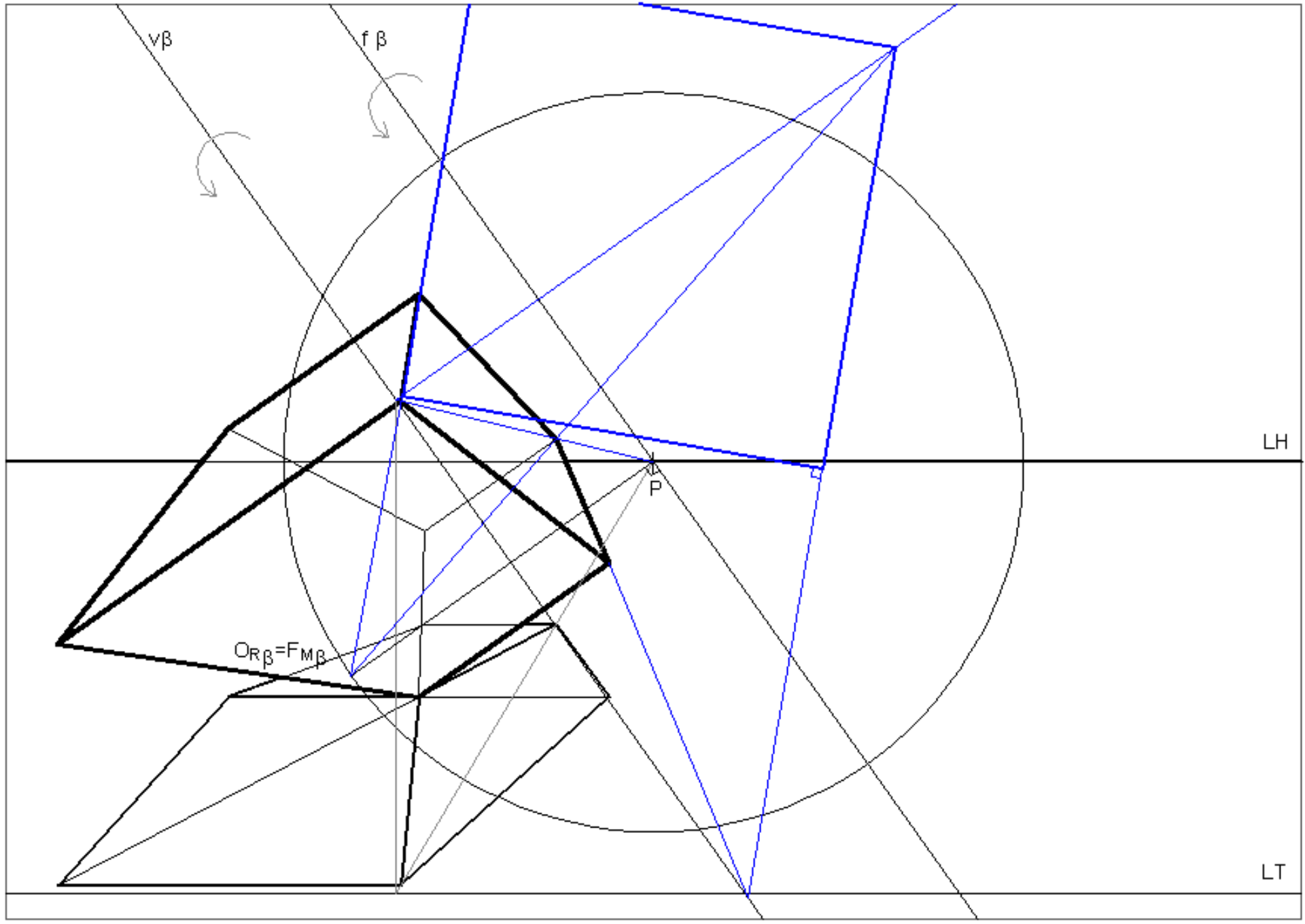

f β
A2
F1
D
P
LH
α
90−α
D1 =F=F 1
F2
A1R
LT
A0 =H0
90−α
α

>> EXERCÍCIOS

Considere o problema anterior.
Determine a verdadeira grandeza da face do cubo.

Resolução:

Ver figura do slide seguinte.

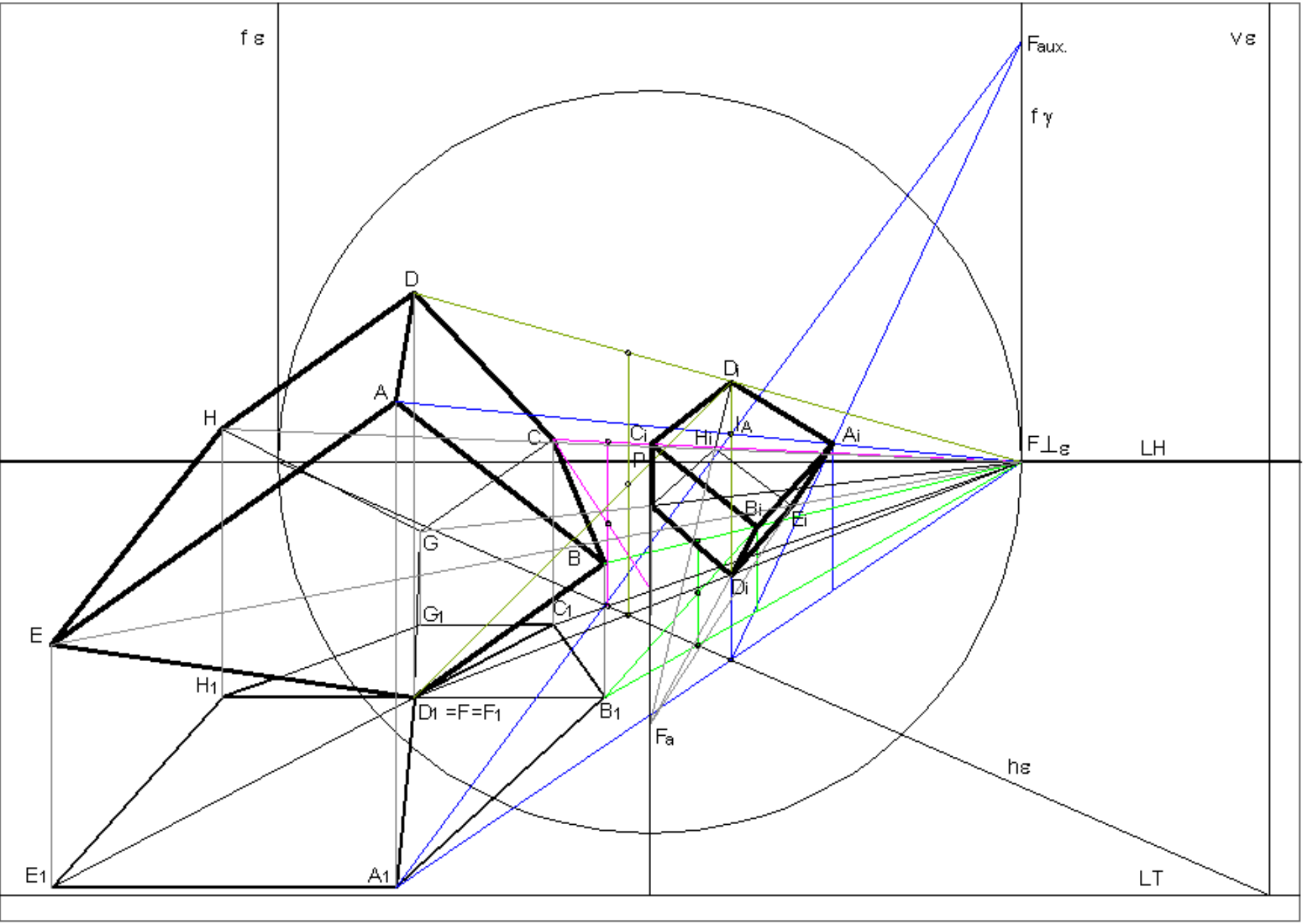

vβ
f β
LH
P
$O_{R\beta}=F_{M\beta}$
LT

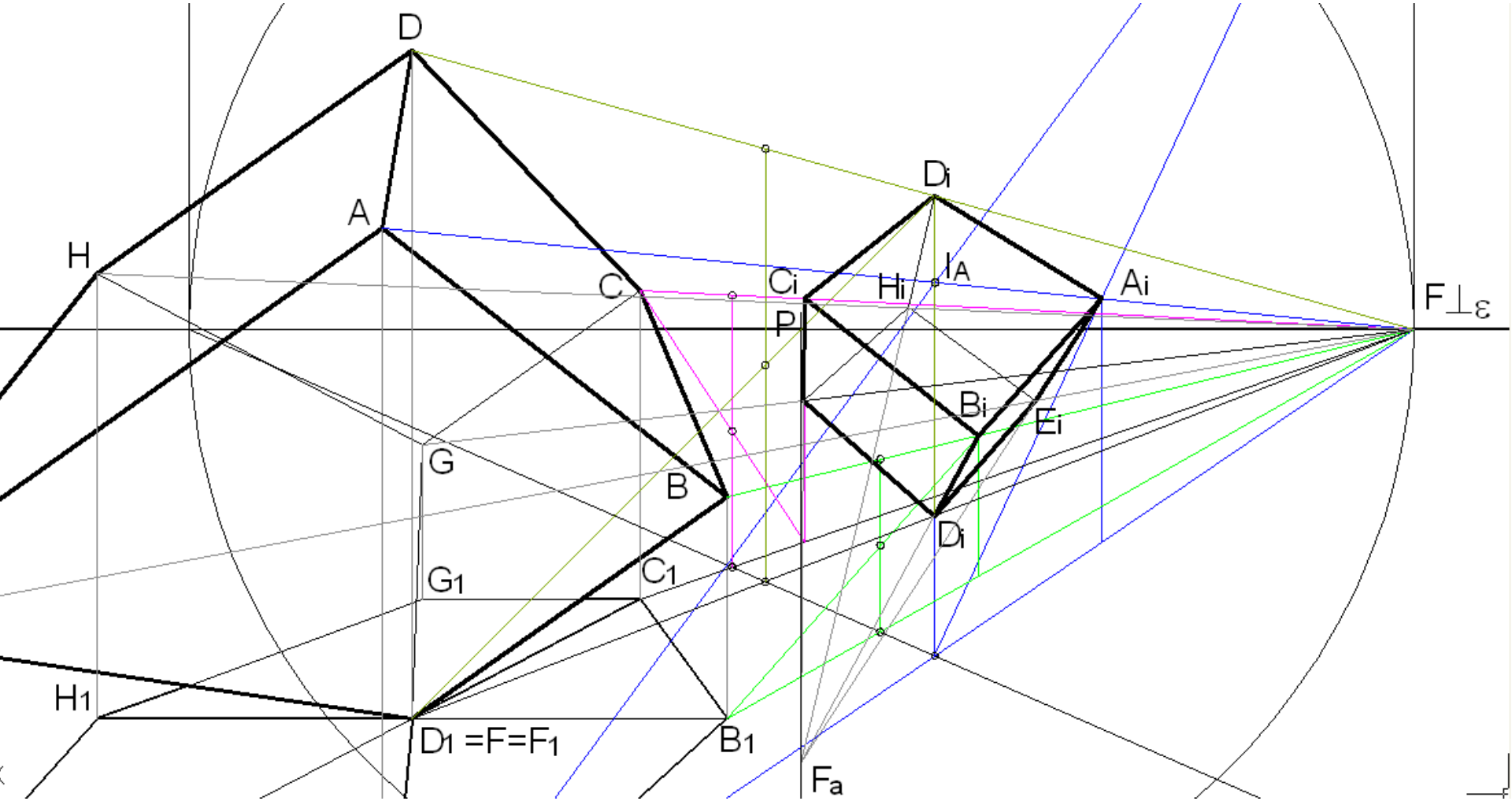
>> EXERCÍCIOS

Considere o problema anterior.
Determine o reflexo do cubo produzido por um espelho vertical ε a 45º (abertura para a esquerda) com o quadro e passante por um ponto da LT com largura 20cm.

Resolução:

Ver figuras dos slides seguintes.


f ε
Faux.
V ε
f γ
D
A
H
C
Ci
Di
Hi
IA
Ai
F⊥ε
LH
Bi
Ei
G
B
Di
G1
C1
E
H1
D1 =F=F1
B1
Fa
hε
E1
A1
LT


D
A
H
C
Ci
Di
Hi
IA
Ai
F⊥ε
P
Bi
Ei
G
B
Di
G1
C1
H1
D1 =F=F1
B1
Fa

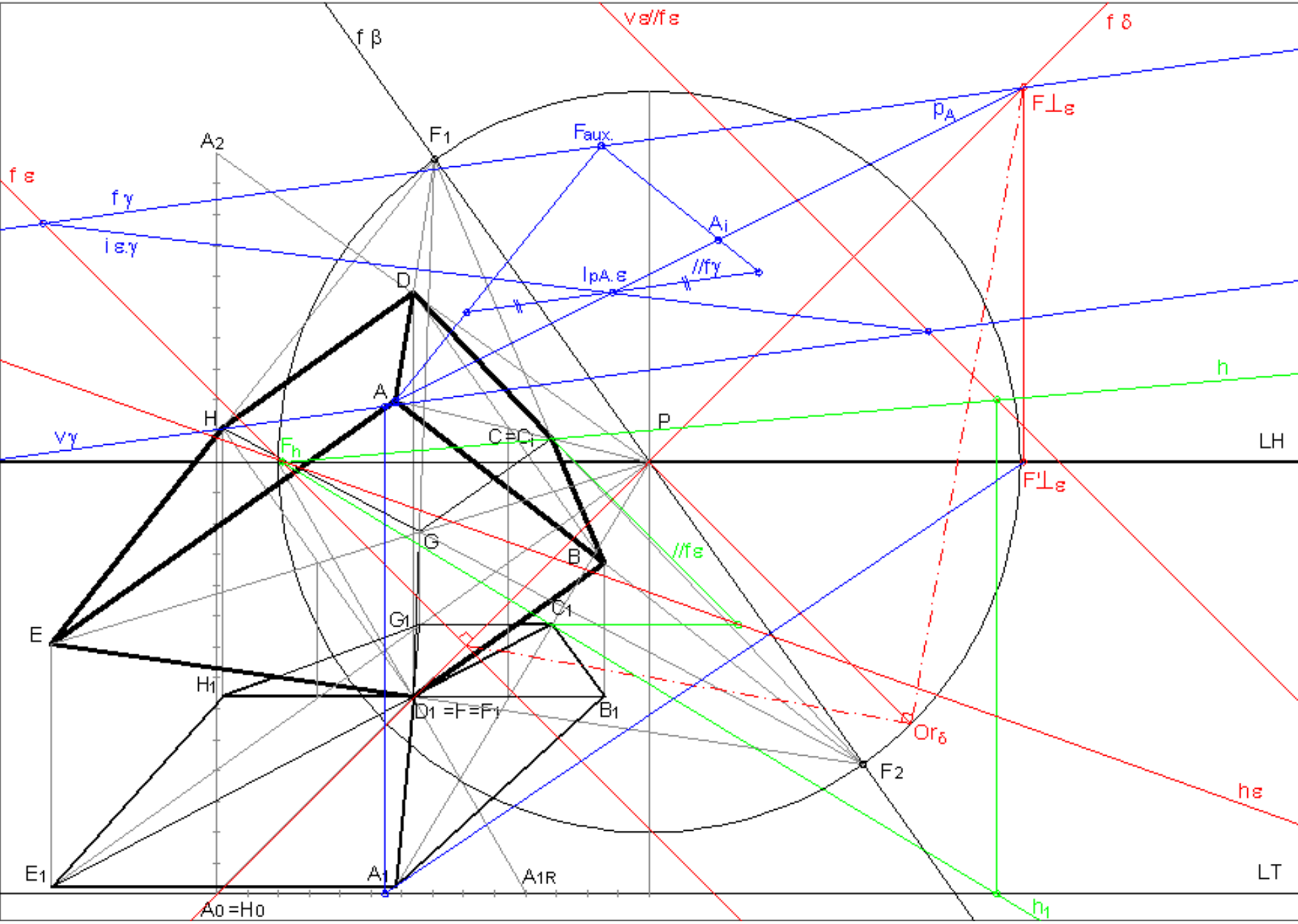
>> EXERCÍCIOS

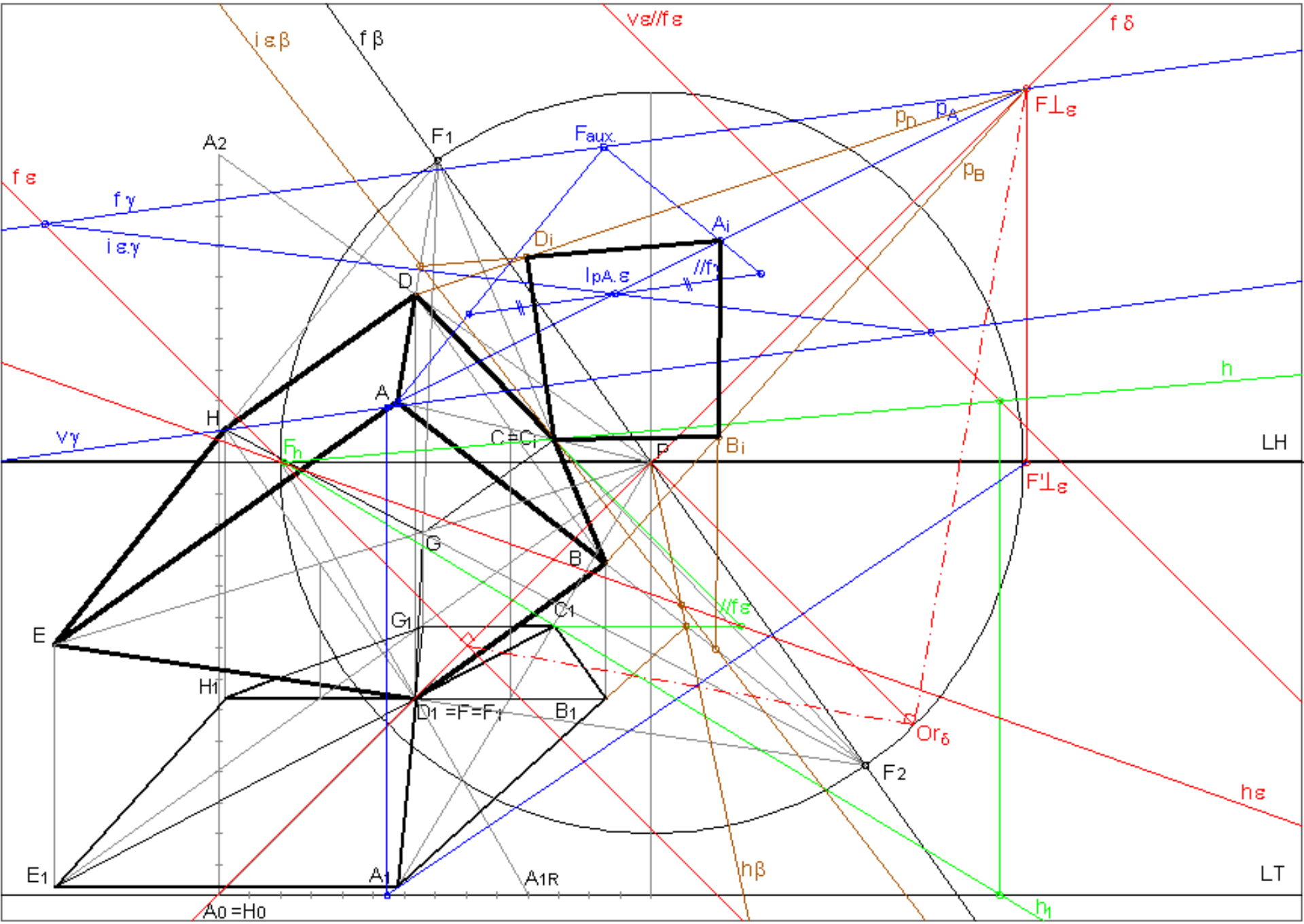
Considere o problema anterior.
Considere
Determine o reflexo do cubo produzido por um espelho oblíquo 65º com o quadro (descendente com abertura à esquerda) passante pelo vértice do cubo de maior profundidade e mais à direita no desenho. O traço frontal do espelho faz 45º com abertura para a direita.

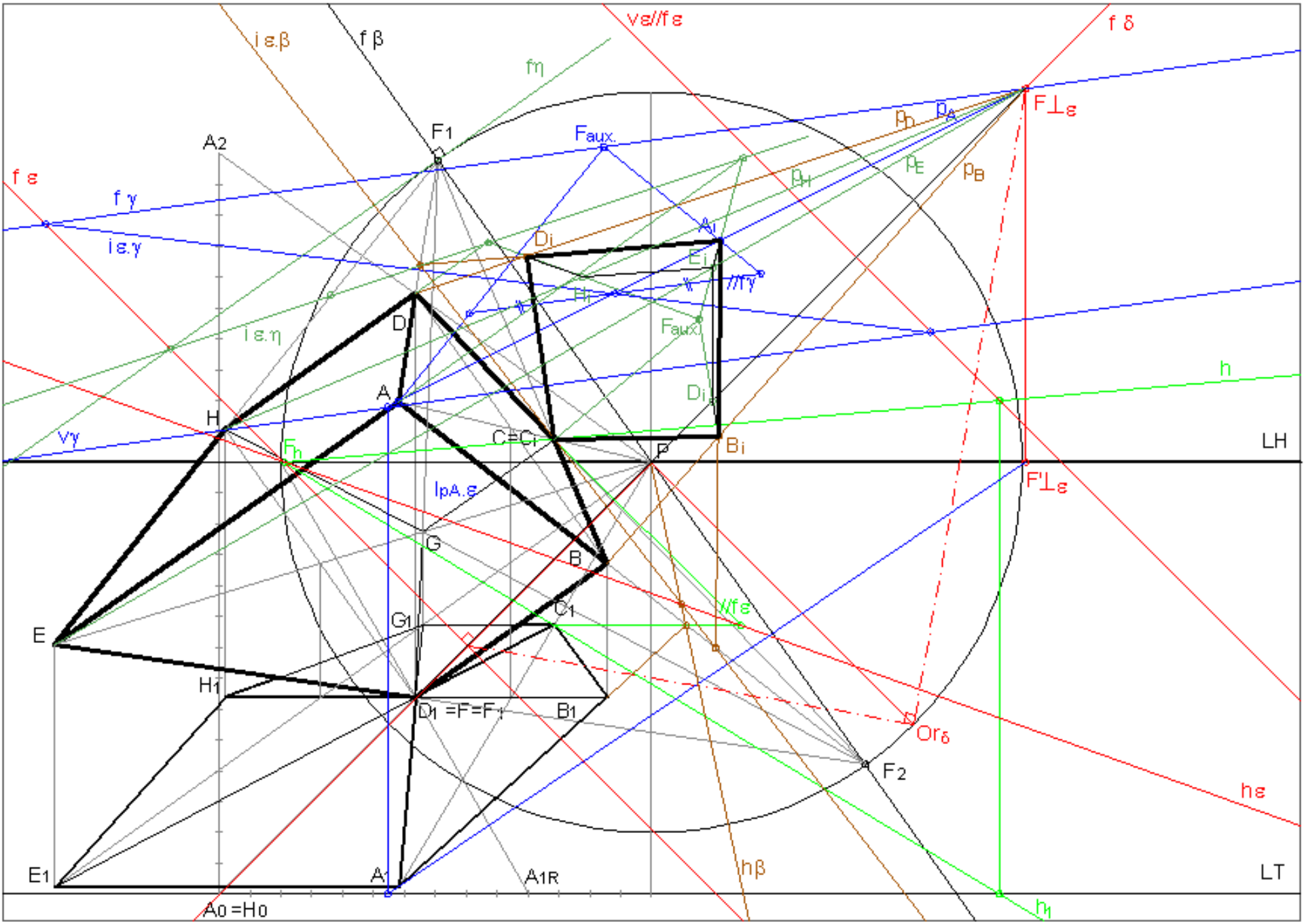
Resolução:

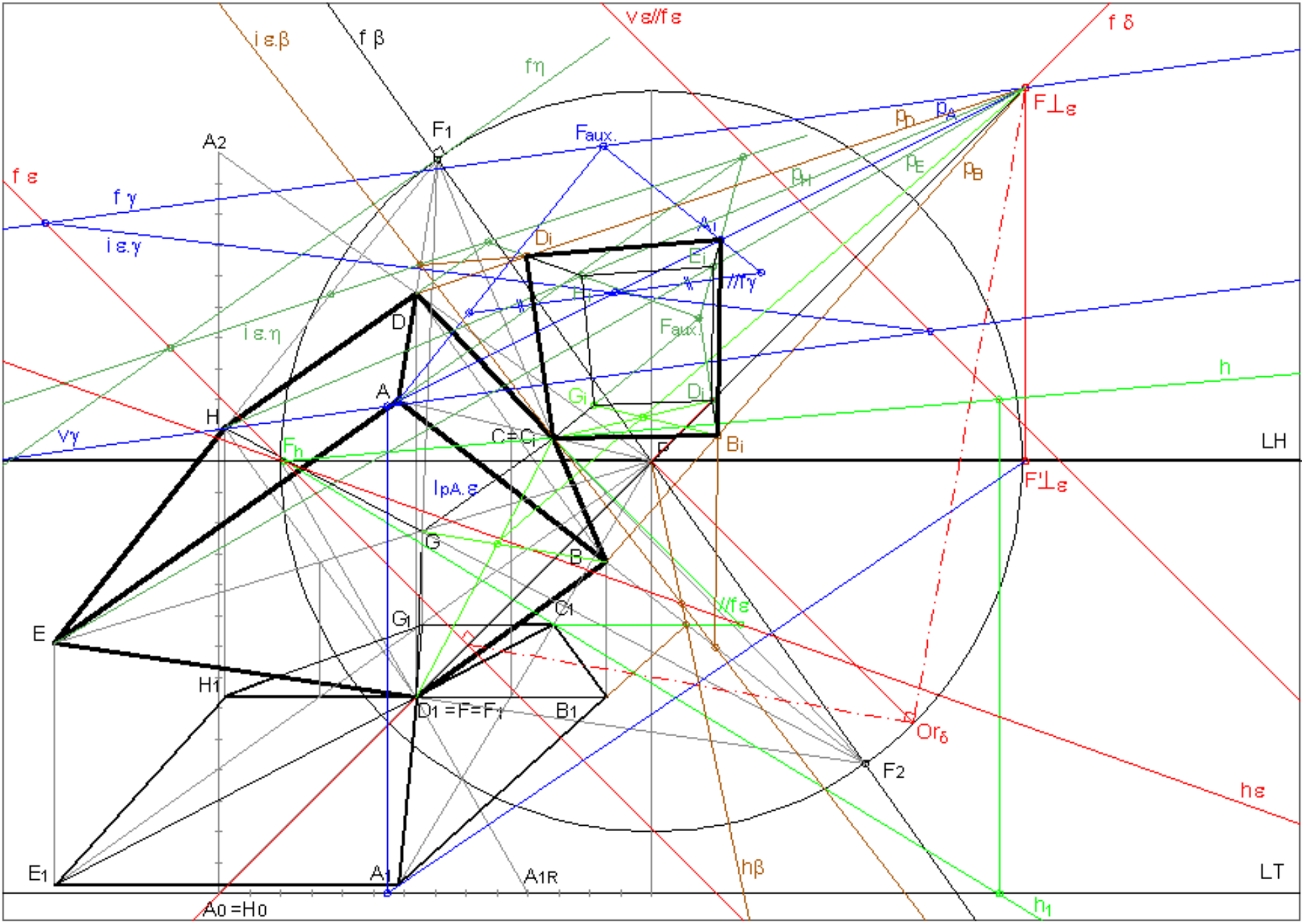
Ver figuras dos 4 slides seguintes.

1) Determinação do reflexo do ponto A através da aplicação do teorema de Thales e da intersecção de planos.
2) Determinação do reflexo do quadrado [ABCDA] através da construção de uma figura simétrica. Determinação da recta de intersecção do plano do quadrado com o plano do espelho.
3) Determinação do reflexo do quadrado [ADHEA] por processo semelhante ao anterior. Determinação do ponto de fuga Faux. por prolongamento dos segmentos [DiHi] e [AiEi]. Utilização deste ponto para a construção do reflexo do quadrado [AEDBA].
4) Determinação do reflexo do quadrado [CBDGC] através da determinação do reflexo do seu centro.


f β
v ε//f ε
f δ
F⊥ε
pA
Faux.
F1
A2
f ε
f γ
i ε.γ
Ai
IpA. ε
//f γ
D
h
A
H
P
v γ
C=Ci
Fh
LH
F'⊥ε
G
B
//f ε
C1
G1
E
H1
D1 =F=F1
B1
Orδ
F2
hε
E1
A1
A1R
LT
A0 =H0
h1


v ε//f ε
f δ
i ε.β
f β
F⊥ε
p_D
p_A
p_B
F_aux.
A2
F1
f ε
f γ
i ε.γ
A_i
D_i
D
lpA.ε
//f γ
h
A
H
v γ
C=C_i
F_h
B_i
LH
F'⊥ε
G
B
G1
C1
//f ε
E
H1
D1 =F=F1
B1
Or_δ
F2
h ε
E1
A1
A1R
hβ
LT
A0 =H0
h1

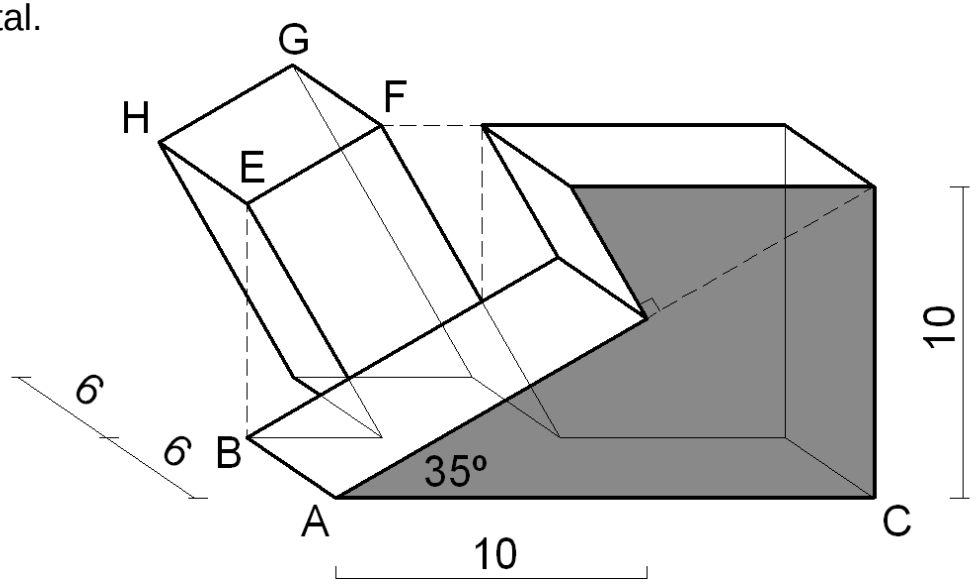

Vε//fε
f δ
i ε.β
f β
fη
F1
Faux.
A2
f ε
f γ
i ε.γ
pD
pA
pE
pB
pH
F⊥ε
Ai
Di
Ei
//fγ
Hi
Fauxi
i ε.η
D
A
H
h
Vγ
Fh
C=Ci
P
Bi
LH
F'⊥ε
IpA.ε
G
B
C1
G1
//fε
E
H1
D1 =F=F1
B1
Orδ
F2
hε
E1
A1
A1R
hβ
LT
A0 =H0
hη


v ε//f ε
f δ
i ε.β
f β
f η
F1
Faux.
A2
f ε
f γ
i ε.γ
i ε.η
Di
Ei
//f γ
Faux.
Gi
Fh
C≡Ci
Bi
h
LH
F⊥ε
F'⊥ε
lpA.ε
G
B
C1
G1
H1
D1 =F=F1
B1
F2
Orδ
hε
hβ
h1
LT
E1
A1
A1R
A0 =H0
v γ
E
D
A
H

>> EXERCÍCIOS

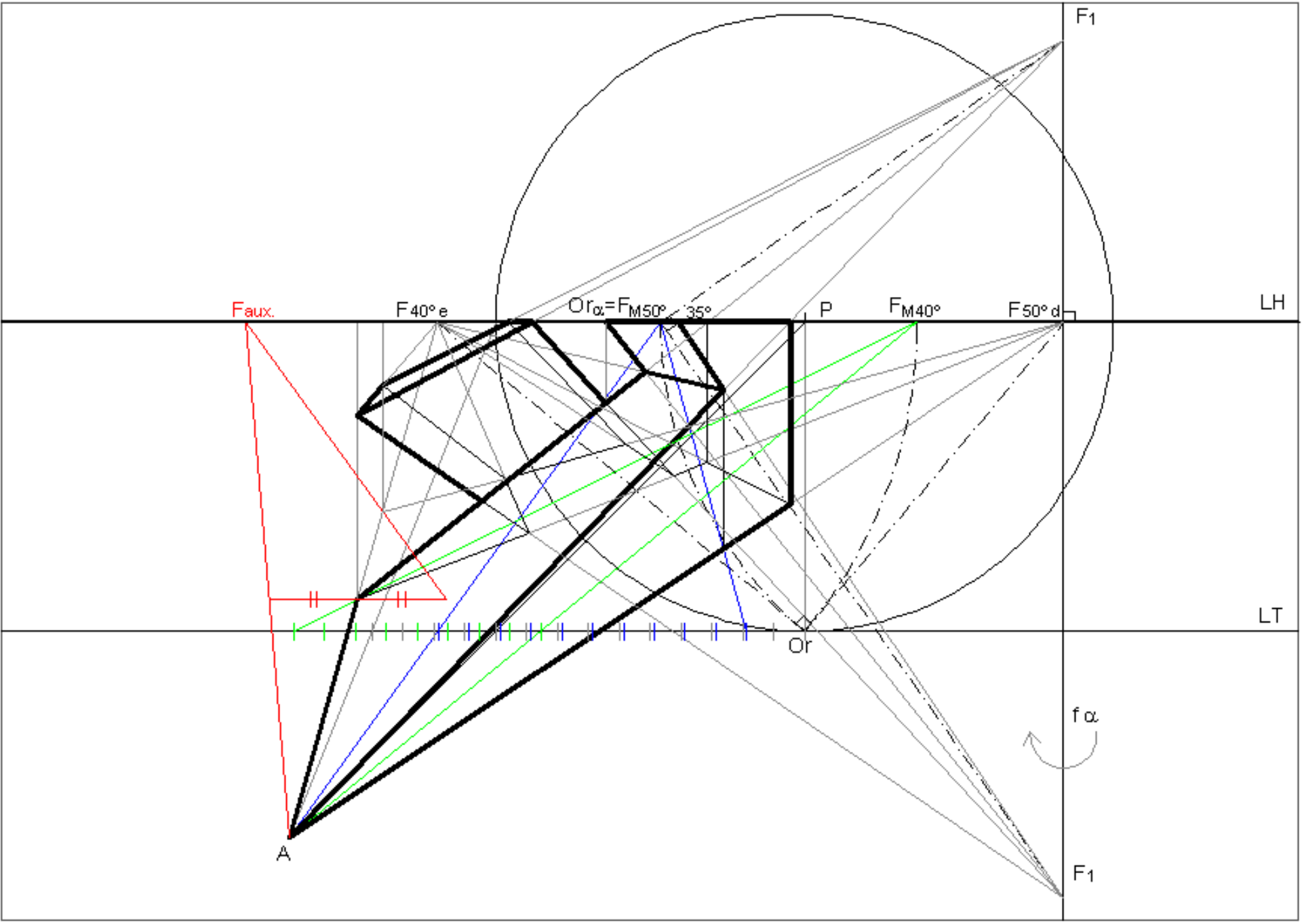
Problema 9:

Numa folha A3 ao baixo com P 4.5cm acima do centro e 5cm à direita do centro, considere um perspectógrafo em que d=10 e h=10.
A unidade é o centímetro (cm).
Observe a figura dada abaixo.
O ponto A tem altura=0, largura=-10 e profundidade=-4.
O plano sombreado na figura é vertical a 50º com o quadro (abertura para a direita)
Os pontos A, B e C estão contidos num plano horizontal.
O ponto A é o ponto mais próximo do observador.
Determine a perspectiva do objecto dado na figura.



Resolução:

Ver figura do slide seguinte.

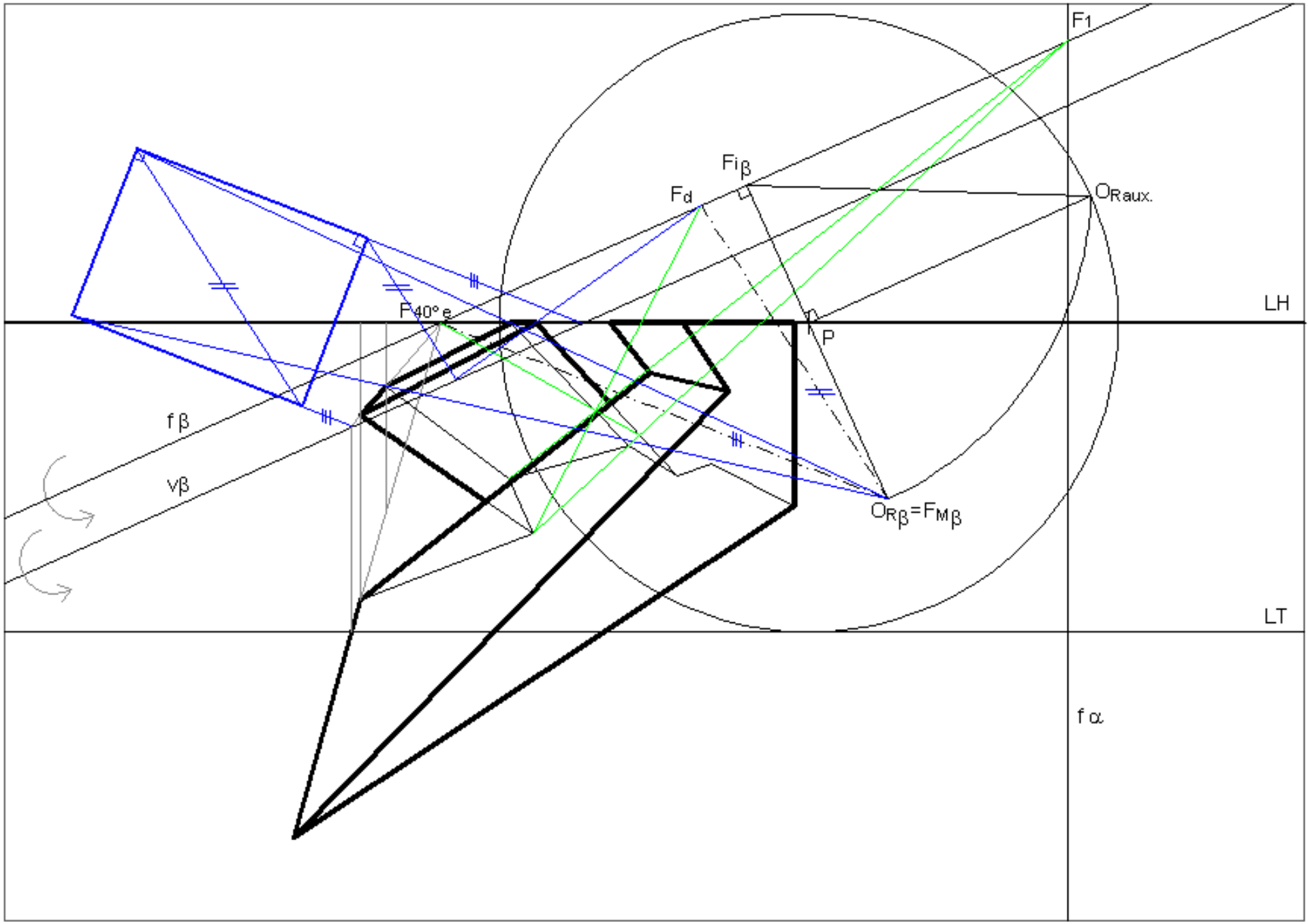

F1
LH
Faux.
F 40° e
Orα=FM50°
35°
P
FM40°
F 50° d
LT
Or
f α
A
F1

>> EXERCÍCIOS

Considere o problema da semana anterior.
Determine a verdadeira grandeza da face [EFBHE].

Resolução:

Ver figura do slide seguinte.


F1
Fiβ
Fd
ORaux.
LH
F40° e
P
fβ
vβ
ORβ=FMβ
LT
fα

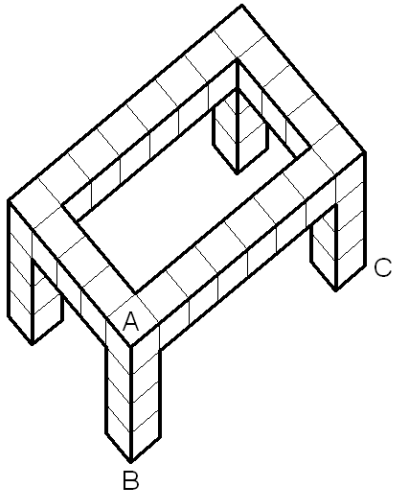
>> EXERCÍCIOS

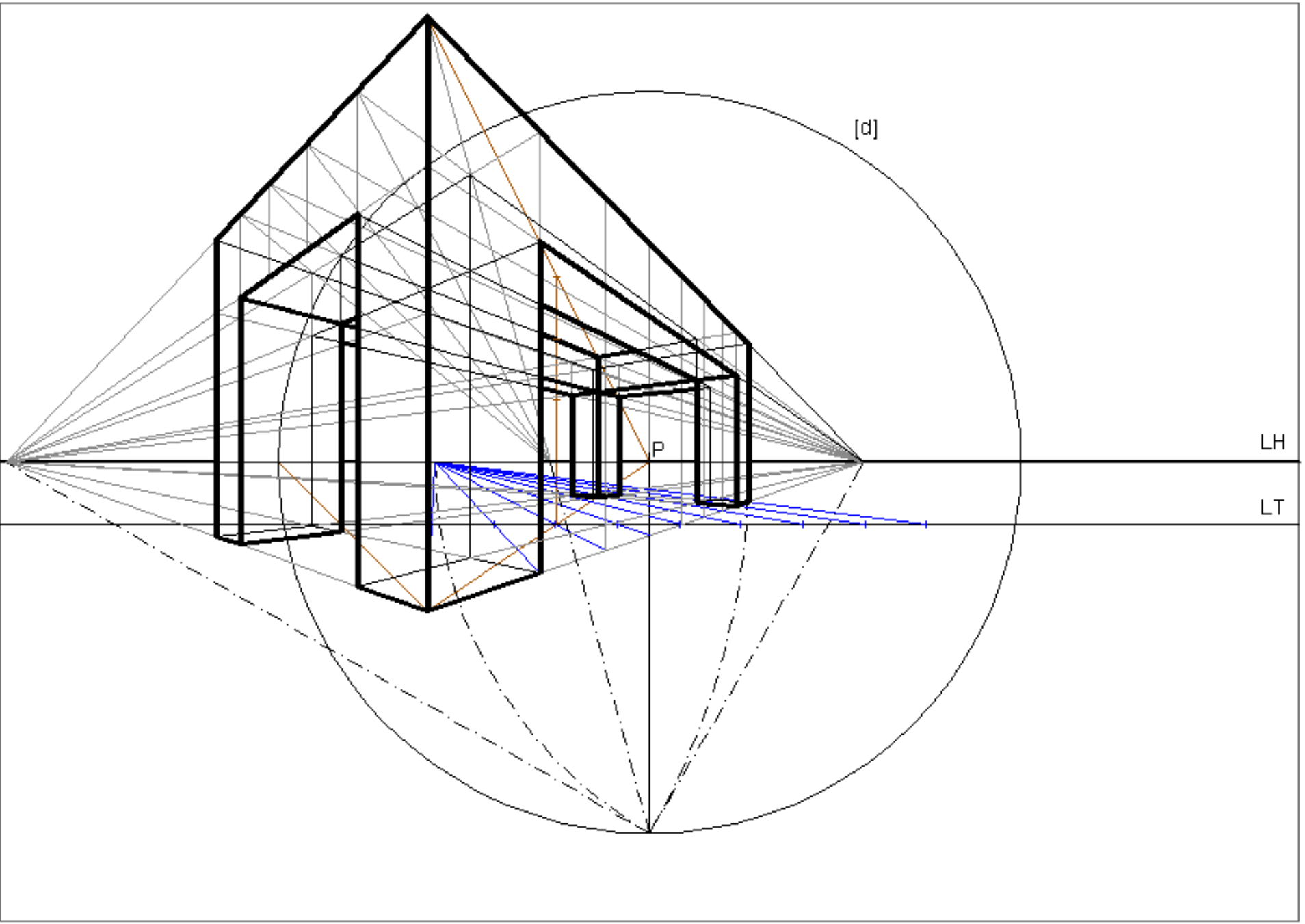
Problema 10:

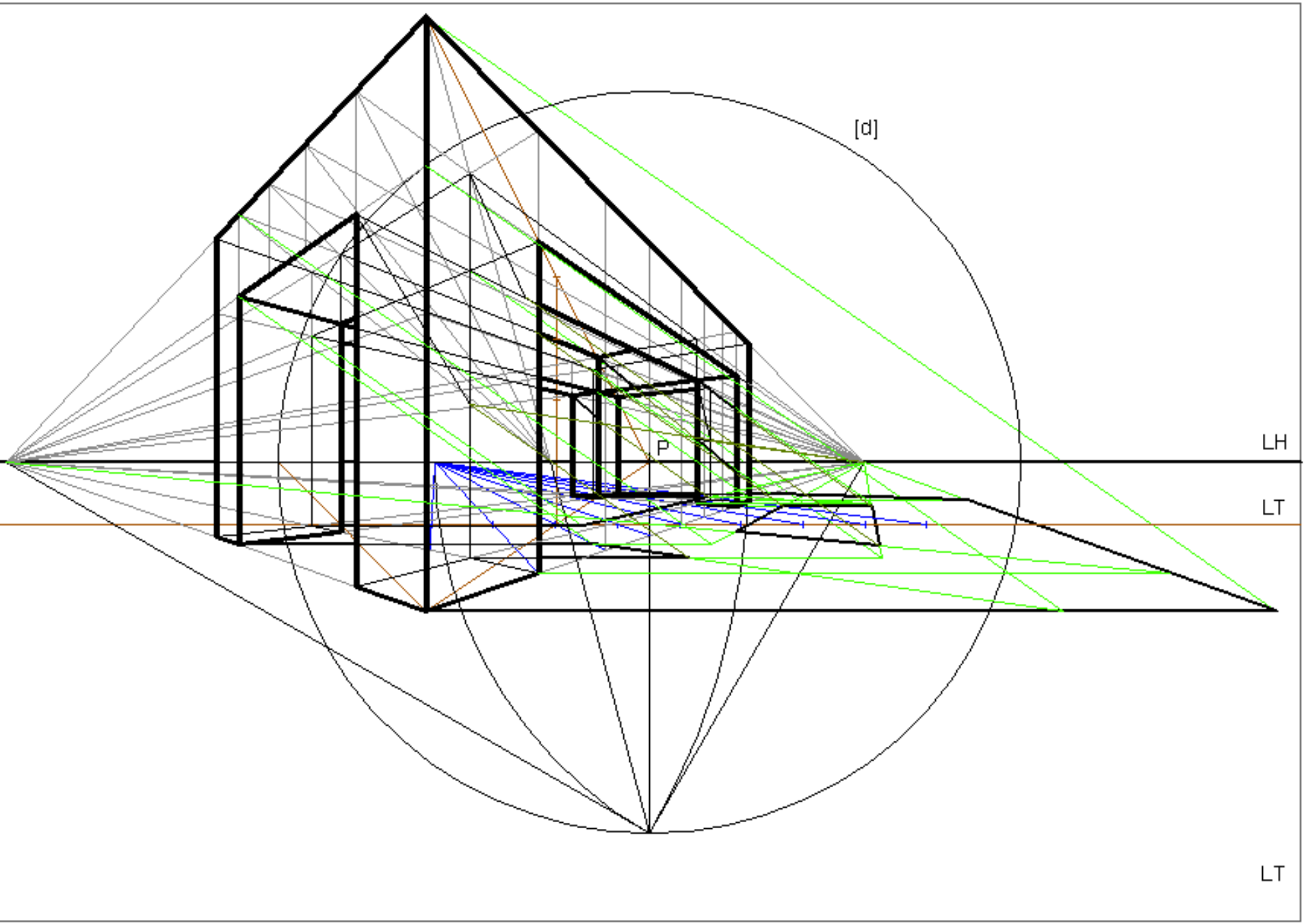
Numa folha A3 ao baixo com P ao centro, considere um perspectógrafo em que d=12 e h=2.
A unidade é o metro (m). Considere a escala 1/100 para o plano do quadro.
Observe a figura dada abaixo.
O objecto estrutura-se através da adição de cubos com 2m de lado.
O segmento [AB] é vertical.
O segmento [BC] é horizontal com altura 0. Está inclinado a 60º com o quadro (abertura para a direita)
Determine a perspectiva e a sombra do objecto dado na figura considerando uma direcção luminosa frontal a 35º com o geometral (abertura para a esquerda).

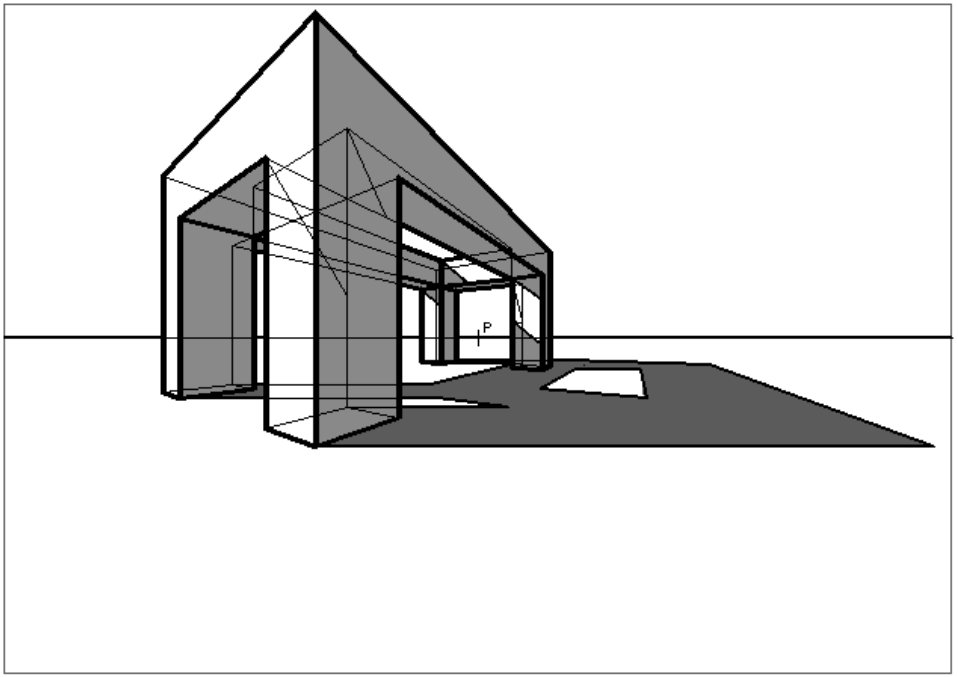
Resolução:

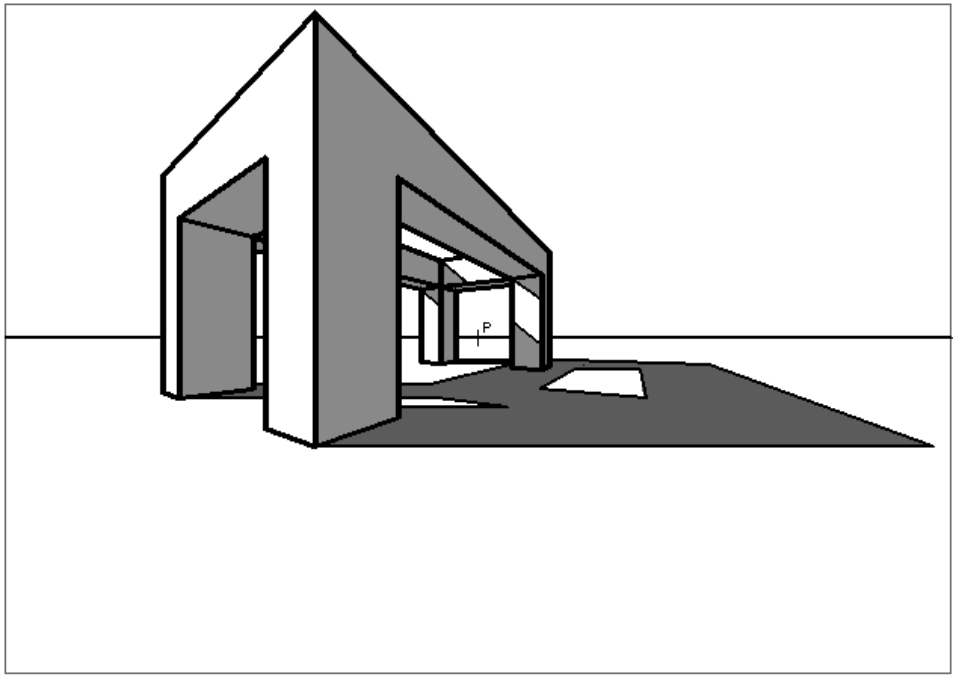
Ver figuras dos slides seguintes.




[d]
P
LH
LT


[d]
P
LH
LT
LT


P


P

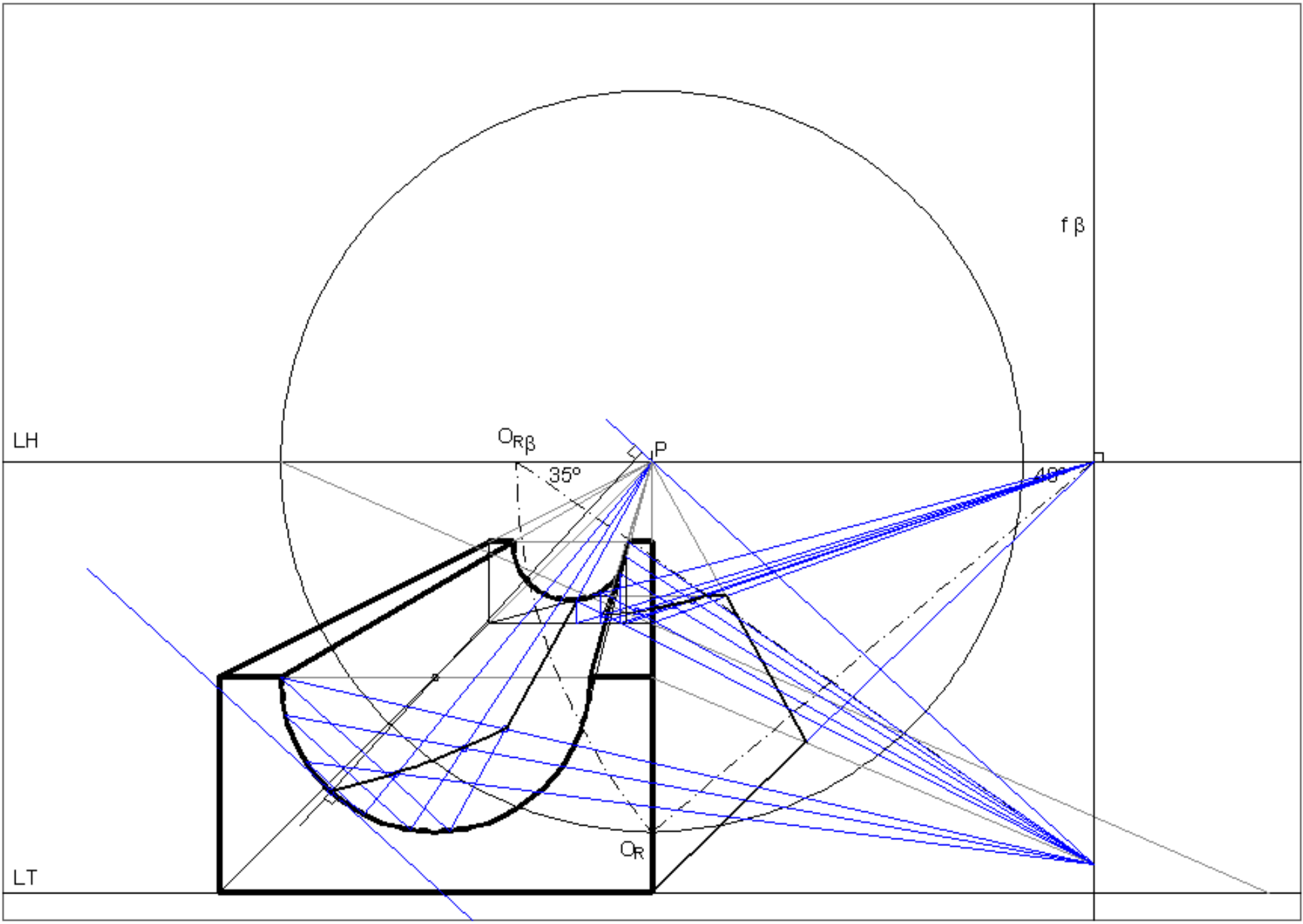
>> EXERCÍCIOS

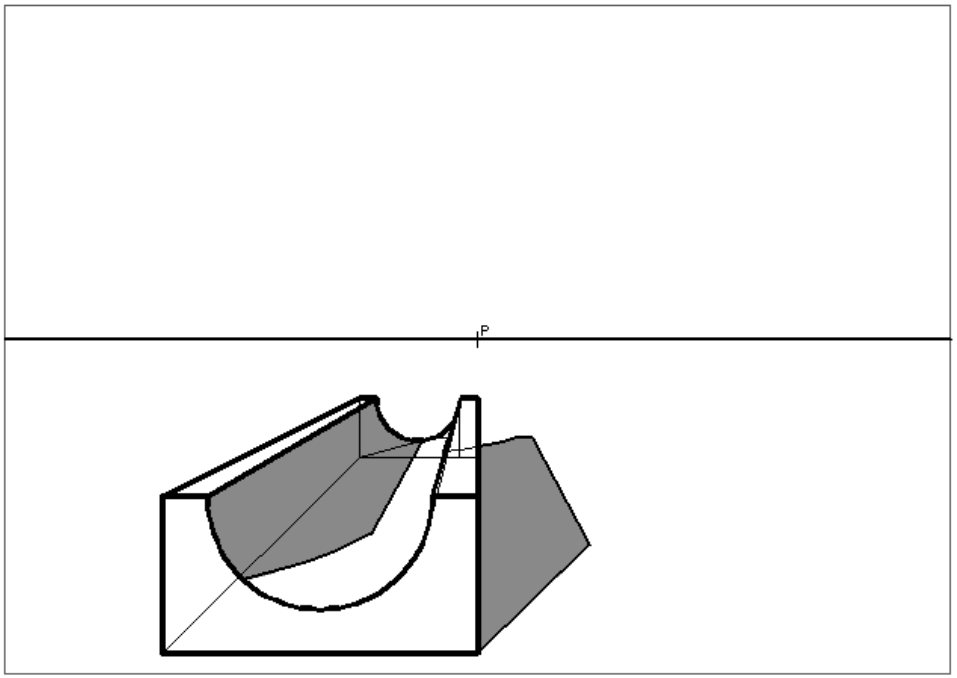
Problema 11:

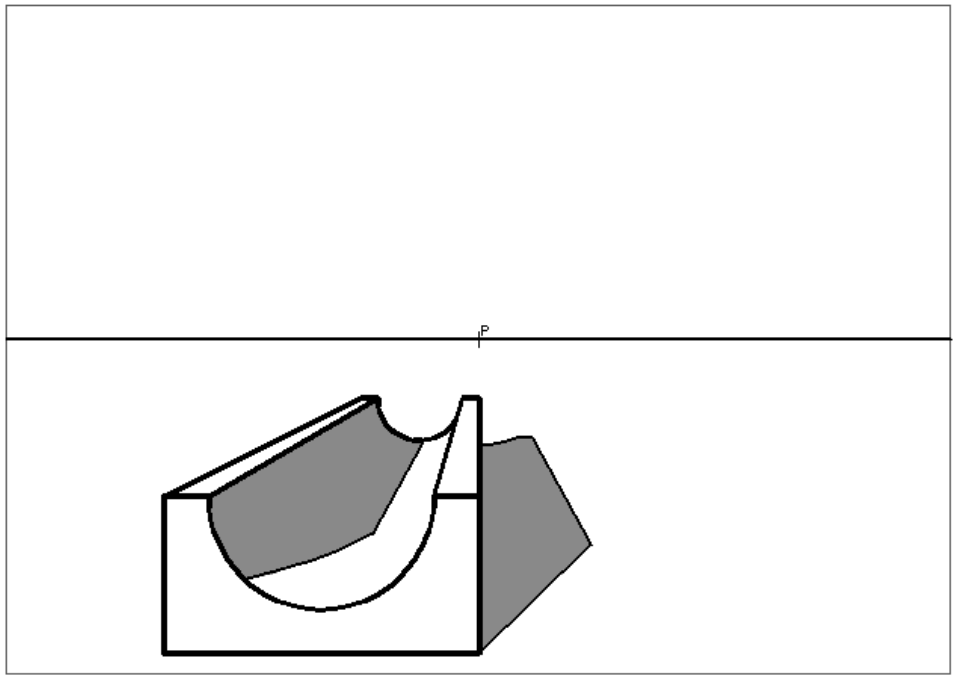
Numa folha A3 ao baixo com P ao centro, considere um perspectógrafo em que d=12 e h=14.
A unidade é o metro (m). Considere a escala 1/100 para o plano do quadro.
Observe a figura dada abaixo.
O objecto está assente no geometral, com a face sombreada no quadro. A face mais à direita do objecto é projectante.
A direcção luminosa tem projecção horizontal a 40º com o quadro (abertura para a direita), e é descendente a 35º com o geometral.
Determine a perspectiva e a sombra do objecto dado.

Resolução:

Ver figuras dos slides seguintes.


f β
LH
$O_{R\beta}$
P
35°
48°
O_R
LT


P


P

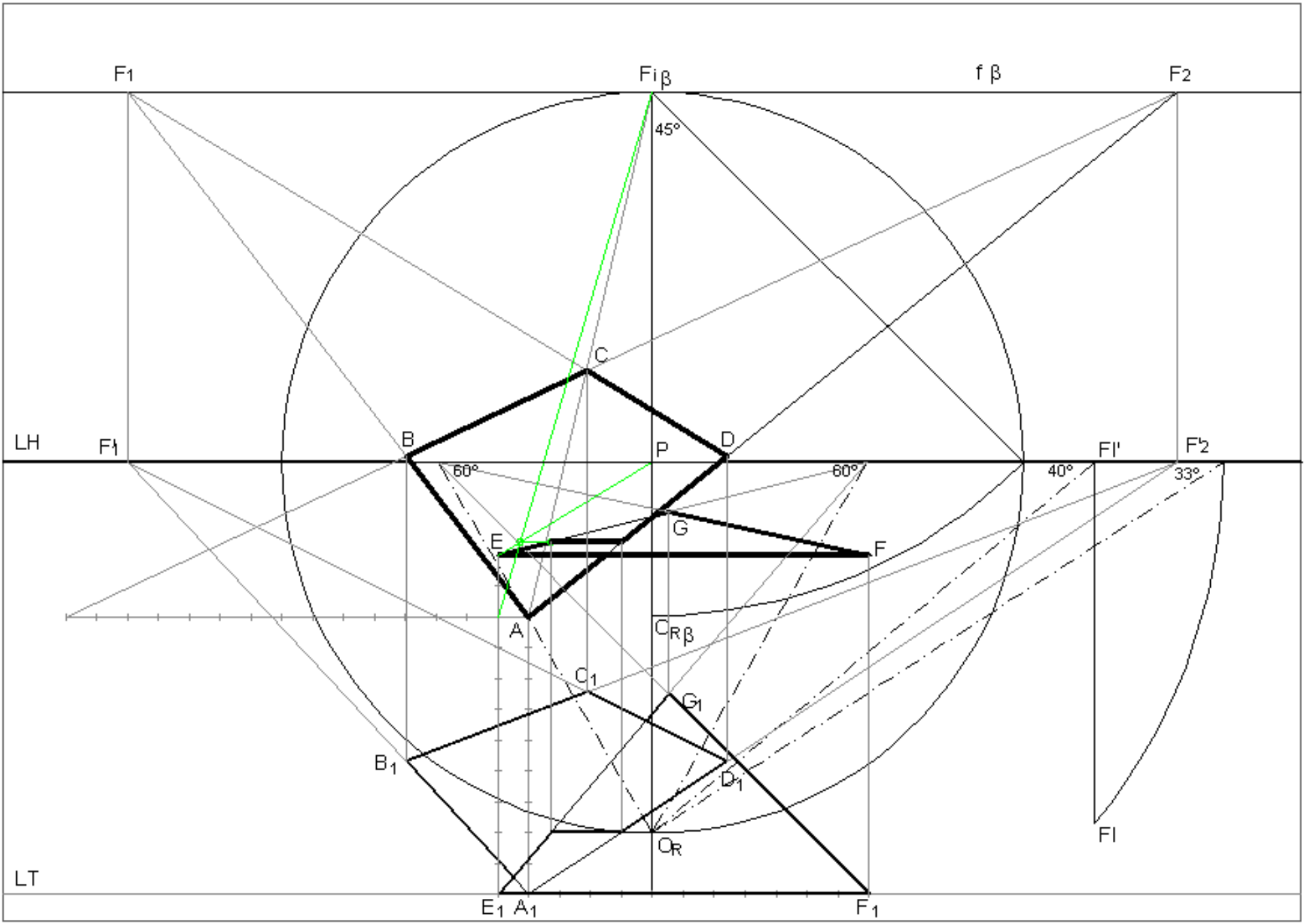
>> EXERCÍCIOS

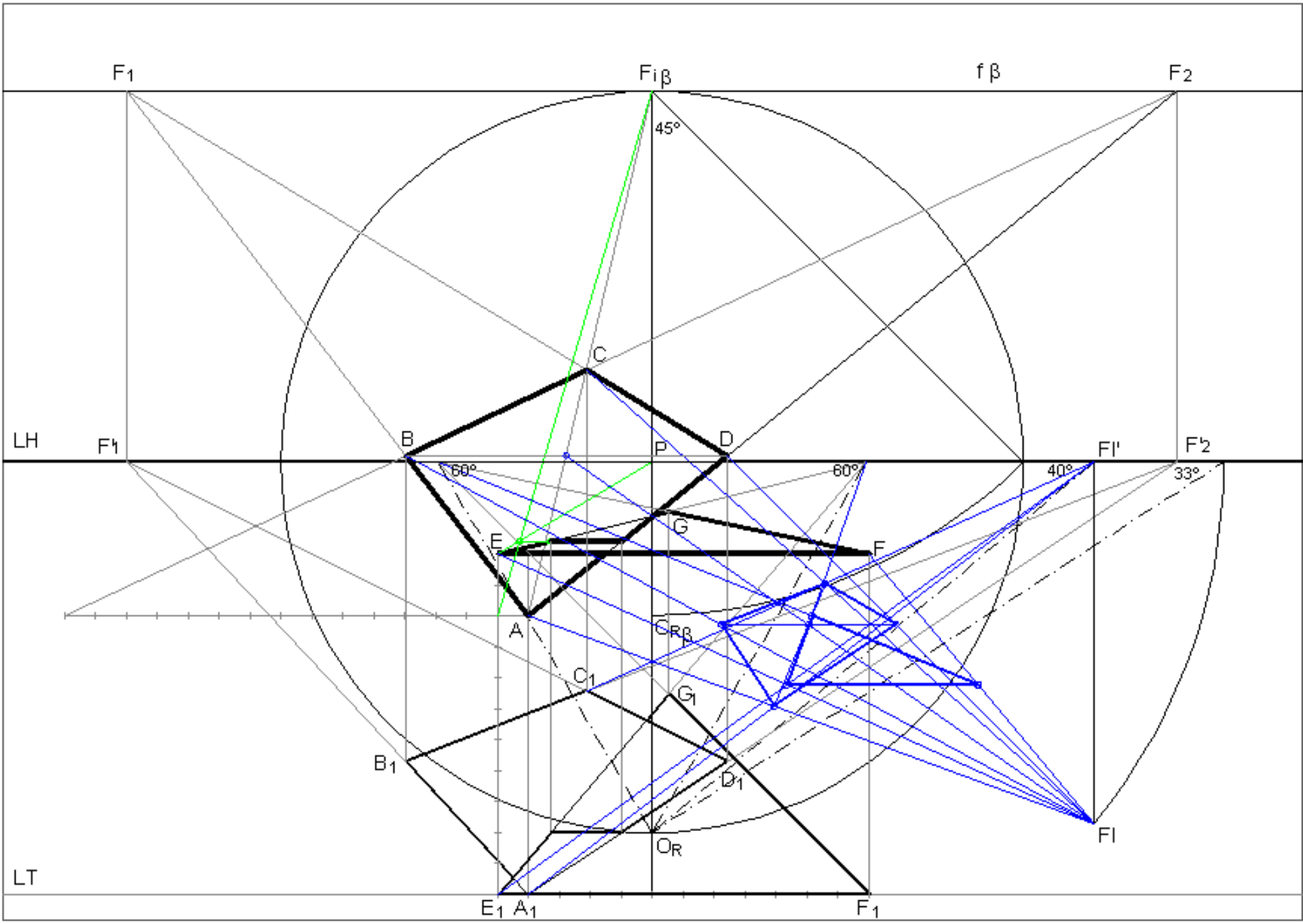
Problema 12:

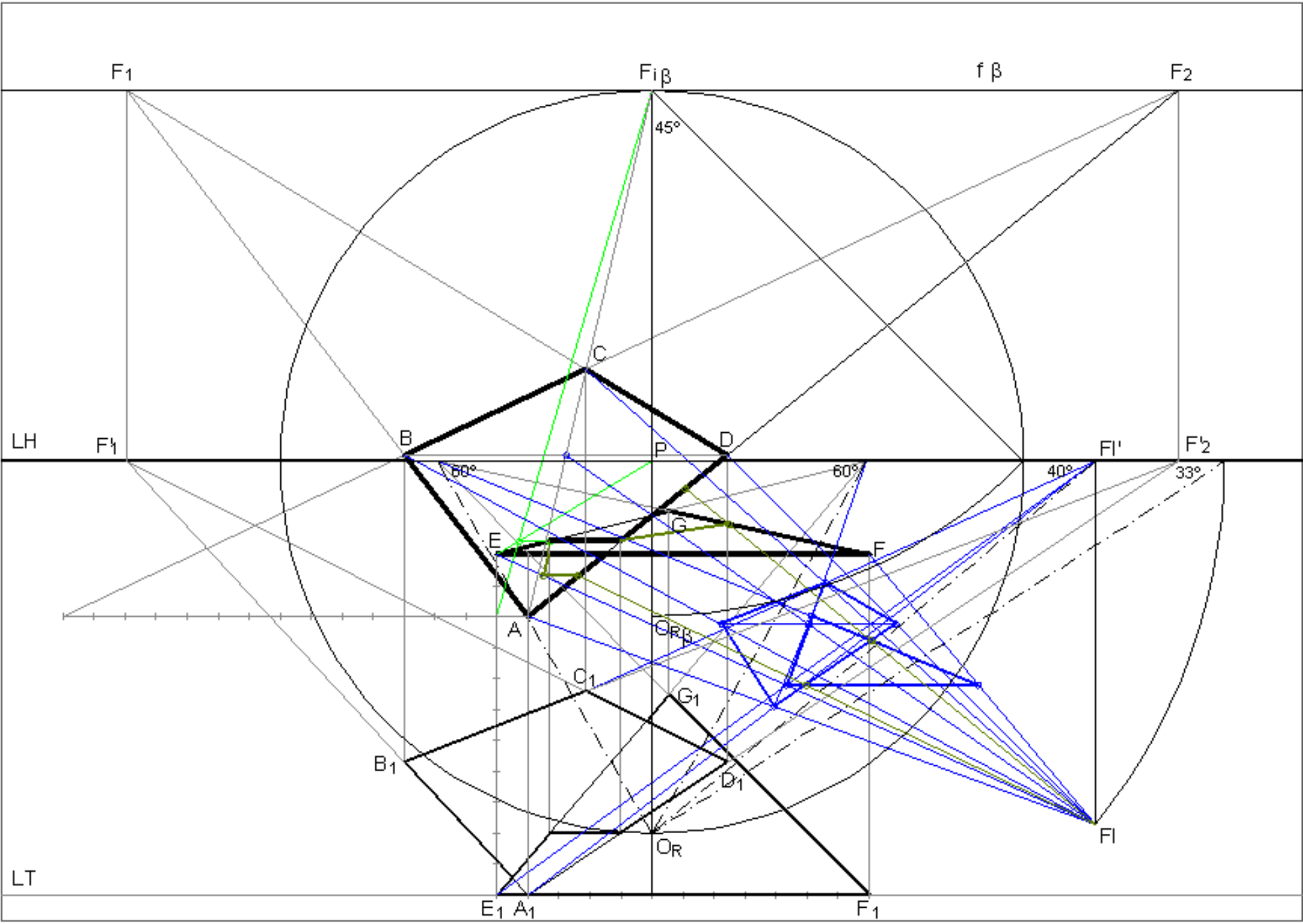
Numa folha A3 ao baixo com P ao centro, considere um perspectógrafo em que d=12 e h=14.
A unidade é o centímetro (cm).
Determine a perspectiva de um quadrado contido num plano de rampa a 45º, ascendente, com o quadro. A diagonal [AC] do quadrado é de maior inclinação e mede 15cm. O vértice A com largura=-4 e altura=9 está contido no quadro. O vértice C está contido no espaço real.
Determine a perspectiva de um triângulo equilátero horizontal. O triângulo tem um lado fronto-horizontal contido no quadro. O vértice mais à esquerda desse lado está 2cm acima de A e 1cm à esquerda de A. O lado do triângulo mede 12cm e o triângulo está contido no espaço real.
Determine as sombras própria, produzida no geometral, e a auto-produzida pelo conjunto das duas figuras considerando uma direcção luminosa (com abertura à direita) descendente a 33º com o quadro, sabendo que a sua projecção horizontal faz 40º com o quadro (abertura à direita).

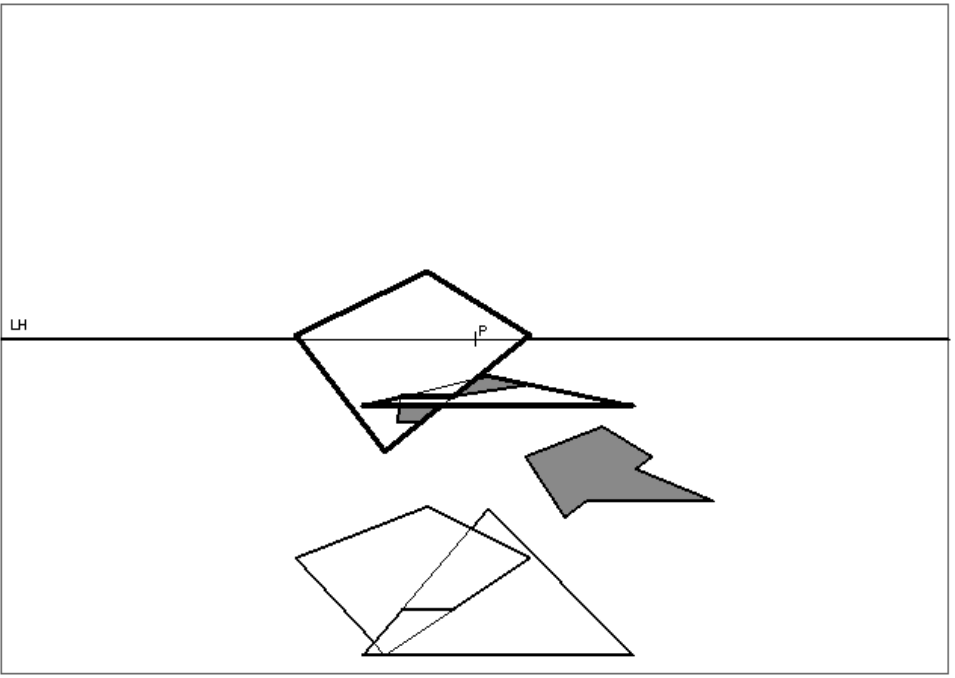
Resolução:

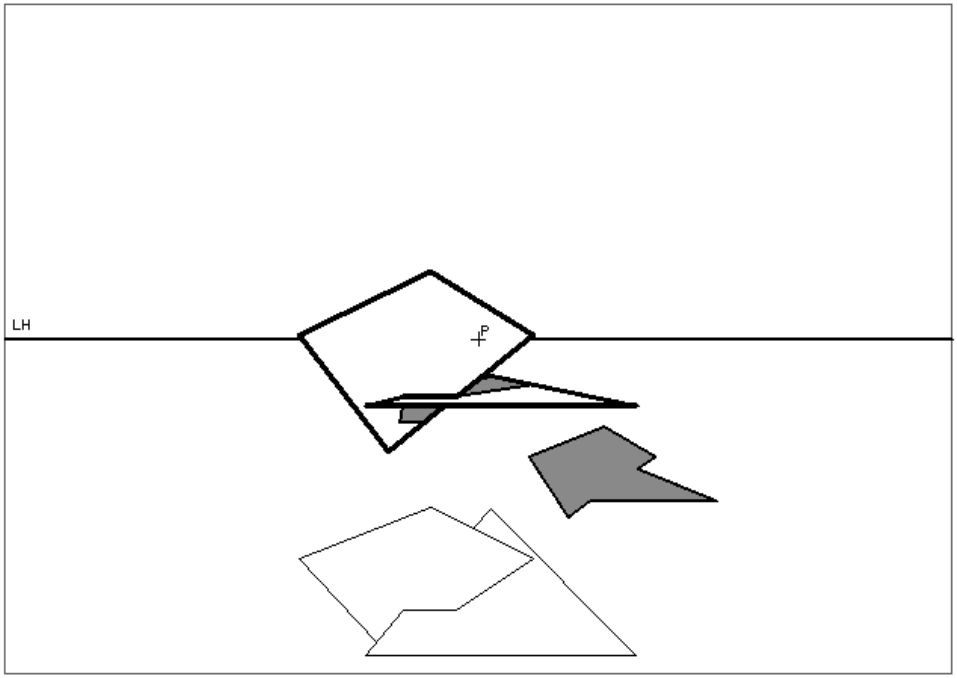
Ver figuras dos slides seguintes.


F1
Fiβ
f β
F2
45°
C
LH
F1
B
P
D
Fl'
F'2
60°
60°
40°
33°
G
E
F
A
CRβ
C1
G1
B1
D1
OR
Fl
LT
E1
A1
F1


F1
Fiβ
fβ
F2
45°
C
LH
F1
B
D
P
Fl'
F2
60°
60°
40°
33°
G
E
F
A
CRβ
C1
G1
B1
D1
Fl
OR
LT
E1
A1
F1


F1
Fiβ
f β
F2
45°
C
LH
F1
B
D
P
Fl'
F2
60°
60°
40°
33°
G
E
F
A
ORβ
C1
G1
B1
D1
OR
Fl
LT
E1
A1
F1


LH
P


LH
P

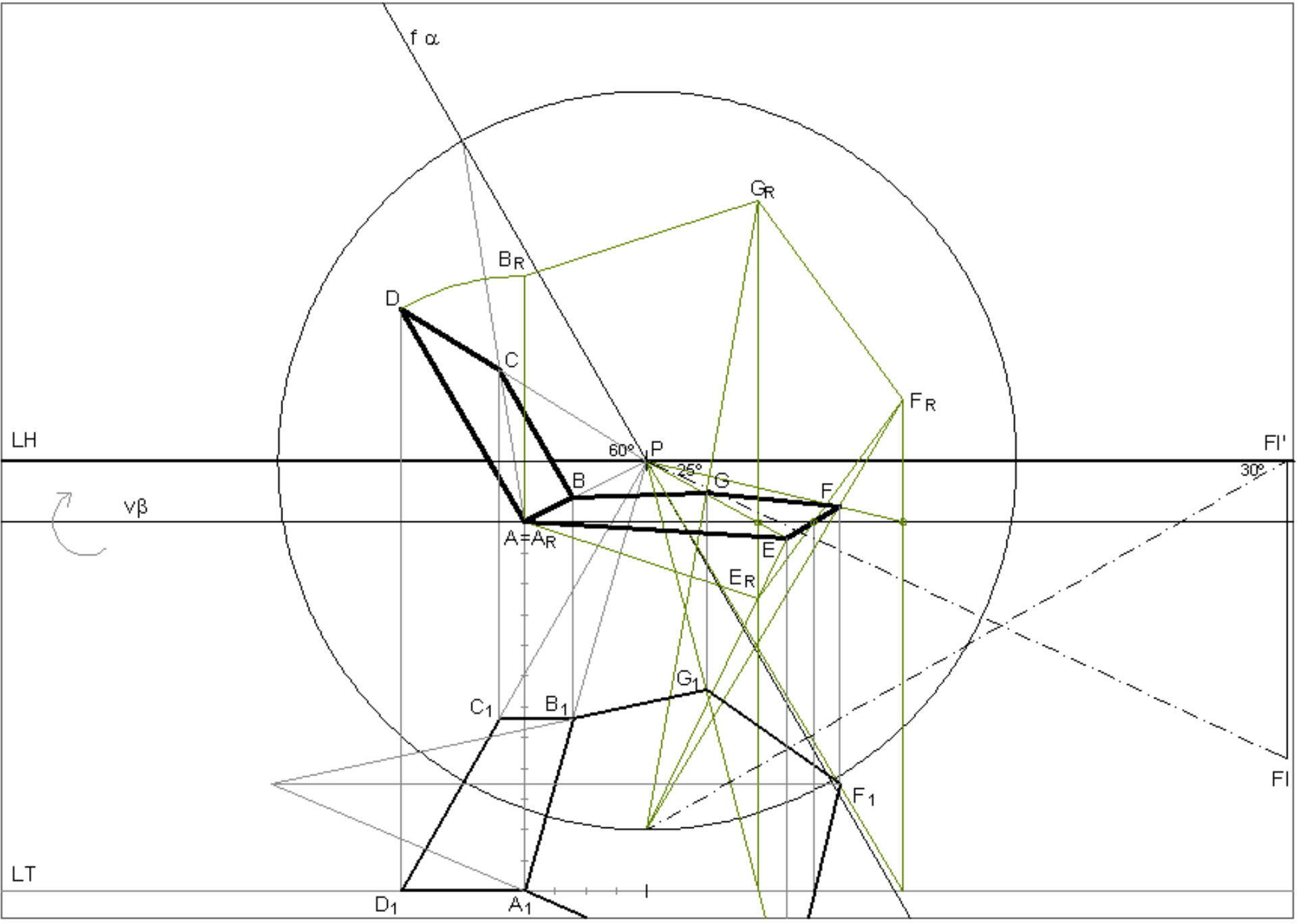
>> EXERCÍCIOS

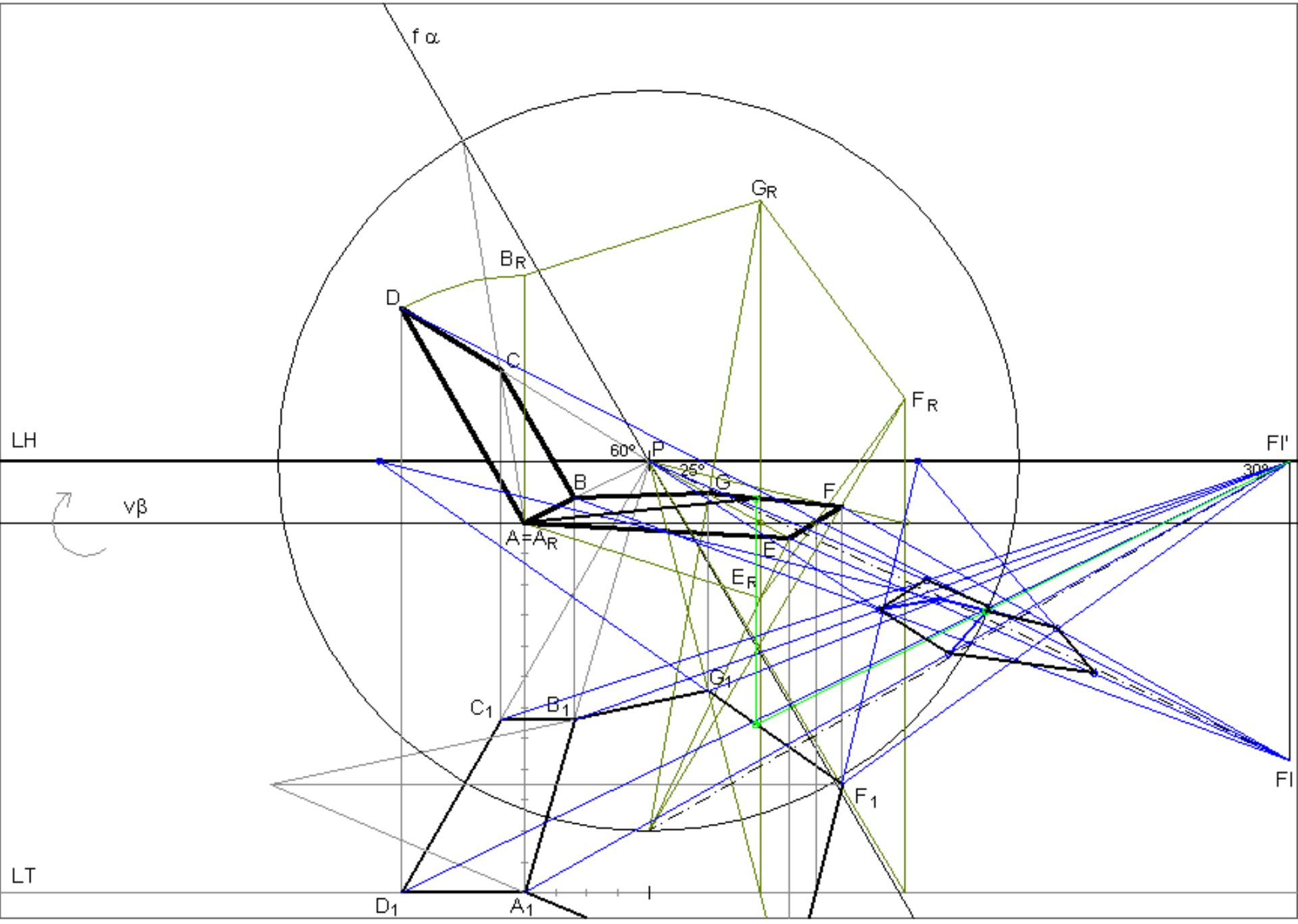
Problema 13:

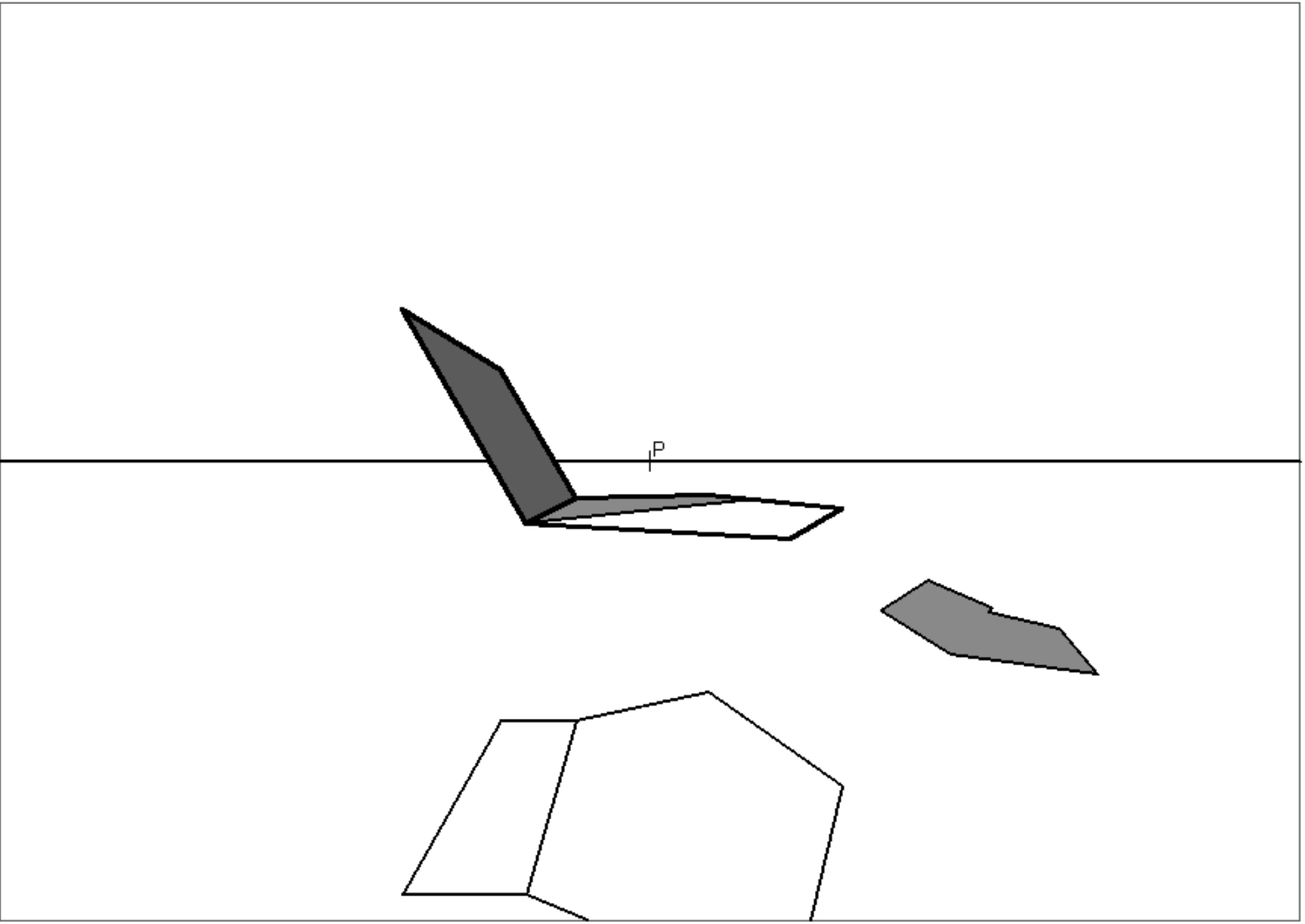
Numa folha A3 ao baixo com P ao centro, considere um perspectógrafo em que d=12 e h=14.
A unidade é o centímetro (cm).
Determine a perspectiva de um quadrado ortogonal ao quadro com 8cm de lado. O lado de menor profundidade do quadrado está contido no quadro a 60º com a LH (abertura para a esquerda). O vértice de menor altura desse lado tem largura=-4cm e altura=12cm.
Determine a perspectiva de um pentágono regular horizontal. O lado mais à esquerda do pentágono é o lado de menor altura do quadrado.
Determine as sombras própria, produzida no geometral, e a auto-produzida pelo conjunto das duas figuras considerando uma direcção luminosa com projecção frontal a 25º com a LH (abertura para a esquerda) e projecção horizontal a 30º com a LH (abertura para a direita).

Resolução:

Ver figuras dos slides seguintes.


f α
LH
Fl'
Vβ
LT
Fl
G_R
B_R
D
C
F_R
60°
P
25°
30°
B
G
F
A=A_R
E
E_R
G_1
C_1
B_1
F_1
D_1
A_1


f α
LH
Vβ
LT
FI'
FI
60°
25°
30°
P
A=A_R
B_R
G_R
F_R
D
C
B
G
F
E
E_R
G_1
C_1
B_1
F_1
D_1
A_1
l


P

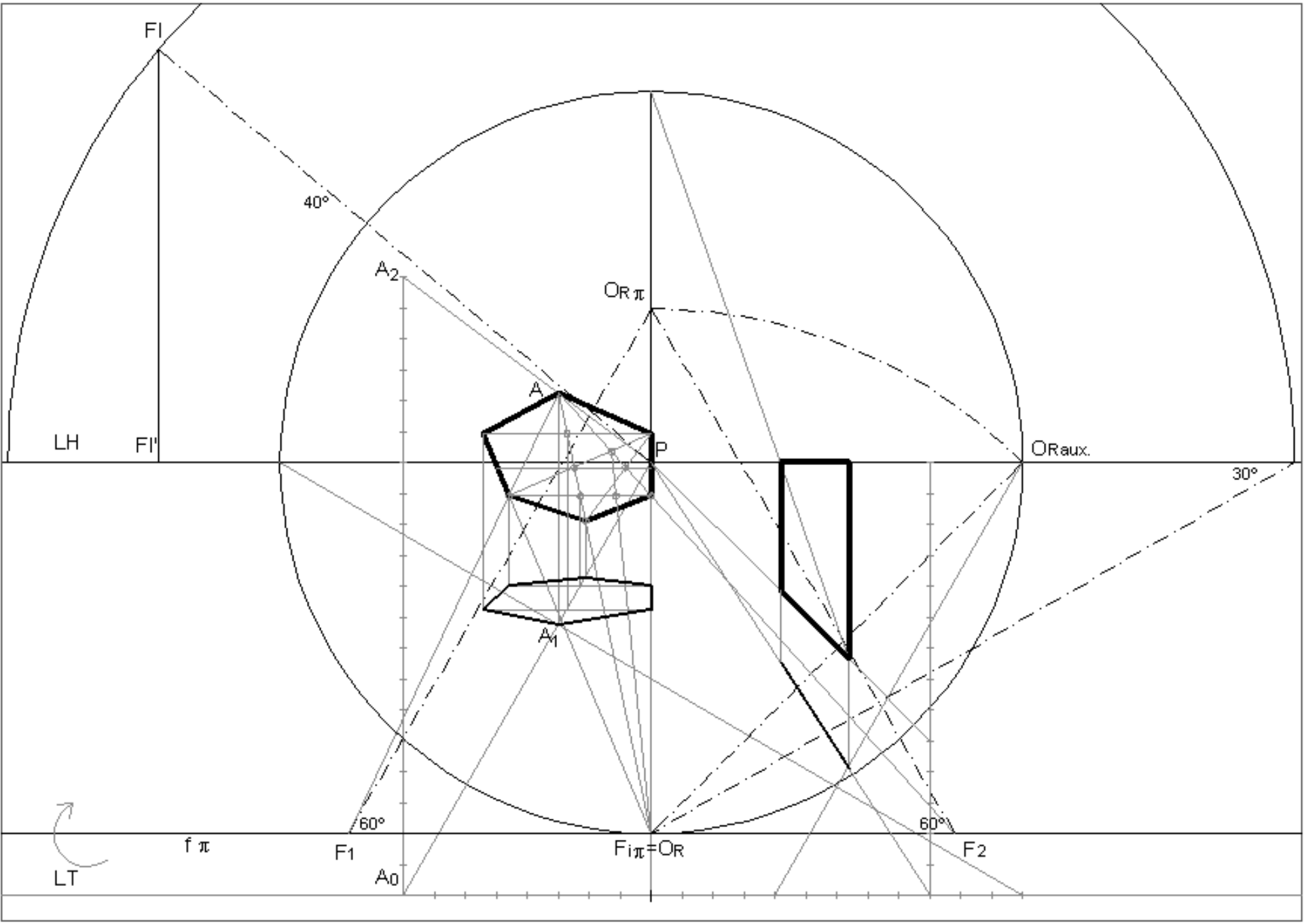
>> EXERCÍCIOS

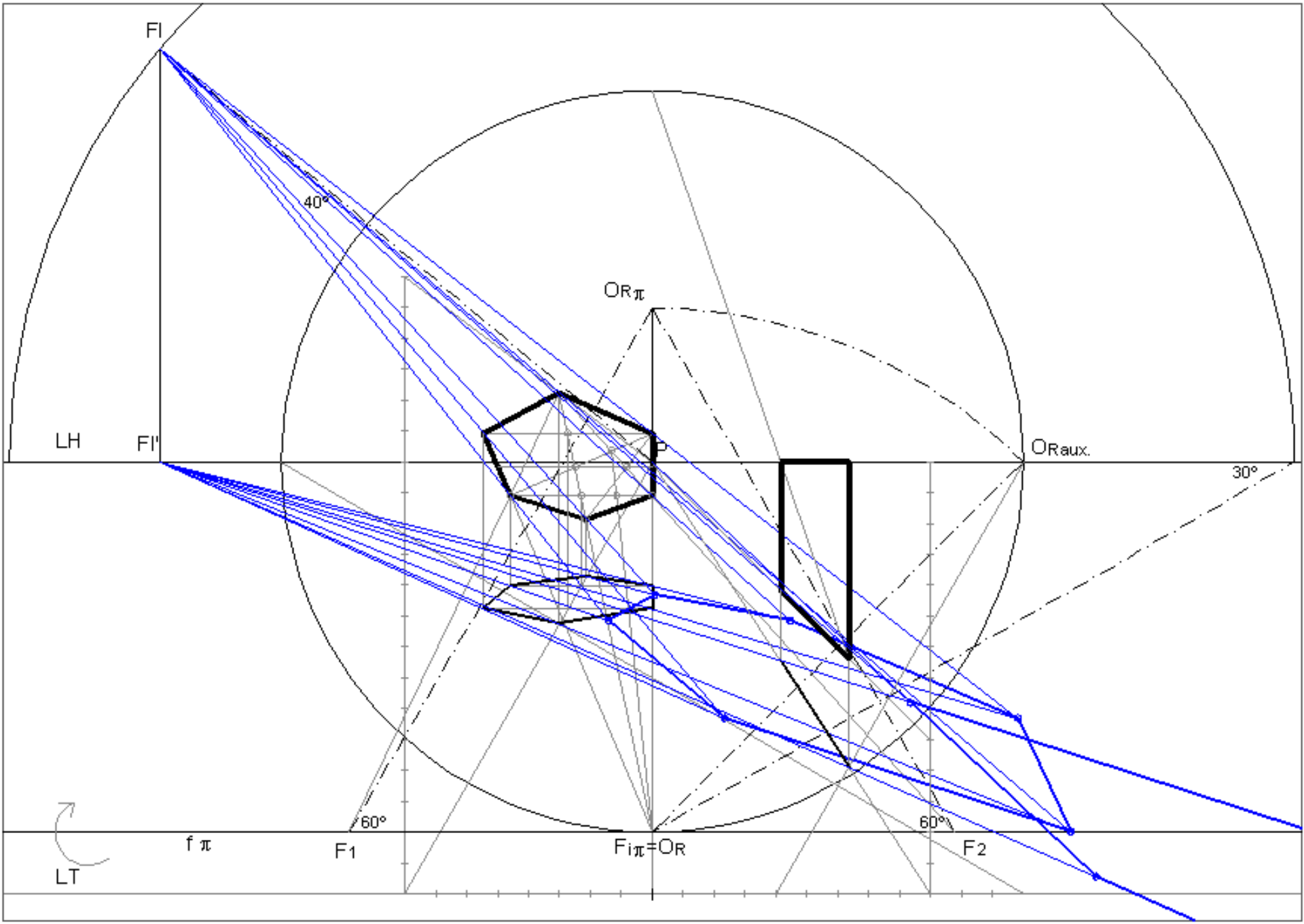
Problema 14:

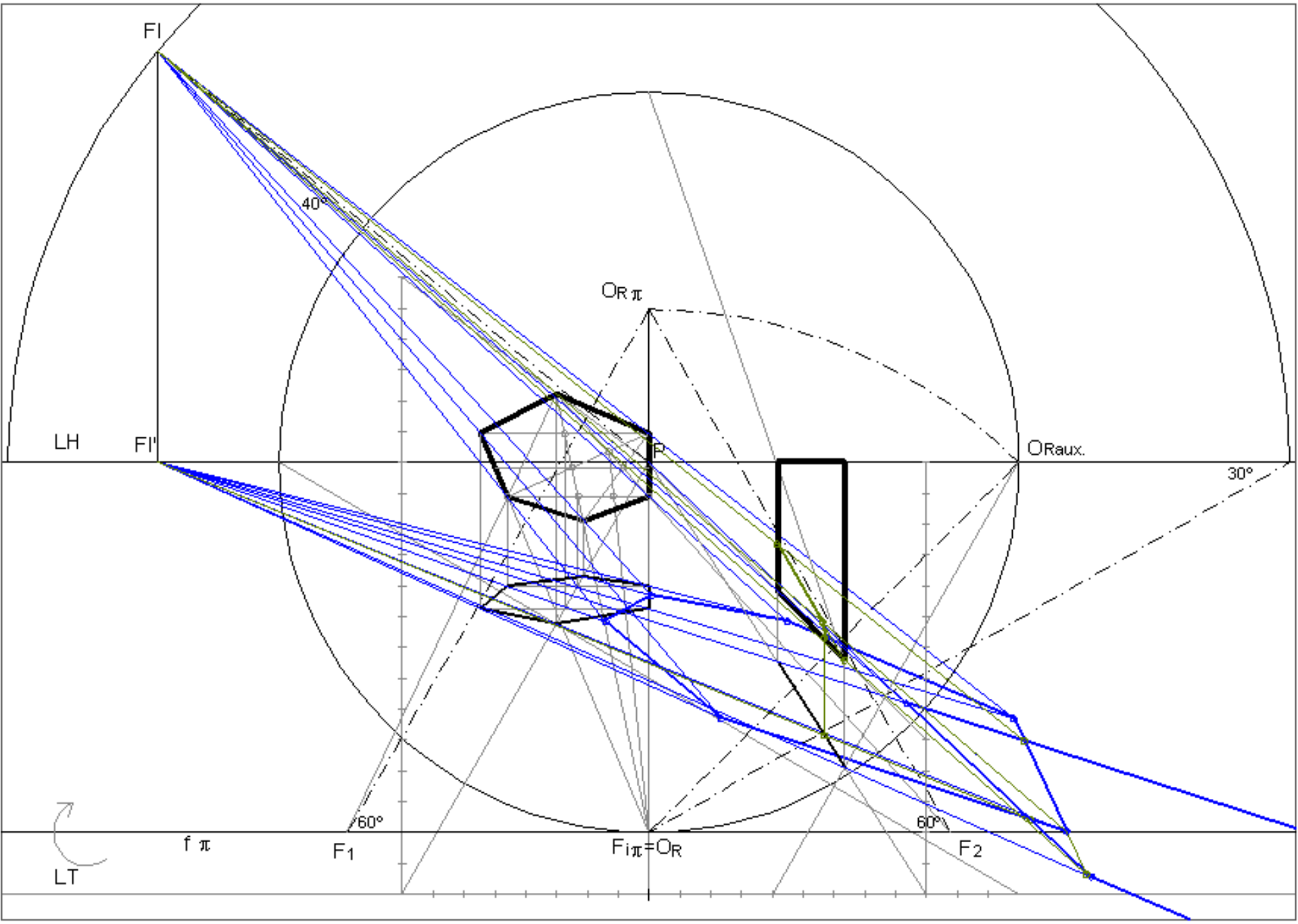
Numa folha A3 ao baixo com P ao centro, considere um perspectógrafo em que d=12 e h=14.
A unidade é o centímetro (cm).
Determine a perspectiva de um hexágono regular contido num plano de rampa descendente a 45º com o quadro. O plano de rampa passa pelo ponto A(20;-8;-20). O ponto A é o vértice de maior altura do hexágono. Um dos lados do hexágono tem largura 0.
Determine a perspectiva de um quadrado, situado no espaço real, com 9cm de lado contido num plano de perfil com largura=9cm. O lado de maior altura do quadrado está contido no plano do horizonte. O lado de menor profundidade dista 5cm do quadro.
Determine as sombras própria, produzida no geometral, e a auto-produzida pelo conjunto das duas figuras considerando uma direcção luminosa ascendente e com abertura para a esquerda a 30º com o quadro. A projecção frontal da direcção luminosa faz 40º com a LH (abertura para a esquerda).

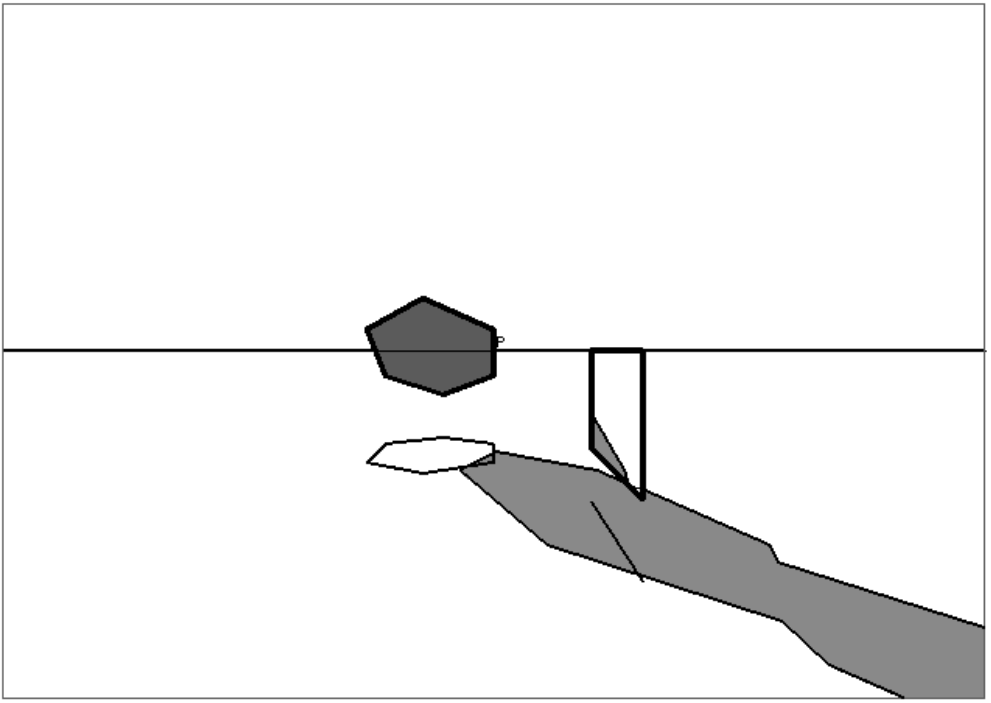
Resolução:

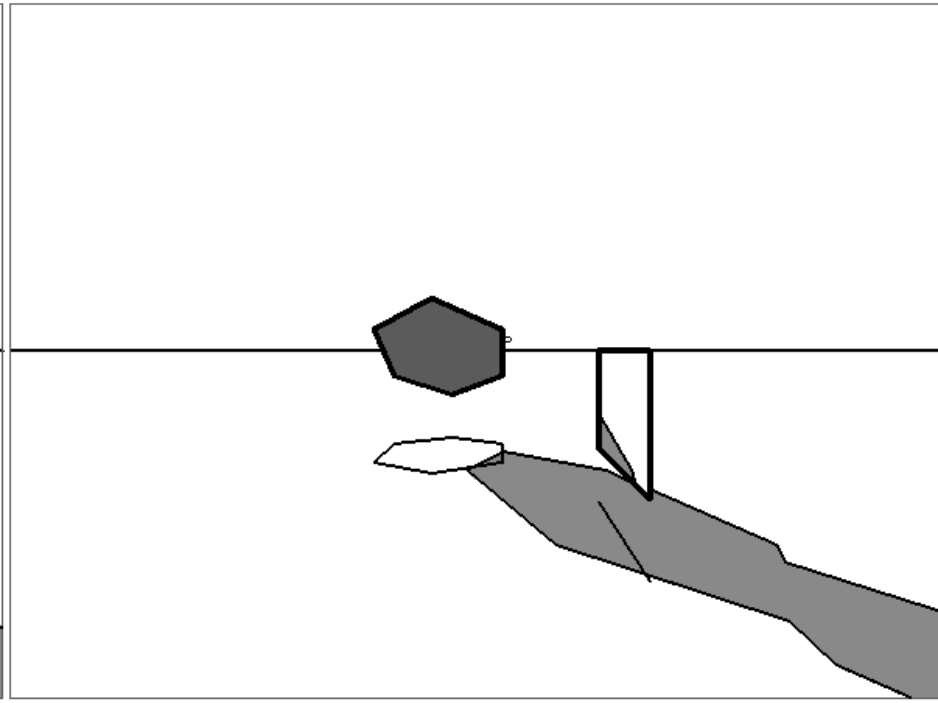
Ver figuras dos slides seguintes.


Fl
40°
A2
ORπ
A
LH
Fl'
P
ORaux.
30°
A1
60°
60°
f π
F1
Fiπ=OR
F2
LT
A0


Fl
40°
ORπ
LH
Fl'
ORaux.
30°
60°
60°
f π
F1
Fiπ=OR
F2
LT


FI
40°
ORπ
LH
FI'
P
ORaux.
30°
60°
60°
f π
F1
FiπOR
F2
LT





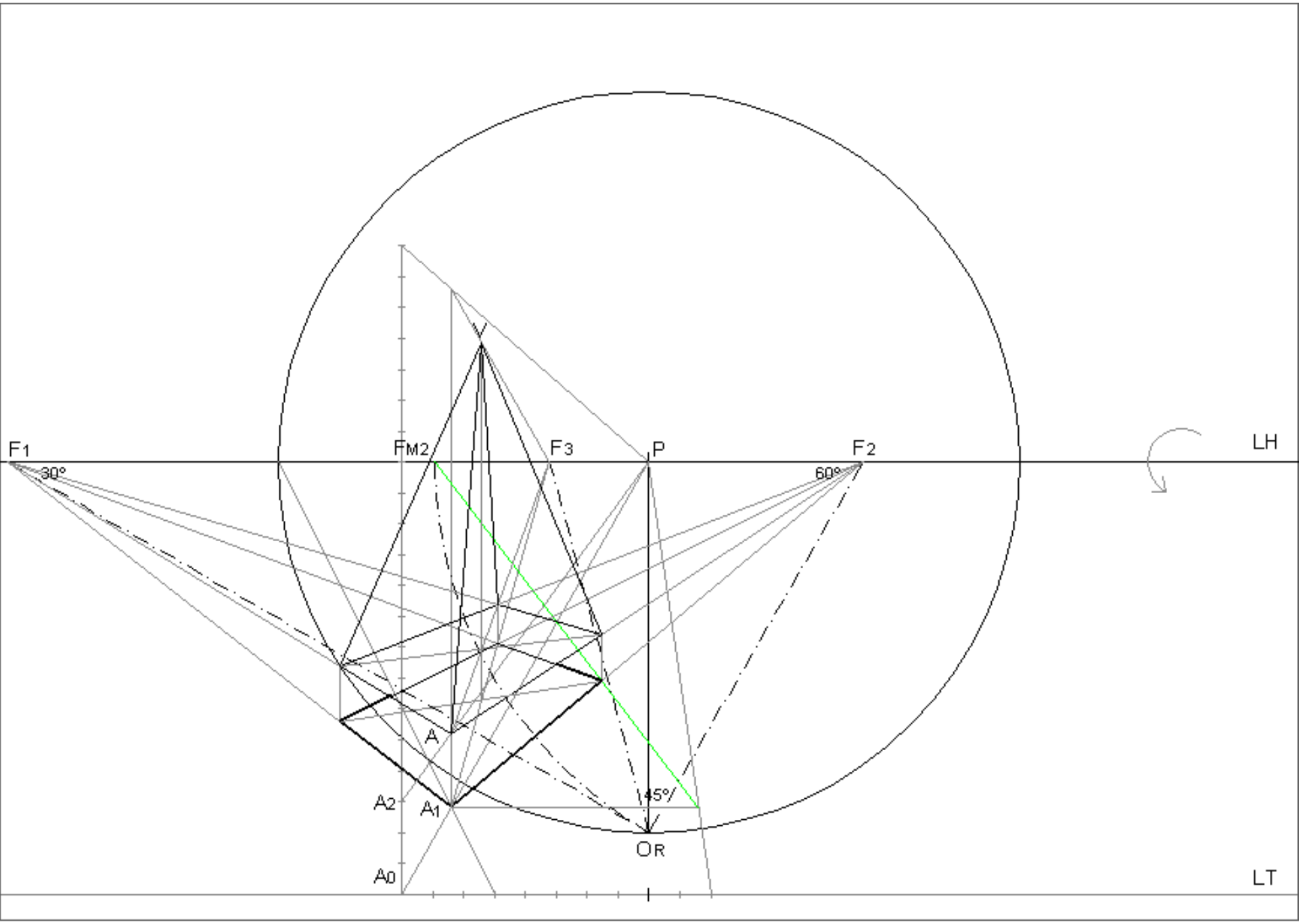
>> EXERCÍCIOS

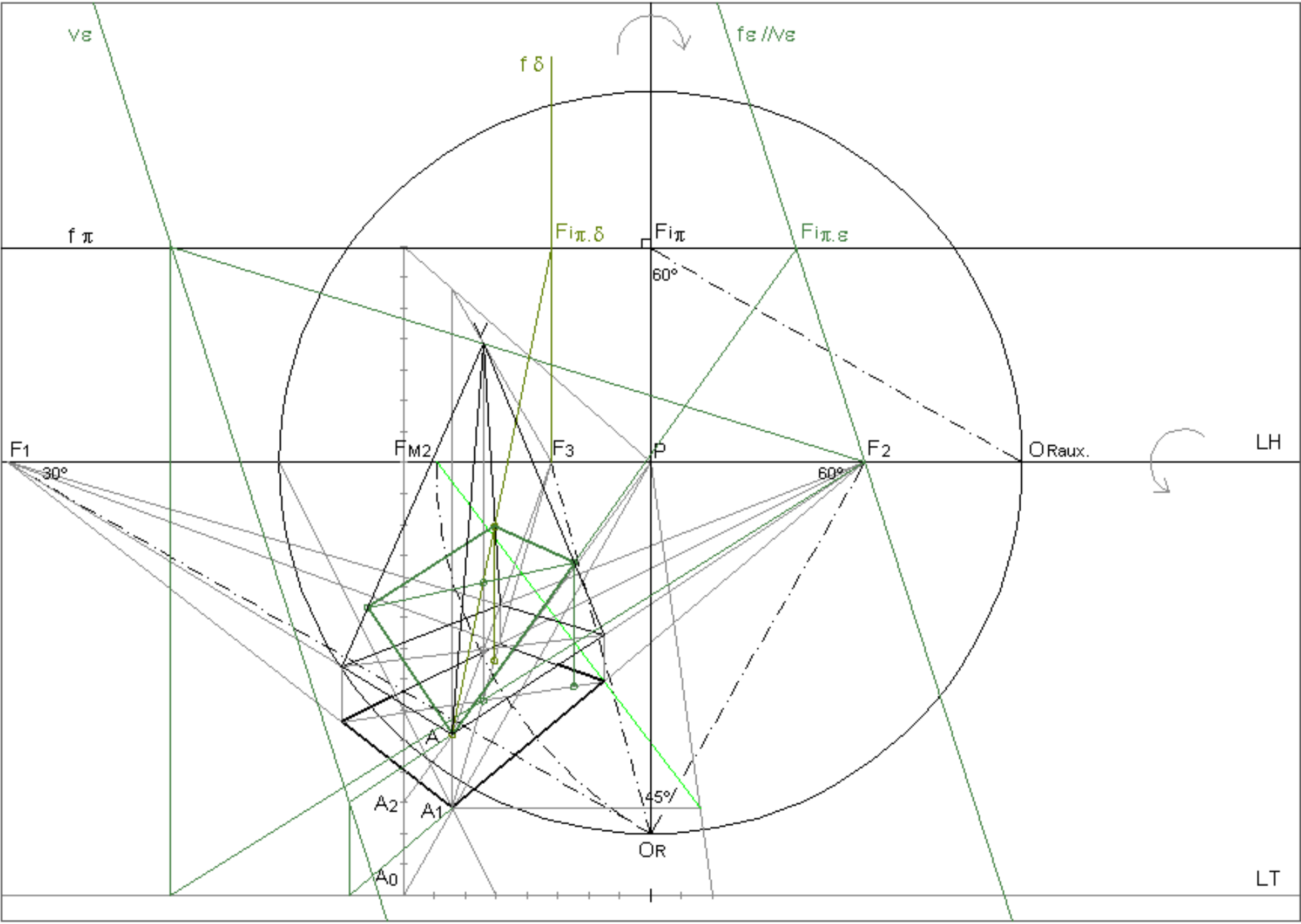
Problema 15:

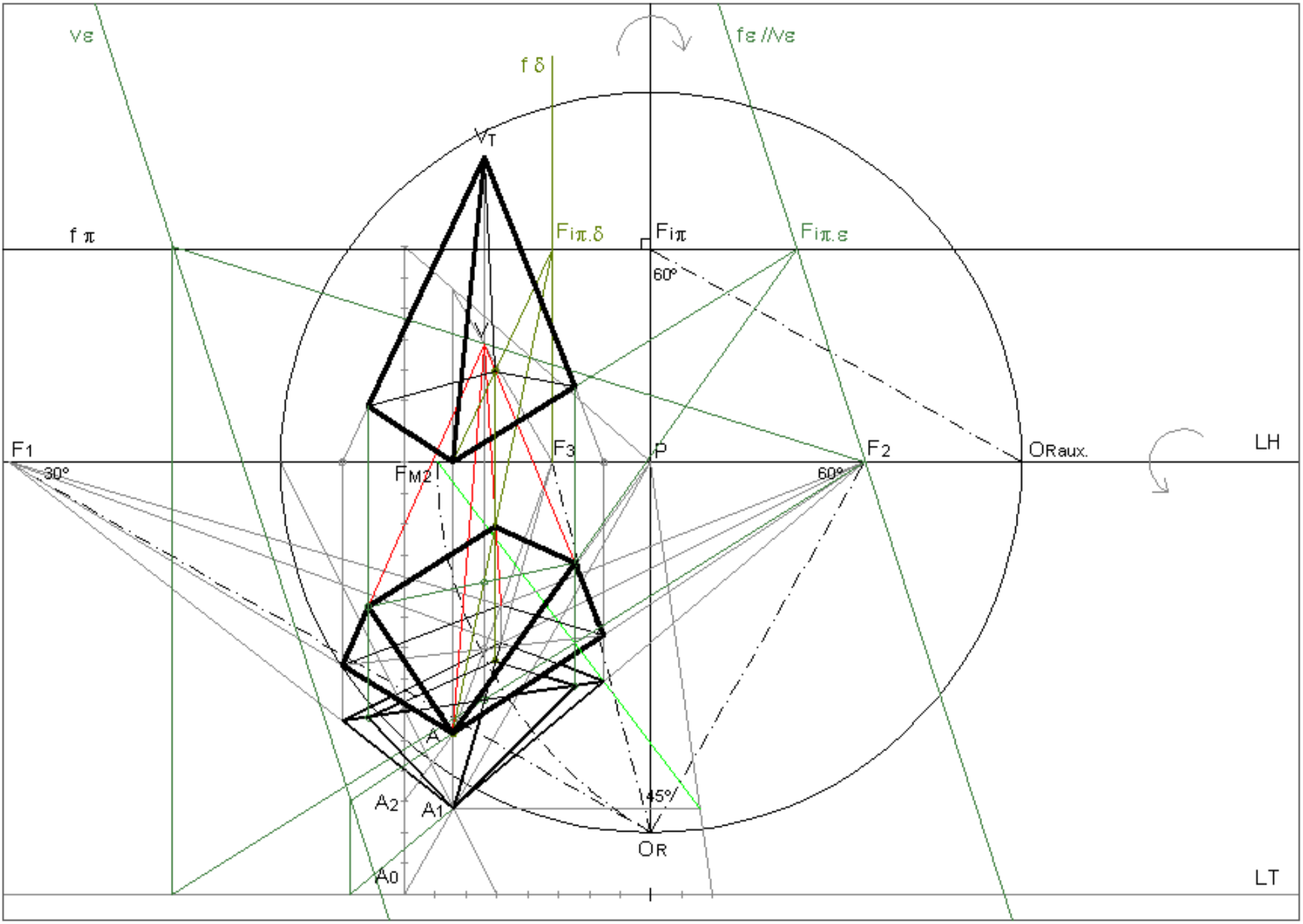
Numa folha A3 ao baixo com P ao centro, considere um perspectógrafo em que d=12 e h=14.
A unidade é o centímetro (cm).
Determine a perspectiva de uma pirâmide quadrangular regular com 18cm de altura e base à cota 3cm. O lado da base mede 10cm. Os lados da base têm direcções horizontais a 60º (abertura para a direita) e 30º (abertura para a esquerda) com a LH. O vértice da pirâmide mais próximo do quadro é o ponto A(3;-8;3). A pirâmide não intersecta o geometral.
Determine a secção produzida na pirâmide por um plano de rampa ascendente a 60º com o quadro passante pelo vértice A.
De seguida efectue uma translação da parte da pirâmide situada acima do plano da secção até que o vértice A fique com a mesma altura do plano do Horizonte.
Determine as sombras própria e produzida no geometral pelo conjunto das duas figuras considerando uma direcção luminosa com projecção frontal a 45º com a LH (abertura para a esquerda) e com projecção horizontal a 45º com a LH (abertura para a direita).

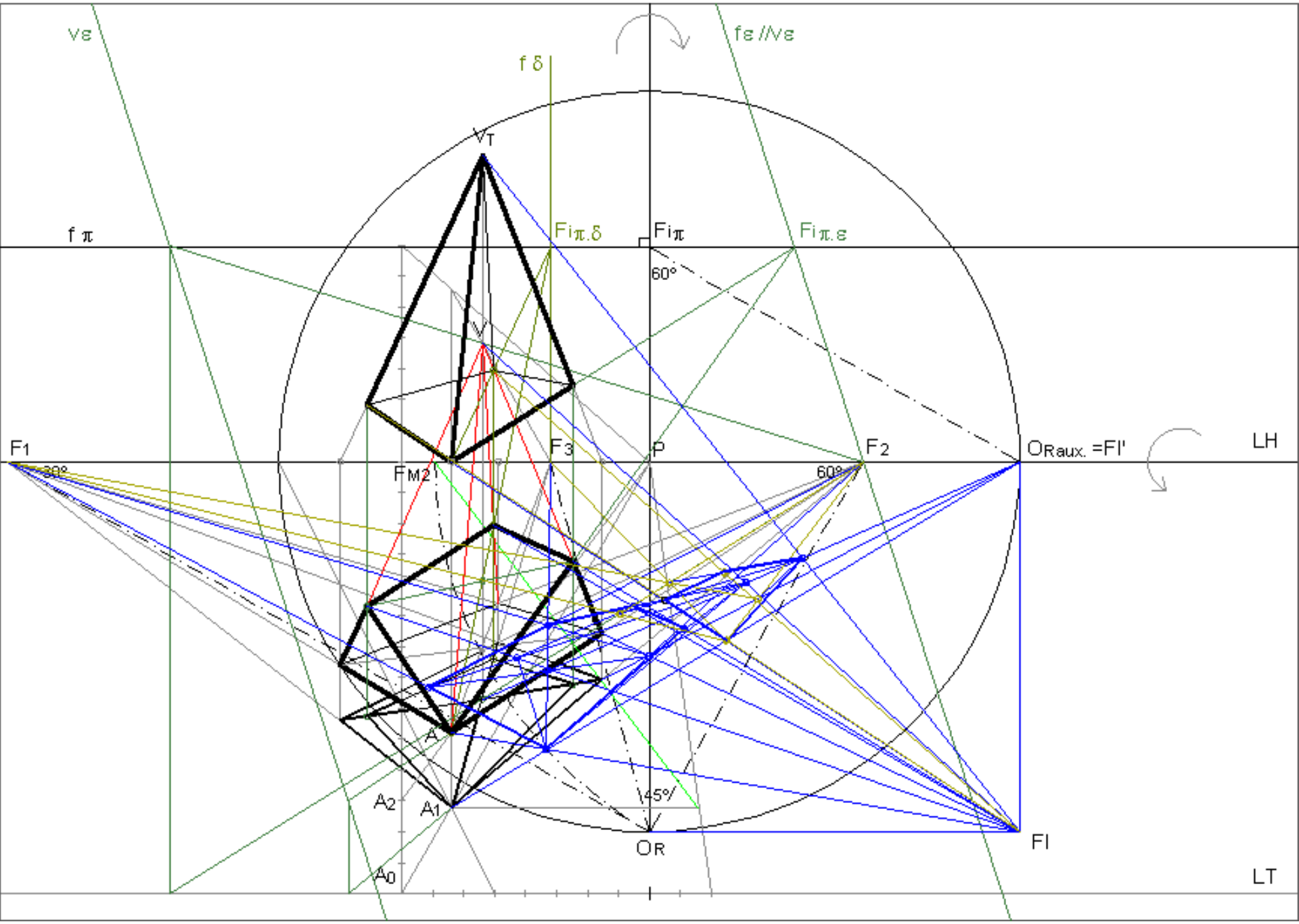
Resolução:

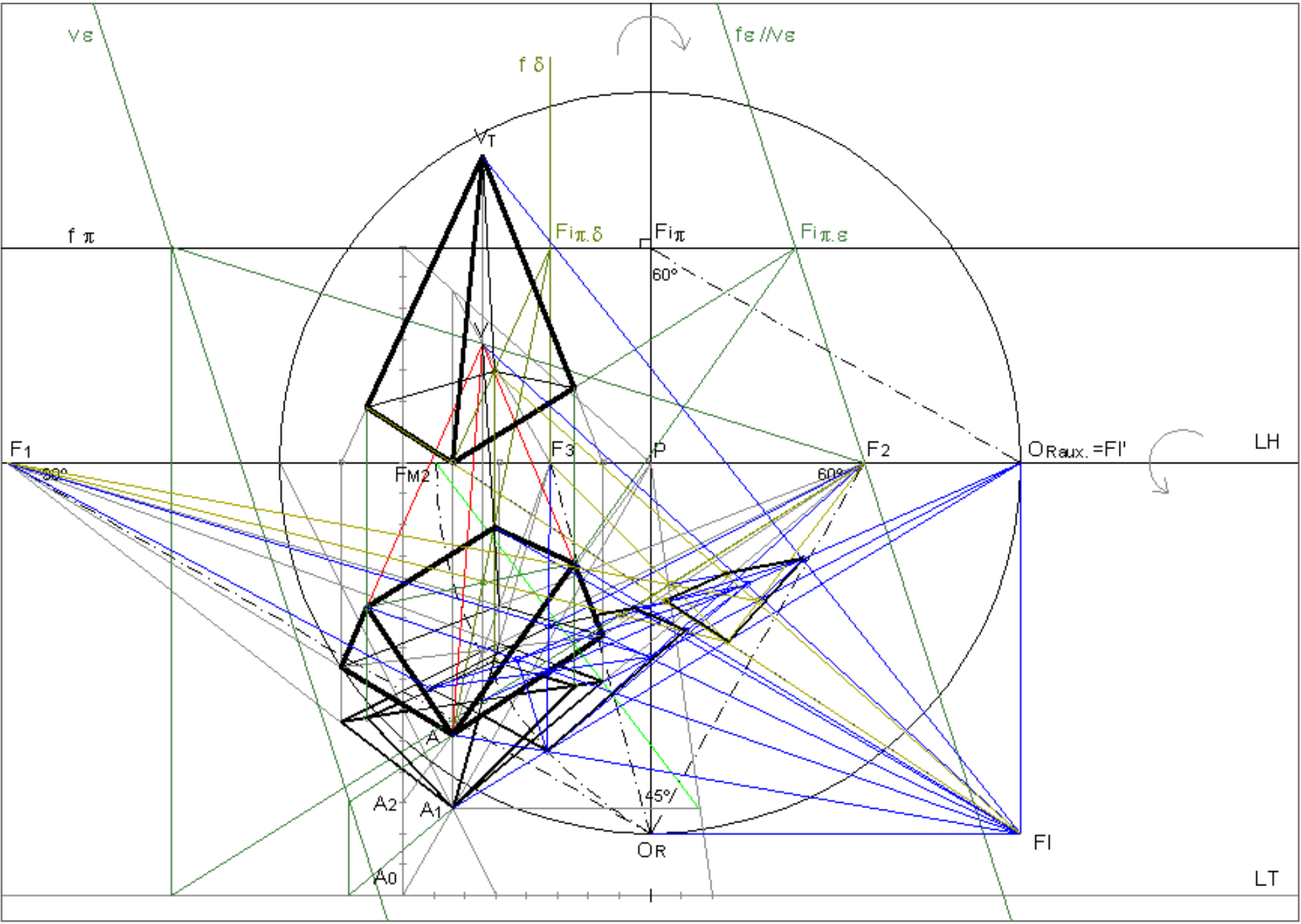
Ver figuras dos slides seguintes.

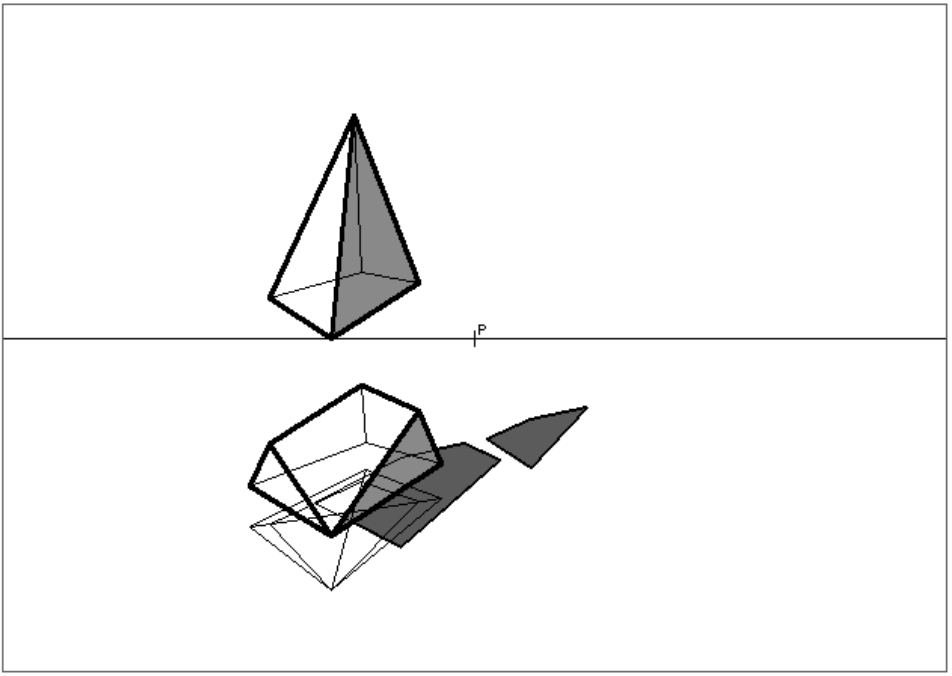

F1
FM2
F3
P
F2
LH
30°
60°
A
A2
A1
45°
OR
A0
LT

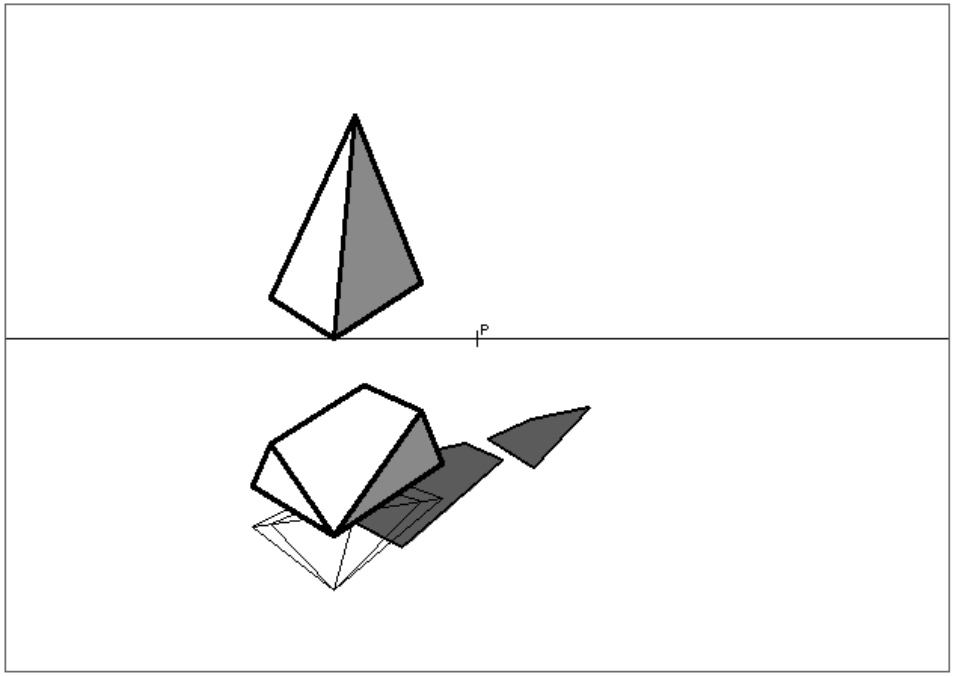

vε
f δ
fε //vε
f π
Fiπ.δ
Fiπ
Fiπ.ε
60°
F1
FM2
F3
P
F2
ORaux.
LH
30°
60°
A
A2
A1
45°
OR
A0
LT


vε
f δ
fε //vε
VT
f π
Fiπ.δ
Fiπ
Fiπ.ε
60°
F1
F3
P
F2
ORaux.
LH
30°
FM2
60°
A
A2
A1
45°
OR
A0
LT


vε
f δ
fε //vε
VT
f π
Fiπ.δ
Fiπ
Fiπ.ε
60°
F1
30°
FM2
F3
P
F2
60°
ORaux. =Fl'
LH
A
A2
A1
45°
A0
OR
Fl
LT


vε
fε//vε
f δ
VT
f π
Fiπ.δ
Fiπ
Fiπ.ε
60°
F1
F3
P
F2
ORaux.=Fl'
LH
FM2
60°
A
A2
A1
45°/
OR
Fl
A0
LT


P


P

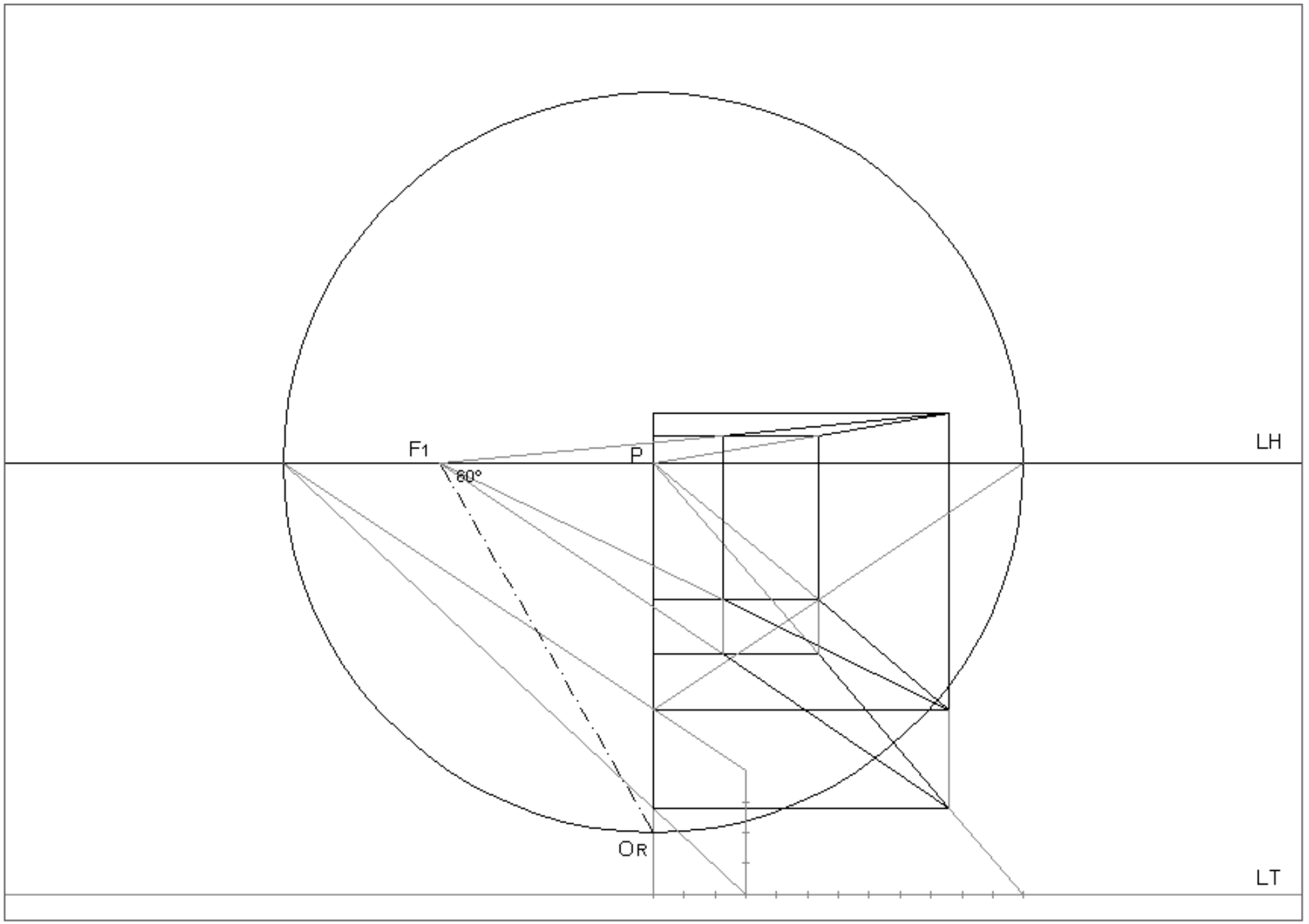
>> EXERCÍCIOS

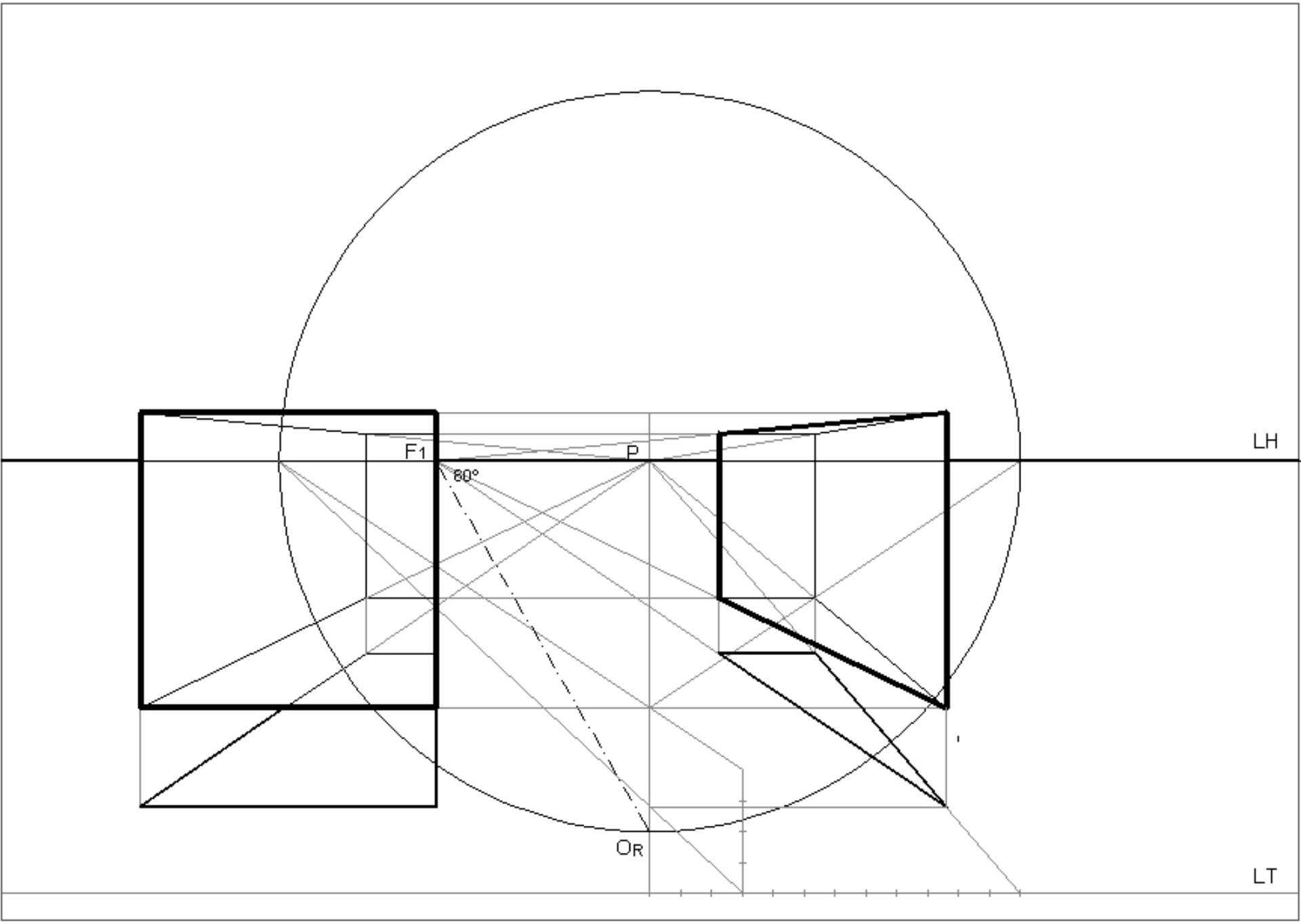
Problema 16:

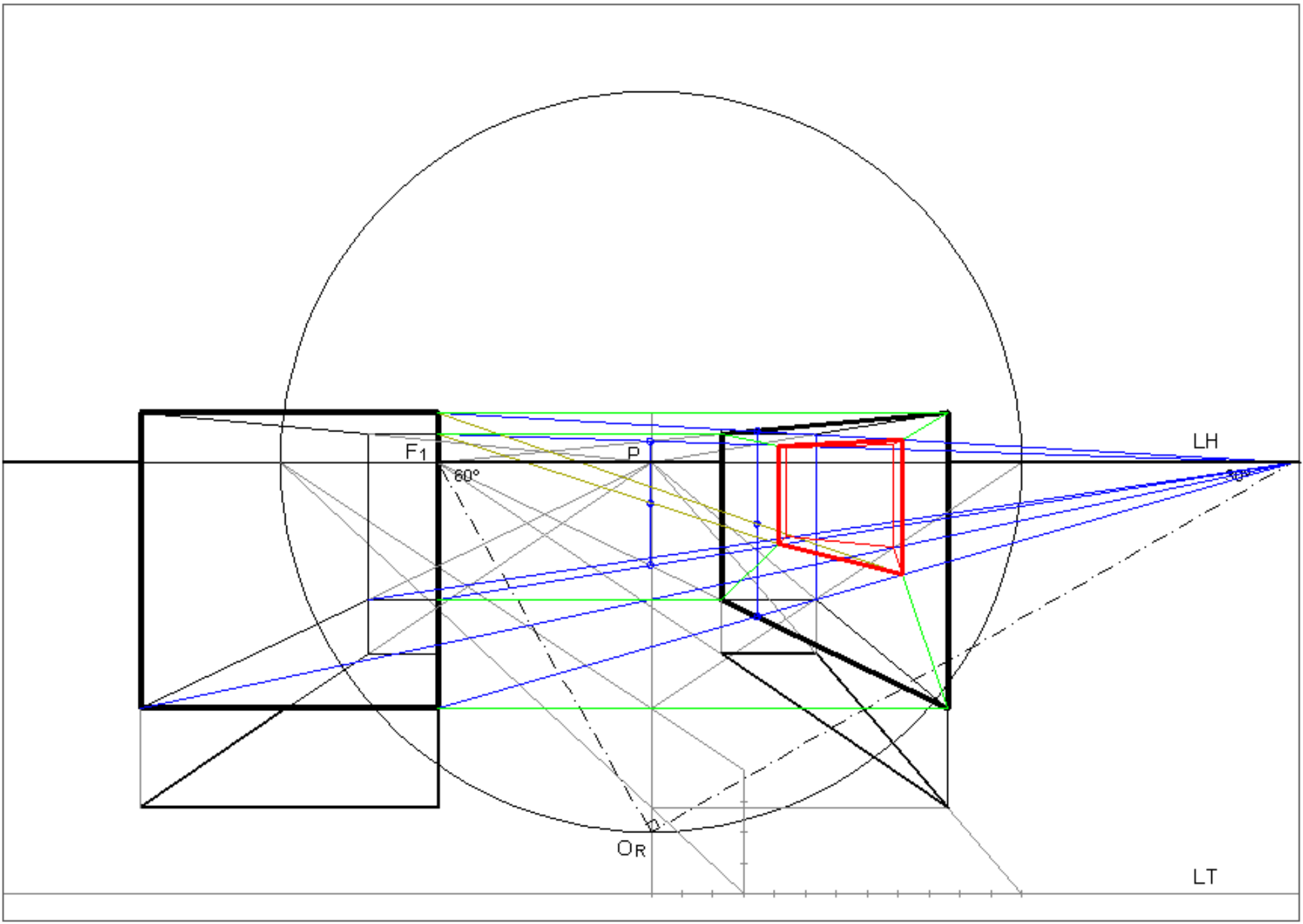
Numa folha A3 ao baixo com P ao centro, considere um perspectógrafo em que d=12 e h=14.
A unidade é o centímetro (cm).
Determine a perspectiva de um cubo com 12 cm de aresta. A face mais próxima do observador situa-se no espaço real com 3cm de profundidade. A face de menor altura do cubo tem 4cm de cota. A face mais à esquerda tem largura=0cm.
Determine a secção produzida no cubo por um plano vertical passante pela aresta do cubo mais à direita e mais próxima do quadro.
De seguida efectue uma translação da parte do cubo situada à esquerda do plano da secção até que secção fique projectante.
Determine o reflexo da parte esquerda considerando como espelho a superfície da secção da parte direita do cubo.

Resolução:

Ver figuras dos slides seguintes.


F1
P
60°
LH
OR
LT


LH
F1
P
60°
OR
LT


F1
P
60°
30°
LH
OR
LT

>> EXERCÍCIOS

Problema 17:

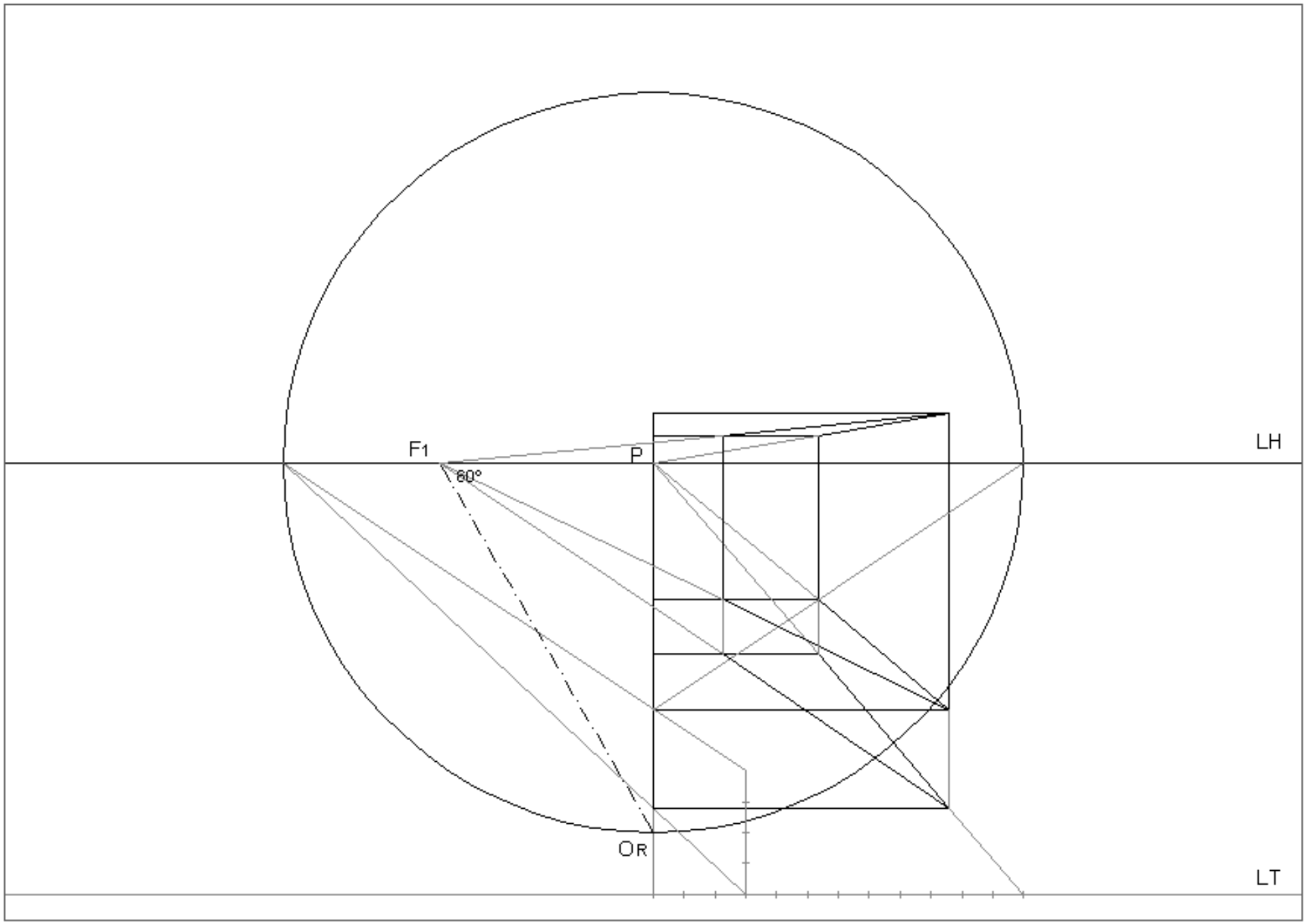
Numa folha A3 ao baixo com P ao centro, considere um perspectógrafo em que d=12 e h=14.
A unidade é o centímetro (cm).
Determine a perspectiva de um cubo com 12 cm de aresta. A face mais próxima do observador situa-se no espaço real com 3cm de profundidade. A face de menor altura do cubo tem 4cm de cota. A face mais à esquerda tem largura=0cm.
Determine a secção produzida no cubo por um plano vertical passante pela aresta do cubo mais à direita e mais próxima do quadro.

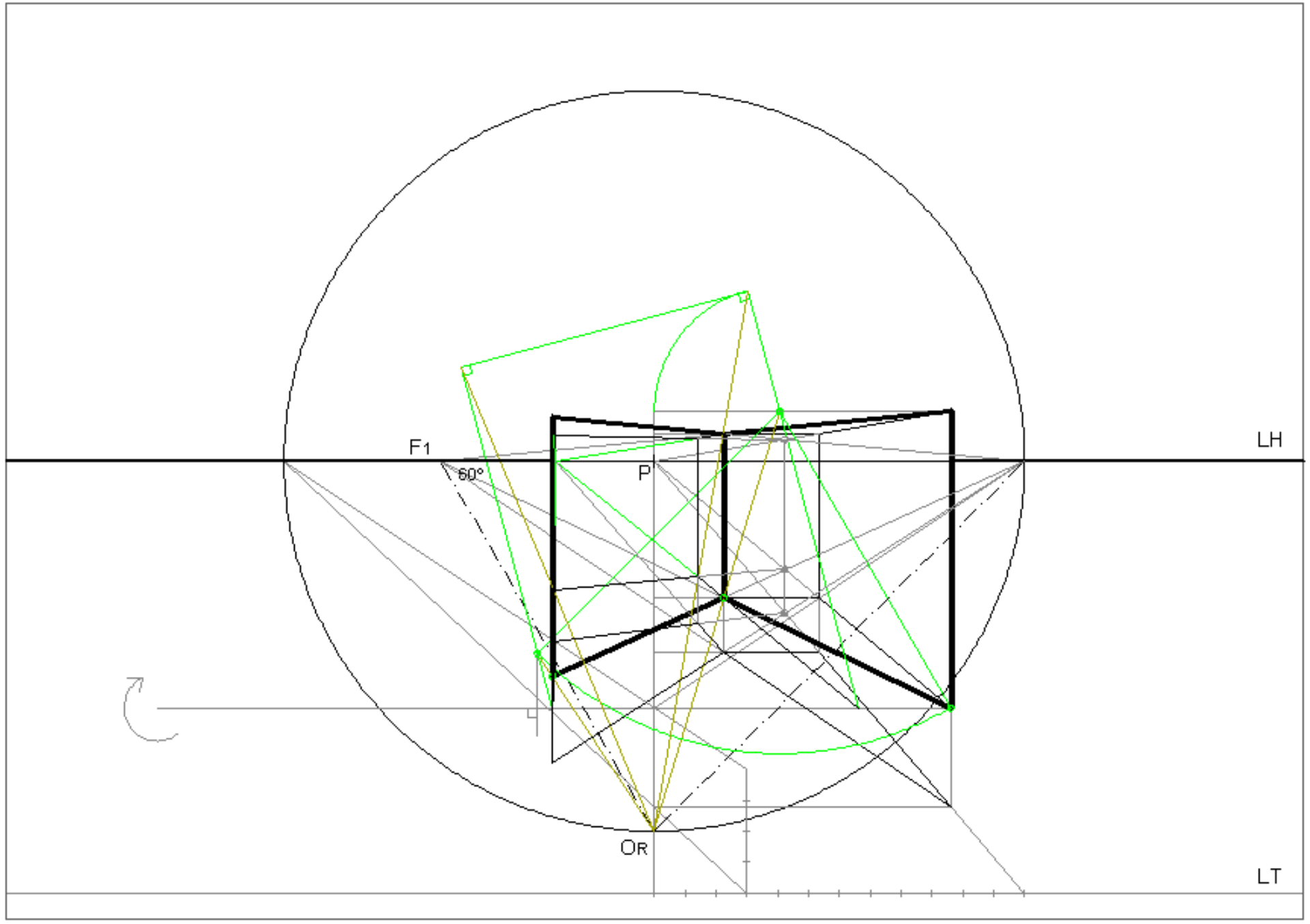
De seguida efectue uma rotação da parte do cubo situada à esquerda do plano da secção, em torno do segmento vertical da secção com maior profundidade, até que secção fique a 45º com o quadro (abertura para a direita).

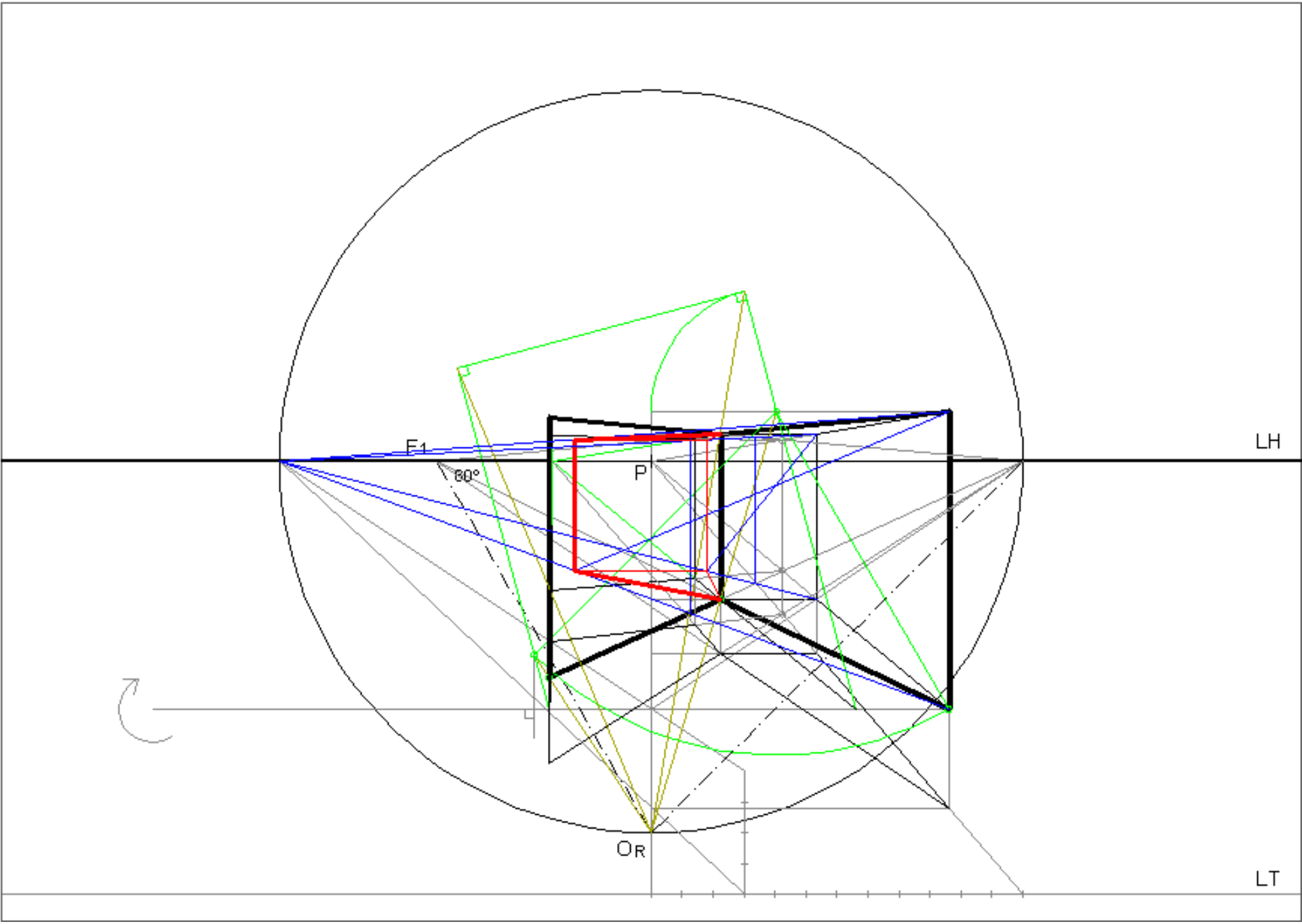
Determine o reflexo da parte direita considerando como espelho a superfície da secção da parte esquerda do cubo.

Resolução:

Ver figuras dos slides seguintes.


F1
P
60°
LH
OR
LT


F1
LH
60°
P
OR
LT


F1
30°
P
LH
OR
LT