



# PERSPECTIVA



# Tópico 01

Introdução ao estudo da perspectiva: apontamento histórico e prático.

Os vários perspectógrafos: quadros planos e curvos, a máquina fotográfica como perspectógrafo.



>> PERSPECTIVA: Desde a antiguidade clássica até...



ILUSTRAÇÃO 1. Fragmento de decoração de uma parede, em estuque e tinta, de Boscoreale, pertencente ao «quarto estilo», século primeiro a. C., Nápoles, Museo Nazionali.

In  
PANOFSKY E : A perspectiva como forma simbólica. 1999. Edições 70. ISBN 972-44-0886-8



>> PERSPECTIVA: ...à idade média como processo de tentativa e erro.

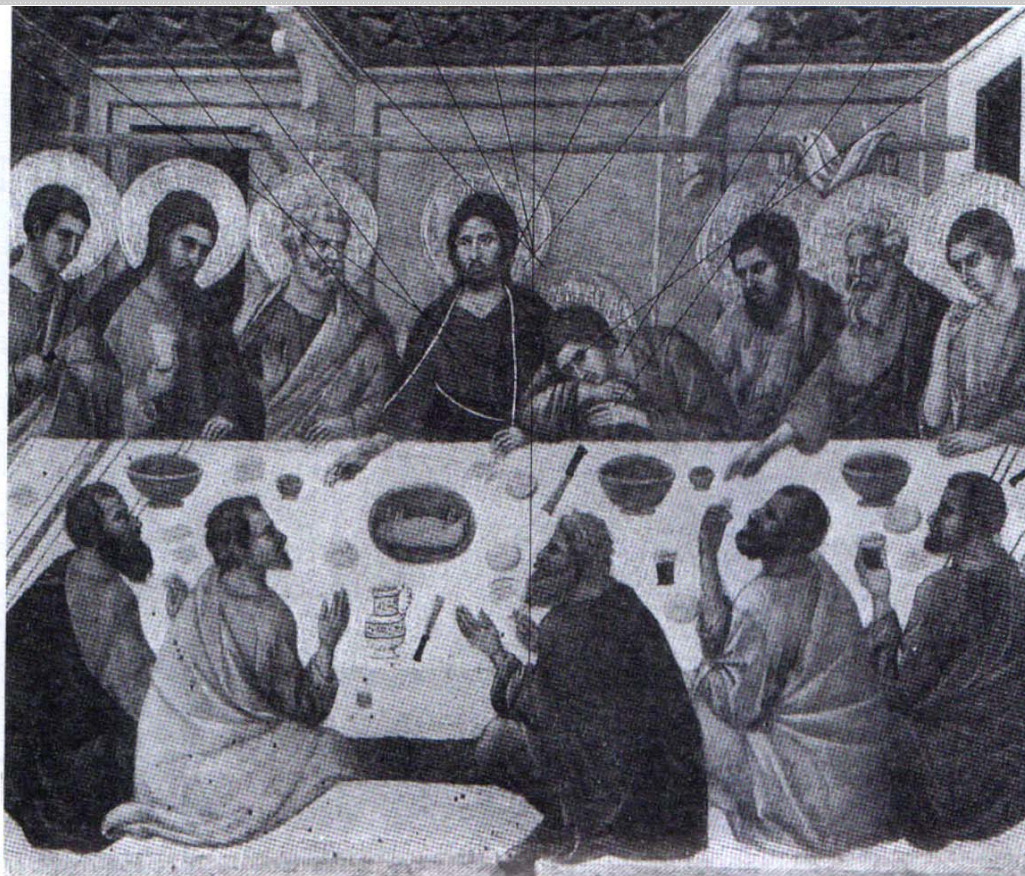
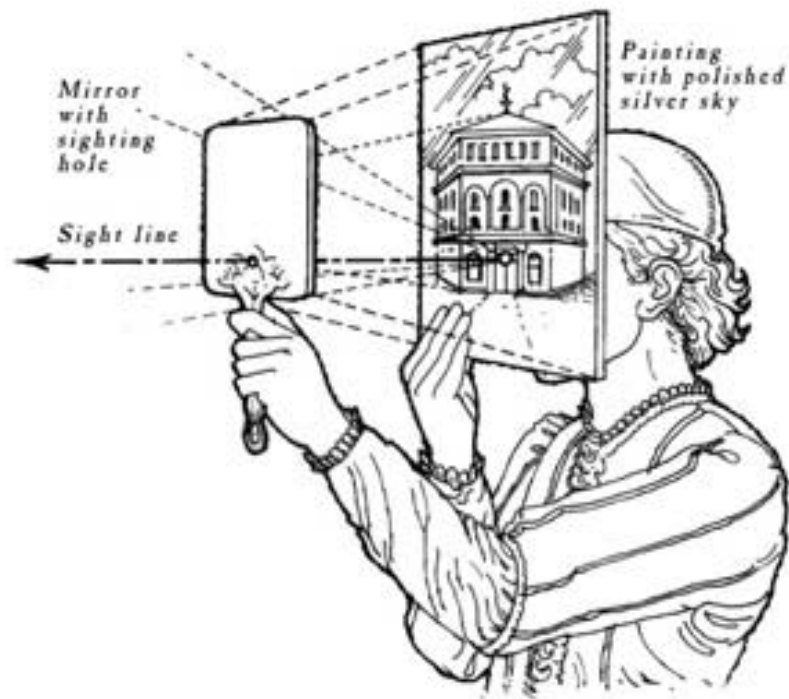


ILUSTRAÇÃO 10. Duccio di Buoninsegna, *A Última Ceia da Maestà*, 1301-1308. Siena, Museu dell'Opera del Duomo.

In  
PANOFSKY E : *A perspectiva como forma simbólica*. 1999. Edições 70. ISBN 972-44-0886-8



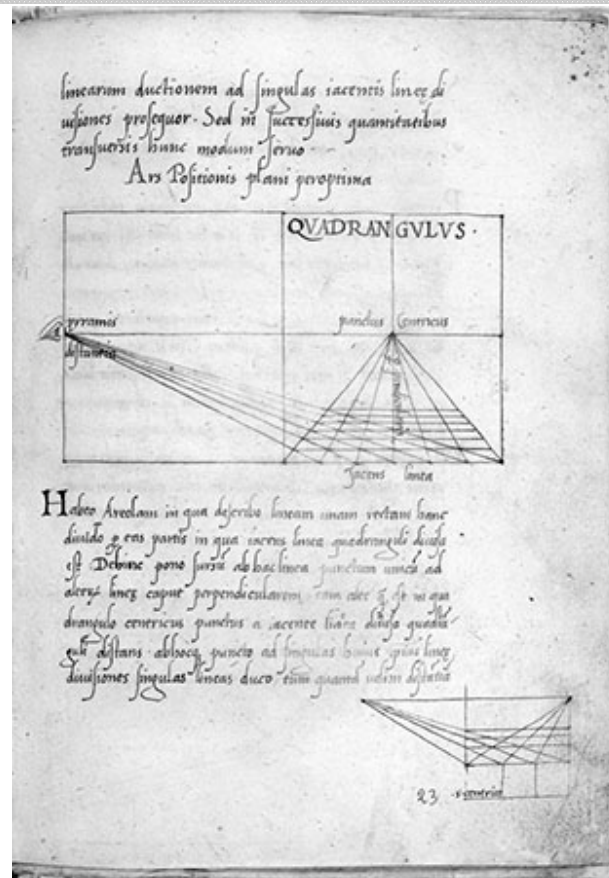
>> PERSPECTIVA: Brunelleschi (1420) – a demonstração empírica da perspectiva



In <http://www.danielmitsui.com/hieronymus/index.blog/1684264/horror-vacui/>



>> PERSPECTIVA: Leon Battista Alberti – *Della Pittura* (1435)

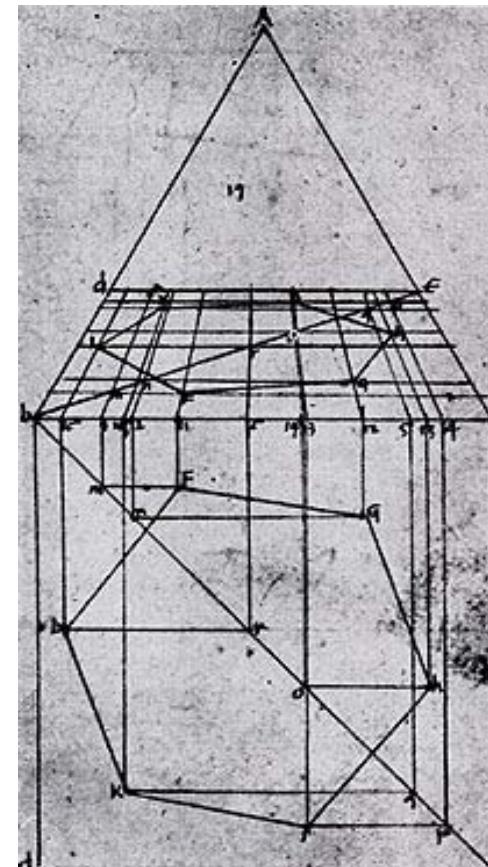
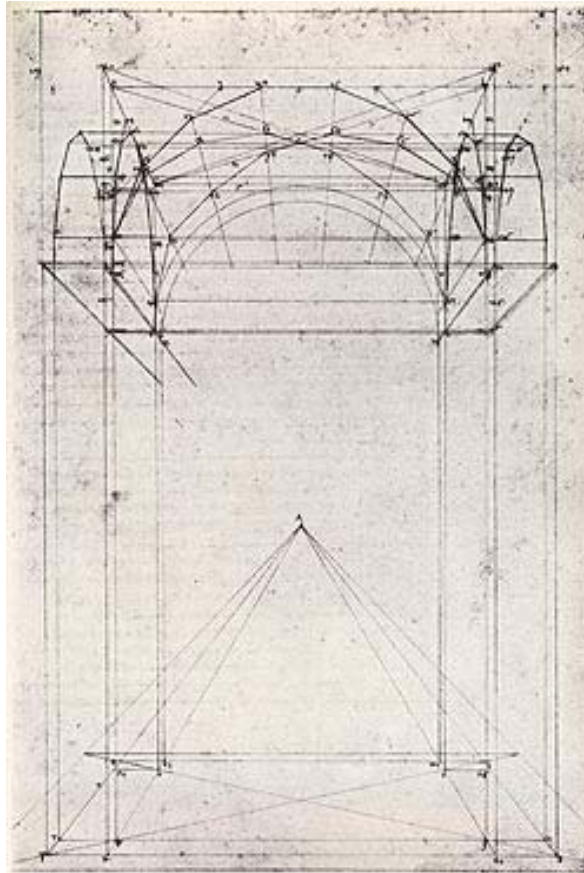


In

<http://brunelleschi.imss.fi.it/mediciscienze/emed.asp?c=70019>



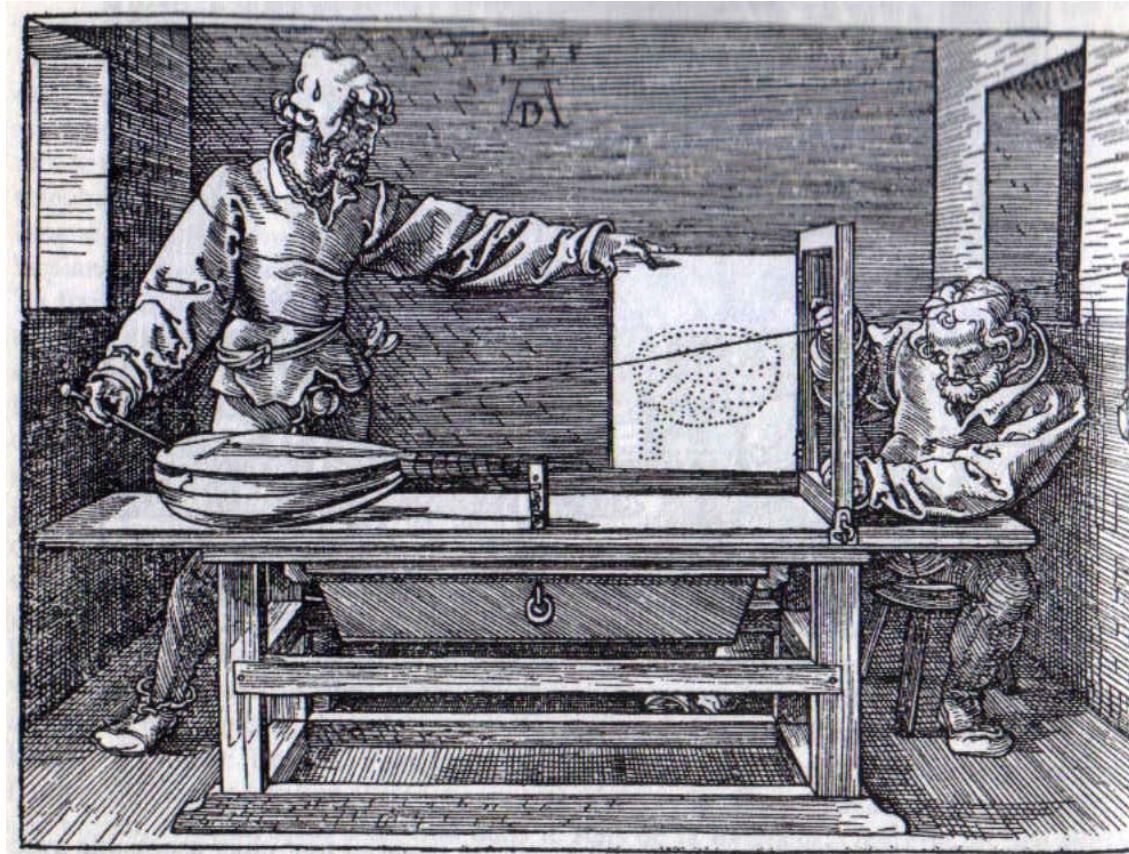
>> PERSPECTIVA: Piero de la Francesca – *De prospectiva pingendi* (sec. XV)



In  
<http://www.imss.fi.it/masaccio/06/indice.html>



>> PERSPECTIVA: Albrecht Durer - *Underweysung der messung* (1525)

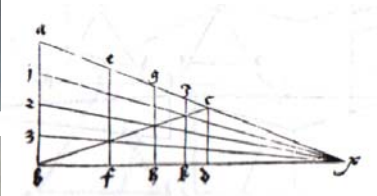
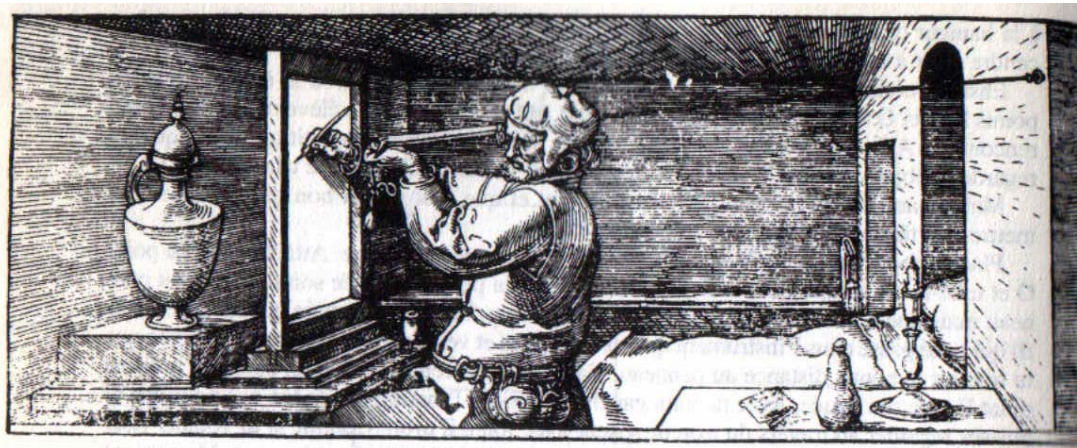


In  
DURER A : *Underweysung der messung* . 1525





>> PERSPECTIVA: Albrecht Durer - *Underweysung der messung* (1525)

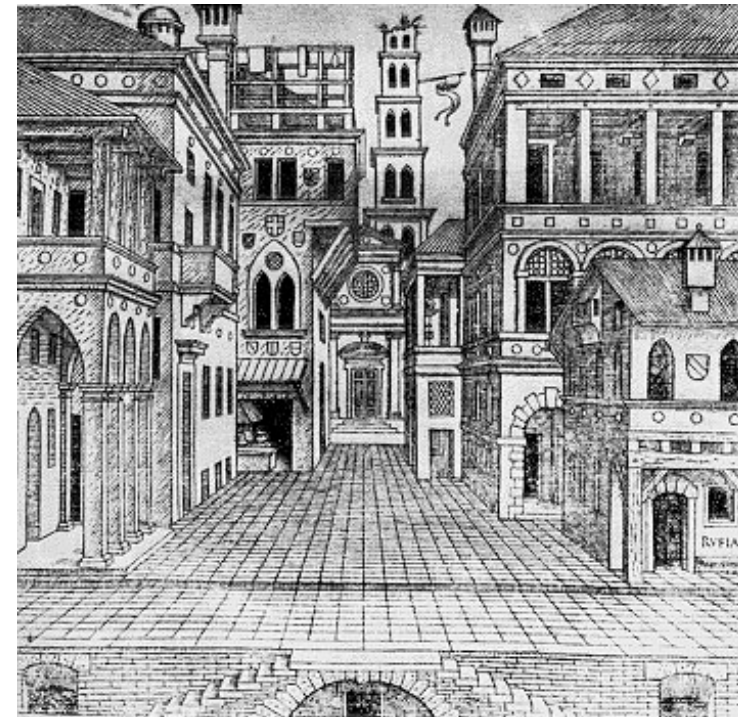


In  
DURER A : *Underweysung der messung* . 1525



>> PERSPECTIVA: a “vulgarização” da perspectiva geométrica a partir do sec. XVI

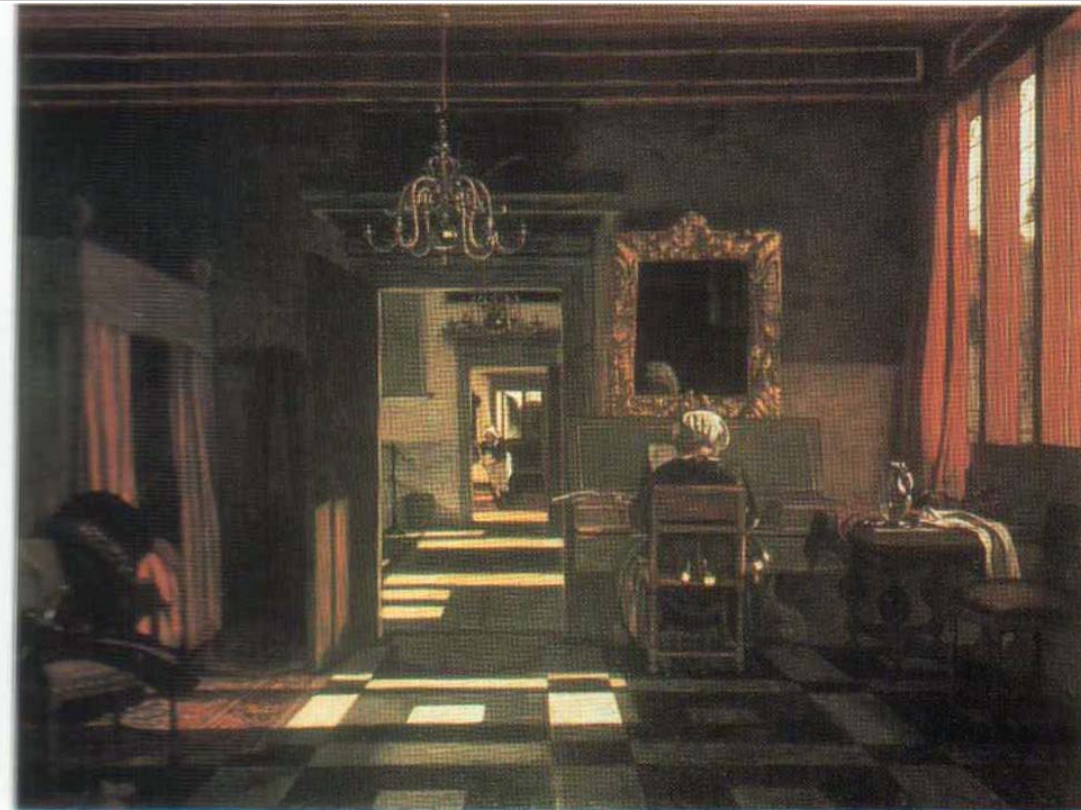
In “*Il secondo libro dell' architettura*”, 1545



In  
<http://laperspective.canalblog.com/> (Cena Trágica - esquerda)  
<http://www.dossiers.latroupeduroy.fr/6.html> (Cena Cómica - direita)



>> PERSPECTIVA: entre os pintores e os arquitectos



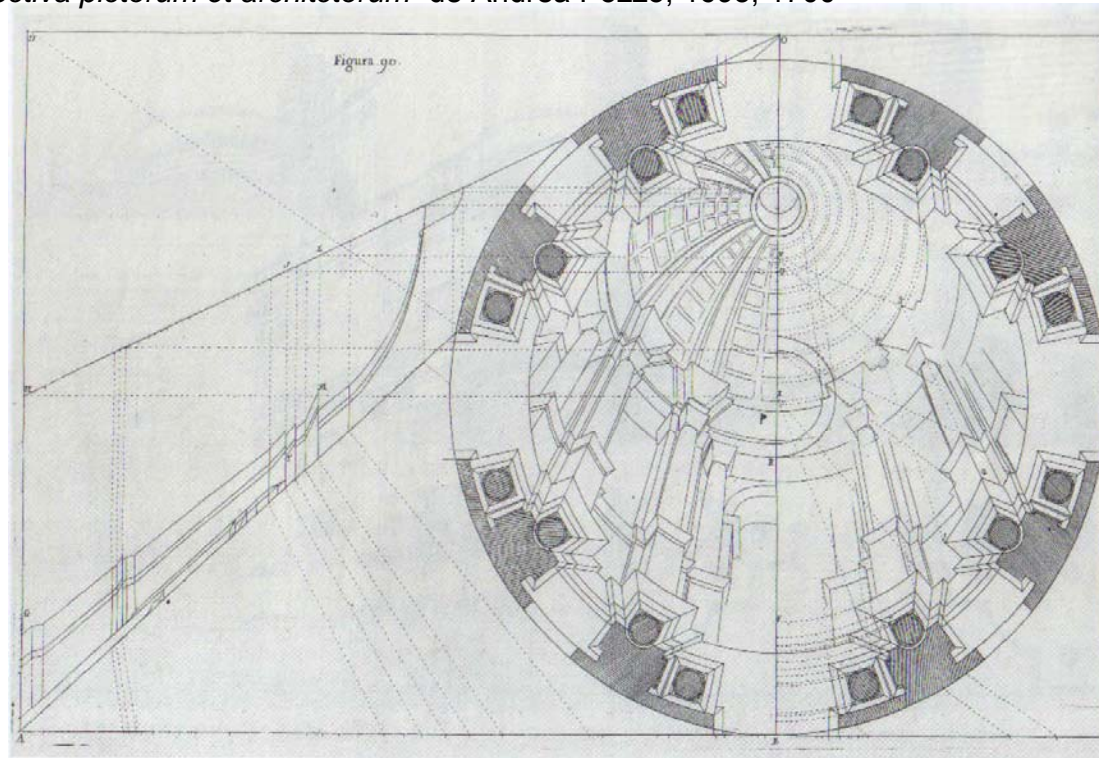
Emanuel White, *Interior com mulher ao cravo*, c. 1665 77 x 104 cm

In  
SMITH R: Introdução à perspectiva. 1996. Editorial Presença. ISBN 972-23-2025-4



## >> PERSPECTIVA: entre os pintores e os arquitectos

In “*Perspectiva pictorum et architctorum*” de Andrea Pozzo, 1693, 1700



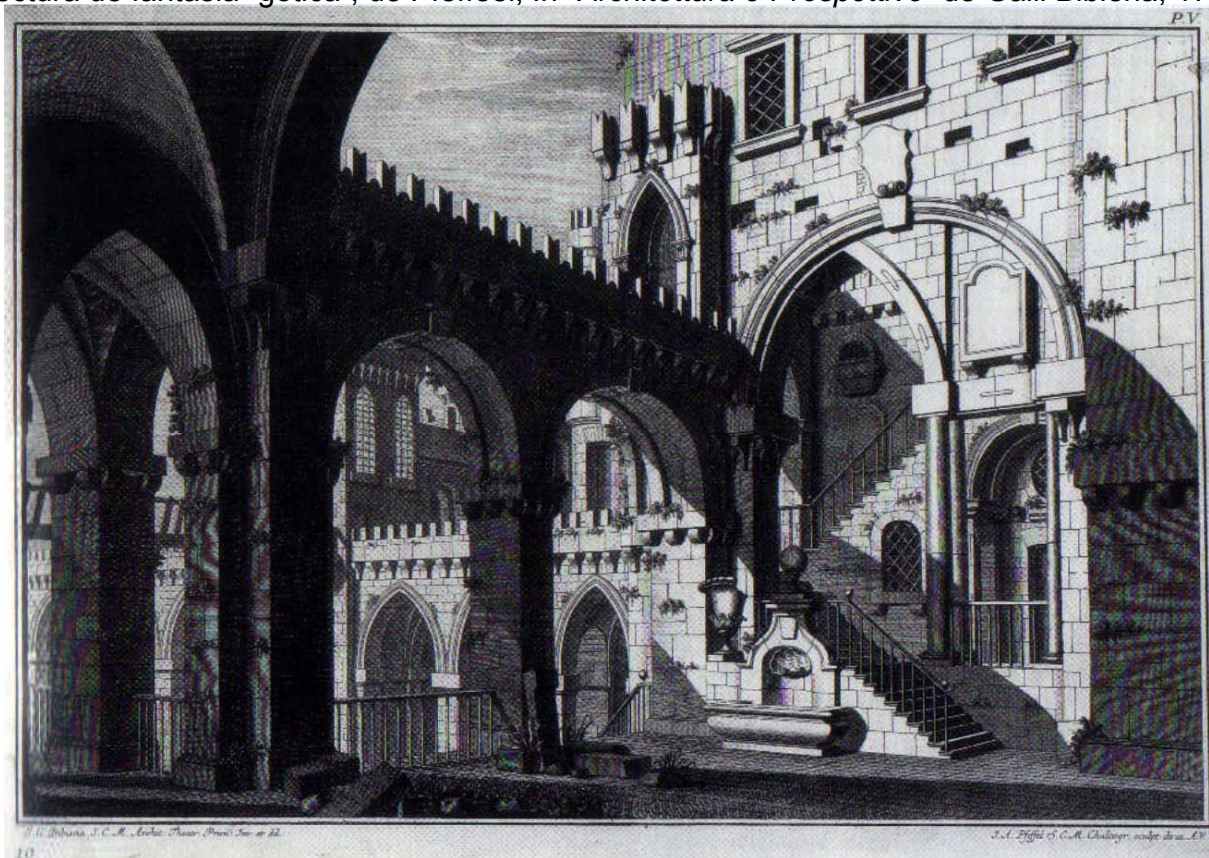
5 | Cúpula em *trompe-l'oeil* para a igreja de Santo Inácio em Roma  
Elaboração da perspectiva da cúpula em *trompe-l'oeil*; projecto de 1685, com esquema de elaboração (à esquerda), linha de horizonte (CD), ponto de convergência (O) e centro de perspectiva (D).  
T. 2, fig. 90. Gravura sobre cobre

In  
(vários autores). Teoria da Arquitectura – do Renascimento aos nossos dias. Taschen. ISBN 3-8228-2693-6



## >> PERSPECTIVA: entre os pintores e os arquitectos

Arquitectura de fantasia “gótica”, de Pfeffel, In “Architettura e Prospettiva” de Galli Bibiena, 1740, 1744



In

(vários autores). Teoria da Arquitectura – do Renascimento aos nossos dias. Taschen. ISBN 3-8228-2693-6



>> PERSPECTIVA: entre os pintores e os arquitectos



Antonio Canaletto, Veneza:  
*Praça de S. Marcos e a  
Colonnade da Procuratie  
Nuove*, c. 1756, 46 x 38 cm  
*Nesta panorâmica, em ângulo amplo,  
da Praça de São Marcos, os pequenos  
toques de uma leve cor opaca, a  
marcar as zonas mais iluminadas,  
estão um pouco exagerados, como se  
tivessem sido vistos através da lente  
de uma câmara escura.*

In  
SMITH R: Introdução à perspectiva. 1996. Editorial Presença. ISBN 972-23-2025-4



## >> PERSPECTIVA: entre os pintores e os arquitectos

In “*Dictionnaire raisonné de l’architecture française du XI<sup>e</sup> au XVI<sup>e</sup> siècle*” de Eugène Viollet-le-Duc, 1854, 1868



### 1 | A catedral ideal

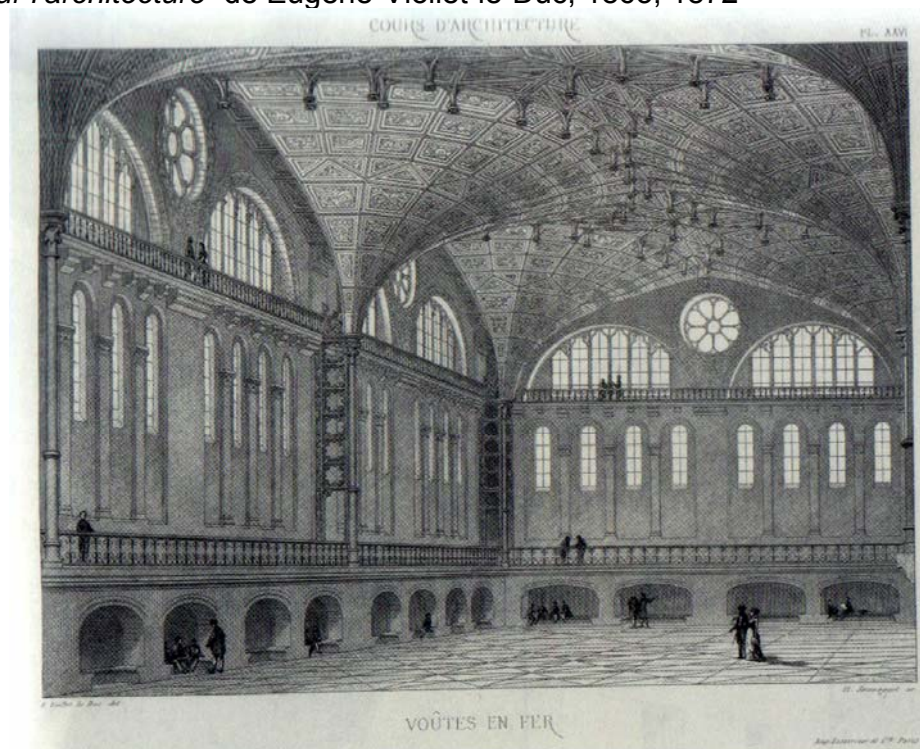
Ciente da sua sabedoria sobre a «verdadeira arquitectura», Viollet-le-Duc imagina uma igreja ideal, síntese dos grandes edifícios do gótico flamejante.  
*Tomo II, p. 324.*  
*Gravura sobre madeira*

In (vários autores). *Teoria da Arquitectura – do Renascimento aos nossos dias*. Taschen. ISBN 3-8228-2693-6



## >> PERSPECTIVA: entre os pintores e os arquitectos

In “*Entretiens sur l’architecture*” de Eugène Viollet-le-Duc, 1863, 1872



10 | Projecto de *hall* com abóbadas de ferro  
O novo material que é o ferro não só permite arcos com maior vão do que a abóbada em pedra, como também é mais económico.  
*Atlas, ch. XXVI. Gravura sobre aço de Sauvageot*

In (vários autores). *Teoria da Arquitectura – do Renascimento aos nossos dias*. Taschen. ISBN 3-8228-2693-6



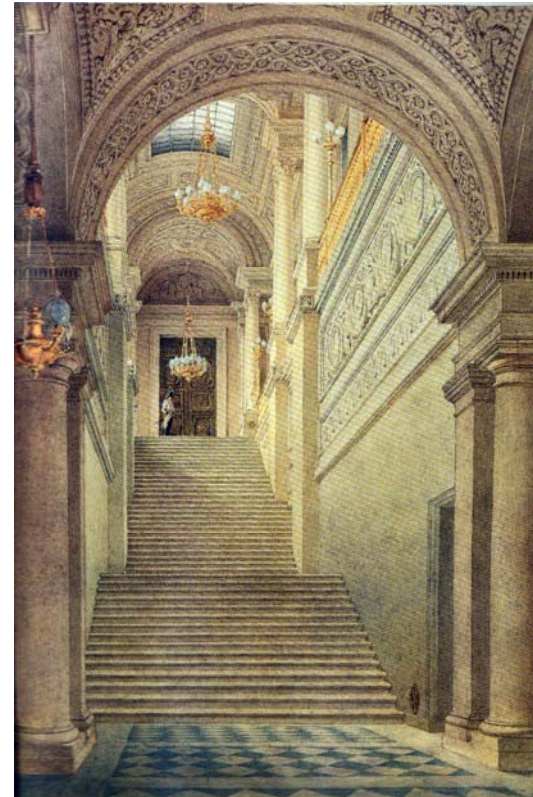


>> PERSPECTIVA: os desenhos de arquitectura

*Vue intérieure pour un Muséum*  
Charles Percier (1810)



*Palais de Tuileries*  
Eugène Viollet-le-Duc (1834)

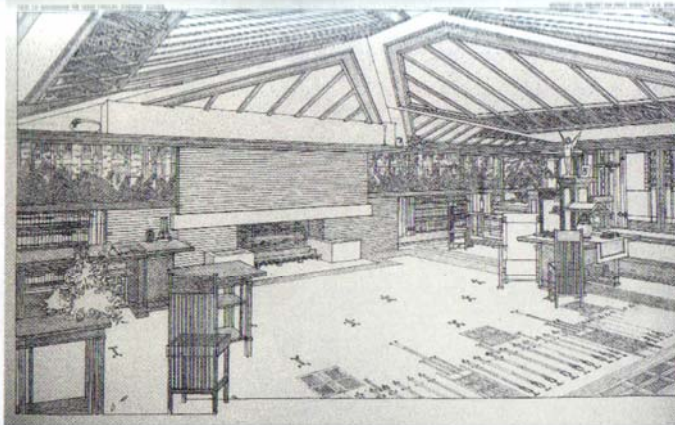


In  
JACQUES A: Les dessins d'architecture du XIXe siècle. 1995. Bibliothèque de l'image. ISBN 9782878300321

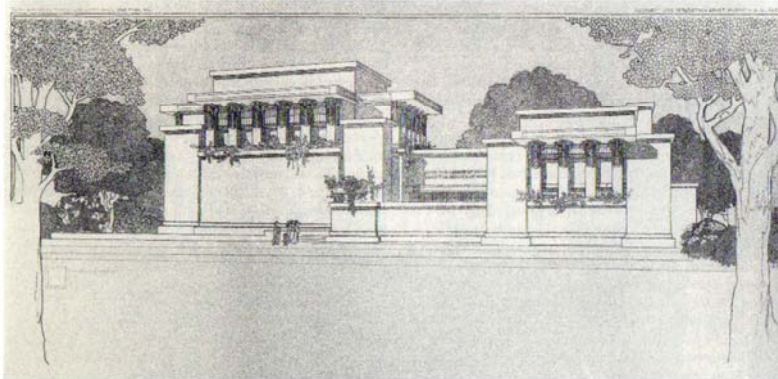


## >> PERSPECTIVA: entre os pintores e os arquitectos

In “*Ausgeführte Bauten und Entwürfe von Frank Lloyd Wright*”, 1910



10 | Casa Coonley de Riverside, Illinois (1906-1908)  
O tecto da vasta sala de estar da Casa Coonley segue a inclinação do telhado. O próprio Wright indicou a disposição dos móveis.  
Ch. LV1 b. *Desenho a caneta*



11 | Unity Temple em Oak Park, Illinois (1905-1908)  
O templo é composto por uma sala de oração e por uma casa paroquial, dois cubos em betão armado de linguagem formal pesada e monumental, dispostos face a face.

In  
(vários autores). Teoria da Arquitectura – do Renascimento aos nossos dias. Taschen. ISBN 3-8228-2693-6



>> PERSPECTIVA: o sec. XX e a fotografia como perspectiva.

In “*Das deutsche Wohnhaus*”, 1932, de Paul Schmitthenner



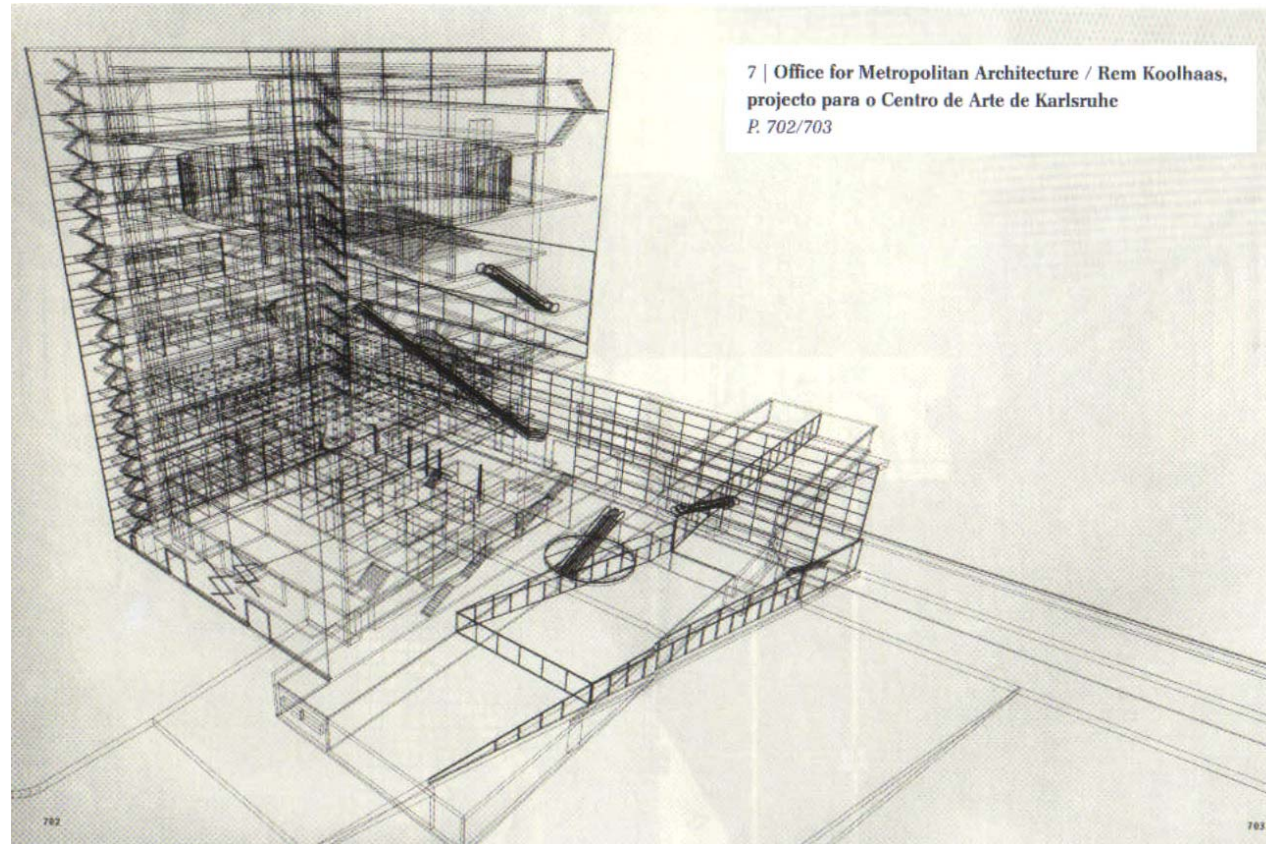
4 | Cidade-jardim de Staaken  
Schmitthenner realizou em 1914–1917 para os operários das fábricas de armamento de Spandau, perto de Berlim, a cidade-jardim de Staaken baseada no modelo das pequenas cidades holandesas ou do norte da Alemanha.  
*Ilustração adicional que não aparece no tratado*

In (vários autores). *Teoria da Arquitectura – do Renascimento aos nossos dias*. Taschen. ISBN 3-8228-2693-6



>> PERSPECTIVA: a perspectiva na visualização informática.

In “*Delirious New York: A Retroactive Manifesto for Manhattan*”, 1978, de Rem Koolhaas

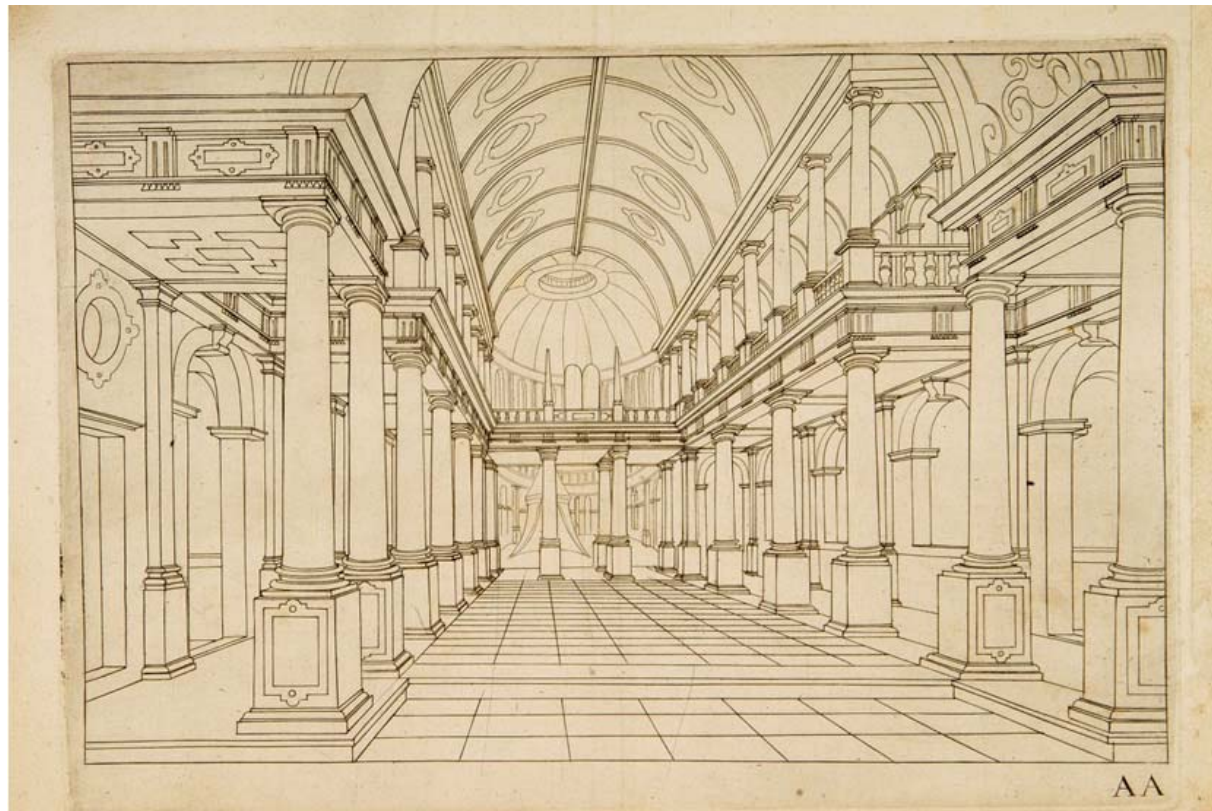


In  
(vários autores). Teoria da Arquitectura – do Renascimento aos nossos dias. Taschen. ISBN 3-8228-2693-6



>> PERSPECTIVA: as virtudes e ...

Jan Vredeman (1605)

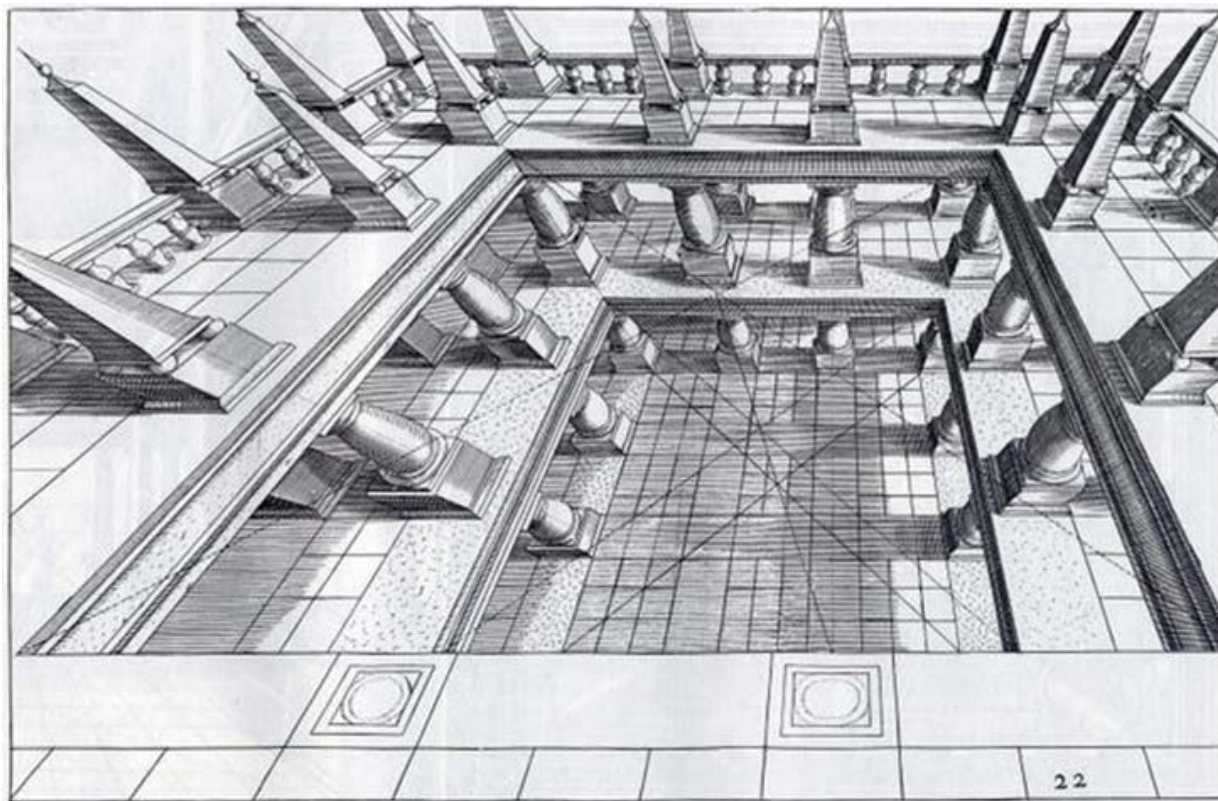


In  
<http://www.swaen.com/item.php?id=3205>



>> PERSPECTIVA: ...as limitações desde há muito constatadas!

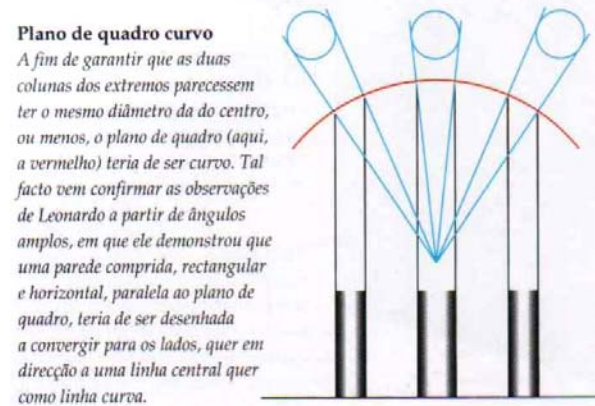
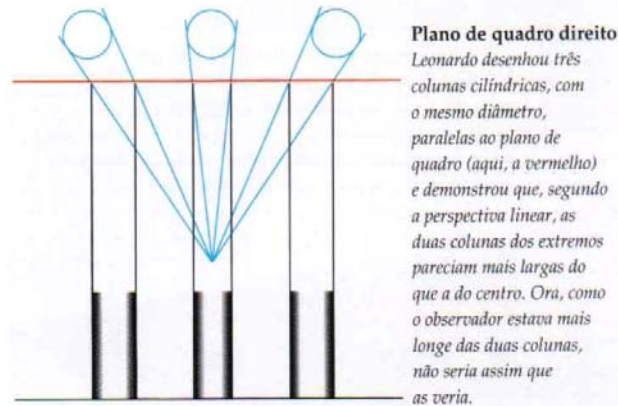
Jan Vredeman (1605)



In  
<http://www.antiochus.org/article-19997021.html>



>> PERSPECTIVA: quadro plano Vs quadro curvo.



In  
SMITH R. Introdução à perspectiva. 1996. Editorial presença. ISBN 972-23-2025-4



>> PERSPECTIVA: superfícies de projecção (quadro) curva.

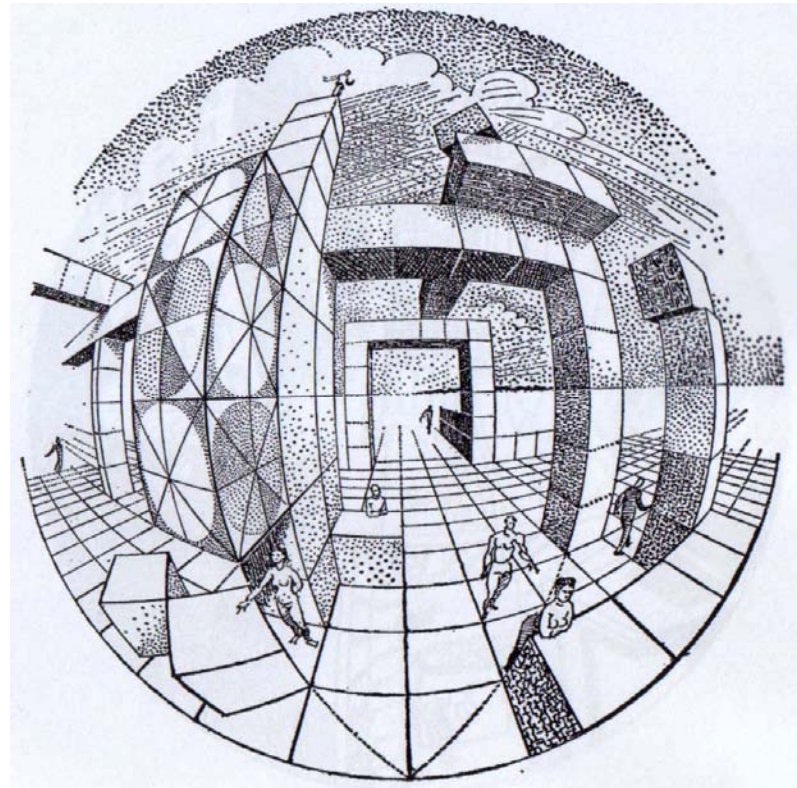
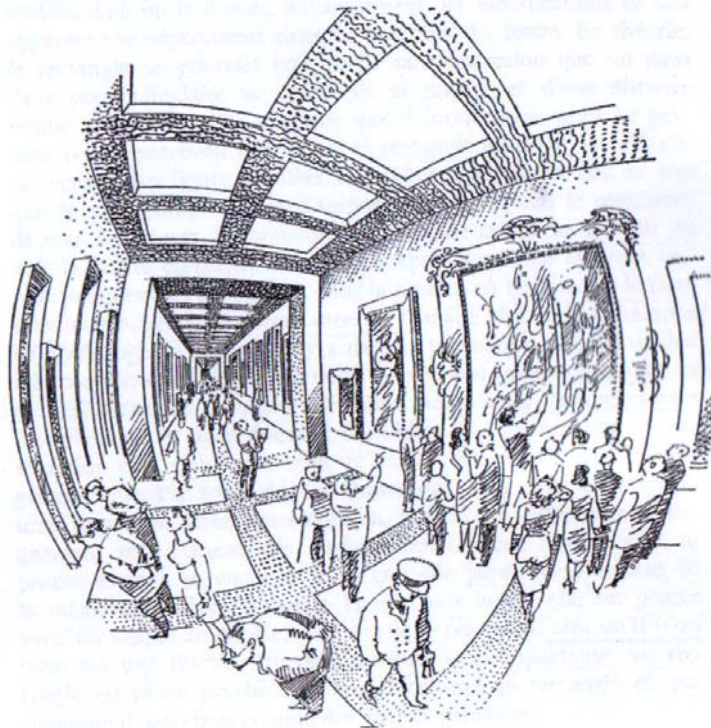


In  
SMITH R. Introdução à perspectiva. 1996. Editorial presença. ISBN 972-23-2025-4





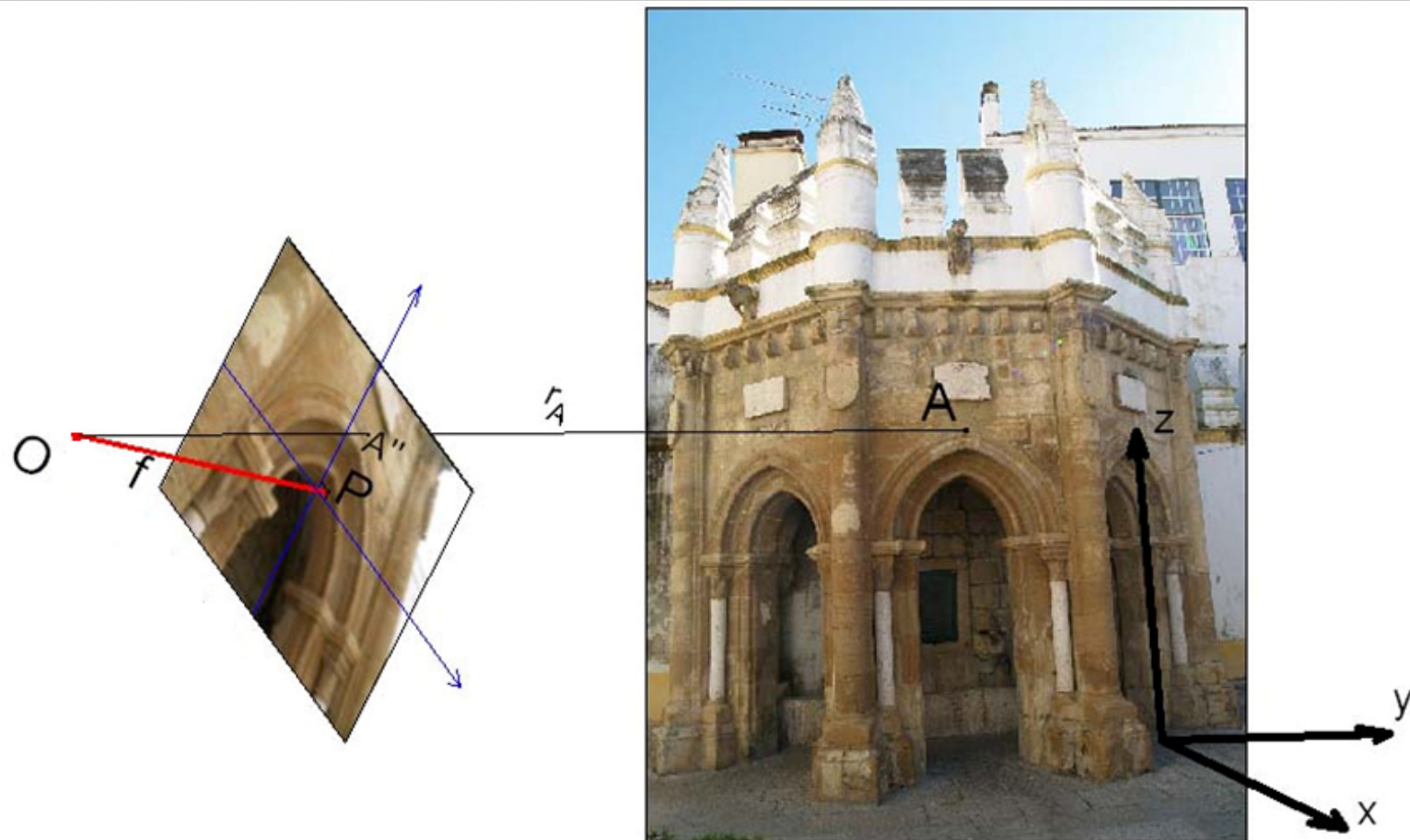
>> PERSPECTIVA: superfície de projecção (quadro) curva.



In  
FLOCON A., BARRE A.: La perspective curviligne. 1968. Flamarion.

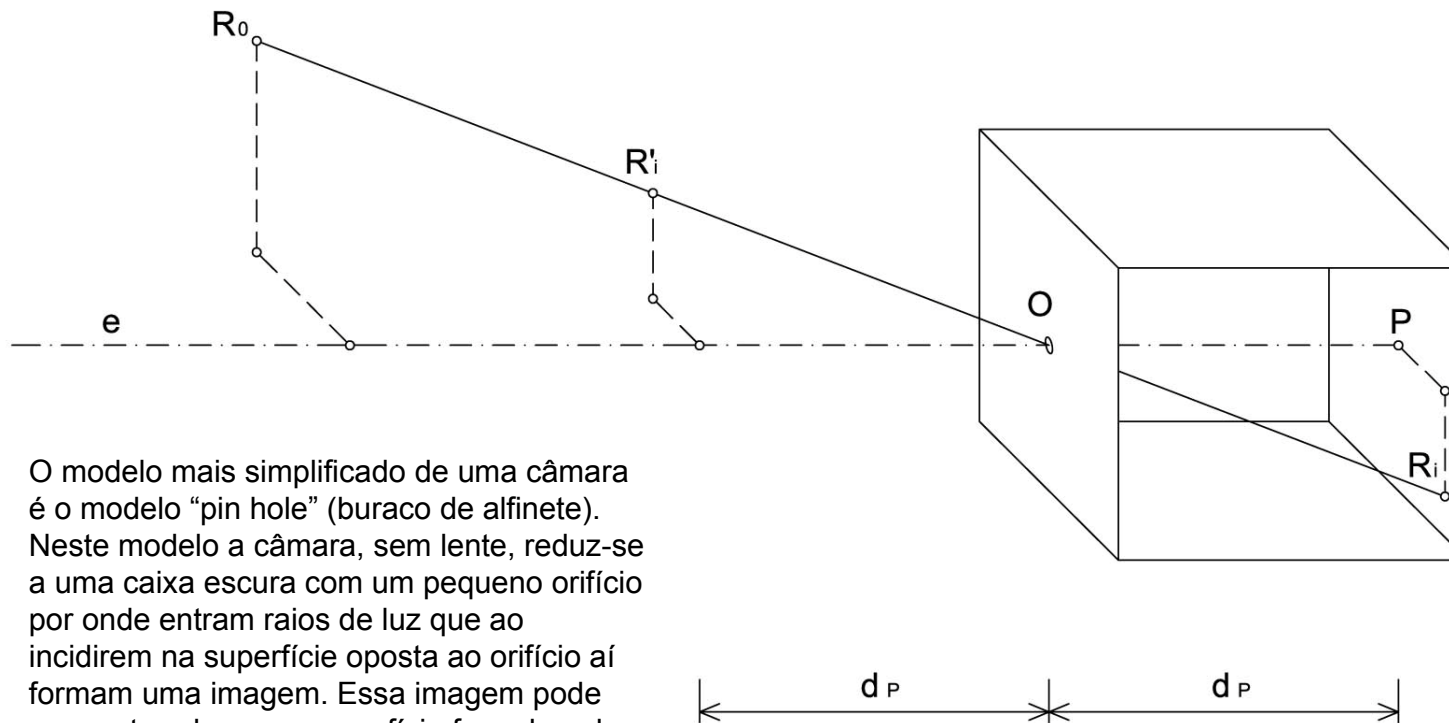


>> A FOTOGRAFIA COMO PERSPECTIVA





>> A FOTOGRAFIA COMO PERSPECTIVA: o modelo da câmara escura (pin-hole)



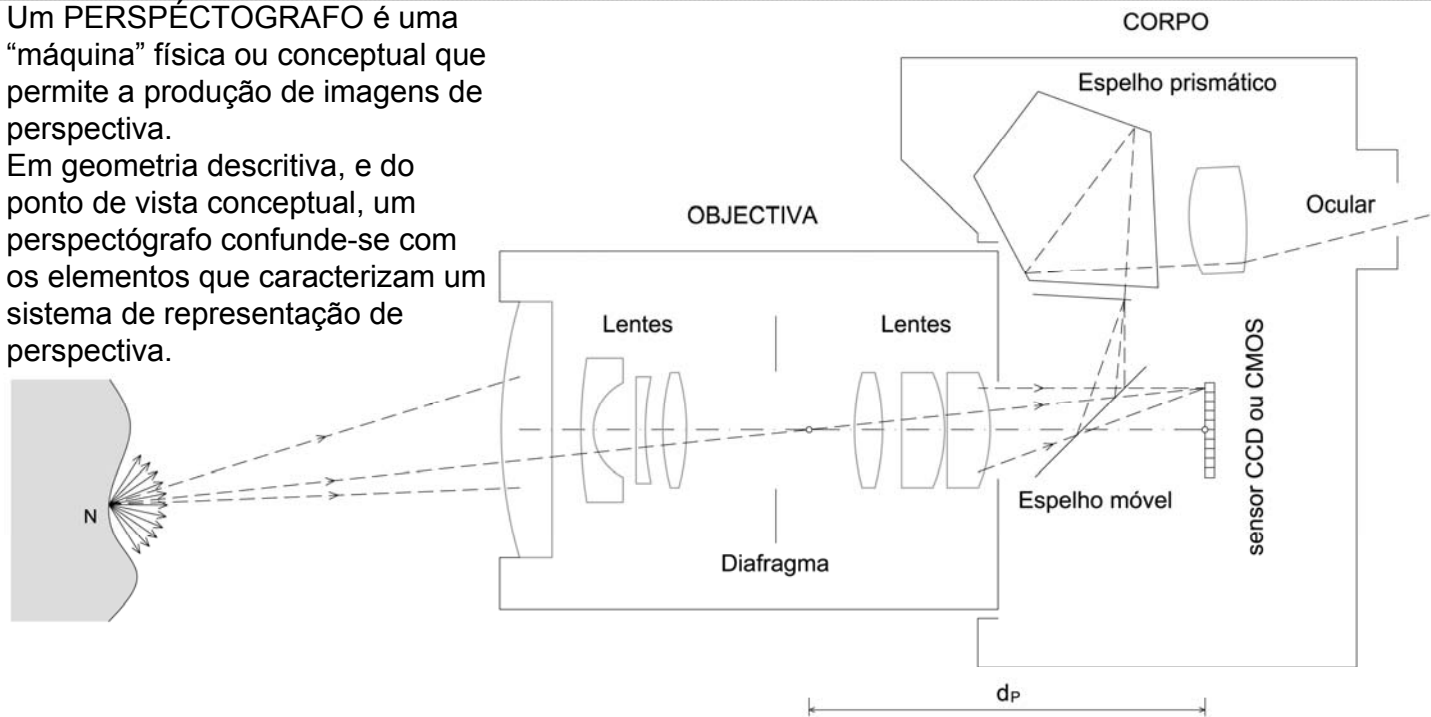
O modelo mais simplificado de uma câmara é o modelo “pin hole” (buraco de alfinete). Neste modelo a câmara, sem lente, reduz-se a uma caixa escura com um pequeno orifício por onde entram raios de luz que ao incidirem na superfície oposta ao orifício aí formam uma imagem. Essa imagem pode ser capturada se na superfície for colocado um material sensível à luz.



## >> A FOTOGRAFIA COMO PERSPECTIVA: a câmara fotográfica como perspectógrafo

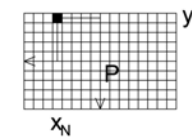
Um PERSPÉCTOGRAFO é uma “máquina” física ou conceptual que permite a produção de imagens de perspectiva.

Em geometria descritiva, e do ponto de vista conceptual, um perspectógrafo confunde-se com os elementos que caracterizam um sistema de representação de perspectiva.



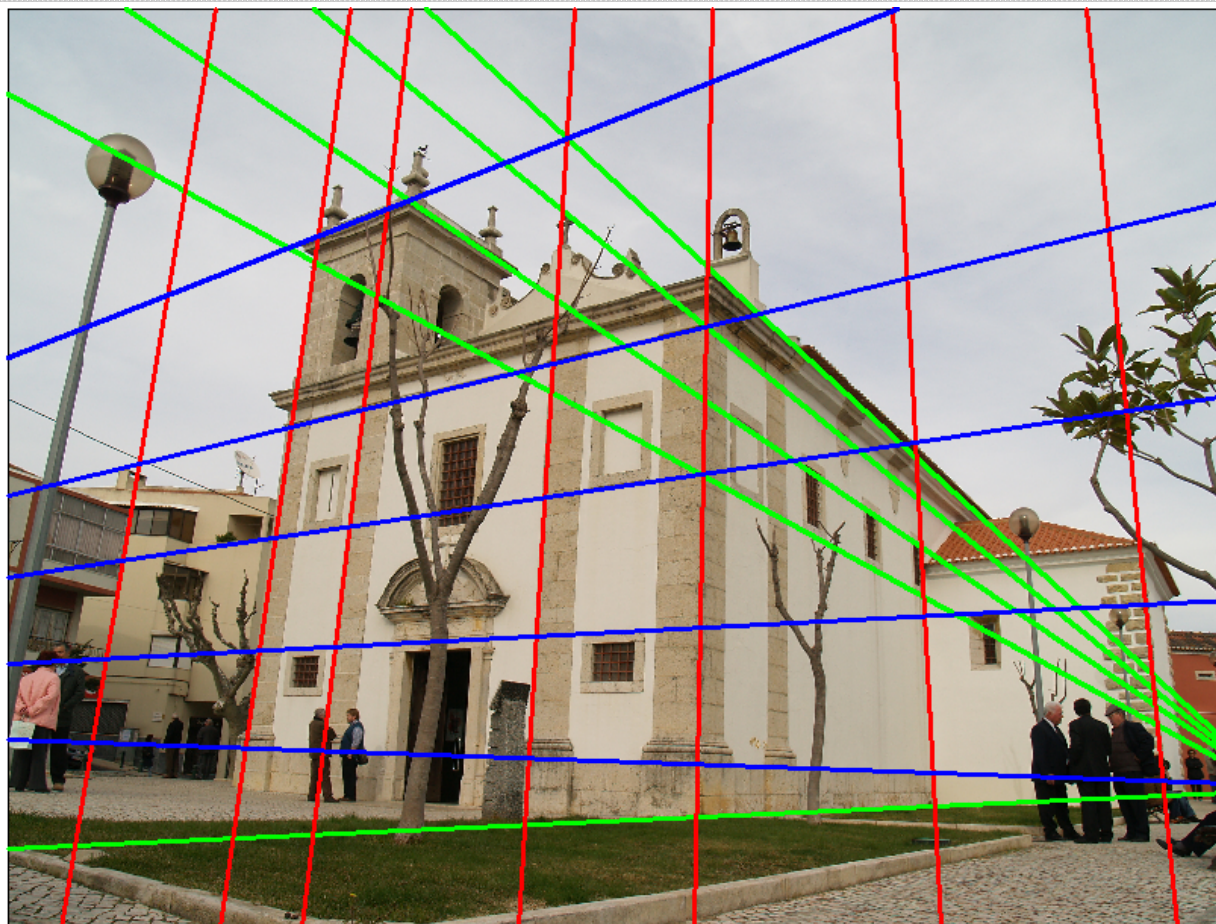
Numa câmara fotográfica digital o quadro é a superfície do sensor, do tipo CCD ou CMOS. As rectas projectantes são os feixes luminosos que são reflectidos pelos objectos e focados através do sistema de lentes da câmara.

sensor CCD ou CMOS





>> A FOTOGRAFIA COMO PERSPECTIVA: estrutura perspéctica da fotografia



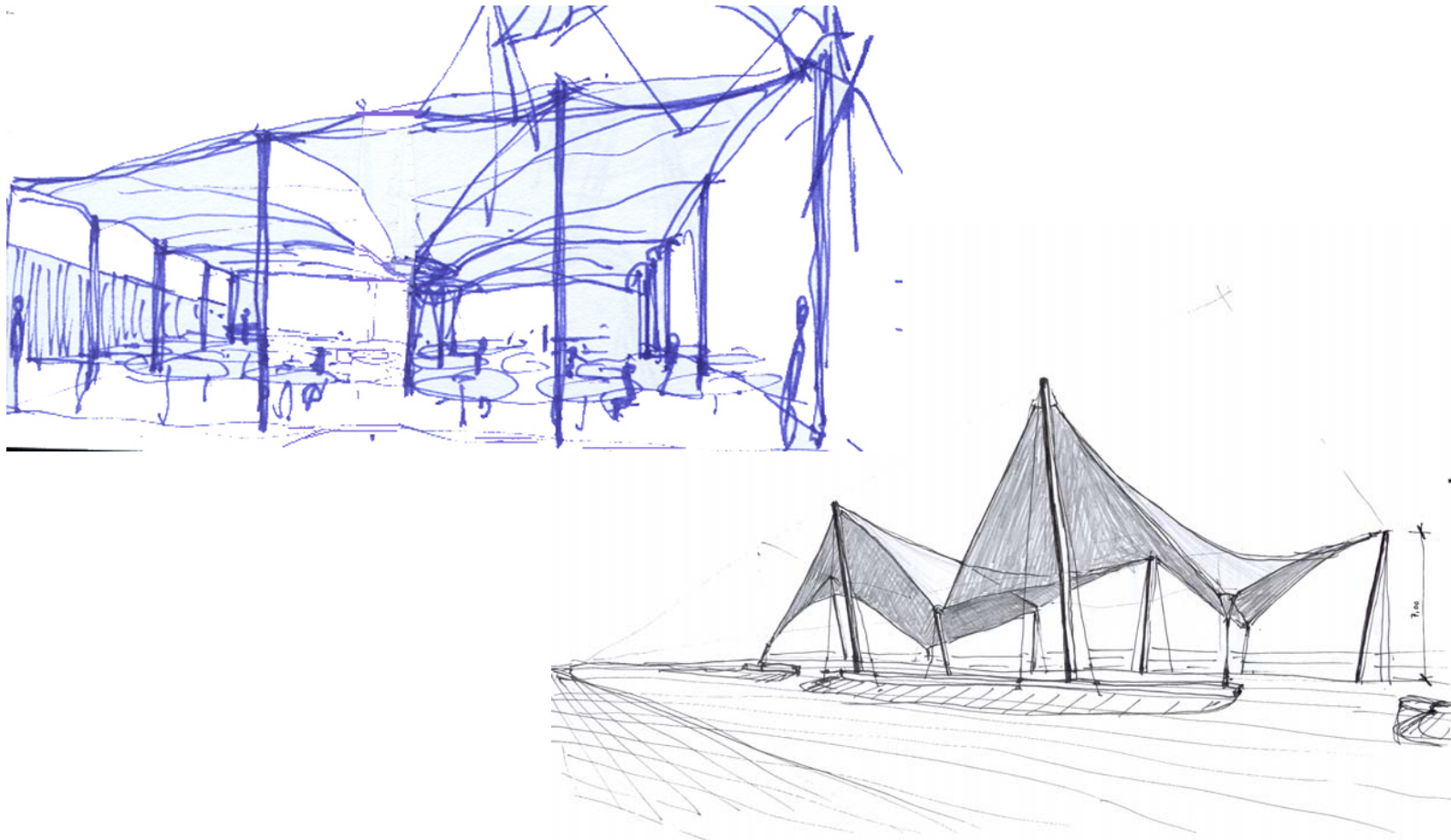


>> A FOTOGRAFIA COMO PERSPECTIVA: a diminuição das dimensões



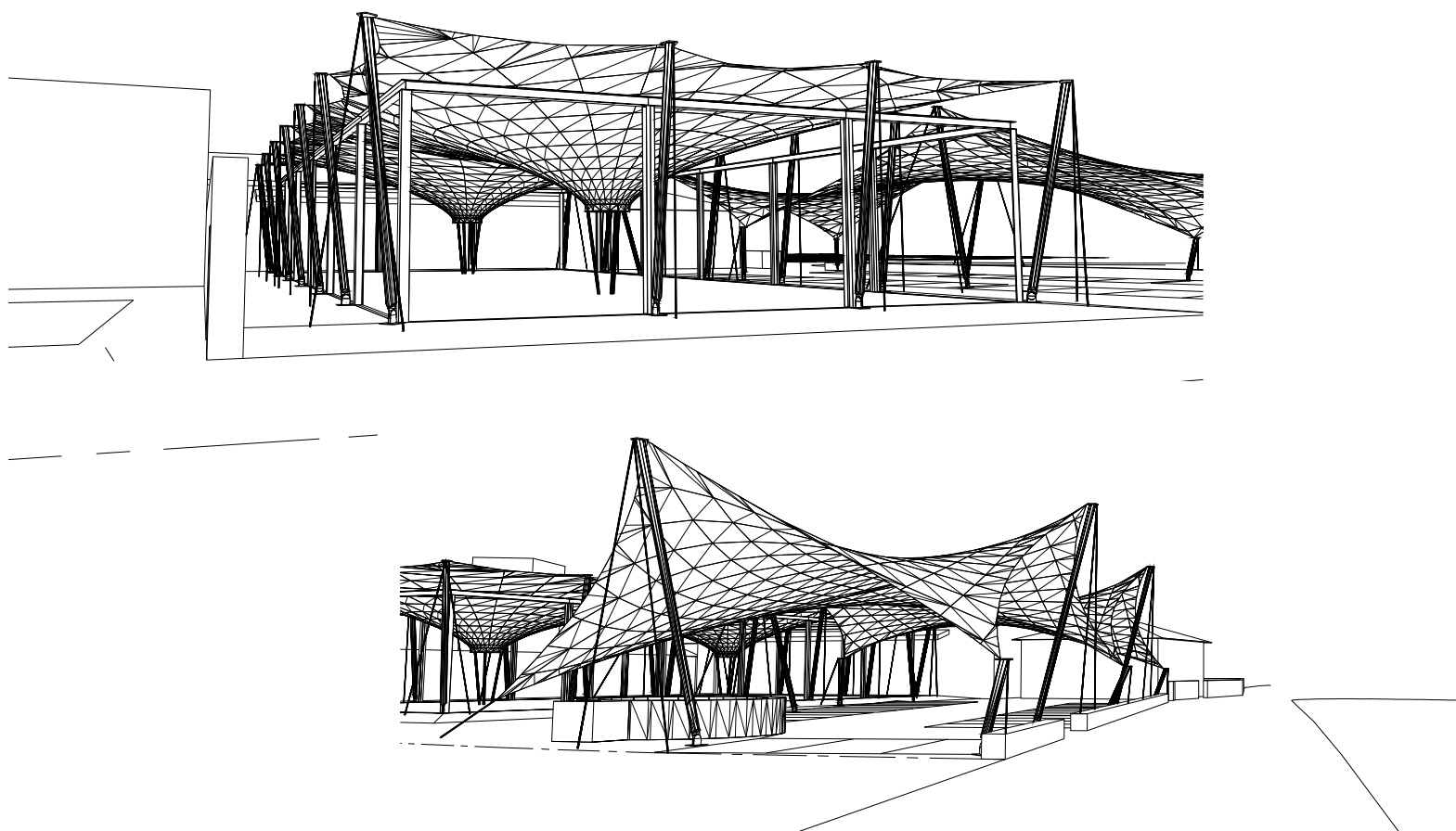


>> PERSPECTIVA NO PROCESSO DE CONCEPÇÃO: do esquiço...





>> PERSPECTIVA NO PROCESSO DE CONCEPÇÃO: ...às visualizações e...







>> PERSPECTIVA NO PROCESSO DE CONCEPÇÃO: ...renderizações informáticas.





## Tópico 02

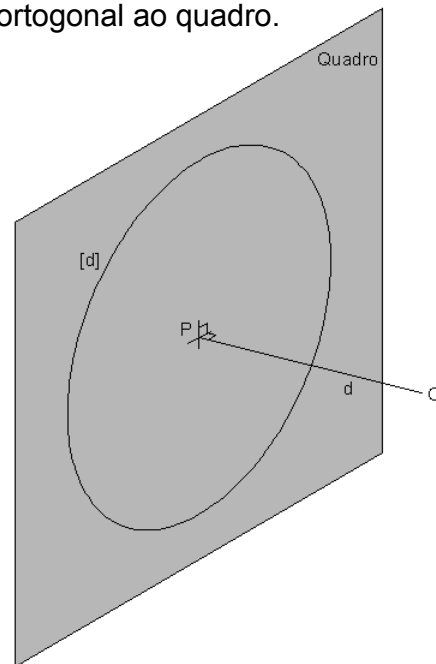
Perspectiva linear de quadro plano:

- A definição do perspectógrafo mínimo (quadro plano, ponto principal, observador, distância principal e circunferência de distância inteira).
- A noção de recta projectante e plano projectante.
- Taxonomia dos planos e das rectas relativamente ao perspectógrafo mínimo (planos paralelos ao quadro; planos ortogonais ao quadro; planos oblíquos ao quadro; rectas paralelas ao quadro; rectas oblíquas ao quadro e rectas ortogonais ao quadro).

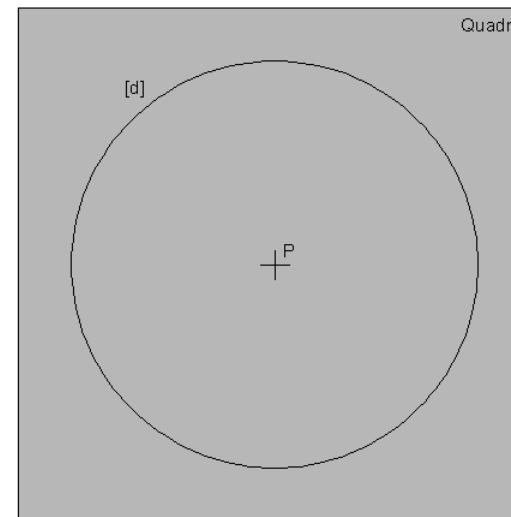


## >> PERSPECTIVA LINEAR: A definição do perspectógrafo mínimo

Na sua versão mais elementar o perspectógrafo é constituído por um plano de projecção, designado QUADRO, e por um centro de projecções O, designado OBSERVADOR e colocado a uma distância finita do do quadro designada por DISTÂNCIA PRINCIPAL. À projecção do ponto O no quadro dá-se a designação de PONTO PRINCIPAL e nota-se por P. Para notar a distância principal no quadro considera-se uma circunferência [d] designada por CIRCUNFRÊNCIA DE DISTÂNCIA INTEIRA cujo raio é igual à distância principal. Ao sentido OP dá-se a designação de DIRECÇÃO PRINCIPAL DO OLHAR. Esta direcção é sempre ortogonal ao quadro.



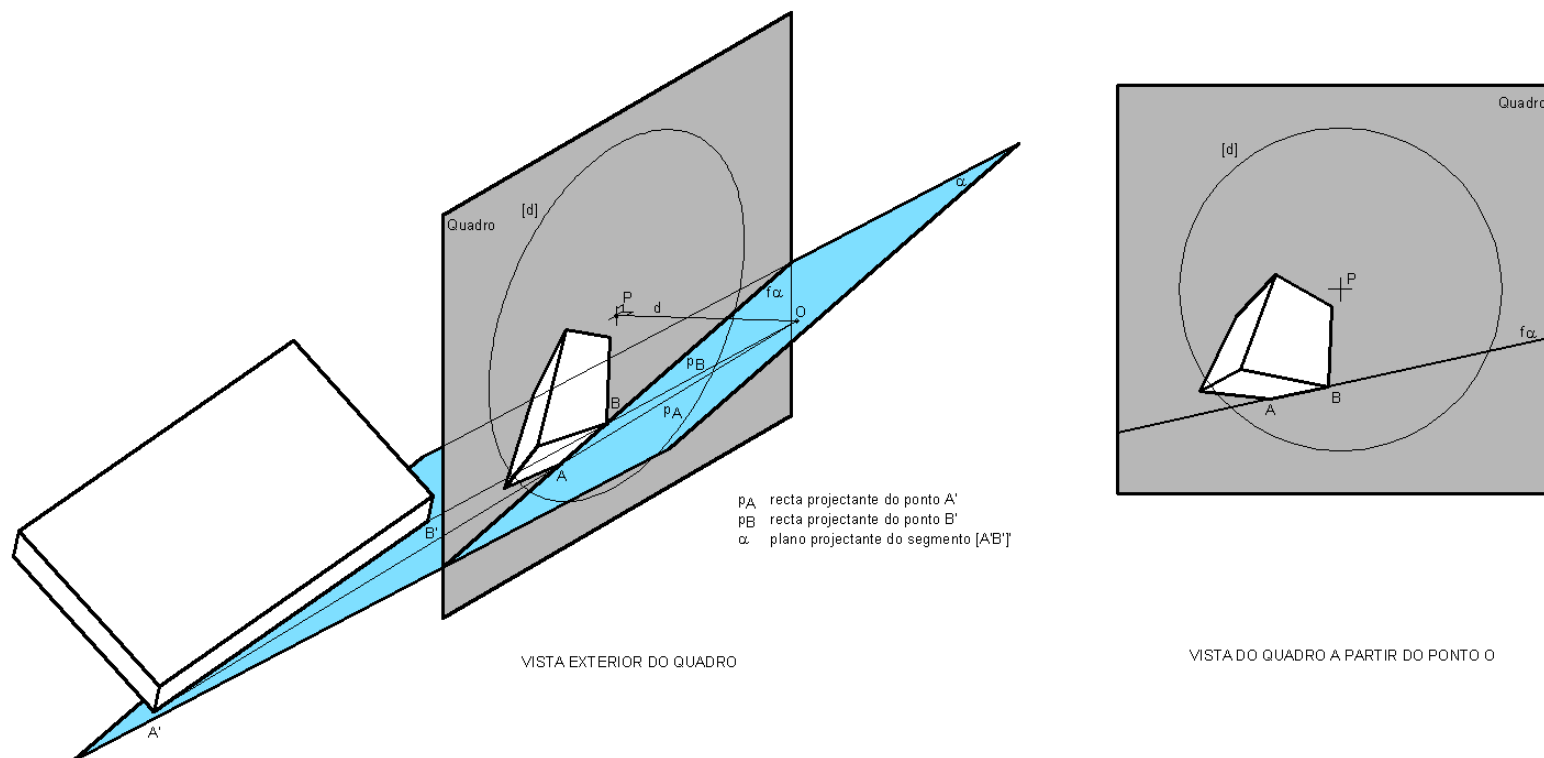
VISTA EXTERIOR DO QUADRO



VISTA DO QUADRO A PARTIR DO PONTO O



>> PERSPECTIVA LINEAR: A noção de recta projectante e plano projectante



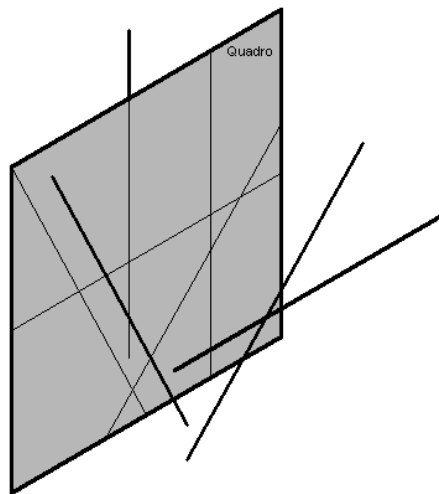


## >> PERSPECTIVA LINEAR: As direcções de rectas

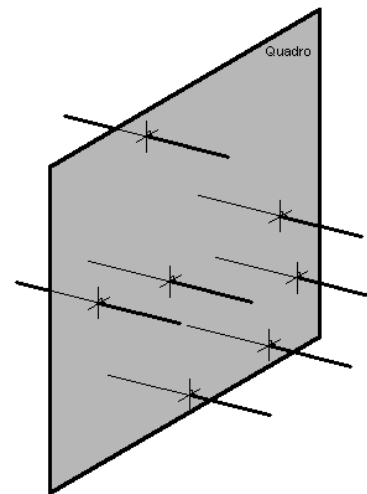
Se apenas tivermos definido o quadro, por relação a este plano podemos considerar três DIRECÇÕES DE RECTAS:

- As rectas paralelas ao quadro.
- As rectas ortogonais ao quadro.
- As rectas oblíquas ao quadro.

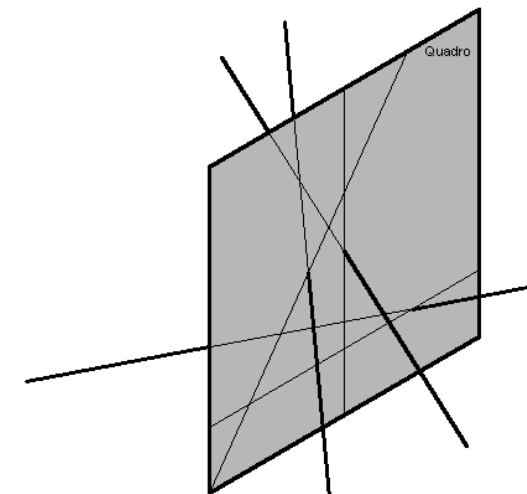
Vamos considerar que todas as rectas têm um PONTO IMPRÓPRIO, isto é, um ponto situado no infinito. Uma direcção de rectas partilha o mesmo ponto impróprio.



RECTAS PARALELAS AO QUADRO



RECTAS ORTOGONAIS AO QUADRO



RECTAS OBLÍQUAS AO QUADRO

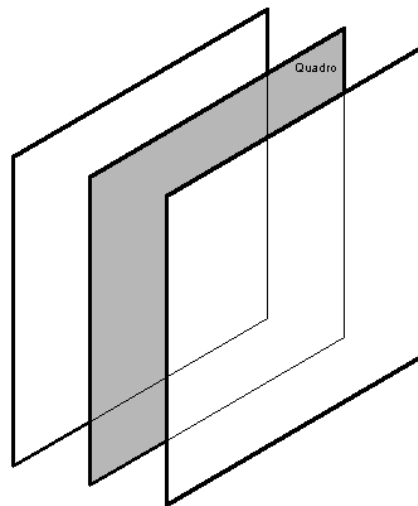


## >> PERSPECTIVA LINEAR: As orientações de planos

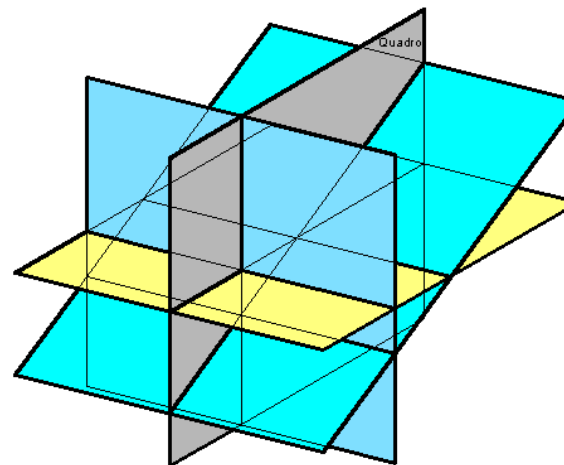
Se apenas tivermos definido o quadro, por relação a este plano podemos considerar três ORIENTAÇÕES DE PLANOS:

- Os planos paralelos ao quadro.
- Os planos ortogonais ao quadro.
- Os planos oblíquos ao quadro.

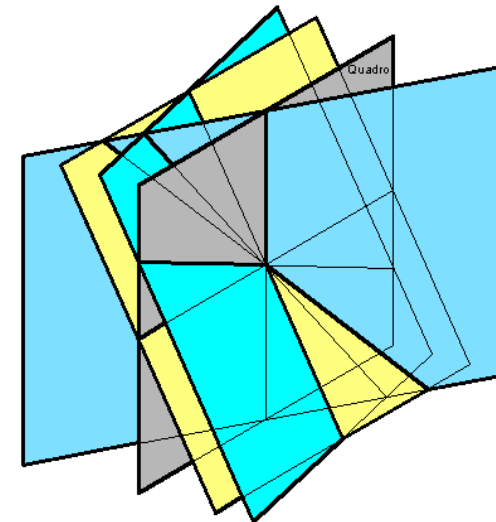
Vamos considerar que todos os planos têm uma RECTA IMPRÓPRIA, isto é, uma recta situada no infinito. Uma orientação de planos partilha a mesma recta imprópria.



PLANOS PARALELOS AO QUADRO



PLANOS ORTOGONAIS AO QUADRO



PLANOS OBLÍQUOS AO QUADRO



## Tópico 03

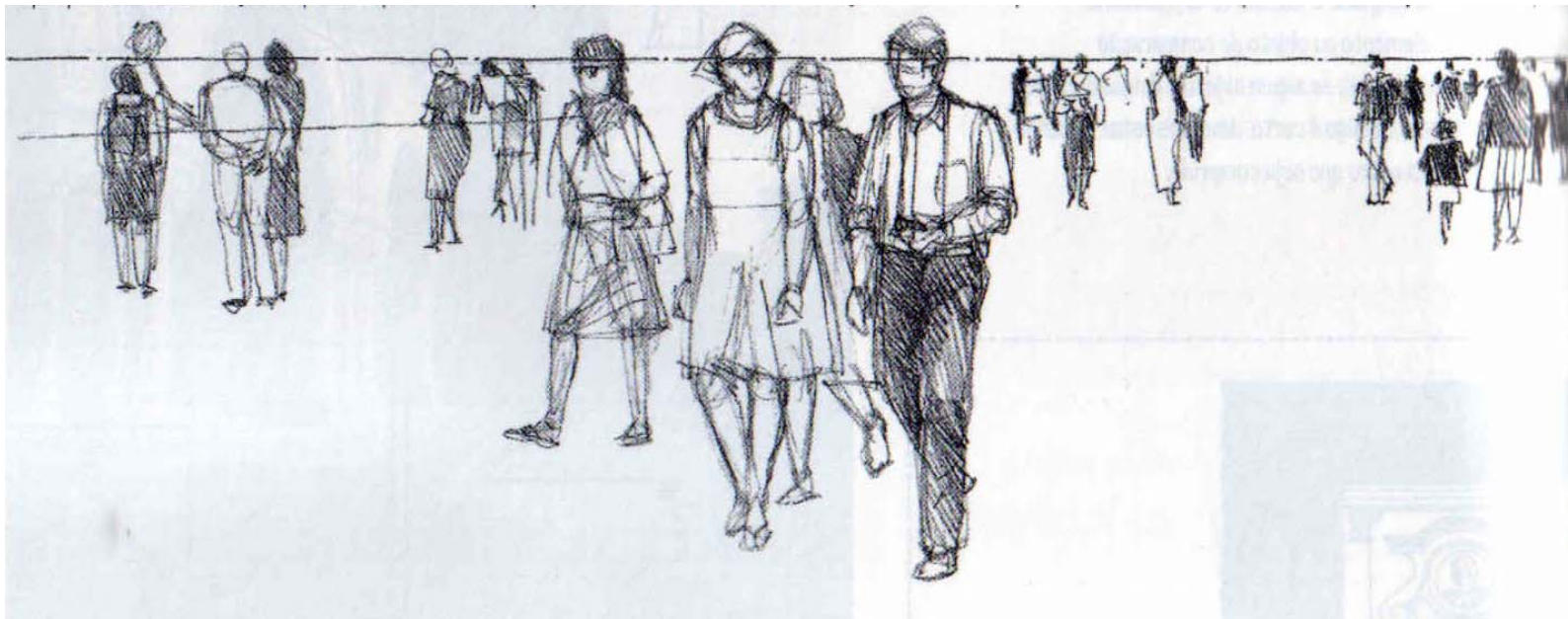
Perspectiva linear de quadro plano.

- Análise de desenhos de perspectiva executados à mão levantada e de imagens fotográficas (perspectivas de 1, 2 e 3 pontos de fuga; noção de sombra e reflexo; o método do paralelepípedo envolvente).
- O posicionamento do observador perante a cena e a representação da figura humana como indicador de escala e profundidade; a convergência e a diminuição do tamanho aparente como indicadores de profundidade.
- A noção empírica de ponto de fuga e de linha de fuga.
- Definição geométrica de ponto de fuga e de linha de fuga.
- Lugares geométricos de pontos de fuga dada a inclinação com o quadro.
- Lugares geométricos de linhas de fuga dada a inclinação com o quadro.



## >> PERSPECTIVA LINEAR: Análise de desenhos executados à mão levantada.

Se o observador de uma cena se encontrar a uma altura normal, digamos à altura de uma pessoa, as cabeças das pessoas situam-se todas numa linha única. Como todas as pessoas têm aproximadamente a mesma altura, a maior ou menor dimensão de uma figura é um indicador de ESCALA e PROFUNDIDADE ou de distância entre o observador e a figura visada.



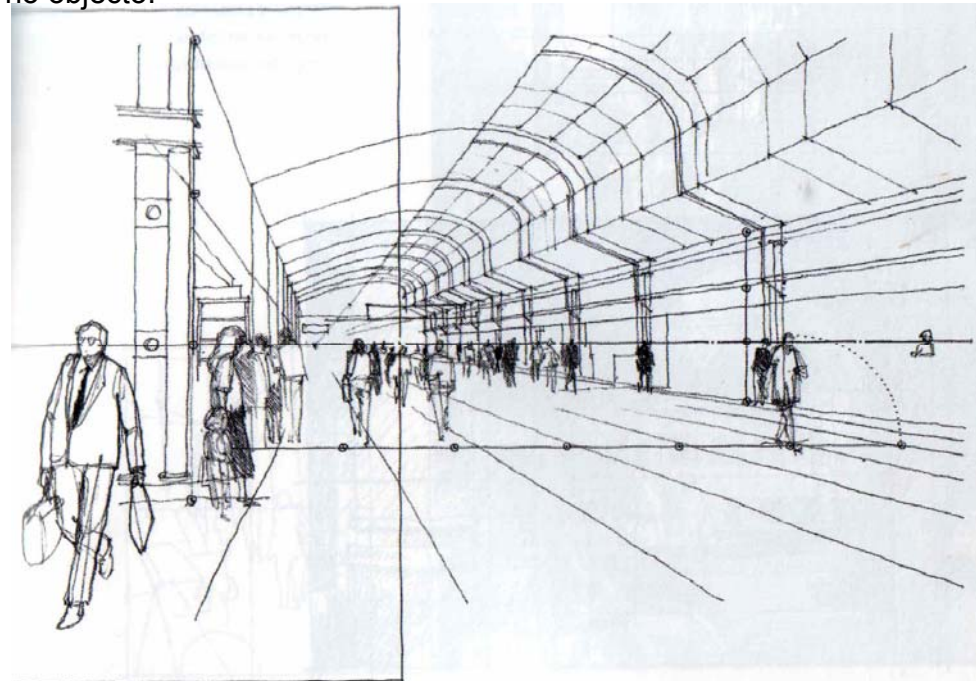
In  
CHING F, JUROSZEK S: Representação gráfica para desenho e projeto. 2001. Ed. Gustavo Gili. ISBN 84-252-1848-9





## >> PERSPECTIVA LINEAR: Análise de desenhos executados à mão levantada.

Neste desenho o observador encontra-se a uma altura normal. A cabeça da criança representada à esquerda na cena aparece obviamente abaixo da linha que passa pelas representações das cabeças dos adultos. Outro indicador de profundidade é a diminuição de distâncias que intuimos, pela representação, serem iguais. Acresce a estas características a convergência num ponto de linhas, que sabemos serem paralelas entre si no objecto.



In

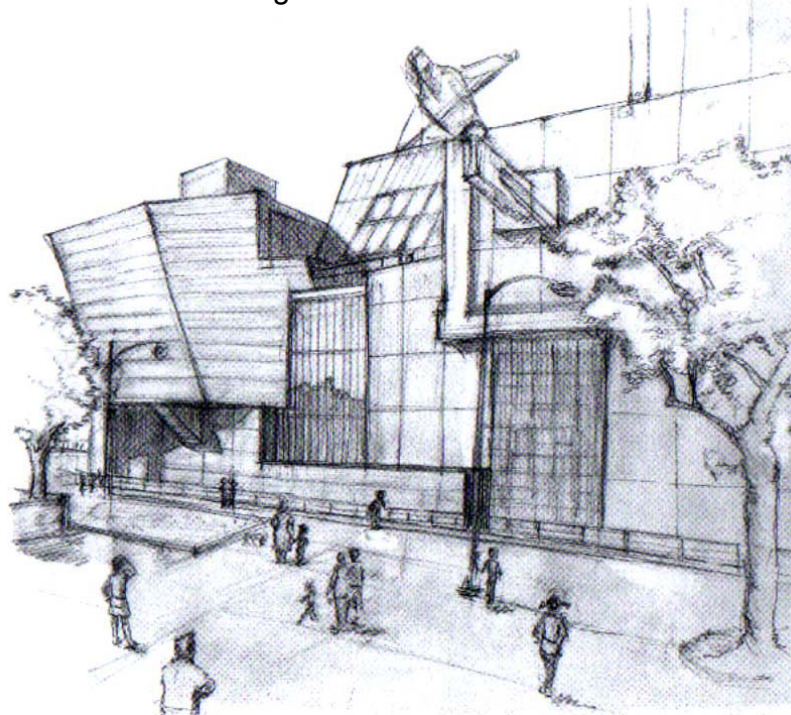
CHING F, JUROSZEK S: Representação gráfica para desenho e projeto. 2001. Ed. Gustavo Gili. ISBN 84-252-1848-9



## >> PERSPECTIVA LINEAR: Análise de desenhos executados à mão levantada.

Neste desenho o observador encontra-se a uma altura superior ao normal, provavelmente está situado num piso acima do piso da rua. Por essa razão as cabeças das pessoas já não se encontram sobre uma linha única. Em todo o caso a dimensão relativa entre as figuras continua a ser um indicador da distância entre observador e objecto.

*Apontamento a lápis, por Carlos Conesa, a partir do projecto do Museu Aeroespacial da Califórnia (Los Angeles, E. U. A.), de Frank Gehry. A figura humana constitui sempre uma referência de escala na arquitectura.*



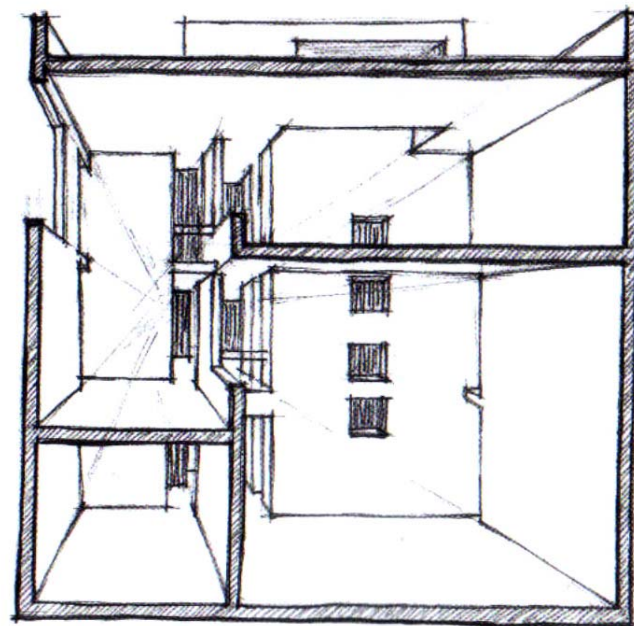
Desenho de Carlos Conesa In  
CANAL M (direcção editorial): Desenho livre para arquitectos. 2004. Editorial Estampa. ISBN 978-972-33-2040-4



## >> PERSPECTIVA LINEAR: Análise de desenhos executados à mão levantada.

Este tipo de desenho designa-se por corte perspectivado. Partindo de um corte e arbitrando o ponto de convergência, no desenho, das linhas ortogonais ao plano do corte procede-se ao desenho dos restantes elementos em profundidade. Neste tipo de desenho os planos paralelos ao plano do corte mantêm as proporções embora diminuam de tamanho com a distância. O controlo da profundidade pode ser feito de forma intuitiva ou através de traçados elementares.

*Esquisso a lápis com  
base num corte  
perspectivado do  
projecto da casa  
Turégano (Pozuelo de  
Alarcón, Espanha), da  
autoria de Alberto  
Campo Baeza.  
Utilizaram-se diversas  
linhas contínuas de  
enquadramento,  
definição e trama.*

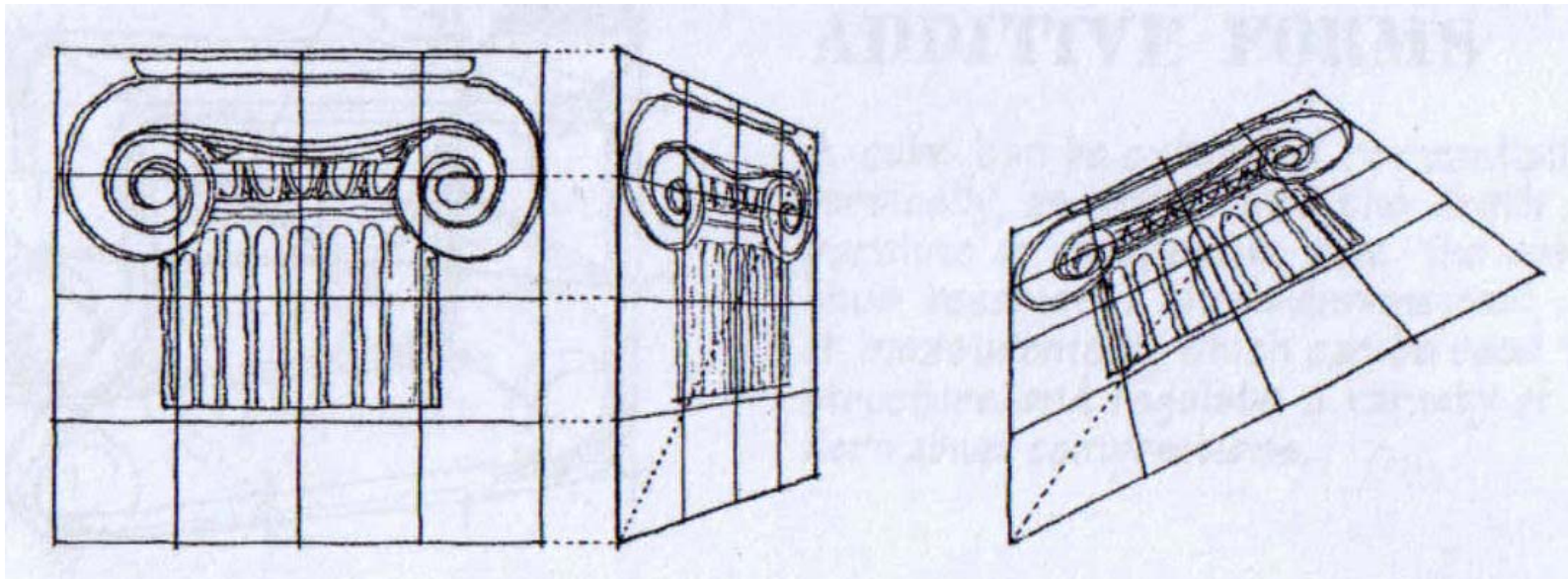


Desenho de Carlos Conesa In  
CANAL M (direcção editorial): Desenho livre para arquitectos. 2004. Editorial Estampa. ISBN 978-972-33-2040-4



## >> PERSPECTIVA LINEAR: Análise de desenhos executados à mão levantada.

Com efeito, o controlo da profundidade num plano ortogonal ao plano da secção pode ser efectuada através da deformação perspéctica de uma grelha quadrada como se sugere na figura seguinte.



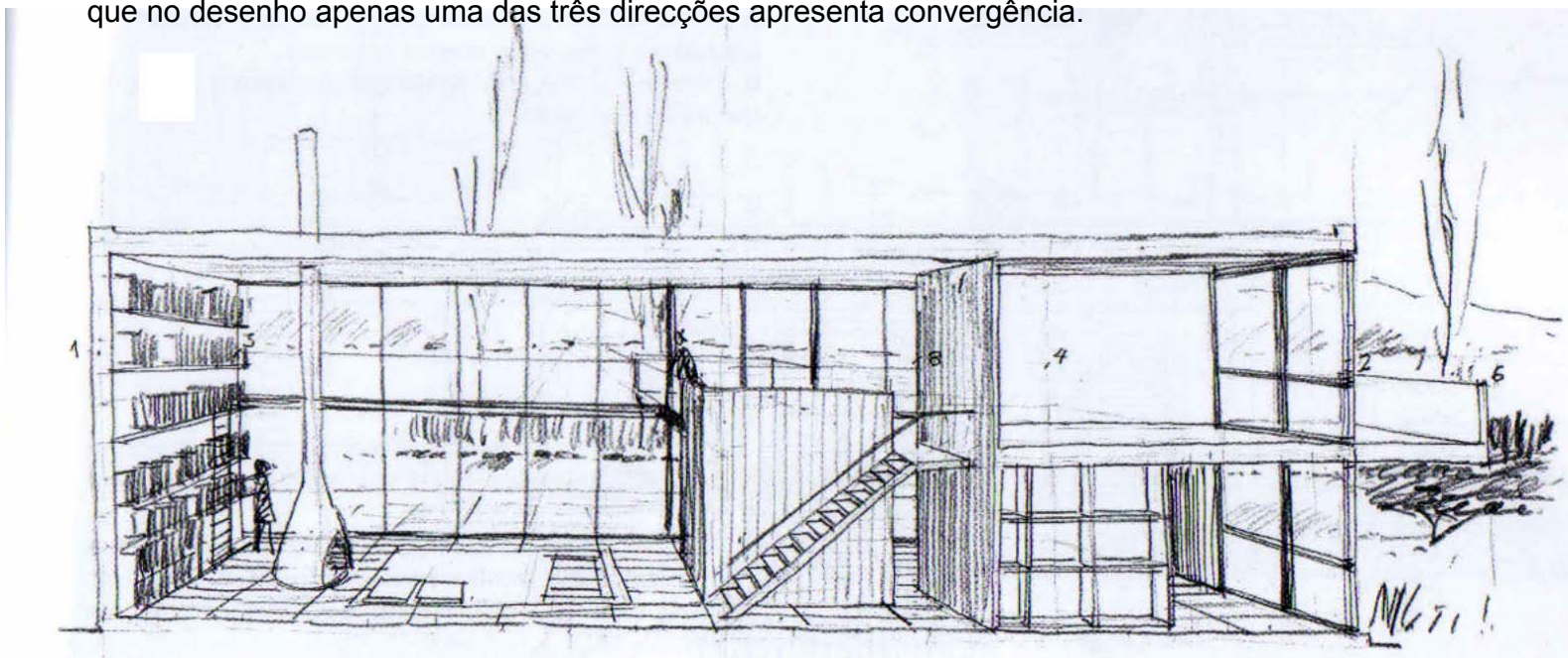
In  
CHING F: Drawing – a creative process. 1990. Van Nostrand Reinhold. ISBN 0-442-31818-9



## >> PERSPECTIVA LINEAR: Análise de desenhos executados à mão levantada.

Este desenho aplica o princípio descrito no slide anterior.

Este tipo de perspectiva, por vezes designada por **perspectiva de 1 ponto de fuga**, corresponde a uma situação em que o observador adopta como direcção principal do olhar uma das três direcções estruturantes de uma cena tri-ortogonal. Isto é, o observador olha de frente para uma orientação de planos o que implica que no desenho apenas uma das três direcções apresenta convergência.

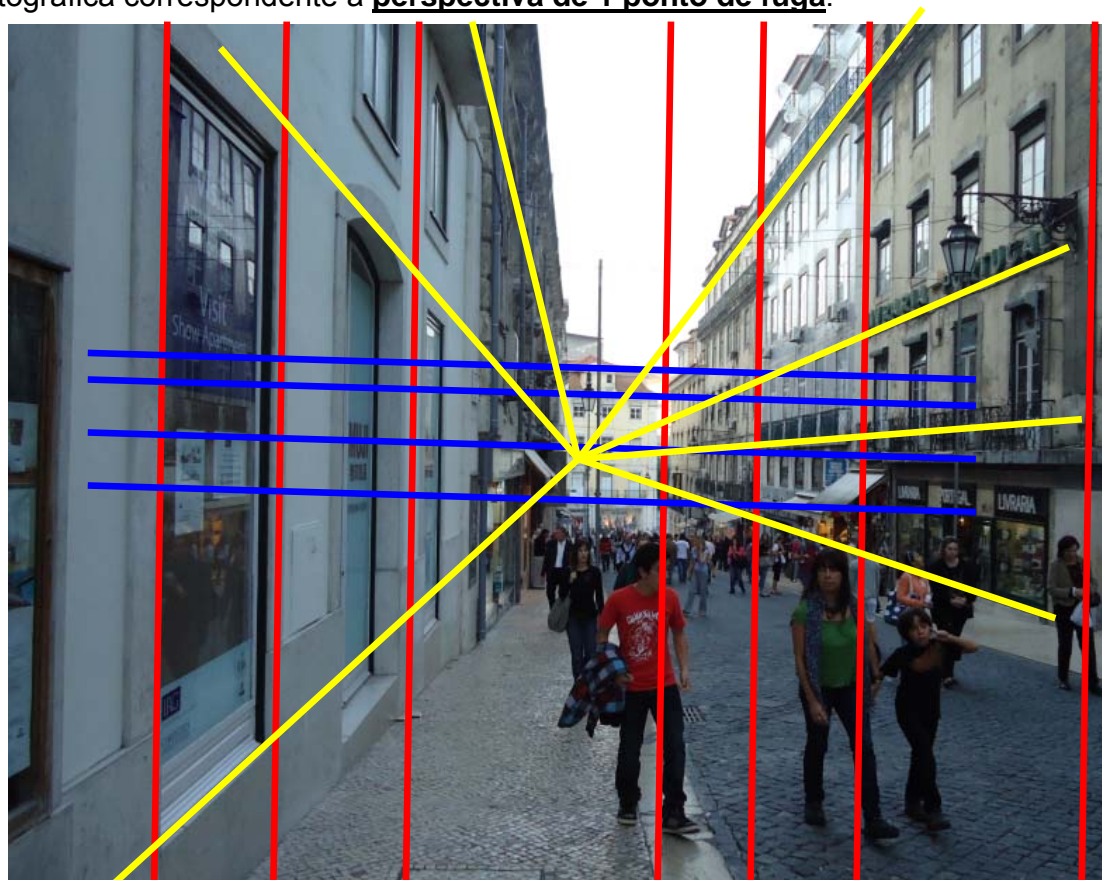


In  
CANAL M (direcção editorial): Desenho livre para arquitectos. 2004. Editorial Estampa. ISBN 978-972-33-2040-4



## >> PERSPECTIVA LINEAR: Análise de fotografias

Imagem fotográfica correspondente a **perspectiva de 1 ponto de fuga**.





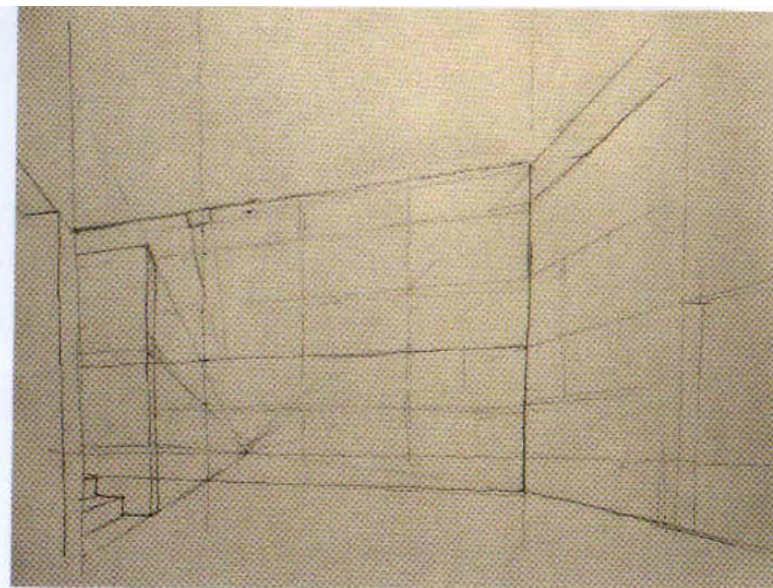
## >> PERSPECTIVA LINEAR: Análise de desenhos executados à mão levantada.

Já neste tipo de desenho duas direcções apresentam convergência aparecendo as rectas verticais paralelas entre si. As proporções são mantidas na direcção vertical.

Este tipo de perspectiva, por vezes designada por **perspectiva de 2 pontos de fuga**, corresponde a uma situação em que o observador adopta como direcção principal do olhar uma direcção ortogonal a uma das direcções estruturantes de uma cena tri-ortogonal, sem ser paralela a nenhuma das outras duas. Neste caso a direcção principal do olhar do observador é horizontal sem ser paralela às direcções horizontais estruturantes do objecto.

### APONTAMENTO DE INTERIOR DA SALA DE ESTAR DA CASA KOSHINO, DE TADAO ANDO

1. Enquadramento, a lápis de grafite, das arestas que definem os volumes e primeira aproximação à textura de betão armado.

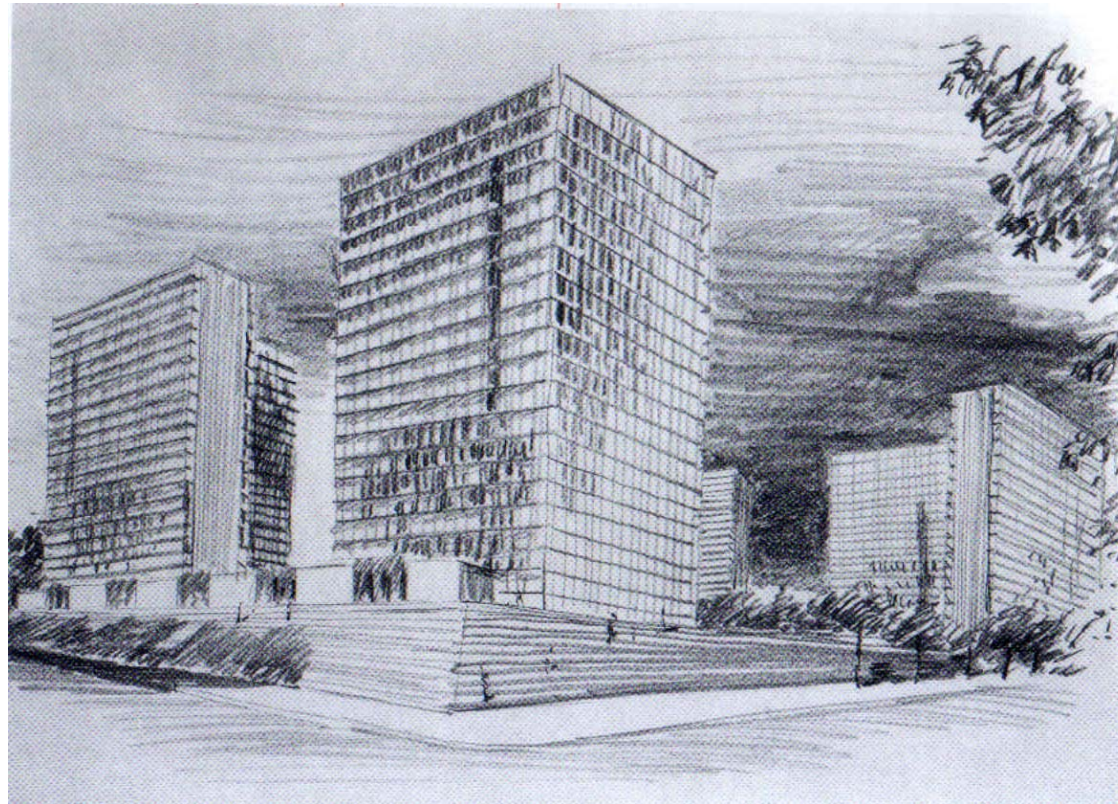


In  
CANAL M (direcção editorial): Desenho livre para arquitectos. 2004. Editorial Estampa. ISBN 978-972-33-2040-4



>> PERSPECTIVA LINEAR: Análise de desenhos executados à mão levantada.

Este desenho corresponde a uma perspectiva de 2 pontos de fuga como descrito no slide anterior.



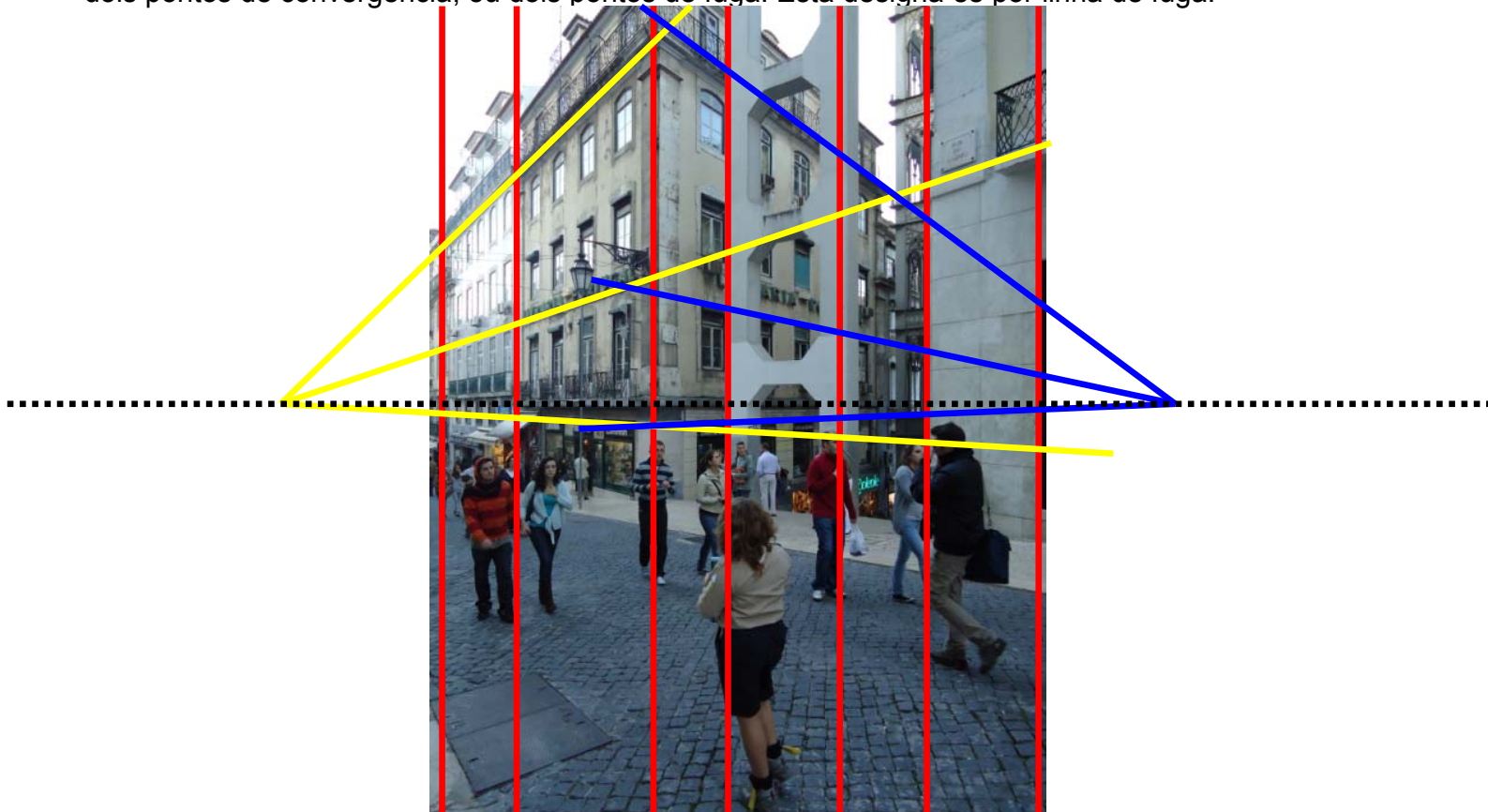
In  
CANAL M (direcção editorial): Desenho livre para arquitectos. 2004. Editorial Estampa. ISBN 978-972-33-2040-4





## >> PERSPECTIVA LINEAR: Análise de fotografias

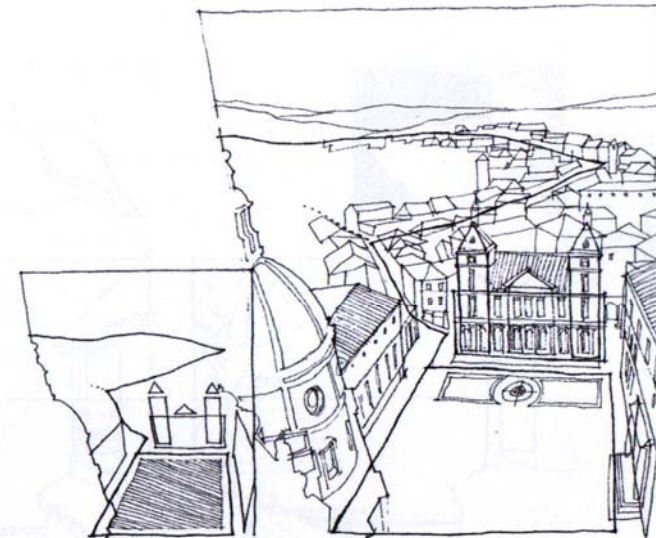
Imagem fotográfica correspondente a **perspectiva de 2 pontos de fuga**. A linha pontilhada fica definida por dois pontos de convergência, ou dois pontos de fuga. Esta designa-se por linha de fuga.





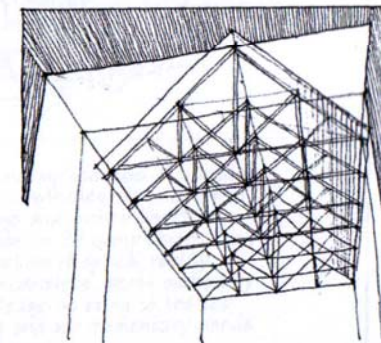
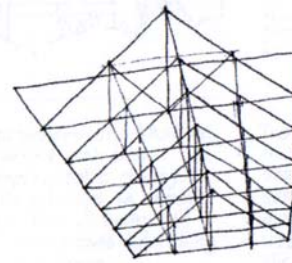
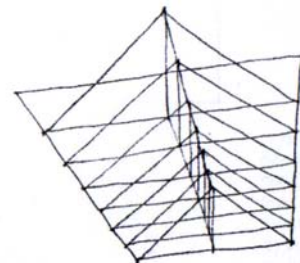
>> PERSPECTIVA LINEAR: Análise de desenhos executados à mão levantada.

Quando o observador assume como direcção principal do olhar uma direcção oblíqua às três direcções tri-ortogonais estruturantes de uma cena, o resultado é o que se costuma designar por **perspectiva de 3 pontos de fuga**.



• SPATIAL STRUCTURE

• URBAN STRUCTURE

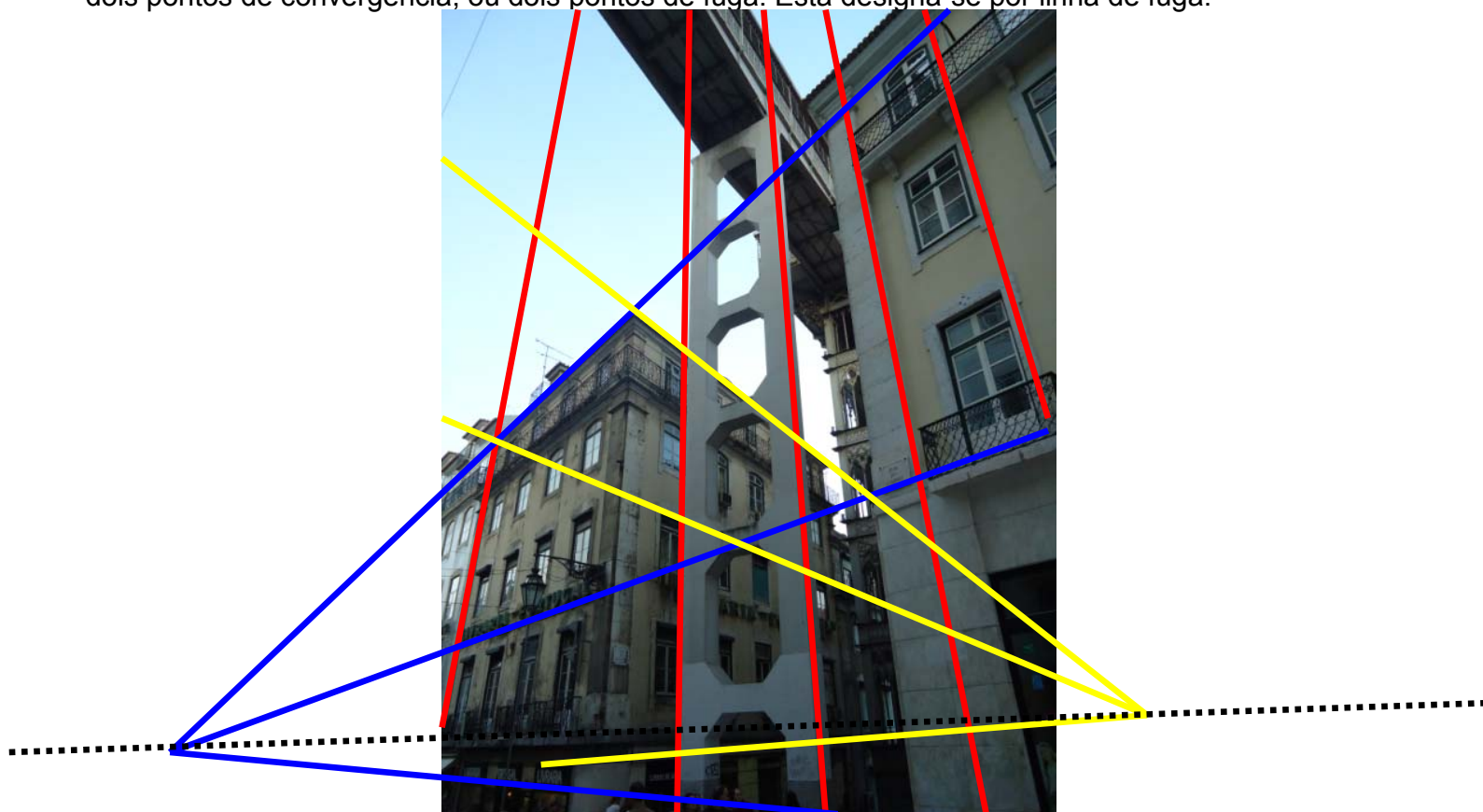


In  
CHING F: Drawing – a creative process. 1990. Van Nostrand Reinhold. ISBN 0-442-31818-9



## >> PERSPECTIVA LINEAR: Análise de fotografias

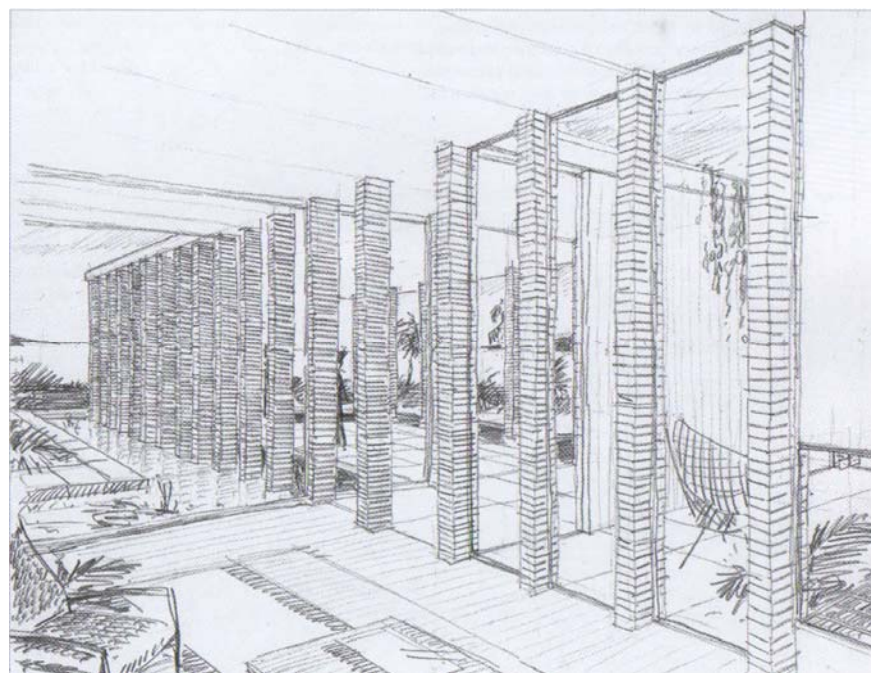
Imagem fotográfica correspondente a **perspectiva de 3 pontos de fuga**. A linha pontilhada fica definida por dois pontos de convergência, ou dois pontos de fuga. Esta designa-se por linha de fuga.





## >> PERSPECTIVA LINEAR: Análise de desenhos executados à mão levantada.

Uma das formas de enriquecer o desenho de perspectiva é através da inclusão de texturas ou através da inclusão dos efeitos de SOMBRA e REFLEXOS. Os reflexos surgem quando se desenharam superfícies com características especulares. Exemplos deste tipo de superfície são os espelhos de água, as superfícies envidraçadas, ou as superfícies polidas.

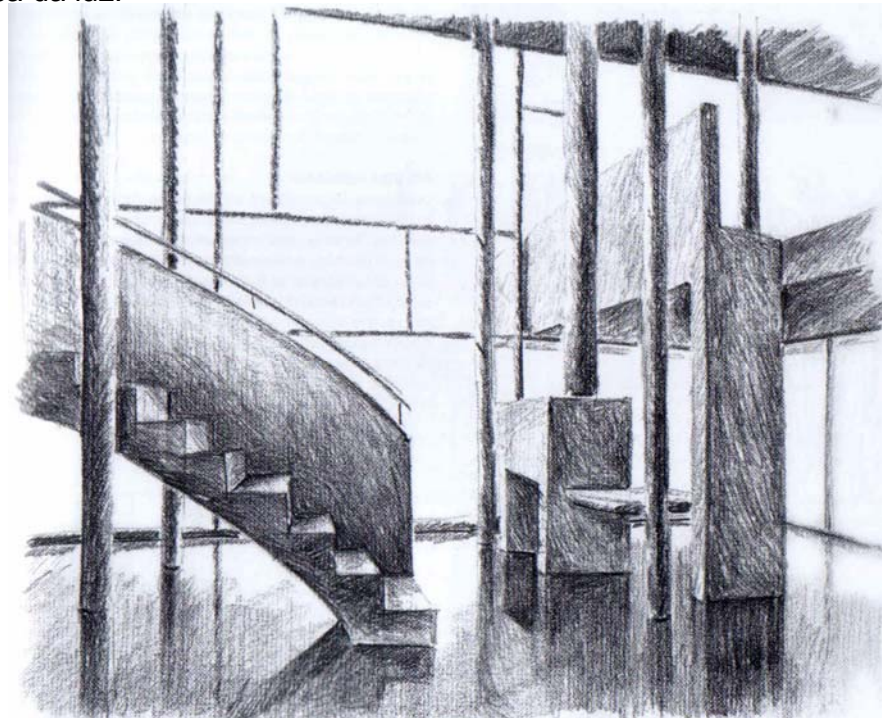


In  
CANAL M (direcção editorial): Desenho livre para arquitectos. 2004. Editorial Estampa. ISBN 978-972-33-2040-4



## >> PERSPECTIVA LINEAR: Análise de desenhos executados à mão levantada.

A inclusão de sombras e reflexos pode incluir alguma MODELAÇÃO LUMINOSA. Há uma relação de proporcionalidade, não directa, entre o ângulo de incidência da luz numa superfície e o seu nível de claro-escuro. Há ainda efeitos de reflexões múltiplas da luz na proximidade de objectos bem como os efeitos de reflexão atmosférica da luz.

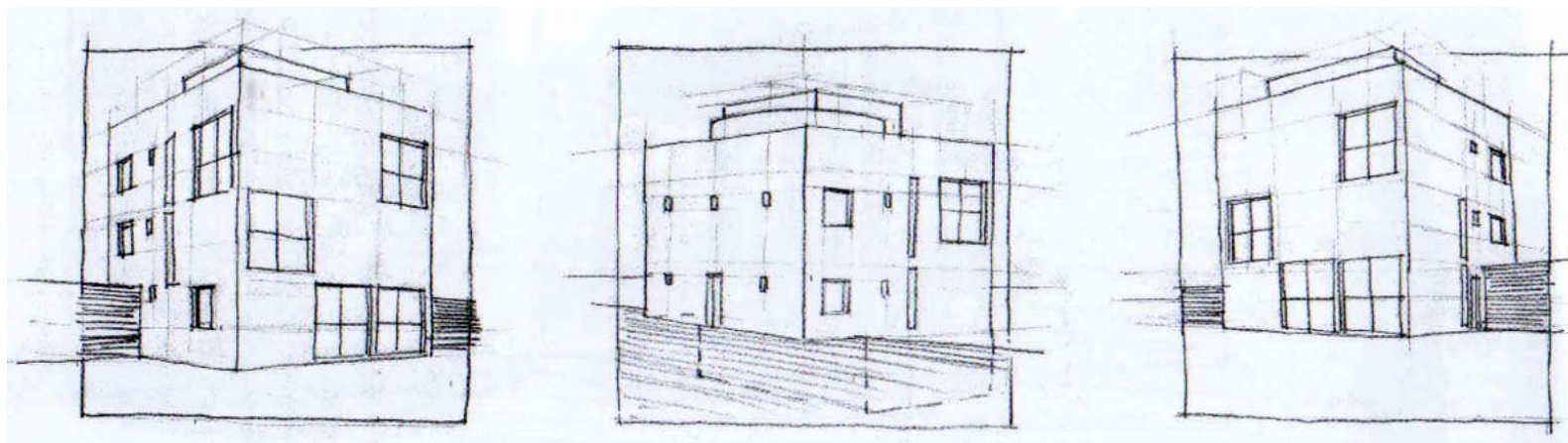


In  
CANAL M ( direcção editorial): Desenho livre para arquitectos. 2004. Editorial Estampa. ISBN 978-972-33-2040-4



## >> PERSPECTIVA LINEAR: Análise de desenhos executados à mão levantada.

Tal como na axonometria, o MÉTODO DO PARALELEPÍPEDO ENVOLVENTE, também é uma estratégia eficiente para estruturar a representação de objectos em perspectiva.

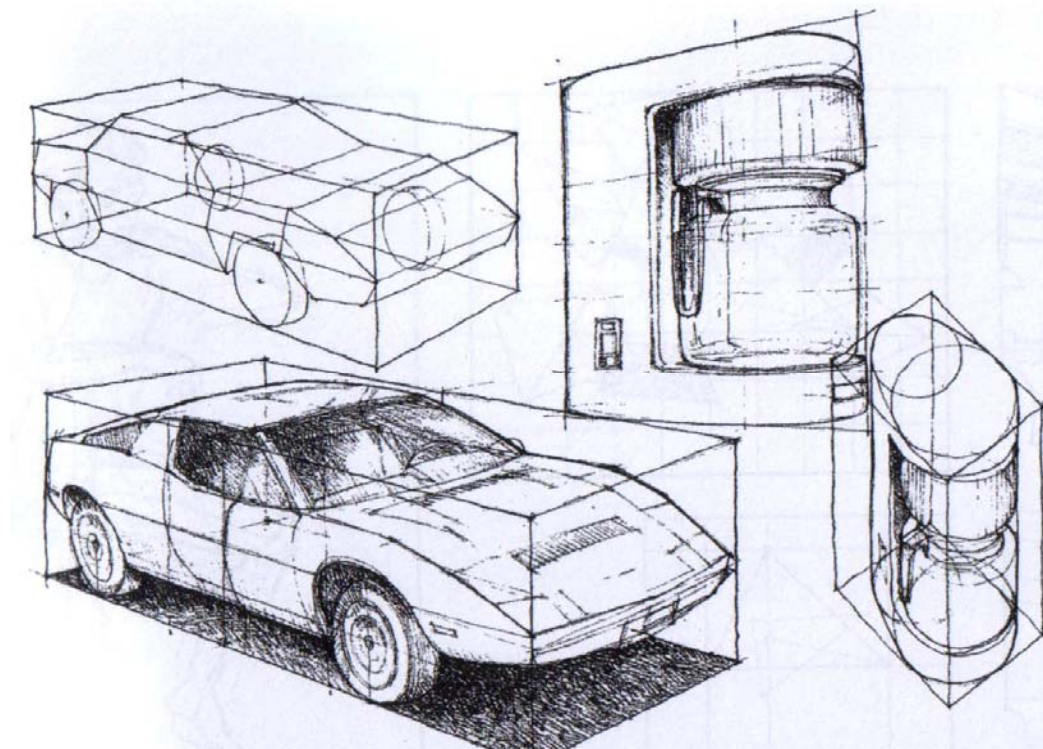


In  
CANAL M (direcção editorial): Desenho livre para arquitectos. 2004. Editorial Estampa. ISBN 978-972-33-2040-4



## >> PERSPECTIVA LINEAR: Análise de desenhos executados à mão levantada.

Tal como na axonometria, o MÉTODO DO PARALELEPÍPEDO ENVOLVENTE, também é uma estratégia eficiente para estruturar a representação de objectos em perspectiva.



In  
CHING F: Drawing – a creative process. 1990. Van Nostrand Reinhold. ISBN 0-442-31818-9



>> PERSPECTIVA LINEAR: Noção empírica de ponto de fuga e de linha de fuga.

Empiricamente, um **PONTO DE FUGA** é um ponto no desenho (ou numa fotografia) para o qual convergem as representações de uma família de rectas que no espaço são paralelas entre si.

Empiricamente, uma **LINHA DE FUGA** é uma recta no desenho (ou numa fotografia) que contém os pontos de fuga de uma família de direcções de rectas contidas numa orientação de planos.





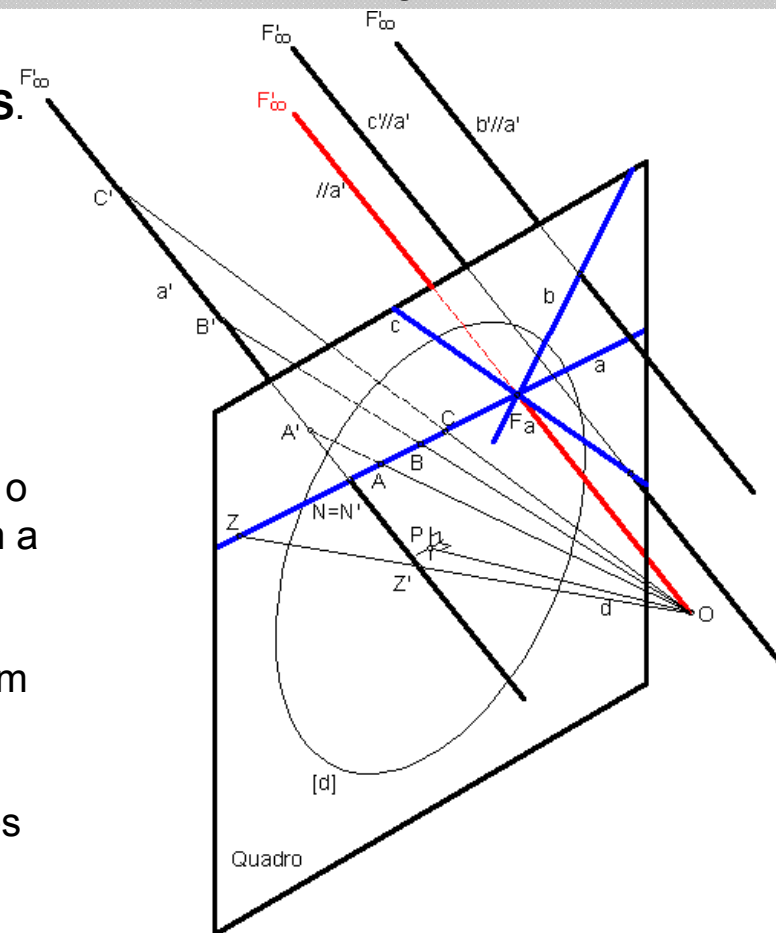
## >> PERSPECTIVA LINEAR: A definição geométrica de ponto de fuga

As rectas passantes pelo observador designam-se **RECTAS PROJECTANTES**.  
A perspectiva de uma recta projectante reduz-se a um ponto.

Um **PONTO DE FUGA** de uma direcção de rectas é a projecção cónica do ponto impróprio dessa direcção.

Conhecida a direcção, o ponto de fuga é o traço no quadro da recta projectante com a direcção conhecida.

Note que os planos projectantes de uma família de rectas paralelas têm em comum a recta projectante com aquela direcção por cujo traço no quadro (ponto de fuga) passam os traços dos planos projectantes (as perspectivas das rectas).





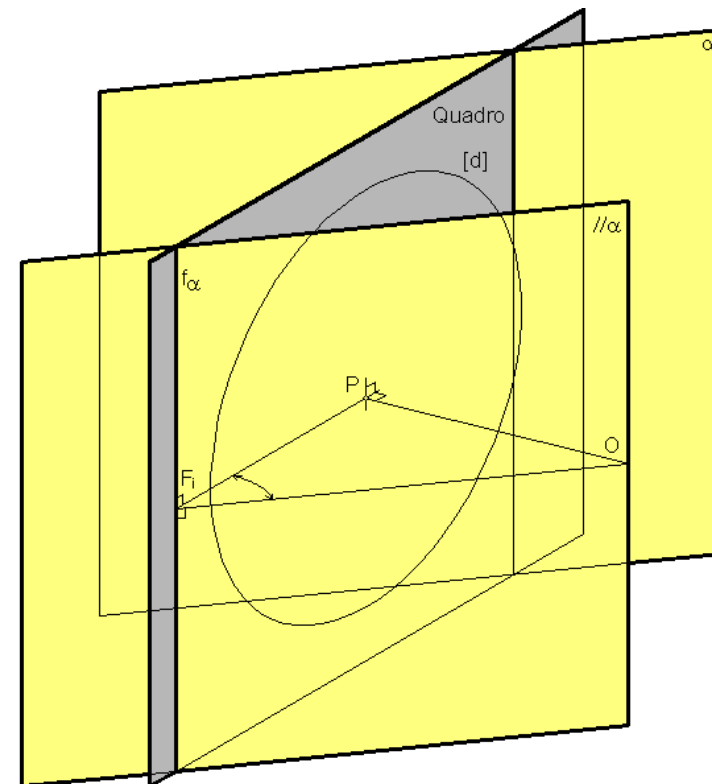
>> PERSPECTIVA LINEAR: A definição geométrica de linha de fuga

Os planos passantes pelo observador designam-se **PLANOS PROJECTANTES**.

A perspectiva de um plano projectante reduz-se a uma recta.

Uma **LINHA DE FUGA** de uma orientação de planos é a projecção cónica da recta imprópria dessa orientação.

Conhecida a orientação, a linha de fuga é o traço no quadro do plano projectante com a orientação conhecida.





## >> PERSPECTIVA LINEAR: O lugar geométrico dos pontos de fuga dada a inclinação

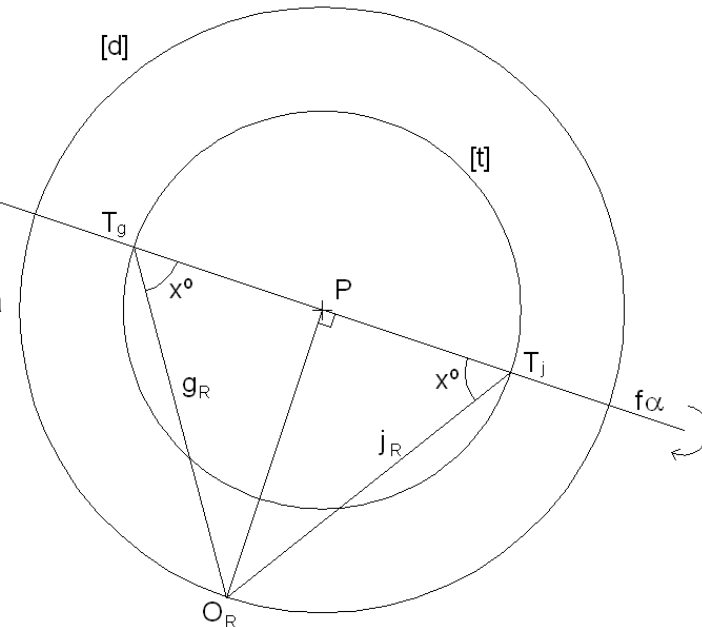
O lugar geométrico dos pontos de fuga das direcções de rectas a  $45^\circ$  com o quadro é a circunferência de distância inteira [d].

O lugar geométrico dos pontos de fuga das direcções de rectas a  $x^\circ$  com o quadro é o traço [t] (no quadro), de uma superfície cónica de revolução cujas geratrizes fazem  $x^\circ$  com o quadro.

Para determinar esse traço (de forma circular) é necessário rebater um plano ( $\alpha$ ) projectante qualquer ortogonal ao quadro. Esse plano intersecta a referida superfície cónica segundo duas geratrizes,  $g$  e  $j$ , a  $x^\circ$  com o quadro. O traço da superfície cónica têm centro em  $P$  e diâmetro definido pelos traços das geratrizes,  $T_g$  e  $T_j$ . Estes são pontos de fuga de direcções a  $x^\circ$  com o quadro contidas na orientação  $\alpha$ .

O ponto principal  $P$  é o ponto de fuga das rectas ortogonais ao quadro.

Rectas paralelas ao quadro não têm ponto de fuga próprio, isto é, têm ponto de fuga impróprio. Por essa razão as perspectivas de uma família de rectas paralelas entre si e ao quadro é uma feixe de rectas paralelas entre si (no quadro). E as perspectivas destas rectas mantêm a proporção.





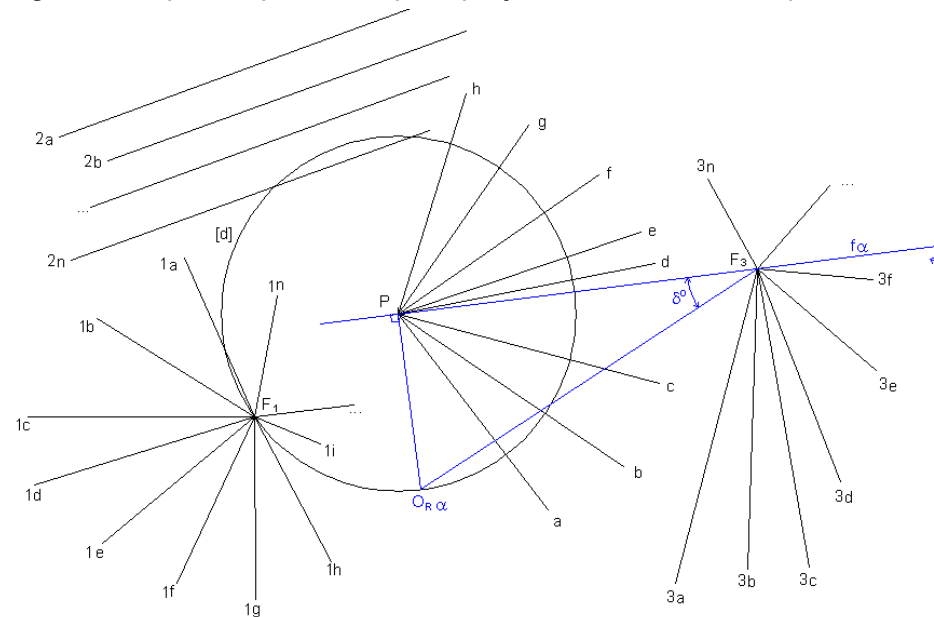
## >> PERSPECTIVA LINEAR: O lugar geométrico dos pontos de fuga - exemplos

O feixe de rectas 1a, 1b, ..., 1n convergentes em  $F_1$  é a perspectiva de um feixe de rectas paralelas entre si e a  $45^\circ$  com o quadro.

O feixe de rectas a, b, ..., n convergentes em P é a perspectiva de uma feixe de rectas perpendiculares ao quadro.

O feixe de rectas 2a, 2b, ..., 2n é a perspectiva de um feixe de rectas paralelas ao quadro.

O feixe de rectas 3a, 3b, ..., 3n convergentes em  $F_3$  é a perspectiva de um feixe de rectas paralelas entre si e a  $\delta^\circ$  com o quadro. Note que a inclinação das rectas com o quadro é determinada através do rebatimento do plano projectante ortogonal ao quadro passante pela projectante a  $\delta^\circ$  com o quadro de traço frontal em  $F_3$ .





## >> PERSPECTIVA LINEAR: O lugar geométrico das linhas de fuga dada a inclinação

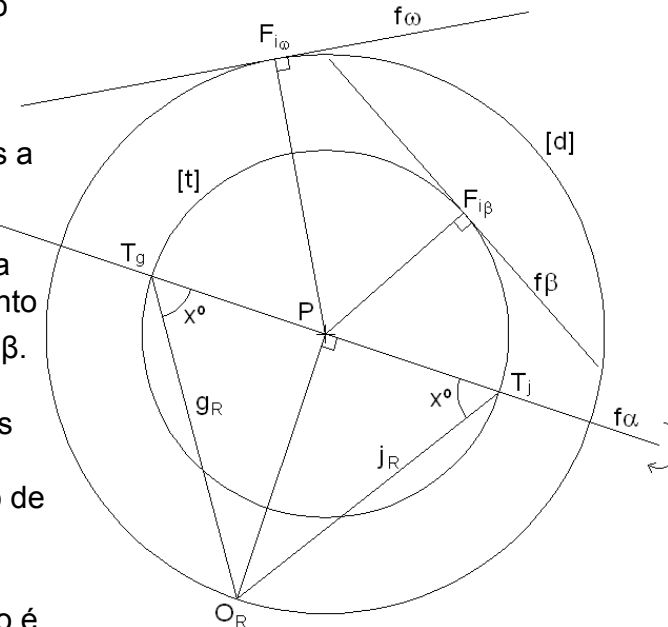
O lugar geométrico das linhas de fuga das orientações de planos a  $45^\circ$  com o quadro é dado pelas rectas tangentes à circunferência de distância inteira [d].

Na figura,  $f_\omega$  é uma linha de fuga de uma orientação a  $45^\circ$  com o quadro. O ponto de tangência,  $F_{i\omega}$ , é o ponto de fuga da DIRECÇÃO DE MAIOR INCLINAÇÃO da orientação  $\omega$ .

O lugar geométrico das linhas de fuga das orientações de planos a  $x^\circ$  com o quadro é dado pelas rectas tangentes ao traço [t] (no quadro) de uma superfície cónica de revolução cujas geratrizes fazem  $x^\circ$  com o quadro. Na figura,  $f_\beta$  é uma linha de fuga de uma orientação a  $x^\circ$  com o quadro. O ponto de tangência,  $F_{i\beta}$ , é o ponto de fuga da DIRECÇÃO DE MAIOR INCLINAÇÃO da orientação  $\beta$ .

As linhas de fuga dos planos ortogonais ao quadro passam todas pelo ponto principal P. Na figura,  $f_\alpha$  é uma linha de fuga de uma orientação ortogonal ao quadro. O ponto P coincide com o ponto de fuga da DIRECÇÃO DE MAIOR INCLINAÇÃO da orientação  $\alpha$ .

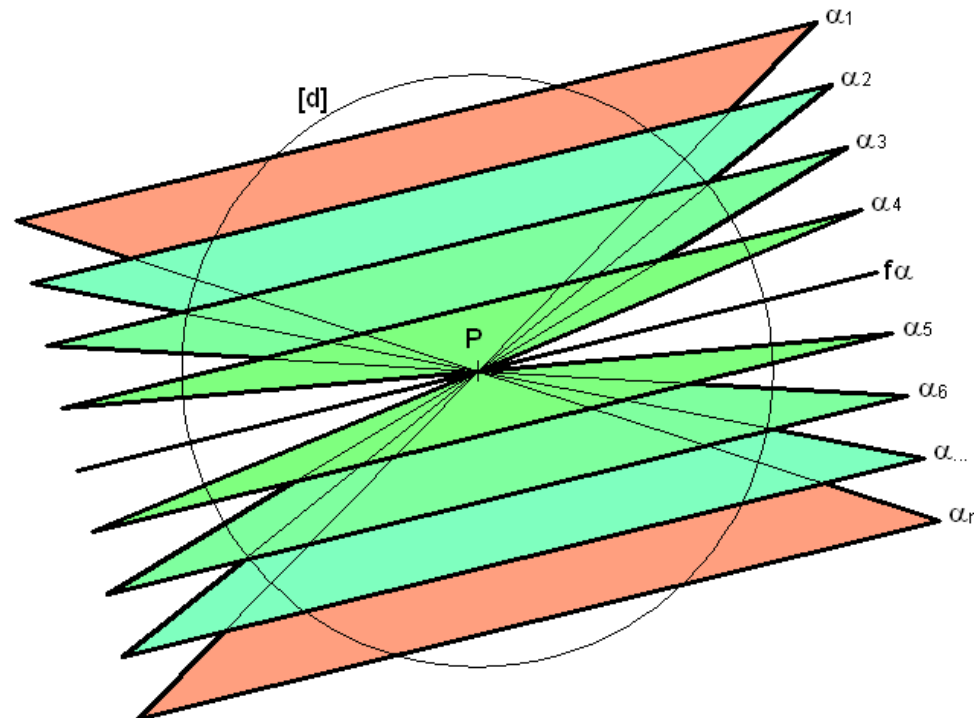
Os planos paralelos ao quadro não têm linha de fuga própria, isto é, têm linha de fuga imprópria. Por essa razão, FIGURAS CONTIDAS EM PLANOS PARALELOS AO QUADRO MANTÊM AS PROPORÇÕES NA PERSPECTIVA. Se colocadas no quadro mantêm a VERDADEIRA GRANDEZA.





## >> PERSPECTIVA LINEAR: O lugar geométrico das linhas de fuga - exemplos

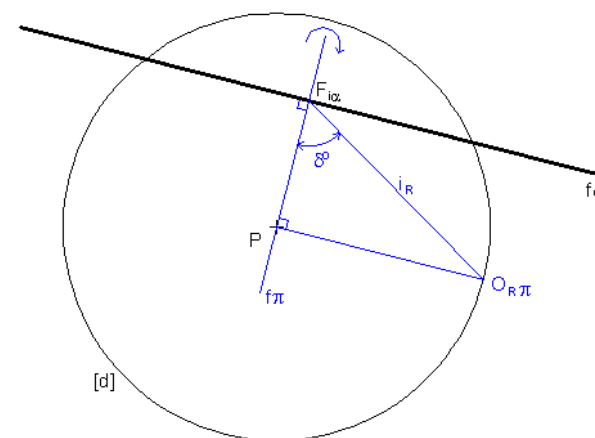
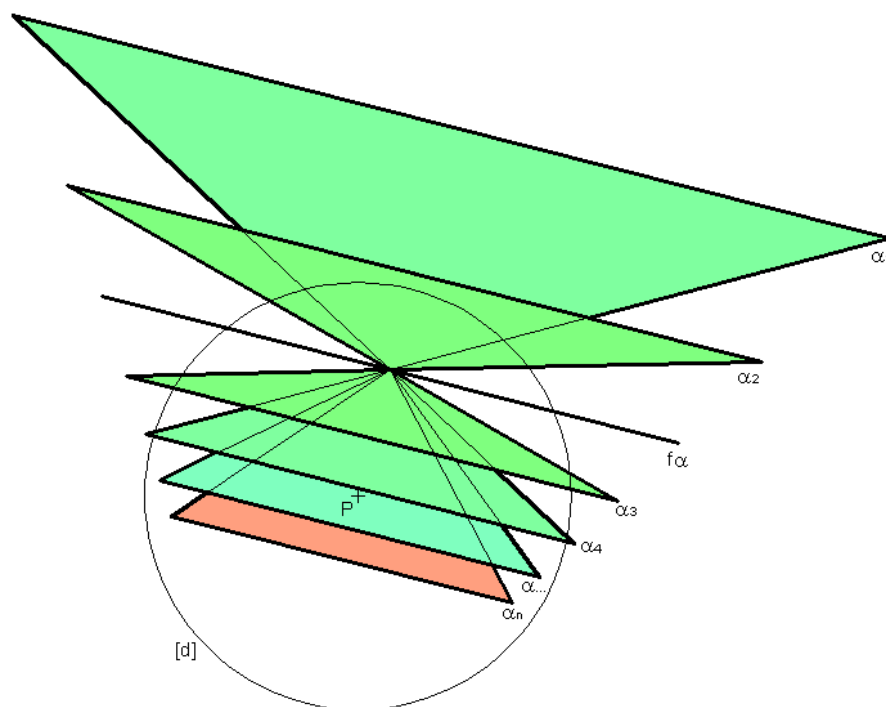
Esta figura representa a perspectiva de um feixe de planos ortogonais ao quadro (cada plano é delimitado por um segmento frontal e duas semi-rectas de perpendiculares ao quadro). O plano projectante é aquele cuja perspectiva se reduz a uma recta, a recta  $f\alpha$ .





## >> PERSPECTIVA LINEAR: O lugar geométrico das linhas de fuga - exemplos

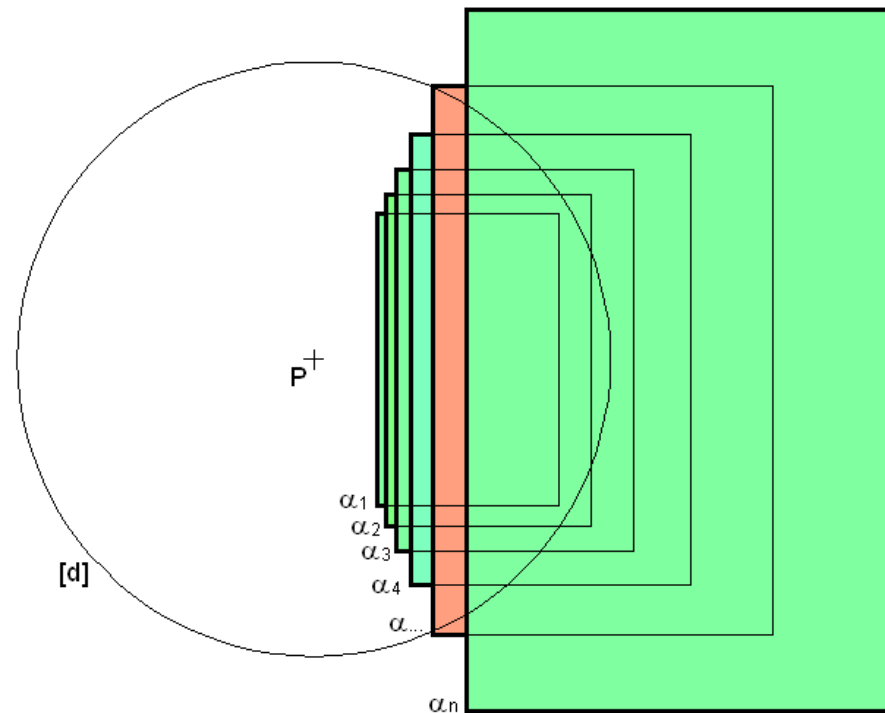
Esta figura representa a perspectiva de um feixe de planos oblíquos ao quadro (cada plano é delimitado por um segmento frontal e duas semi-rectas de maior inclinação). O plano projectante é aquele cuja perspectiva se reduz a uma recta, a recta  $f\alpha$ . A inclinação destes planos com o quadro,  $\delta^\circ$ , pode ser determinada através do rebatimento do plano projectante,  $\pi$ , ortogonal ao quadro passante pela projectante de maior inclinação,  $i$ , da orientação  $\alpha$ , de ponto de fuga  $F_{i\alpha}$ .





## >> PERSPECTIVA LINEAR: O lugar geométrico das linhas de fuga - exemplos

Esta figura representa a perspectiva de um feixe de planos (cada plano é delimitado por um rectângulo) paralelos ao quadro. Note que neste caso o plano projectante não tem representação no quadro uma vez que  $l_{he}$  é paralelo. Dito de outro modo, planos paralelos ao quadro não têm linha de fuga.







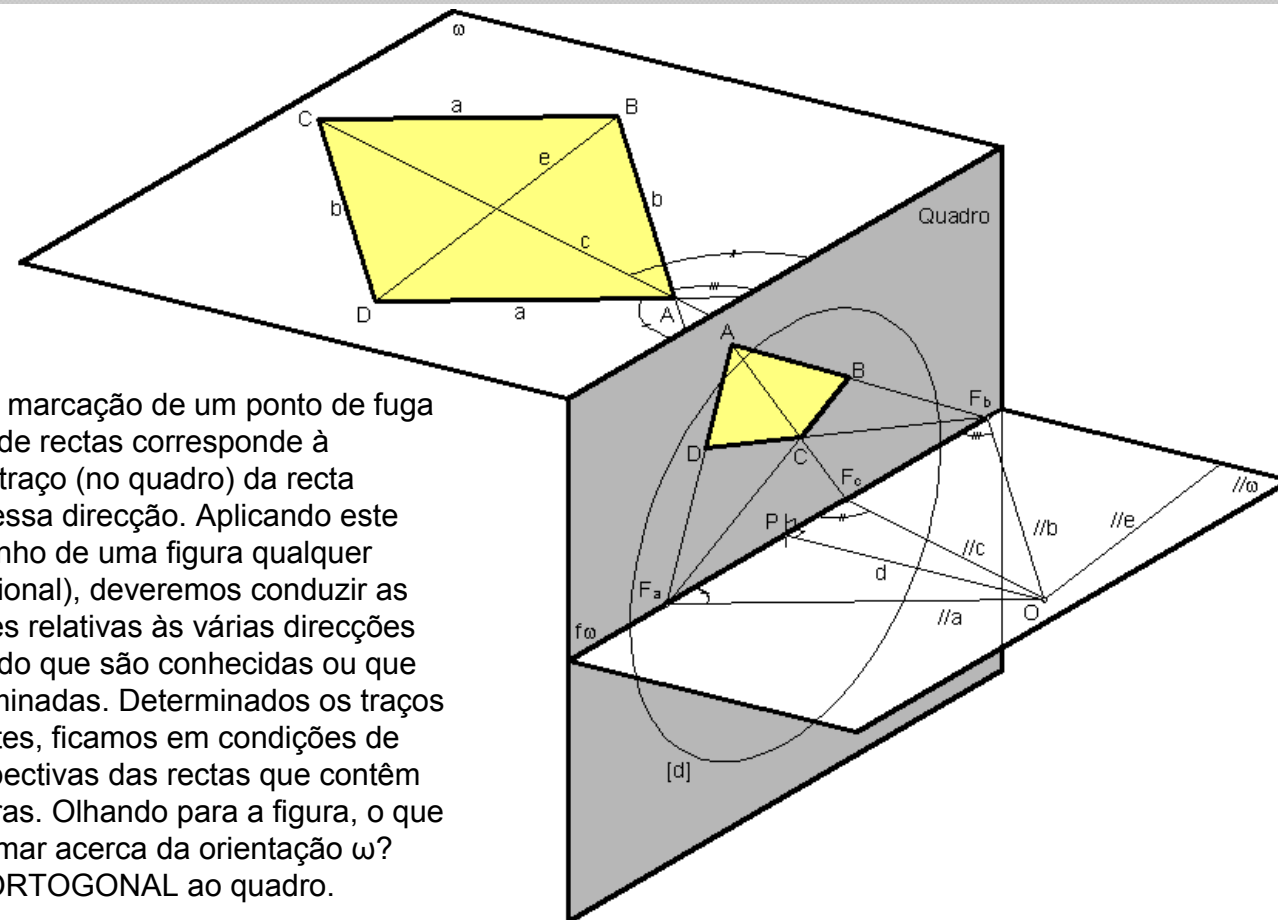
## Tópico 04

Perspectiva linear de quadro plano:

- Determinação de pontos de fuga de direcções de figuras planas contidas em orientações (dadas) ortogonais e oblíquas ao quadro (CONTROLO DIRECCIONAL).
- O rebatimento do observador em torno da linha de fuga.
- O ponto de fuga de uma direcção ortogonal a uma orientação.
- Aplicação dos conceitos de ponto de fuga, de linha de fuga e de ortogonalidade ao desenho de matrizes espaciais tri-ortogonais cúbicas.
- Introdução do plano do Horizonte e da Linha do Horizonte e alargamento da taxonomia dos planos e rectas.
- A noção de direcção e orientação ascendente, descendente, com abertura à direita e com abertura à esquerda.
- Intersecções de planos e de rectas com planos.



>> PERSPECTIVA LINEAR: Determinação de pontos de fuga dadas as direcções

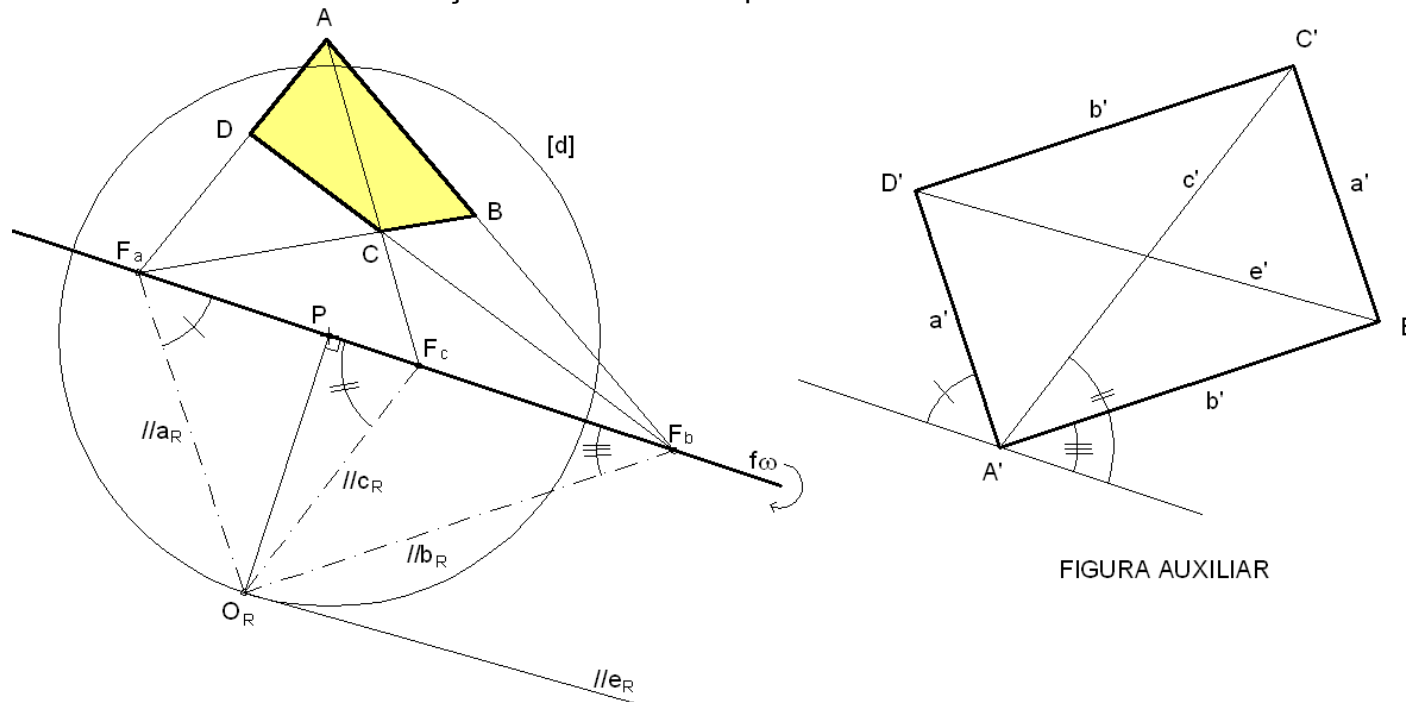


Como já vimos, a marcação de um ponto de fuga de uma direcção de rectas corresponde à determinação do traço (no quadro) da recta projectante com essa direcção. Aplicando este princípio ao desenho de uma figura qualquer (para já bidimensional), deveremos conduzir as várias projectantes relativas às várias direcções da figura, admitindo que são conhecidas ou que podem ser determinadas. Determinados os traços dessas projectantes, ficamos em condições de conduzir as perspectivas das rectas que contêm os lados das figuras. Olhando para a figura, o que conseguimos afirmar acerca da orientação  $\omega$ ? Neste caso  $\omega$  é ORTOGONAL ao quadro.



## >> PERSPECTIVA LINEAR: Determinação de pontos de fuga dadas as direcções

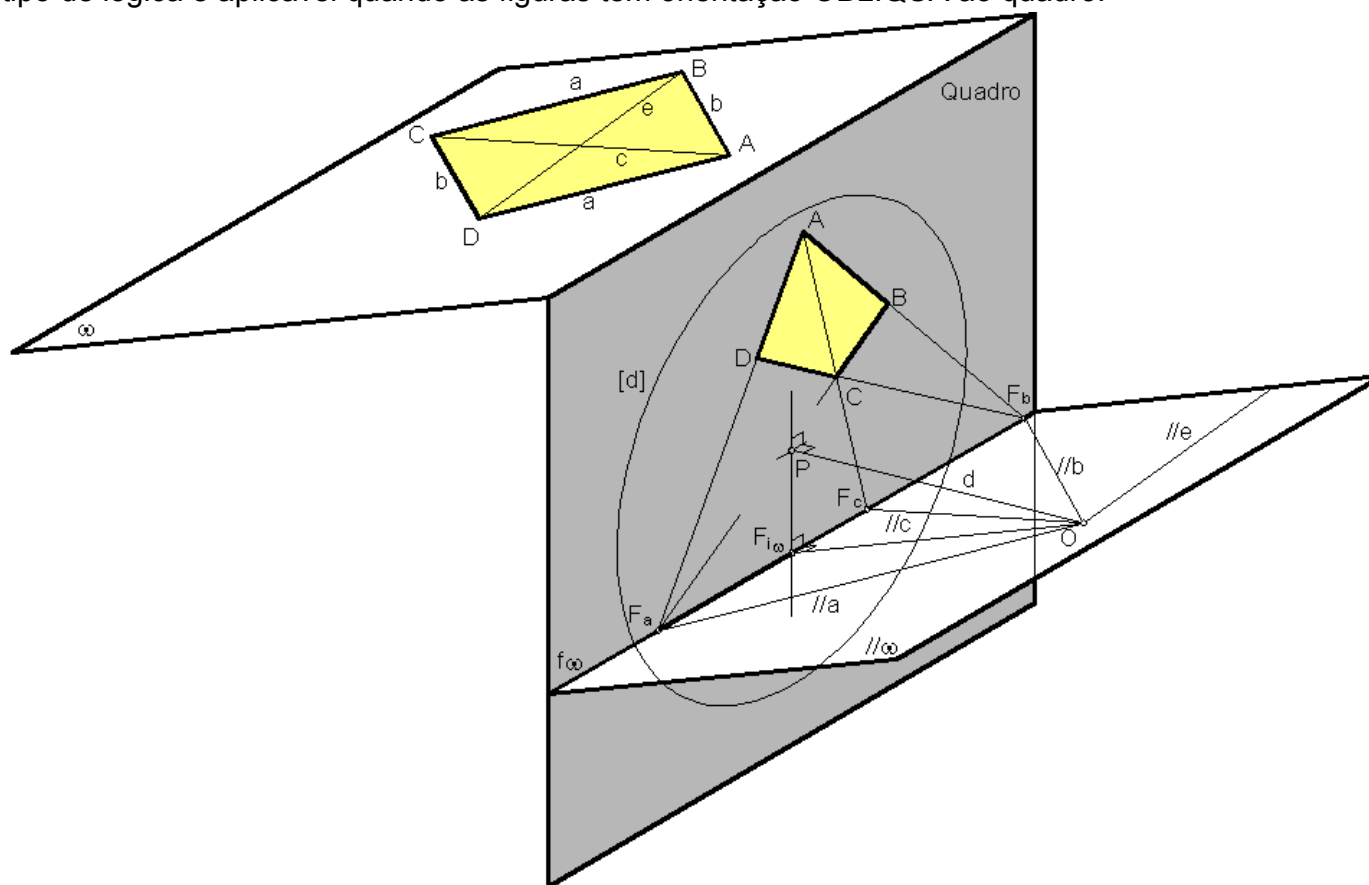
Graficamente esta operação implica o rebatimento do plano projectante  $//\omega$  em torno da recta  $f\omega$ . Nesta operação, como  $\omega$  é ortogonal ao quadro, o ponto  $O$  fica rebatido na intersecção da circunferência de distância inteira  $[d]$  com a perpendicular a  $f\omega$  conduzida pelo ponto  $P$ . Note que esta perpendicular contém a projecção ortogonal (no quadro) do arco do rebatimento do ponto  $O$ . É por  $O_R$  que se conduzem as projectantes (rebatidas) que permitem determinar os pontos de fuga das várias direcções. A figura auxiliar permite relacionar entre si as direcções e é um dado do problema.





## >> PERSPECTIVA LINEAR: Determinação de pontos de fuga dadas as direcções

O tipo de lógica é aplicável quando as figuras têm orientação OBLÍQUA ao quadro.





## >> PERSPECTIVA LINEAR: Determinação de pontos de fuga dadas as direcções

Graficamente esta operação implica o rebatimento do plano projectante  $//\omega$  em torno da recta  $f\omega$ . Nesta operação o ponto O descreve um arco de raio  $[OF_{i\omega}]$  contido num plano  $\alpha$  perpendicular à charneira. O traço deste plano no quadro é a recta  $f_\alpha$ . É sobre esta recta que vamos encontrar o ponto  $O_{R\omega}$ . Na prática, precisamos de aplicar o princípio do triângulo do rebatimento através do rebatimento auxiliar do plano  $\alpha$ . Este rebatimento permite-nos determinar a verdadeira grandeza do segmento  $[OF_{i\omega}]$ , isto é, a verdadeira grandeza do comprimento do arco do rebatimento do ponto O em torno de  $f\omega$ .

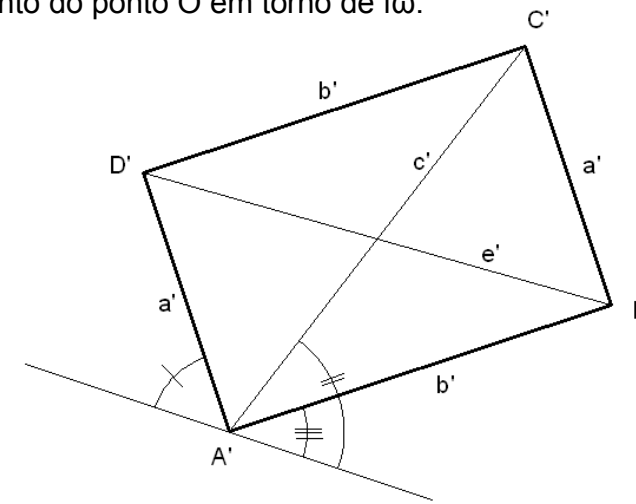
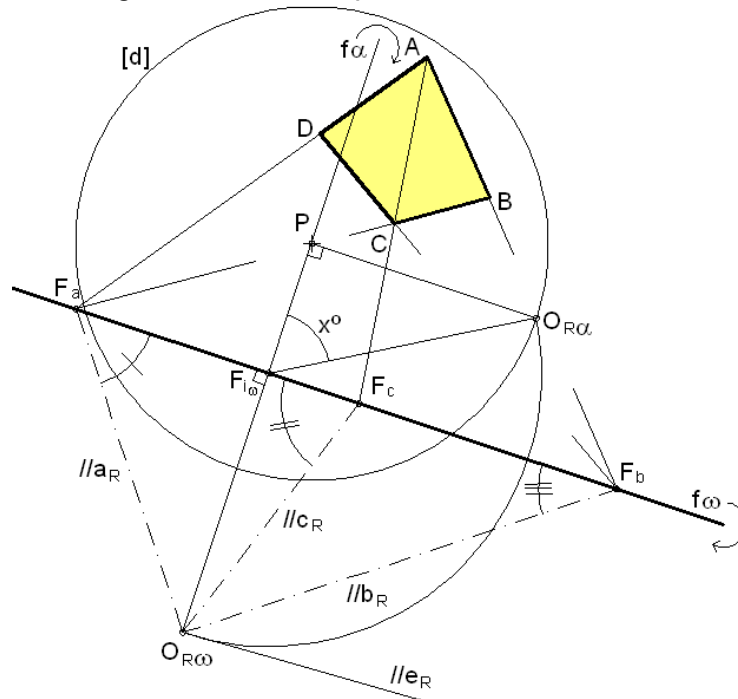


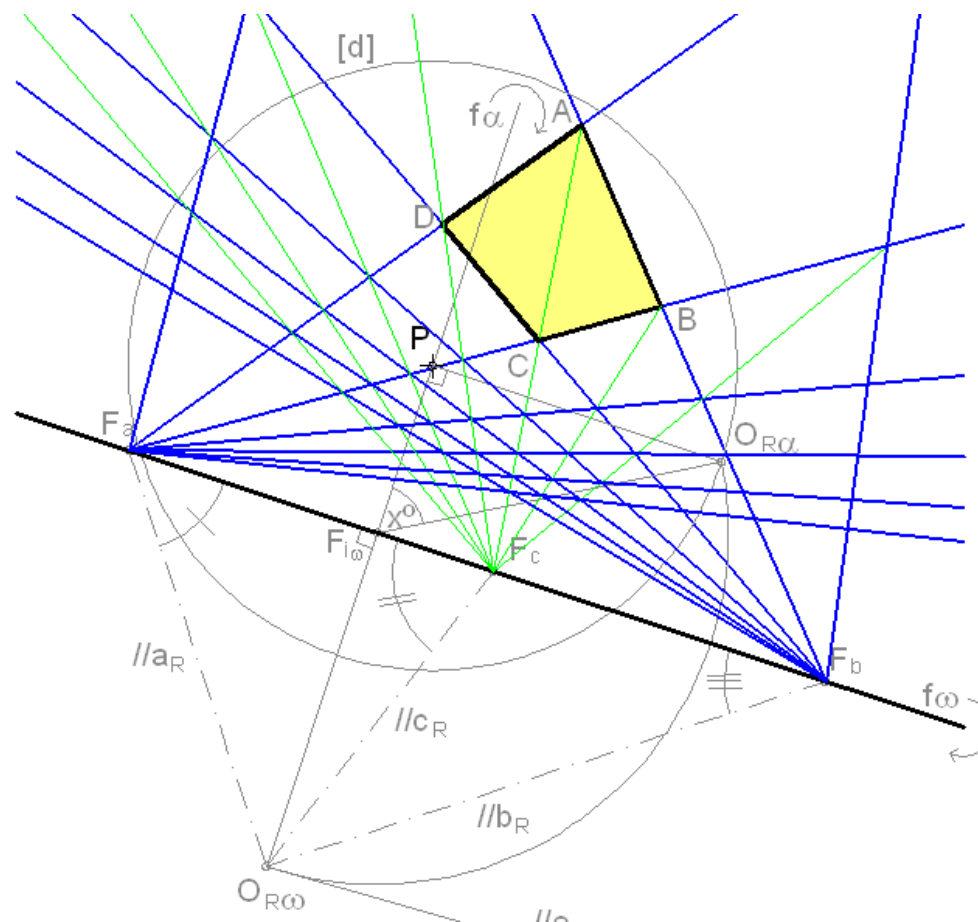
FIGURA AUXILIAR



## >> PERSPECTIVA LINEAR: Aplicação ao desenho de grelhas planas

Este exercício corresponde ao desenvolvimento do exemplo anterior em que se procede a replicação do quadrilátero [ABCD] de modo a gerar uma grelha plana orientada a  $x^\circ$  com o quadro.

Note que a estratégia utilizada consistiu em considerar uma das direcções diagonais da grelha, como já fizemos anteriormente. Este tipo de estratégia pode ser igualmente aplicada aquando da representação de objectos tridimensionais, ou para subdivisão de uma parte em número par de partes menores.





## >>PERSPECTIVA LINEAR: Ponto de fuga de uma direcção ortogonal a uma orientação

O ponto de fuga de uma direcção ortogonal a uma orientação  $\omega$  de planos determina-se através do traço (no quadro) da recta projectante perpendicular ao plano projectante com a orientação dada.

Note que o ponto de fuga da direcção ortogonal aos planos paralelos ao quadro é o ponto P.

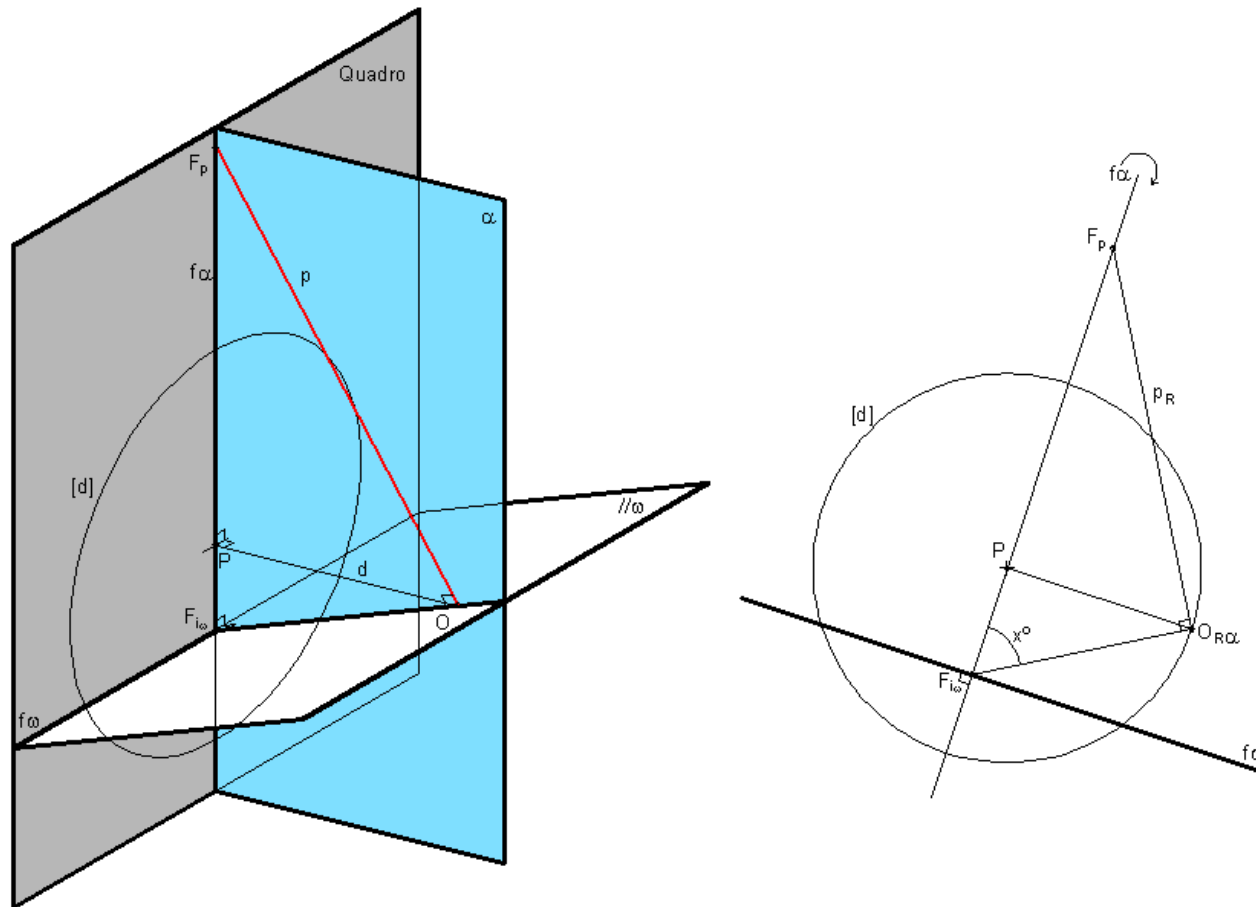
Note ainda que planos ortogonais ao quadro são ortogonais a direcções paralelas ao quadro, de onde não exista ponto de fuga próprio. Para uma orientação definida por uma linha de fuga, fica automaticamente definida a direcção ortogonal (é ortogonal à linha de fuga).

Graficamente, no caso geral, esta operação implica o rebatimento de um plano projectante  $\alpha$  em torno do seu traço no quadro,  $f_\alpha$ . Note-se que este plano contém a recta projectante  $p$  perpendicular ao plano projectante  $//\omega$ . Essa recta projectante  $p$  é perpendicular ao segmento  $[OF_{i\omega}]$ .

Sobre a recta  $f_\alpha$  determina-se o traço da projectante  $p$ , isto é, o ponto de fuga  $F_p$  da direcção ortogonal à orientação  $\omega$ .



>>PERSPECTIVA LINEAR: Ponto de fuga de uma direcção ortogonal a uma orientação

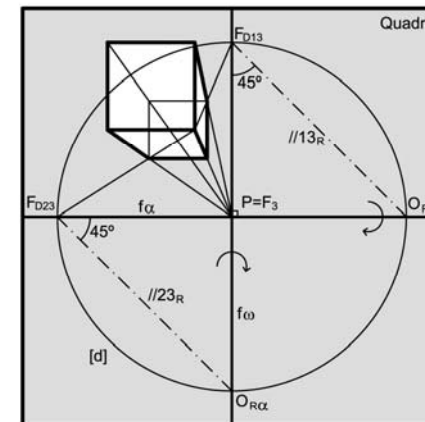
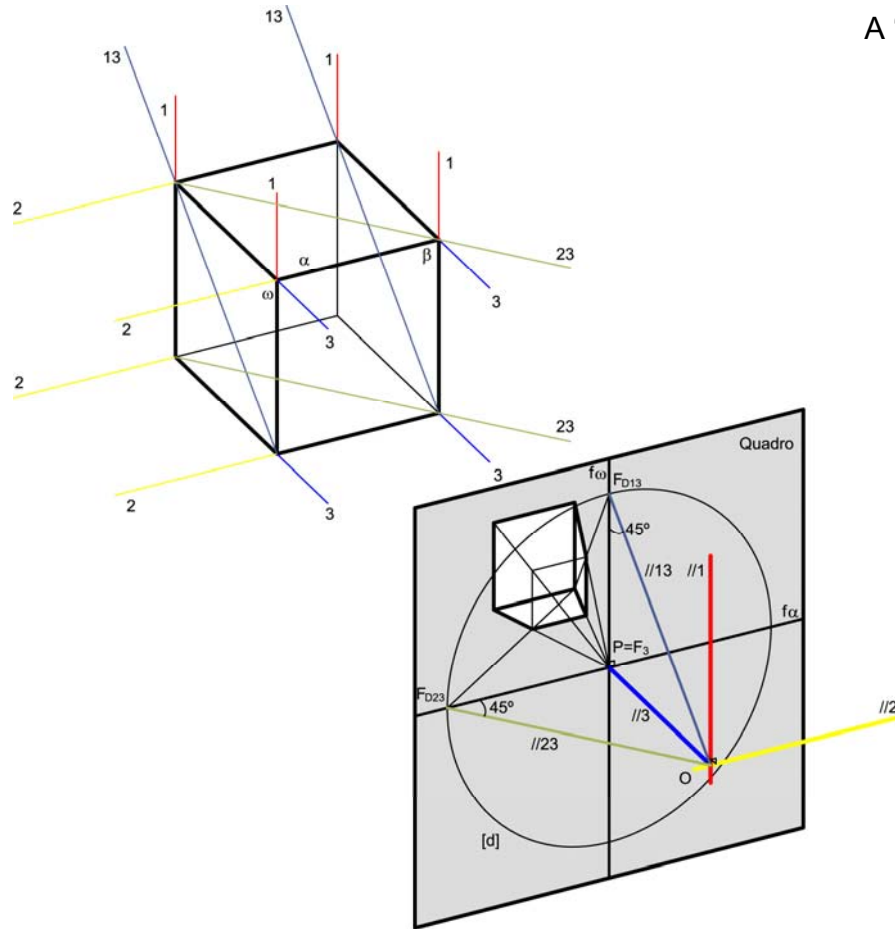






>>PERSPECTIVA LINEAR: Desenho de matrizes espaciais tri-ortogonais cúbicas

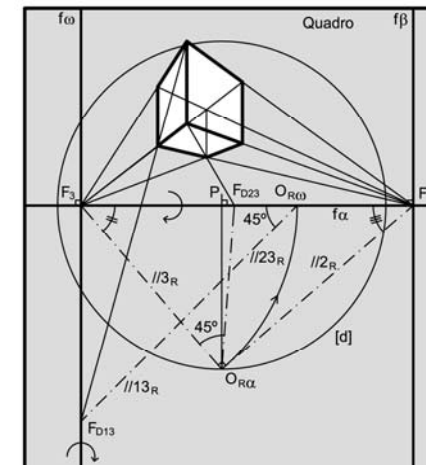
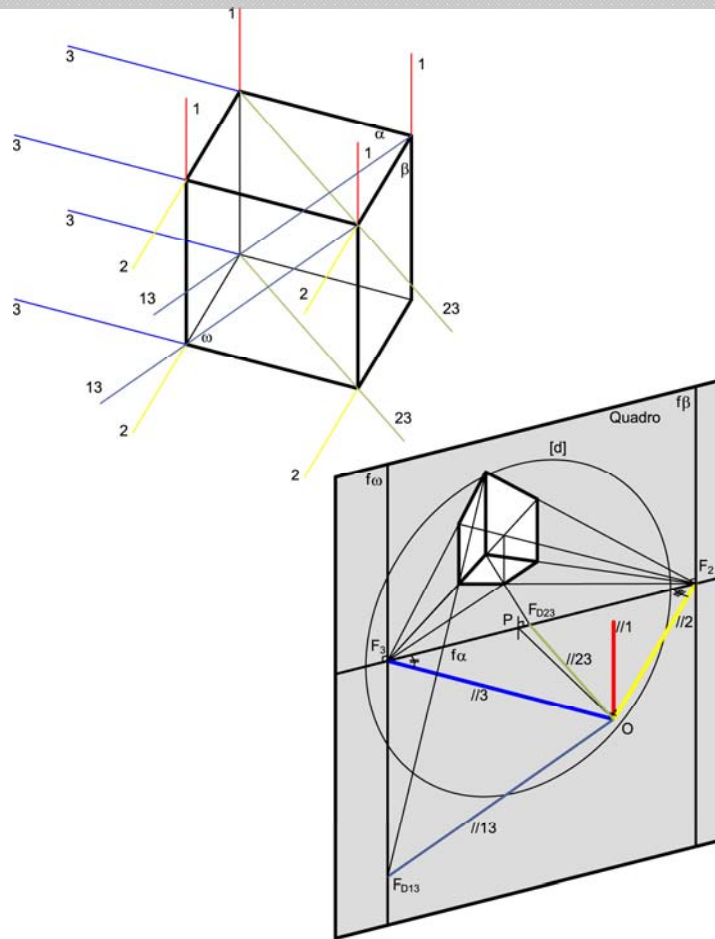
A “PERSPECTIVA DE 1 PONTO DE FUGA”.





>>PERSPECTIVA LINEAR: Desenho de matrizes espaciais tri-ortogonais cúbicas

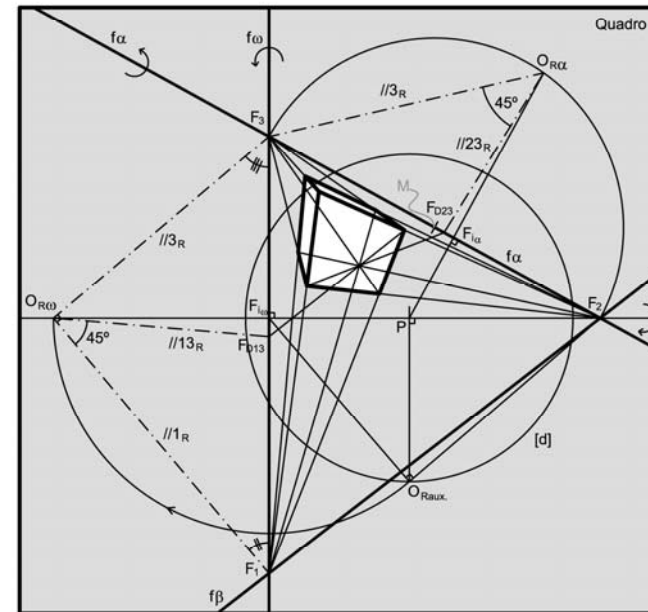
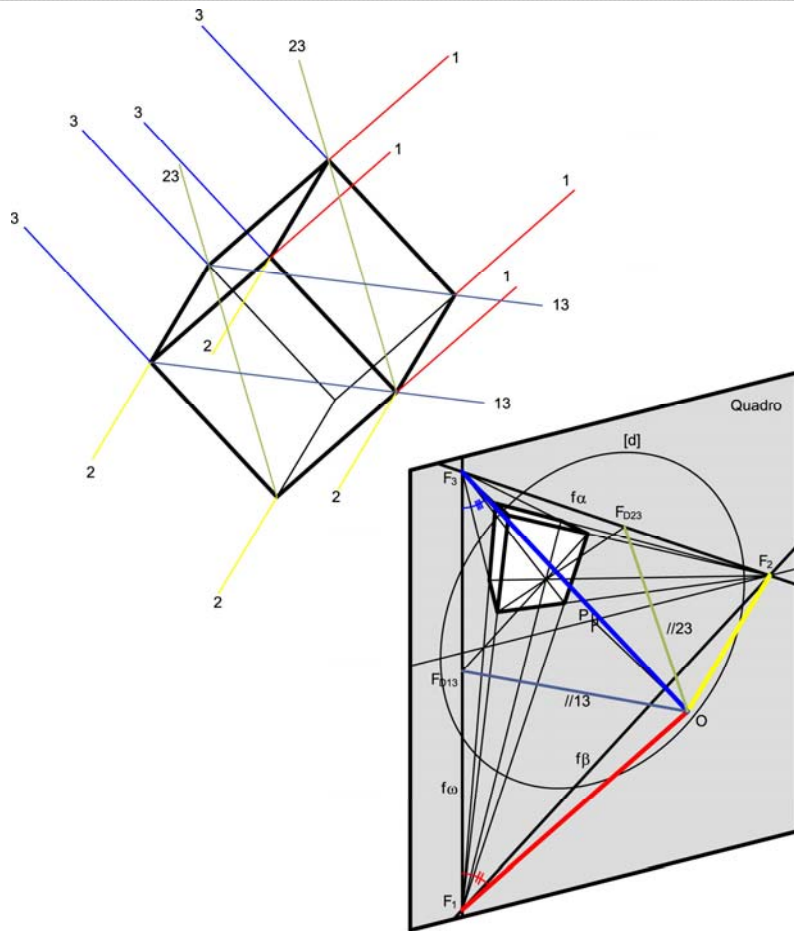
A “PERSPECTIVA DE 2 PONTOS DE FUGA”.





>>PERSPECTIVA LINEAR: Desenho de matrizes espaciais tri-ortogonais cúbicas

A “PERSPECTIVA DE 3 PONTOS DE FUGA”.



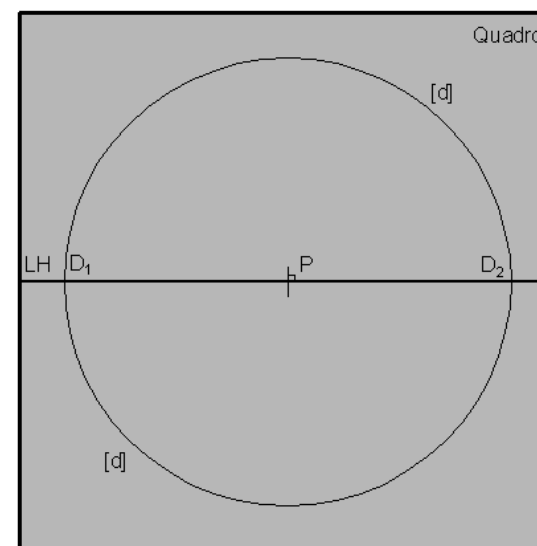
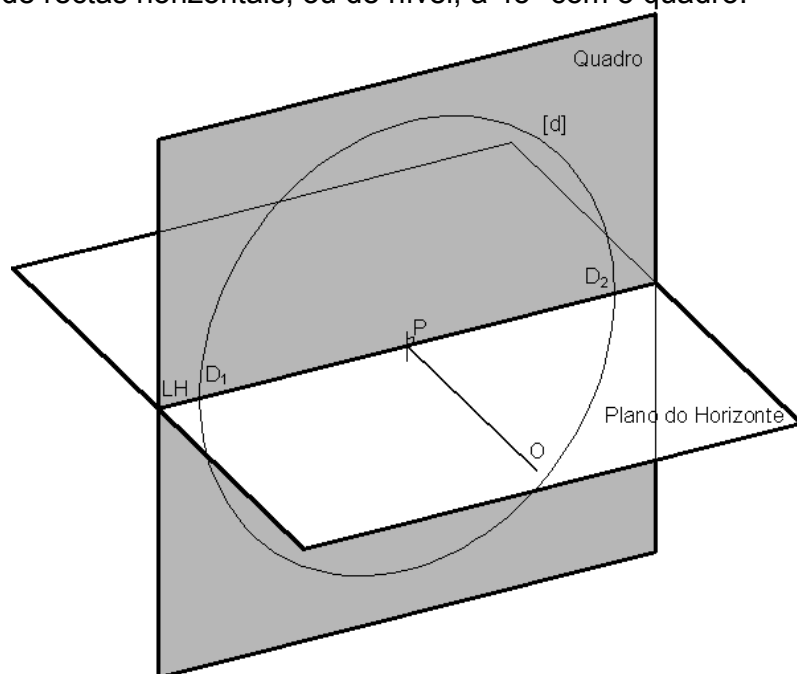


## >>PERSPECTIVA LINEAR: O plano do Horizonte e a Linha do Horizonte

O PLANO DO HORIZONTE é um plano ortogonal ao quadro passante pelo Observador. Convenciona-se que este plano define a orientação horizontal.

O plano do horizonte intersecta o quadro segundo uma recta passante pelo ponto P que se designa por LINHA DO HORIZONTE (LH).

Os pontos de intersecção da LH com a circunferência de distância inteira são pontos de fuga de direcções de rectas horizontais, ou de nível, a  $45^\circ$  com o quadro.





## >>PERSPECTIVA LINEAR: A caracterização das direcções e das orientações.

Pontos de fuga situados acima da Linha do Horizonte dizem-se de direcções ASCENDENTES.  
Pontos de fuga situados abaixo da Linha do Horizonte dizem-se de direcções DESCENDENTES.

Pontos de fuga situados à direita do ponto P correspondem a direcções COM ABERTURA PARA A DIREITA relativamente ao quadro.

Pontos de fuga situados à esquerda do ponto P correspondem a direcções COM ABERTURA PARA A ESQUERDA relativamente ao quadro.

Fica o plano do quadro dividido em 4 quadrantes definidos pela Linha do Horizonte e pela vertical passante pelo ponto P. Cada quadrante corresponde a uma combinação possível entre ASCENDENTE ou DESCENDENTE e COM ABERTURA PARA A DIREITA ou COM ABERTURA PARA A ESQUERDA.

Deste modo as direcções das rectas podem ser inequivocamente definidas.

As orientações assumem a caracterização da direcção de maior inclinação. Por exemplo, se a direcção de maior inclinação for ascendente com abertura para a direita, também o é a orientação.



## >>PERSPECTIVA LINEAR: Taxonomia das rectas e planos

A consequência prática da introdução do plano do horizonte é a expansão da taxonomia dos planos e das rectas.

Os **planos ortogonais** ao quadro subdividem-se em:

- Planos de topo (obliquos ao plano do horizonte)
- Planos de nível (paralelos ao plano do horizonte)
- Planos de perfil (perpendiculares ao plano do horizonte)

Os **planos oblíquos** ao quadro subdividem-se em:

- Planos verticais (perpendiculares ao plano do horizonte)
- Planos de rampa (obliquos ao plano do horizonte e paralelos à linha do horizonte)
- Planos oblíquos (obliquos ao plano do horizonte e oblíquos à linha do horizonte)

As **rectas paralelas** ao quadro subdividem-se em:

- Rectas verticais (perpendiculares ao plano do horizonte)
- Rectas fronto-horizontais (paralelas à linha do horizonte)
- Rectas frontais (obliquas ao plano do horizonte)

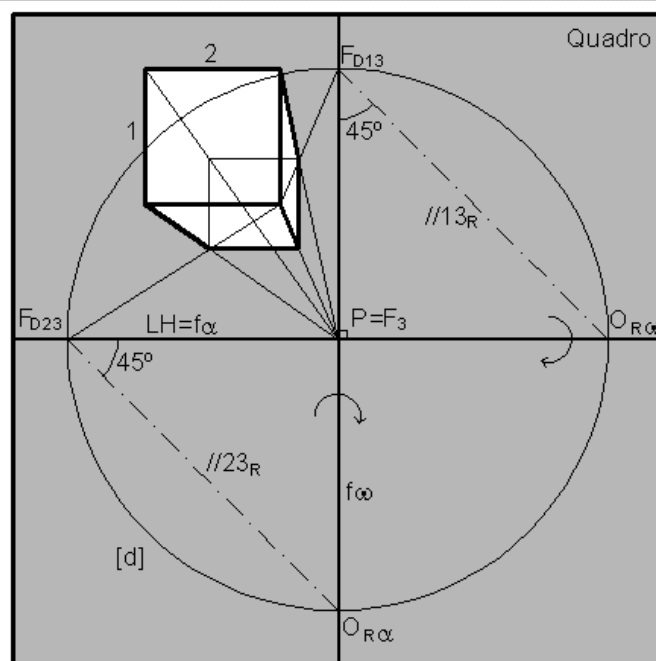
As **rectas oblíquas** ao quadro subdividem-se em:

- Rectas horizontais ou de nível (paralelas ao plano do horizonte)
- Rectas de perfil (ortogonais à linha do horizonte)
- Rectas oblíquas (obliquas ao plano do horizonte e à linha do horizonte)

Vamos observar a aplicação desta taxonomia nos exemplos dos desenhos dos cubos.



## >>PERSPECTIVA LINEAR: “Perspectiva de 1 ponto de fuga” – taxonomia



$F_{D23}$  PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO DE NÍVEL A 45° (ABERTURA PARA A ESQUERDA) COM O QUADRO

$F_{D13}$  PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO DE PERFIL A 45° (ASCENDENTE) COM O QUADRO

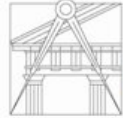
$P=F_3$  PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO ORTOGONAL AO QUADRO (DE TOPO)

AS RECTAS COM A DIRECÇÃO 1 SÃO VERTICAIS

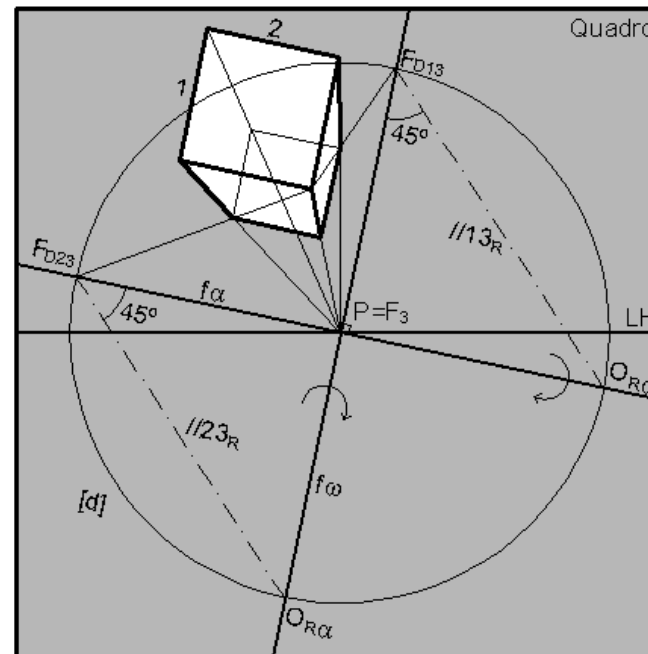
AS RECTAS COM A DIRECÇÃO 2 SÃO FRONTO-HORIZONTAIS

$LH=f_\alpha$  LINHA DE FUGA DA ORIENTAÇÃO HORIZONTAL

$f_\infty$  LINHA DE FUGA DA ORIENTAÇÃO PERFIL



>>PERSPECTIVA LINEAR: “Perspectiva de 1 ponto de fuga” – taxonomia

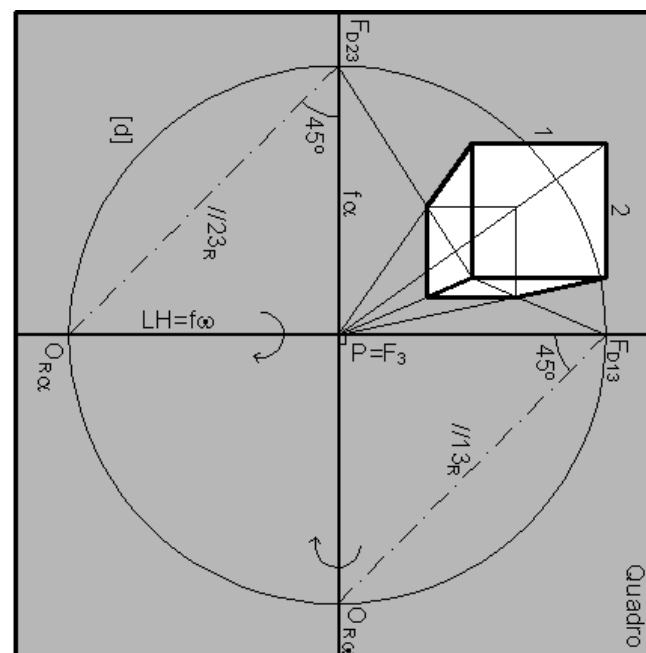


- $F_{D23}$  PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO OBLÍQUA A 45° COM O QUADRO (ASCENDENTE COM ABERTURA PARA A ESQUERDA)
- $F_{D13}$  PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO OBLÍQUA A 45° COM O QUADRO (ASCENDENTE COM ABERTURA PARA A DIREITA)
- $P=F_3$  PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO ORTOGONAL AO QUADRO (DE TOPO)  
AS RECTAS COM A DIRECÇÃO 1 SÃO FRONTAIS (COM ABERTURA PARA A DIREITA)  
AS RECTAS COM A DIRECÇÃO 2 SÃO FRONTAIS (COM ABERTURA PARA A ESQUERDA)
- $f_\alpha$  LINHA DE FUGA DE ORIENTAÇÃO DE TOPO (COM ABERTURA PARA ESQUERDA)
- $f_\omega$  LINHA DE FUGA DE ORIENTAÇÃO DE TOPO (COM ABERTURA PARA A DIREITA)





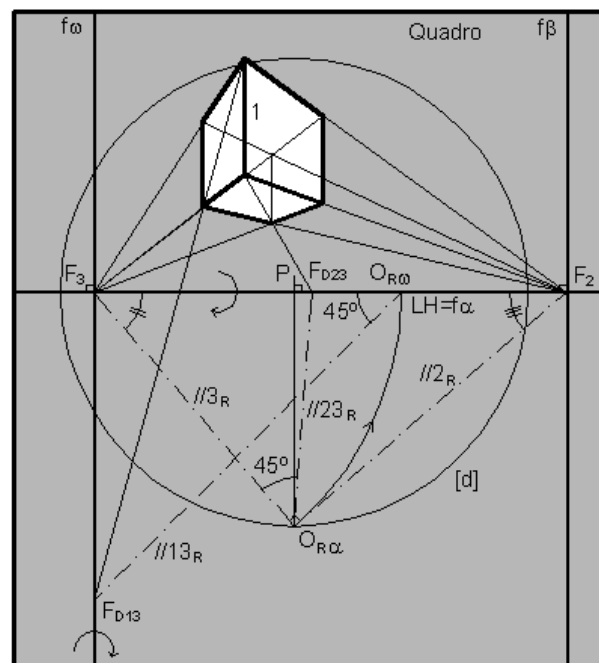
## >>PERSPECTIVA LINEAR: “Perspectiva de 1 ponto de fuga” – taxonomia



- $F_{D23}$  PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO DE PERFIL A 45° (ASCENDENTE) COM O QUADRO  
 $F_{D13}$  PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO DE NÍVEL A 45° (ABERTURA PARA A DIREITA) COM O QUADRO  
 $P=F_3$  PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO ORTOGONAL AO QUADRO (DE TOPO)  
AS RECTAS COM A DIRECÇÃO 1 SÃO FRONTO-HORIZONTAIS  
AS RECTAS COM A DIRECÇÃO 2 SÃO VERTICAIS  
 $LH=f_{\infty}$  LINHA DE FUGA DA ORIENTAÇÃO HORIZONTAL  
 $f_{\alpha}$  LINHA DE FUGA DA ORIENTAÇÃO DE PERFIL



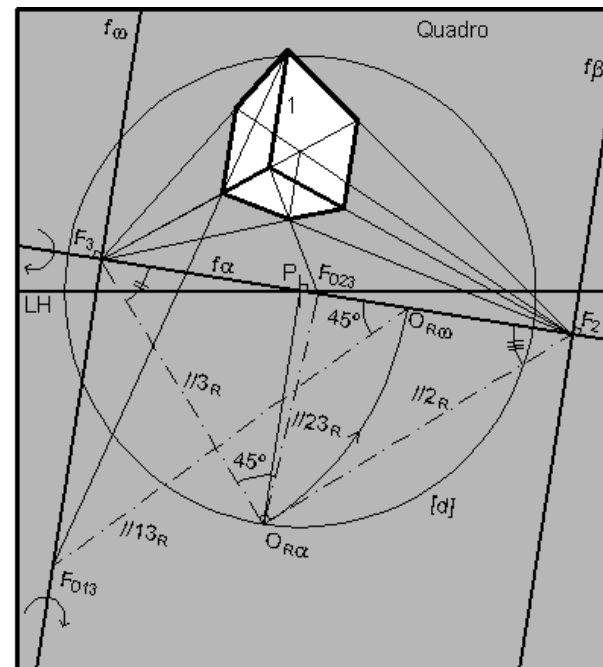
>>PERSPECTIVA LINEAR: “Perspectiva de 2 pontos de fuga” – taxonomia



- $F_{D23}$  PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO DE NÍVEL A  $45^\circ$  COM AS DIRECÇÕES 2 E 3 (ABERTURA PARA A DIREITA)
- $F_{D13}$  PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO OBLÍQUA A  $45^\circ$  COM O PLANO DO HORIZONTE (DESCENDENTE COM ABERTURA PARA A ESQUERDA)
- $F_3$  PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO DE NÍVEL A  $90^\circ$  COM O QUADRO (ABERTURA PARA A ESQUERDA)
- $F_2$  PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO DE NÍVEL A  $90^\circ$  COM O QUADRO (ABERTURA PARA A DIREITA)
- AS RECTAS COM A DIRECÇÃO 1 SÃO VERTICAIS
- $LH=f_\alpha$  LINHA DE FUGA DA ORIENTAÇÃO HORIZONTAL
- $f_\omega$  LINHA DE FUGA DE ORIENTAÇÃO VERTICAL A  $90^\circ$  COM O QUADRO (ABERTURA PARA A ESQUERDA)
- $f_\beta$  LINHA DE FUGA DE ORIENTAÇÃO VERTICAL A  $90^\circ$  COM O QUADRO (ABERTURA PARA A DIREITA)



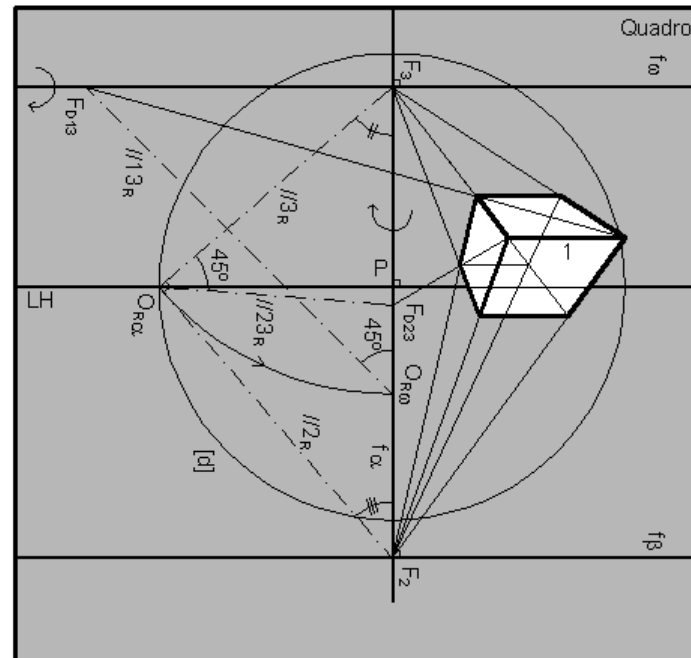
>>PERSPECTIVA LINEAR: “Perspectiva de 2 pontos de fuga” – taxonomia



- $F_{D23}$  PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO DE OBLÍQUA A 45° COM AS DIRECÇÕES 2 E 3 (DESCENDENTE COM ABERTURA PARA A DIREITA)
- $F_{D13}$  PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO OBLÍQUA A 45° COM A ORIENTAÇÃO  $\alpha$ . (DESCENDENTE COM ABERTURA PARA A ESQUERDA)
- $F_3$  PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO DE OBLÍQUA A  $\omega$  COM O QUADRO (ASCENDENTE COM ABERTURA PARA A ESQUERDA)
- $F_2$  PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO DE OBLÍQUA A  $\beta$  COM O QUADRO (DESCENDENTE COM ABERTURA PARA A DIREITA)
- AS RECTAS COM A DIRECÇÃO 1 SÃO FRONTAIS (COM ABERTURA PARA A DIREITA)
- $f_\alpha$  LINHA DE FUGA DE ORIENTAÇÃO DE TOPO (COM ABERTURA PARA A ESQUERDA)
- $f_\omega$  LINHA DE FUGA DE ORIENTAÇÃO OBLÍQUA A  $\omega$  COM O QUADRO (ASCENDENTE COM ABERTURA PARA A ESQUERDA)
- $f_\beta$  LINHA DE FUGA DE ORIENTAÇÃO OBLÍQUA A  $\beta$  COM O QUADRO (DESCENDENTE COM ABERTURA PARA A DIREITA)



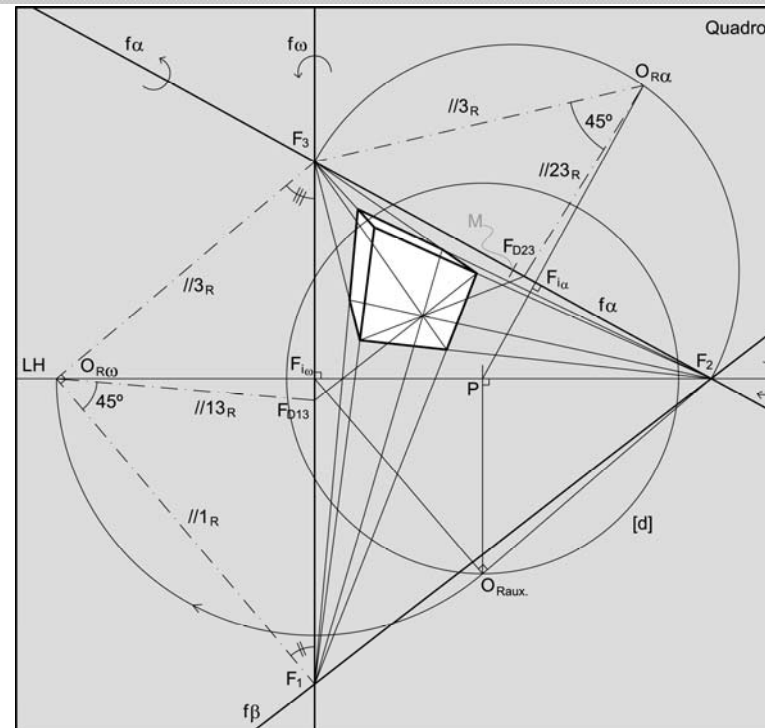
>>PERSPECTIVA LINEAR: “Perspectiva de 2 pontos de fuga” – taxonomia



- $F_{D23}$  PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO DE PERFIL A 45° COM AS DIRECÇÕES 2 E 3 (DESCENDENTE)
- $F_{D13}$  PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO OBLÚQUA A 45° COM A ORIENTAÇÃO  $\alpha$ . (ASCENDENTE COM ABERTURA PARA A ESQUERDA)
- $F_3$  PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO DE PERFIL A  $\beta$  COM O QUADRO (ASCENDENTE)
- $F_2$  PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO DE PERFIL A  $\omega$  COM O QUADRO (DESCENDENTE)
- AS RECTAS COM A DIRECÇÃO 1 SÃO FRONTO-HORIZONTAIS
- $f_\alpha$  LINHA DE FUGA DA ORIENTAÇÃO DE PERFIL
- $f_\omega$  LINHA DE FUGA DE ORIENTAÇÃO DE RAMPA A  $\omega$  COM O QUADRO (ASCENDENTE)
- $f_\beta$  LINHA DE FUGA DE ORIENTAÇÃO DE RAMPA A  $\beta$  COM O QUADRO (DESCENDENTE)



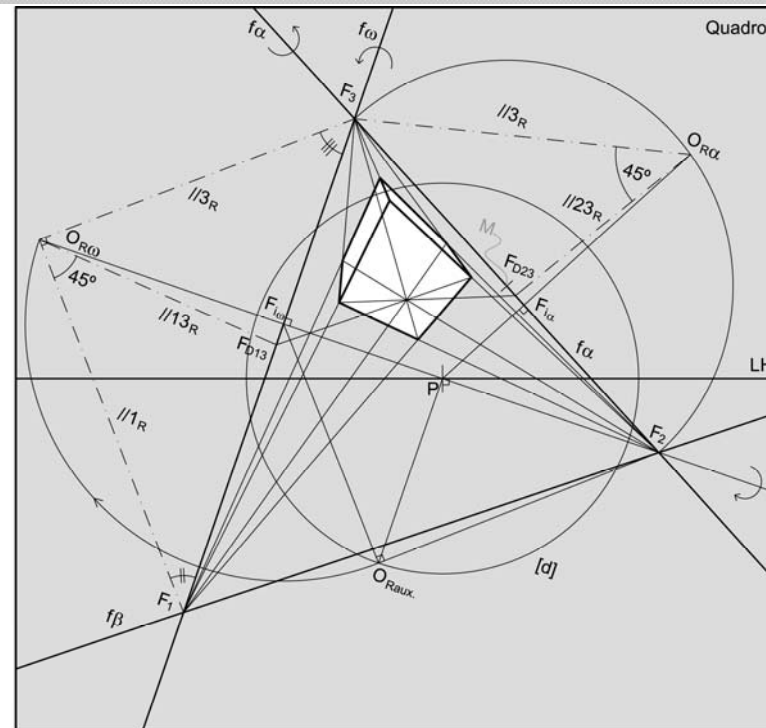
>>PERSPECTIVA LINEAR: “Perspectiva de 3 pontos de fuga” – taxonomia



- $F_{D23}$  PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO DE OBLÍQUA A 45° COM AS DIRECÇÕES 2 E 3 (ASCENDENTE COM ABERTURA PARA A DIREITA)
- $F_{D13}$  PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO OBLÍQUA A 45° COM A ORIENTAÇÃO  $\alpha$  (DESCENDENTE COM ABERTURA PARA A ESQUERDA)
- $F_3$  PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO DE OBLÍQUA COM O QUADRO (ASCENDENTE COM ABERTURA PARA A ESQUERDA)
- $F_1$  PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO DE OBLÍQUA COM O QUADRO (DESCENDENTE COM ABERTURA PARA A ESQUERDA)
- $F_2$  PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO DE NÍVEL (COM ABERTURA PARA A DIREITA)
- $f_\alpha$  LINHA DE FUGA DE ORIENTAÇÃO OBLÍQUA (ASCENDENTE COM ABERTURA PARA A DIREITA)
- $f_\omega$  LINHA DE FUGA DE ORIENTAÇÃO VERTICAL (COM ABERTURA PARA A ESQUERDA)
- $f_\beta$  LINHA DE FUGA DE ORIENTAÇÃO OBLÍQUA (DESCENDENTE COM ABERTURA PARA A DIREITA)



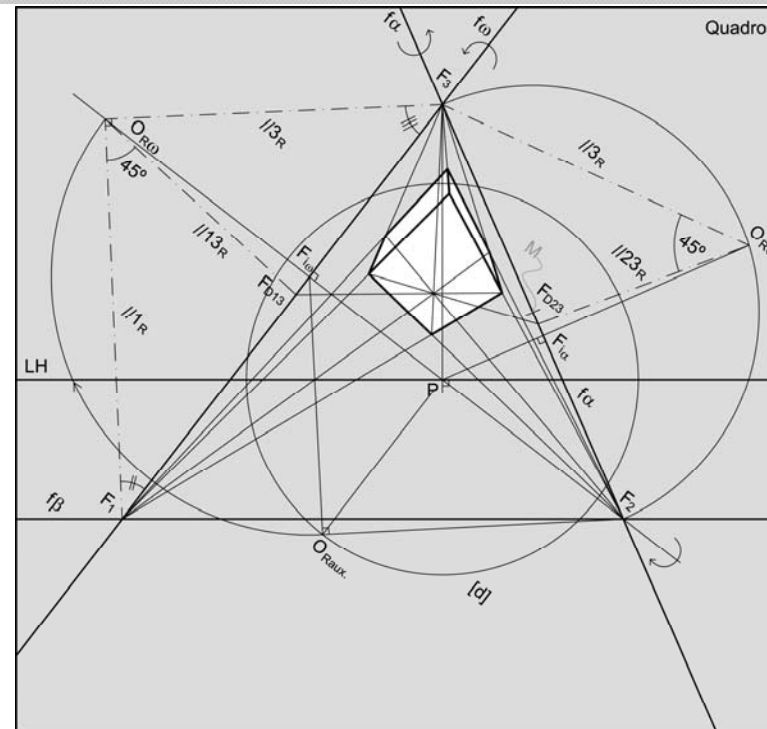
>>PERSPECTIVA LINEAR: “Perspectiva de 3 pontos de fuga” – taxonomia



- $F_{D23}$  PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO DE OBLÍQUA A 45° COM AS DIRECÇÕES 2 E 3 (ASCENDENTE COM ABERTURA PARA A DIREITA)
- $F_{D13}$  PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO OBLÍQUA A 45° COM A ORIENTAÇÃO  $\alpha$  (ASCENDENTE COM ABERTURA PARA A ESQUERDA)
- $F_3$  PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO OBLÍQUA (ASCENDENTE COM ABERTURA PARA A ESQUERDA)
- $F_1$  PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO OBLÍQUA COM O QUADRO (DESCENDENTE COM ABERTURA PARA A ESQUERDA)
- $F_2$  PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO OBLÍQUA COM O QUADRO (DESCENDENTE COM ABERTURA PARA A DIREITA)
- $f_\alpha$  LINHA DE FUGA DE ORIENTAÇÃO OBLÍQUA (ASCENDENTE COM ABERTURA PARA A DIREITA)
- $f_\omega$  LINHA DE FUGA DE ORIENTAÇÃO OBLÍQUA (ASCENDENTE COM ABERTURA PARA A ESQUERDA)
- $f_\beta$  LINHA DE FUGA DE ORIENTAÇÃO OBLÍQUA (DESCENDENTE COM ABERTURA PARA A DIREITA)



>>PERSPECTIVA LINEAR: “Perspectiva de 3 pontos de fuga” – taxonomia



- $F_{D23}$  PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO DE OBLÍQUA A 45° COM AS DIRECÇÕES 2 E 3 (ASCENDENTE COM ABERTURA PARA A DIREITA)
- $F_{D13}$  PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO OBLÍQUA A 45° COM A ORIENTAÇÃO  $\alpha$  (ASCENDENTE COM ABERTURA PARA A ESQUERDA)
- $F_3$  PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO DE PERFIL (ASCENDENTE)
- $F_1$  PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO OBLÍQUA COM O QUADRO (DESCENDENTE COM ABERTURA PARA A ESQUERDA)
- $F_2$  PONTO DE FUGA DE DIRECÇÃO OBLÍQUA COM O QUADRO (DESCENDENTE COM ABERTURA PARA A DIREITA)
- $f_\alpha$  LINHA DE FUGA DE ORIENTAÇÃO OBLÍQUA (ASCENDENTE COM ABERTURA PARA A DIREITA)
- $f_\omega$  LINHA DE FUGA DE ORIENTAÇÃO OBLÍQUA (ASCENDENTE COM ABERTURA PARA A ESQUERDA)
- $f_\beta$  LINHA DE FUGA DE ORIENTAÇÃO DE RAMPA (DESCENDENTE)



## >>PERSPECTIVA LINEAR: Intersecções de planos e de rectas com planos.

Observando as figuras anteriores podemos verificar vários aspectos relativos a intersecções de planos e de rectas com planos que de seguida podemos generalizar:

1) Cada aresta de um cubo é comum a duas faces. Dito de outro modo, a recta que contém uma aresta é o resultado da intersecção dos planos de duas faces. Note que o ponto de fuga da recta de intersecção de dois planos se encontra na intersecção das linhas de fuga correspondentes.

2) Genericamente um vértice A de um cubo pode ser considerado como o ponto de intersecção de uma das arestas (a) com uma das faces ( $\sigma$ ). Note que uma das faces que contém a aresta ( $\epsilon$ ) intersecta a face ( $\sigma$ ) segundo uma recta (i) que tem em comum com a recta (a) o ponto A. Dito de outro modo, para intersectar uma recta com um plano, conduz-se um plano auxiliar pela recta intersectando-o com o plano dado. A recta de intersecção dos dois planos intersecta a recta dada no ponto pretendido.





## Tópico 05

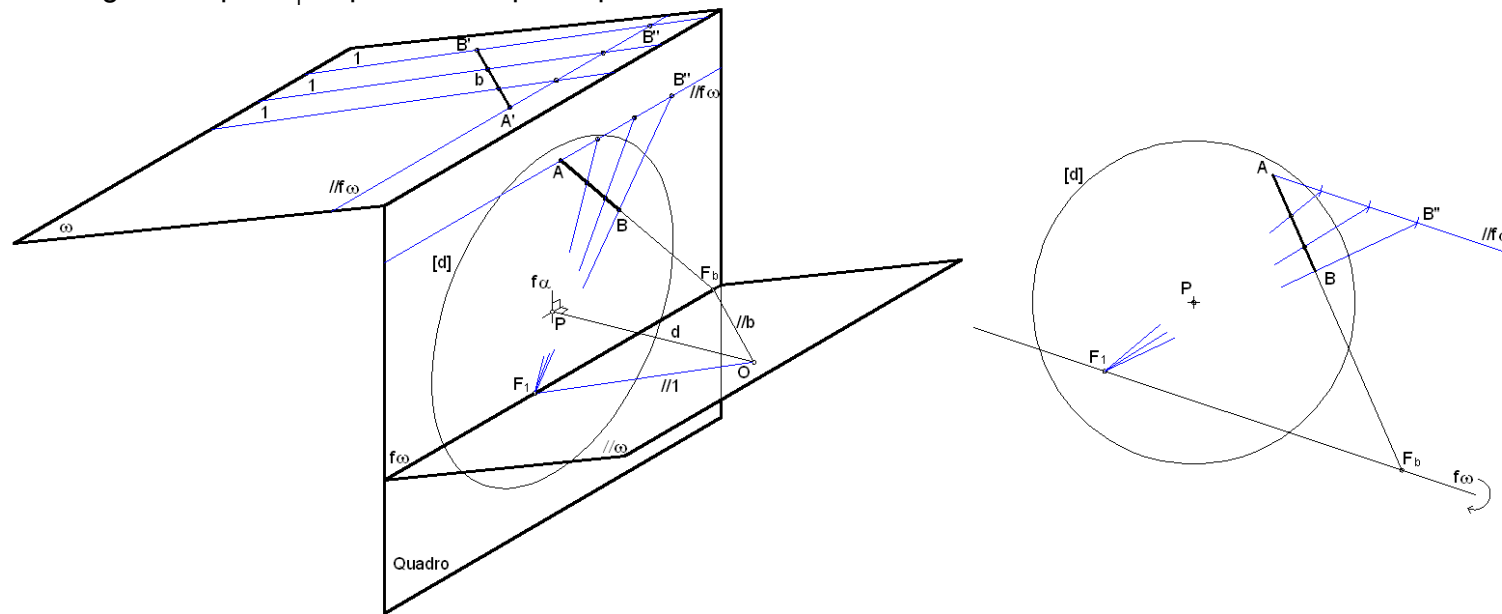
Perspectiva linear de quadro plano:

- Aplicação do teorema de Thales para a divisão de segmentos em partes iguais.
- A noção de ponto de nascença de uma recta (traço no quadro) e traço de um plano no quadro.
- A noção de profundidade e a subdivisão do espaço (espaço real, espaço intermédio e espaço virtual).
- Determinação dos pontos de fuga de medição (pontos de fuga das cordas de arco).



## >> PERSPECTIVA LINEAR: Divisão de segmentos em partes (teorema de Tales)

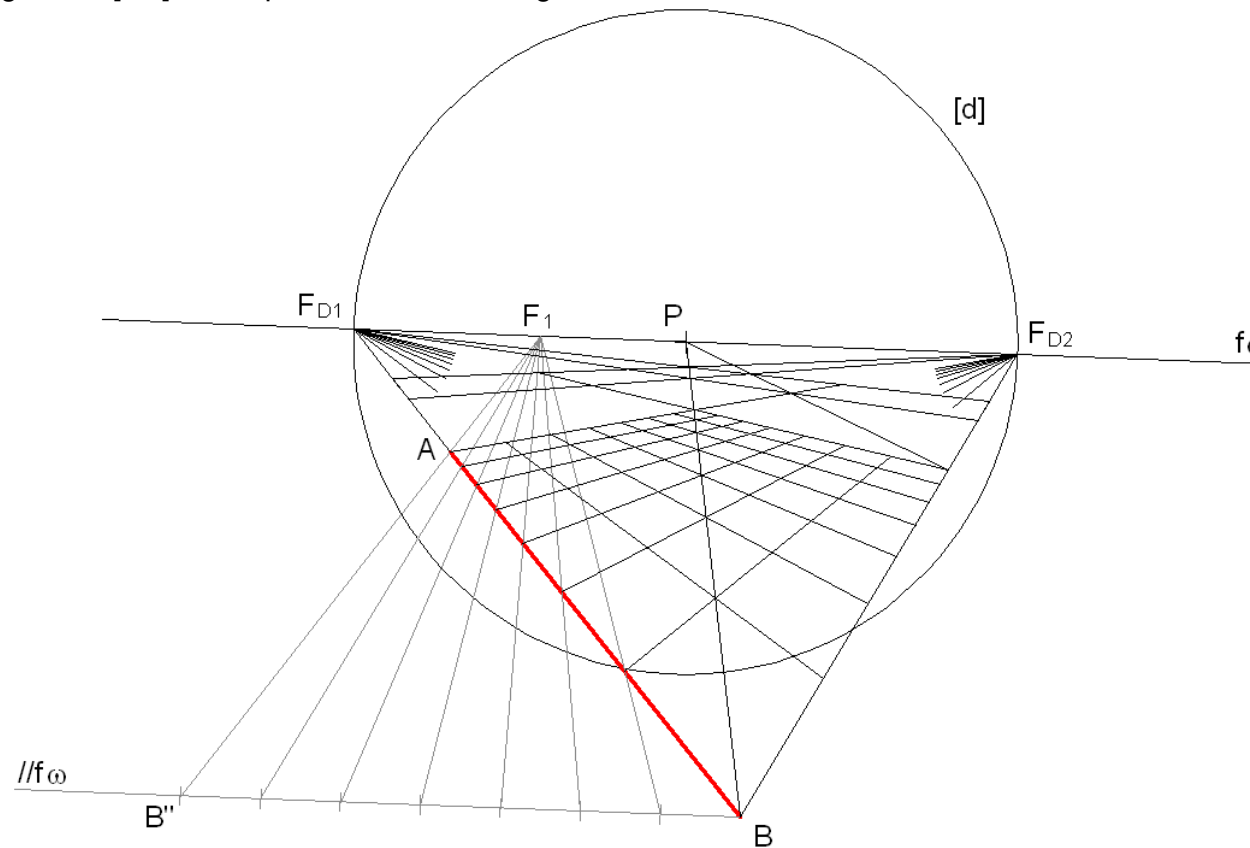
Conduz-se por um extremo do segmento que se pretende dividir, o ponto A, uma recta frontal ( $//f\omega$ ), isto é, uma recta paralela ao quadro, em que se marca uma divisão com a proporção daquela que se pretende. O extremo oposto a essa divisão é o ponto B". Esta recta e o segmento definem um plano. Este plano tem por linha de fuga uma recta com a direcção da recta frontal ( $f\omega$ ). Esta passa pelo ponto de fuga da recta que contém o segmento, isto é, por  $F_b$ . Nessa recta marca-se a divisão com a proporção pretendida. Une-se o último ponto da divisão, o ponto B", ao extremo oposto do segmento que se pretende dividir, o ponto B. Esta recta intersecta a linha de fuga  $f\omega$  num ponto de fuga auxiliar que designámos por  $F_1$ . A partir deste ponto procede-se ao resto da divisão.





## >> PERSPECTIVA LINEAR: Aplicação ao desenho de grelhas (teorema de Tales)

Neste exemplo pretende-se o desenho de uma grelha quadrangular orientada ortogonalmente ao quadro.  
O Segmento [AB] corresponde a 7 lados da grelha.





## >> PERSPECTIVA LINEAR: Traços de rectas e planos; a noção de profundidade

Ao ponto de intersecção de uma recta com o quadro dá-se o nome de PONTO DE NASCENÇA da recta ou TRAÇO FRONTAL DA RECTA e nota-se por N com índice designativo da recta.

À recta de intersecção de um plano com o quadro dá-se o nome de TRAÇO FRONTAL DO PLANO e nota-se por v com índice designativo do plano.

Relembra-se que figuras contidas no quadro apresentam-se em verdadeira grandeza (à parte da escala do desenho) e que figuras contidas em planos frontais mantêm as proporções na perspectiva (à parte de uma redução se tiverem PROFUNDIDADE POSITIVA (“para lá” do quadro) ou ampliação se tiverem uma PROFUNDIDADE NEGATIVA (“para cá” do quadro, entre este e o observador).

Definida a relação de uma figura com o quadro (através de pontos de nascença de rectas ou de traços frontais de planos) torna-se possível o CONTROLO DIMENSIONAL e POSICIONAL da figura. Até este momento a representação de uma figura era apenas feita através do CONTROLO DIRECCIONAL o que deixava a posição e dimensão indeterminadas.

Note que figuras situadas “atrás” do observador também têm projecção cónica no quadro, embora invertida. Esta projecção pode ser considerada por vezes com traço auxiliar.

Figuras contidas no plano frontal passante pelo observador (PLANO NEUTRO) não têm perspectiva, ou dito de outro modo, têm perspectiva imprópria. Note que para estas figuras as rectas projectantes estão contidas no plano neutro, e por isso são paralelas ao quadro.

Ao espaço com profundidade positiva dá-se o nome de ESPAÇO REAL.

Ao espaço entre o quadro e o plano neutro dá-se o nome de ESPAÇO INTERMÉDIO.

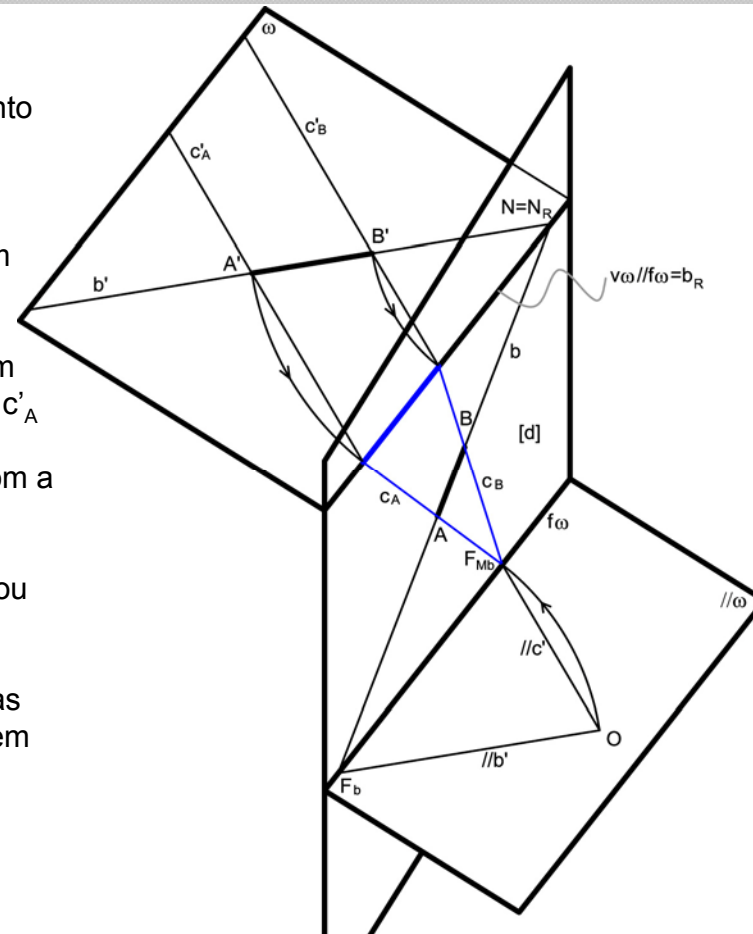
Ao espaço situado “atrás” do observador, dá-se o nome de ESPAÇO VIRTUAL.



## >> PERSPECTIVA LINEAR: Pontos de fuga de medição (cordas de arco)

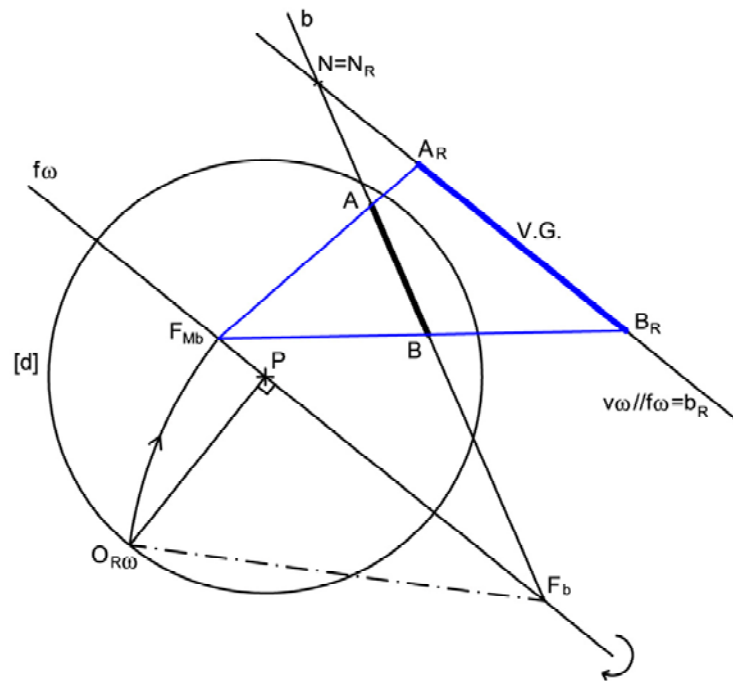
Para determinar a verdadeira grandeza de um segmento de recta  $[A'B']$ , conhecido o ponto de nascença da recta  $b$  que o contém, o procedimento consiste em:

- 1) Conduzir um plano  $\omega$  qualquer pela recta  $b$ .
- 2) Considerar a rotação da recta  $b$  no plano  $\omega$  em torno do ponto de nascença da recta,  $N$ . Nesta operação a recta  $b_R$  fica coincidente com o traço frontal do plano,  $v_\omega$ . Os pontos  $A'$  e  $B'$  descrevem arcos de rotação com centro em  $N$  cujas cordas,  $c'_A$  e  $c'_B$ , são paralelas entre si.
- 3) Pelo ponto  $O$  conduz-se a recta projectante com a direcção das cordas,  $//c'$ .
- 4) O traço frontal da recta  $//c'$ , o ponto  $F_{Mb'}$ , é o PONTO DE FUGA DE MEDIÇÃO da direcção  $b$  ou PONTO DE FUGA DAS CORDAS DE ARCO DE ROTAÇÃO da direcção  $b$ .
- 5) Determinado o ponto  $F_{Mb'}$  podem conduzir-se as perspectivas das cordas de arco que nos permitem determinar a verdadeira grandeza do segmento  $[A'B']$  (a azul na figura).

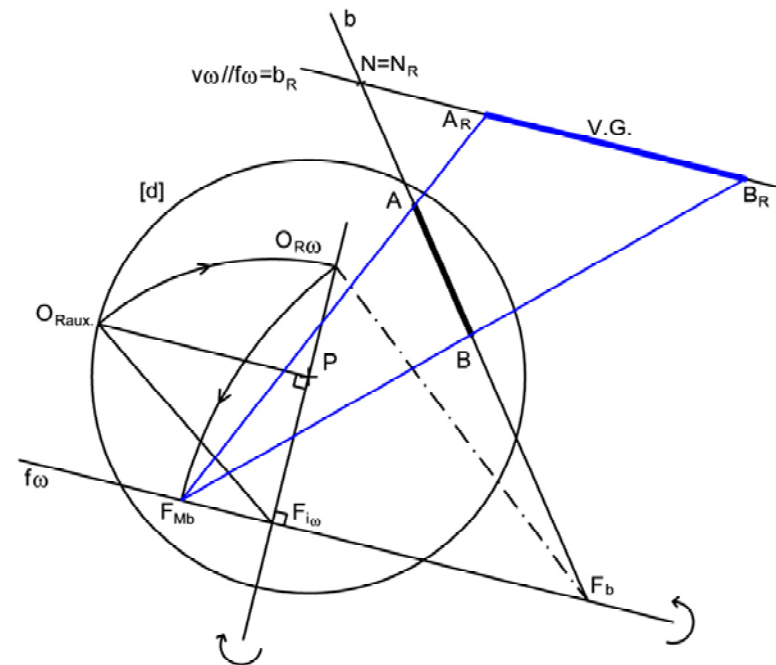




>> PERSPECTIVA LINEAR: Pontos de fuga de medição (cordas de arco)



ROTAÇÃO CONTIDA EM PLANO ORTOGONAL AO QUADRO



ROTAÇÃO CONTIDA EM PLANO OBLÍQUO AO QUADRO



## Tópico 06

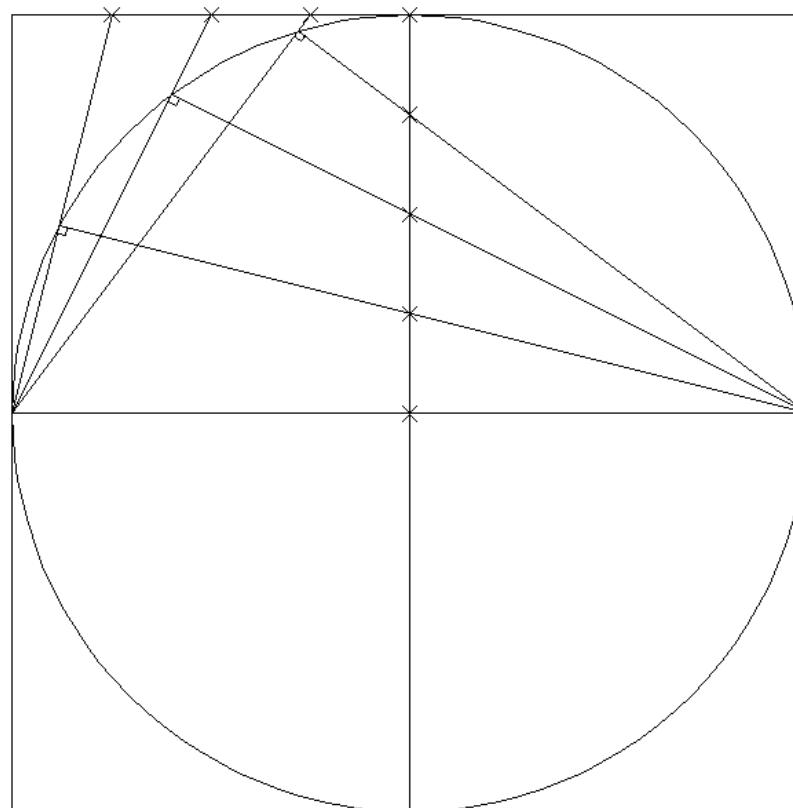
Perspectiva linear de quadro plano:

- Métodos para o desenho da perspectiva de círculos e outras curvas.



## >> PERSPECTIVA LINEAR: Método para o desenho da perspectiva de círculos

Um dos métodos para o desenho da perspectiva de círculos considera a propriedade da inscrição de ângulos rectos em semi-circunferências como se ilustra na figura.

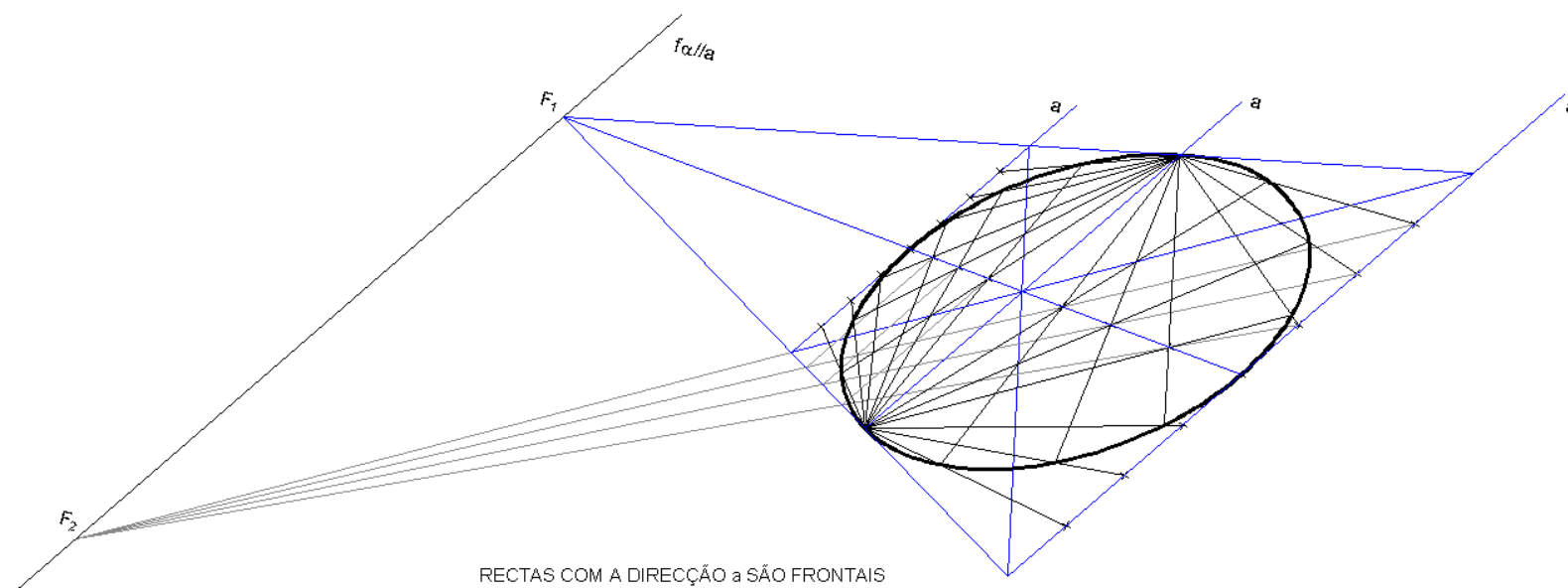






## >> PERSPECTIVA LINEAR: Método para o desenho da perspectiva de círculos

O procedimento consiste em transpor aquele traçado para a perspectiva.

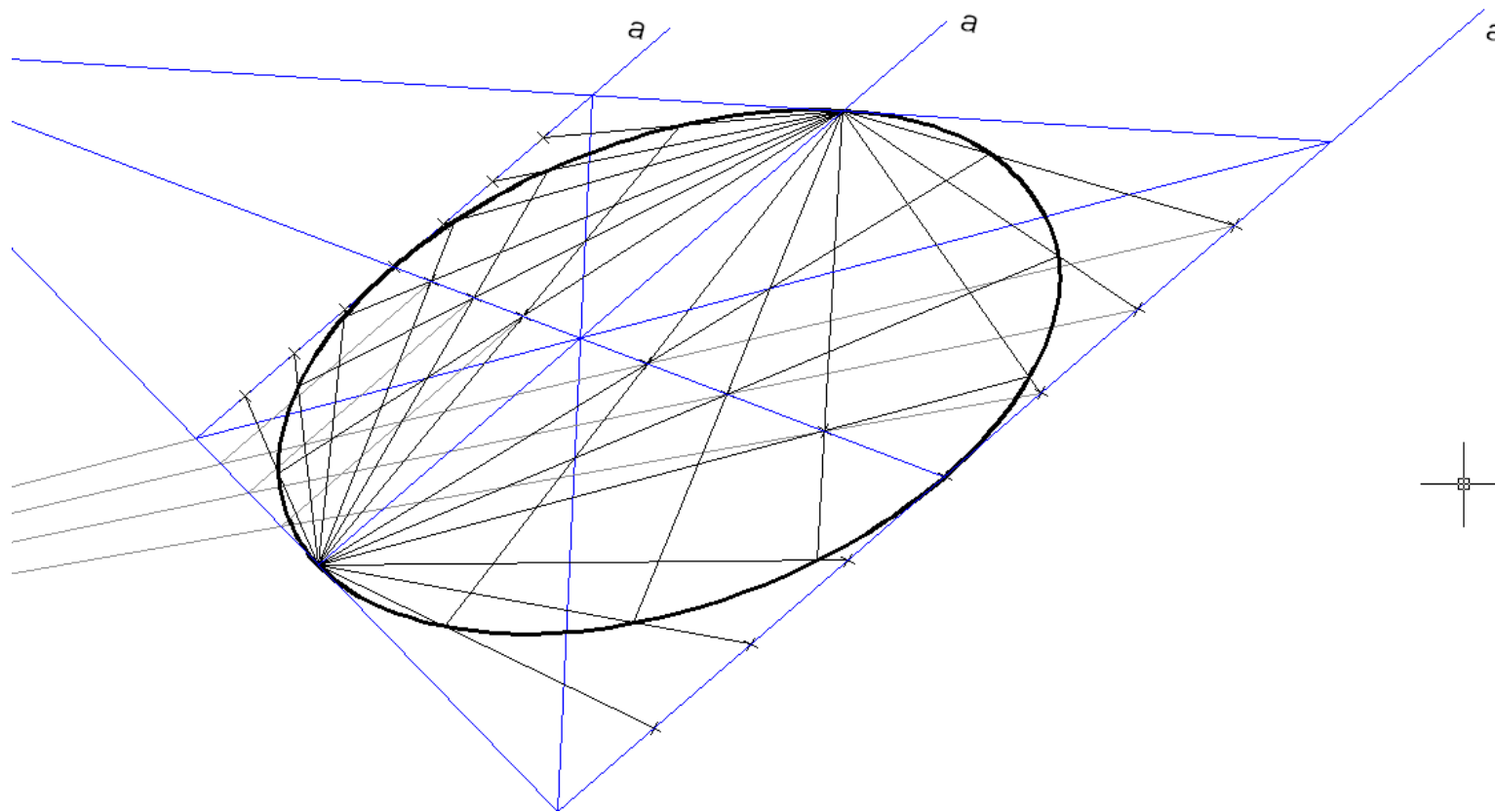


RECTAS COM A DIRECÇÃO *a* SÃO FRONTAIS  
NESTAS RECTAS AS DIVISÕES SÃO DIRECTAS



## >> PERSPECTIVA LINEAR: Método para o desenho da perspectiva de círculos

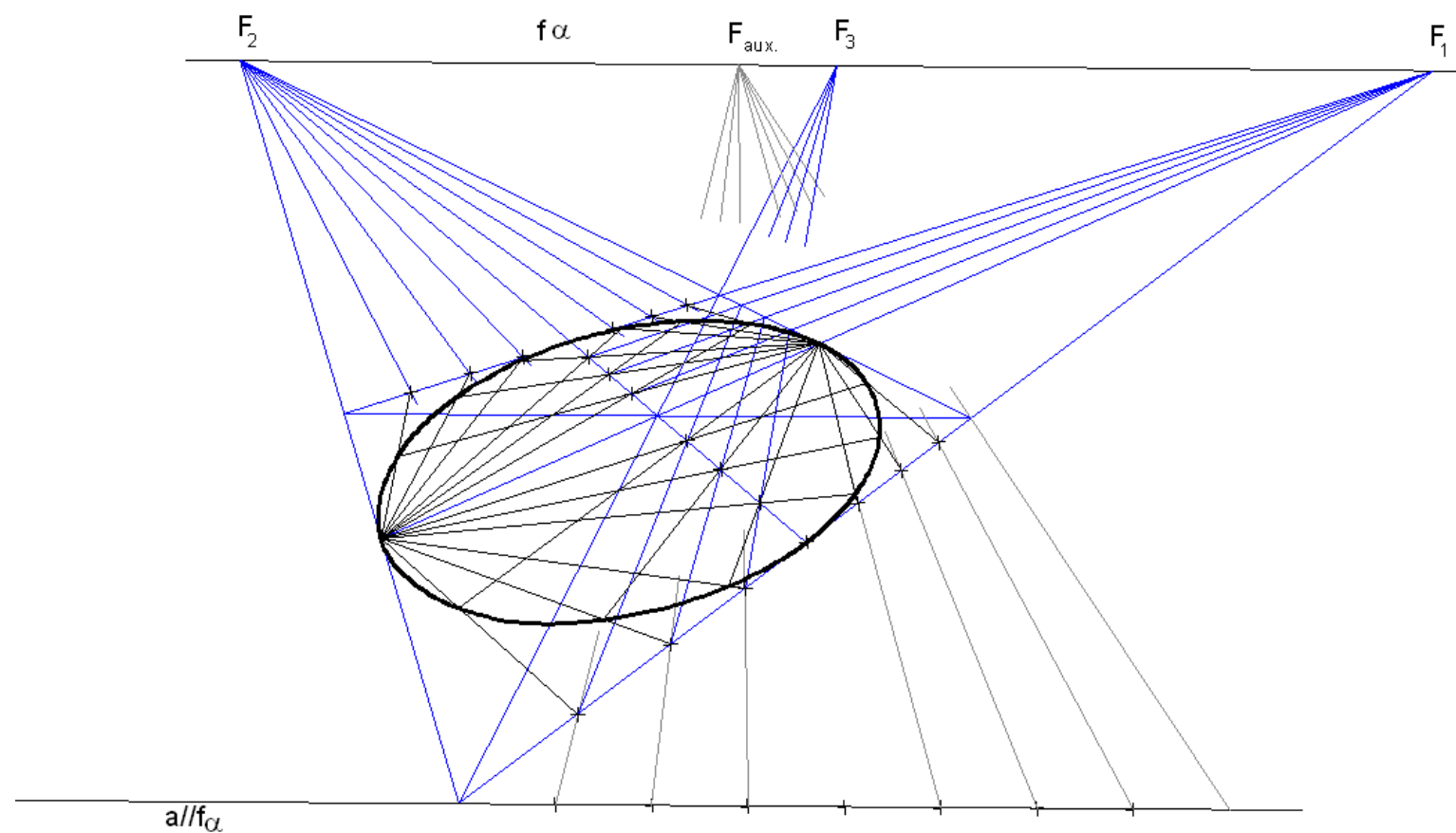
O procedimento consiste em transpor aquele traçado para a perspectiva (ampliação).





## >> PERSPECTIVA LINEAR: Método para o desenho da perspectiva de círculos

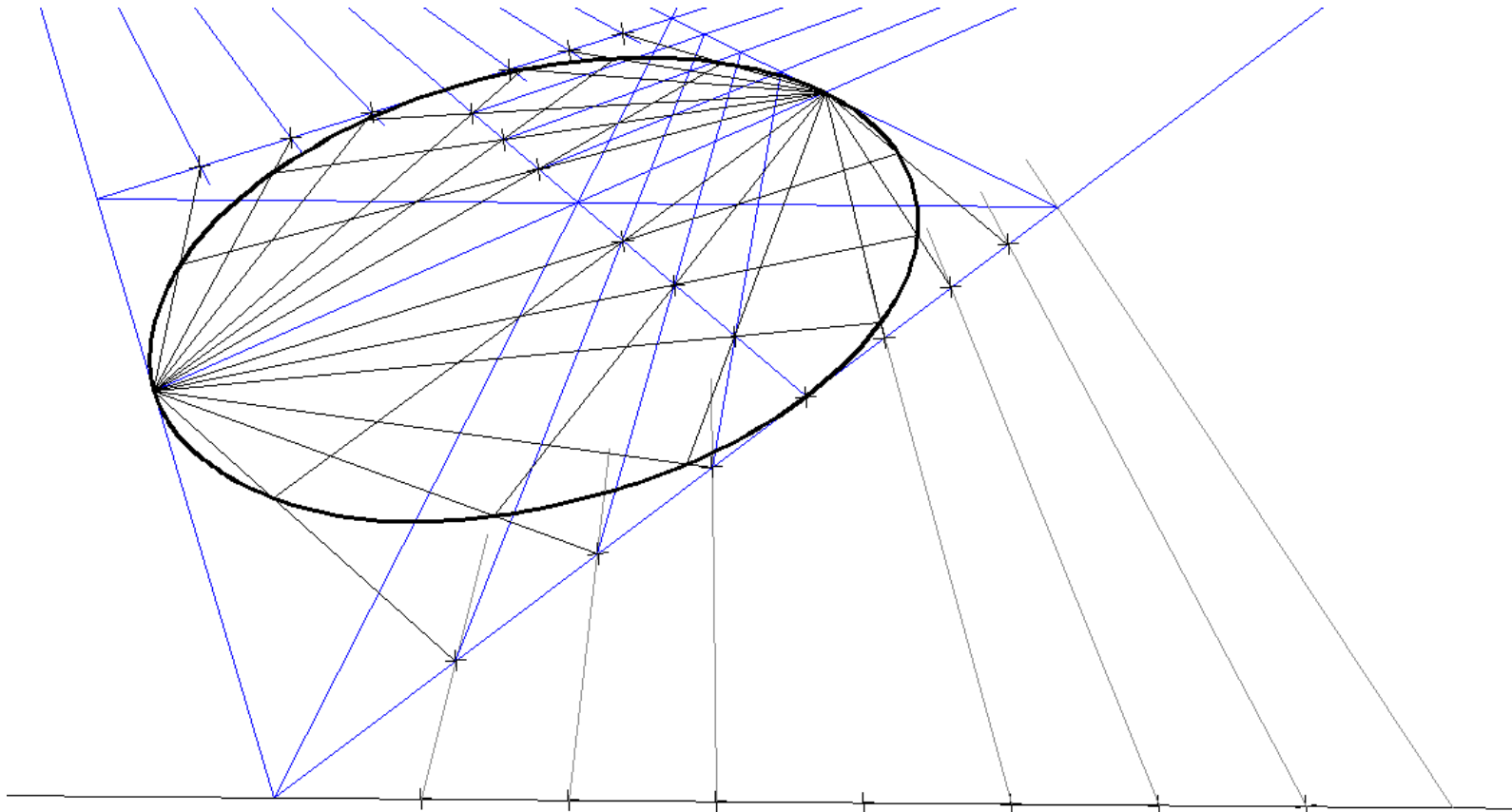
O procedimento consiste em transpor aquele traçado para a perspectiva.





## >> PERSPECTIVA LINEAR: Método para o desenho da perspectiva de círculos

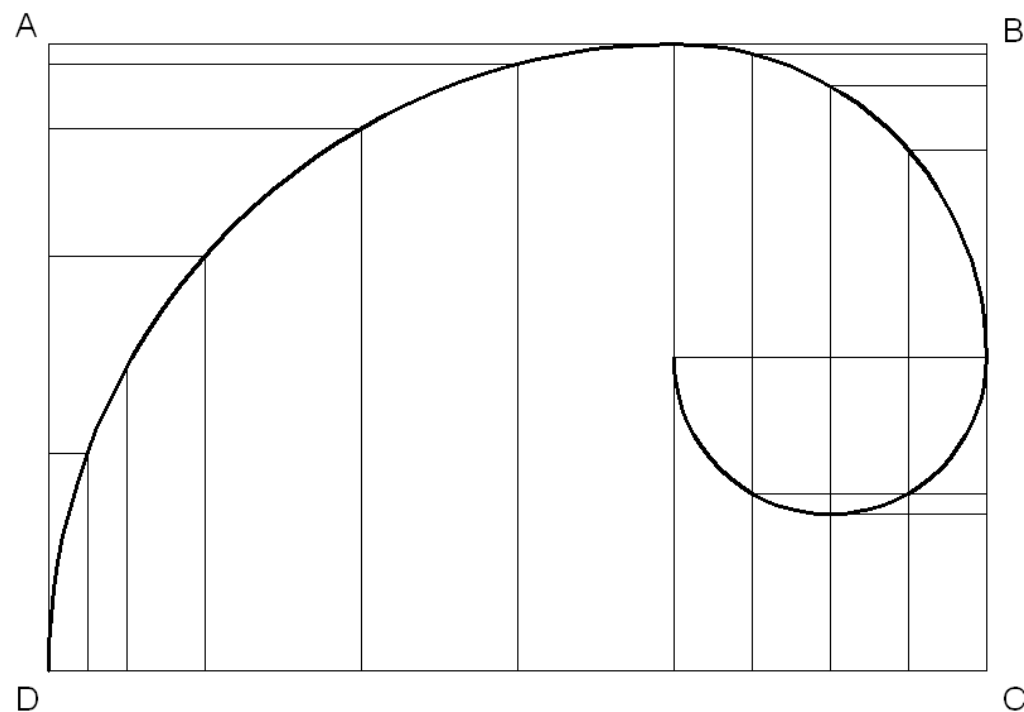
O procedimento consiste em transpor aquele traçado para a perspectiva (ampliação).





## >> PERSPECTIVA LINEAR: Método para o desenho da perspectiva de curvas

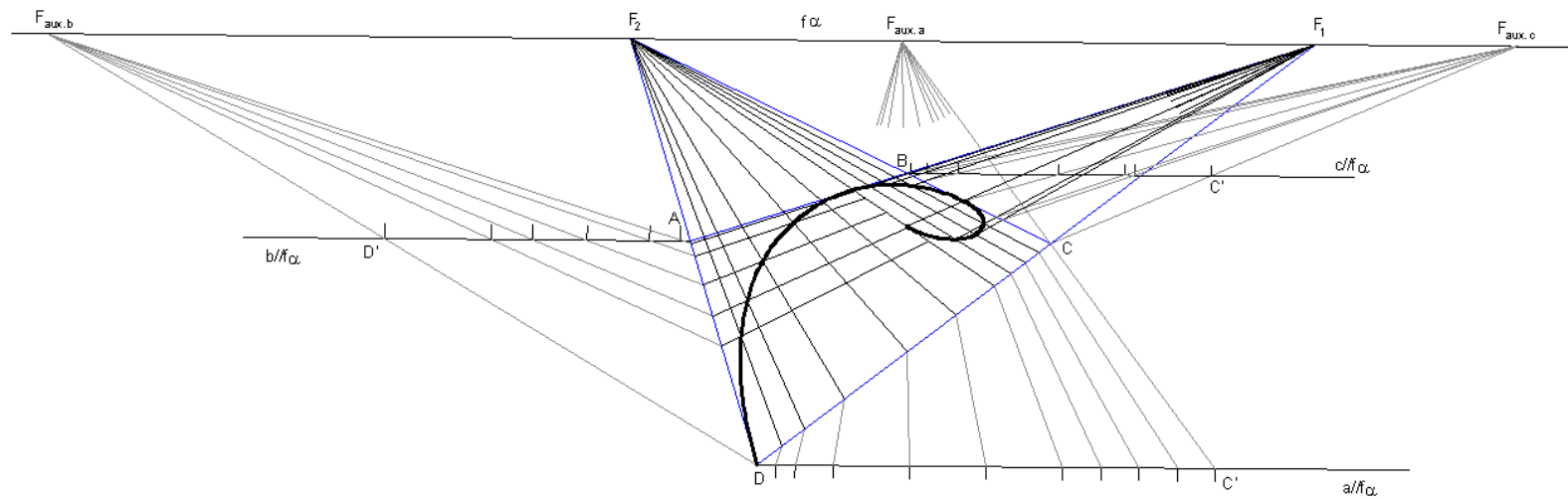
O procedimento consiste em enquadrar a linha numa grelha representando pontos dessa grelha em perspectiva.





## >> PERSPECTIVA LINEAR: Método para o desenho da perspectiva de curvas

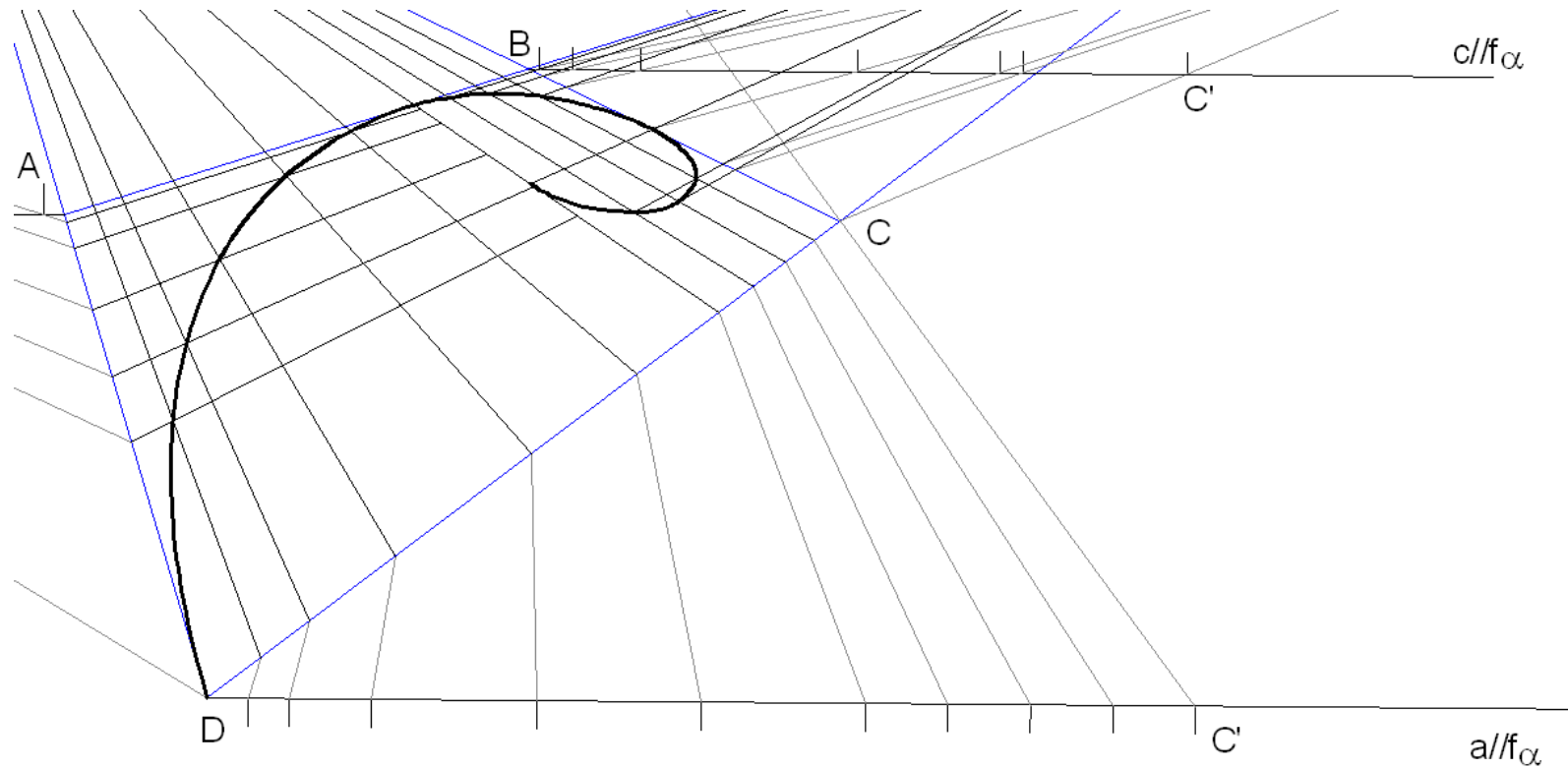
O procedimento consiste em enquadrar a linha numa grelha representando pontos dessa grelha em perspectiva.





## >> PERSPECTIVA LINEAR: Método para o desenho da perspectiva de curvas

O procedimento consiste em enquadrar a linha numa grelha representando pontos dessa grelha em perspectiva (ampliação).





## Tópico 07

Perspectiva linear de quadro plano:

- O perspectógrafo completo (Plano Geométral e a Linha de Terra).
- A marcação de pontos por coordenadas.
- Determinação dos traços de planos e intersecções entre rectas e planos.





## >>PERSPECTIVA LINEAR: O perspectógrafo completo

O GEOMETRAL é um plano paralelo ao plano do horizonte. A distância entre o geometral e o plano do horizonte designa-se por ALTURA DO OBSERVADOR.

O geometral intersecta o quadro segundo uma recta passante designada por LINHA DE TERRA (LT). A altura do observador também é dada pela distância entre a linha do horizonte e a linha de terra.

O geometral é o plano em que se marcam as projecções horizontais das figuras. É também o plano que determina as ALTURAS POSITIVAS (acima do geometral) e as ALTURAS NEGATIVAS (abaixo do geometral).

Acresce ainda a noção de LARGURA POSITIVA (à direita do ponto P) e de LARGURA NEGATIVA (à esquerda do ponto P).

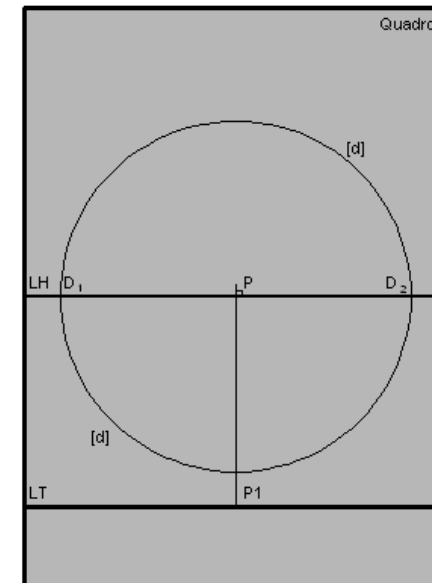
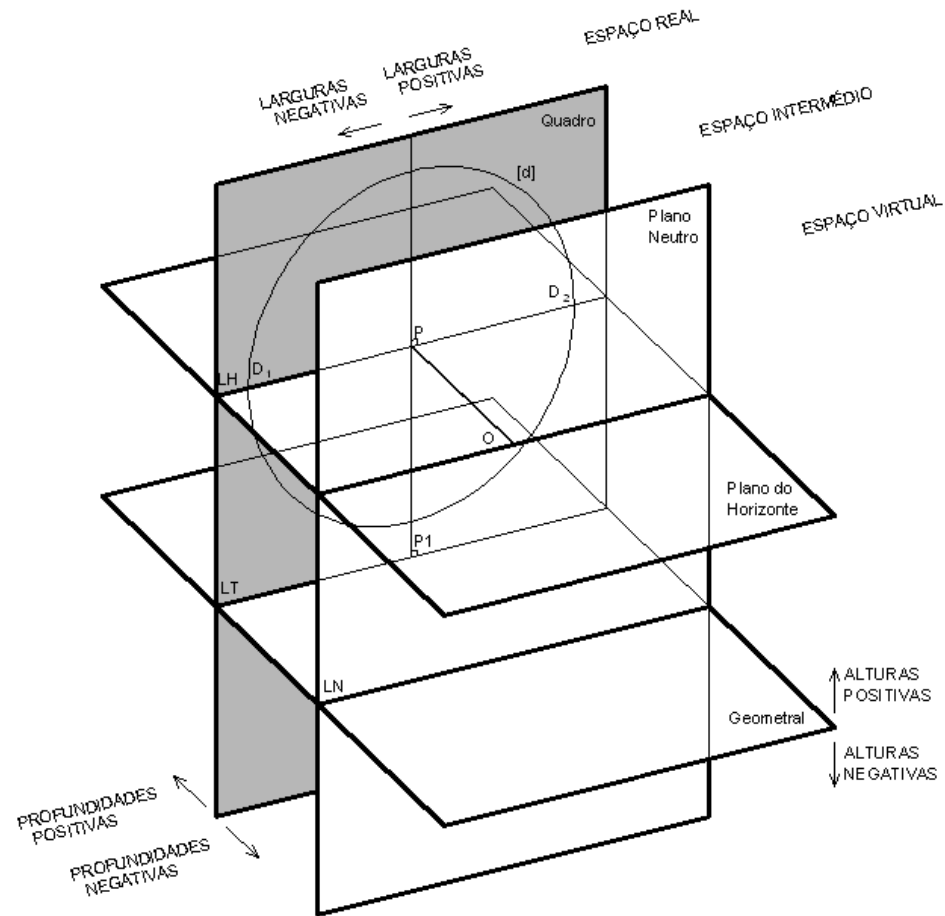
Fica assim definido um SISTEMA DE COORDENADAS CARTESIANAS em que um ponto  $A(a;l;p)$  fica definido pela Altura, Largura e Profundidade (por esta ordem).

Com o perspectógrafo completo fica completa a possibilidade do CONTROLO DA POSIÇÃO e da DIMENSÃO através da marcação de coordenadas. Note-se que já controlávamos estes parâmetros a partir do momento em que estabelecemos a relação das figuras com o quadro (através dos pontos de nascença das rectas ou dos traços frontais dos planos). O que se acrescenta é a possibilidade da marcação das projecções horizontais (nem sempre necessárias para a resolução dos problemas) das figuras.

No slide seguinte ilustra-se o perspectógrafo completo.



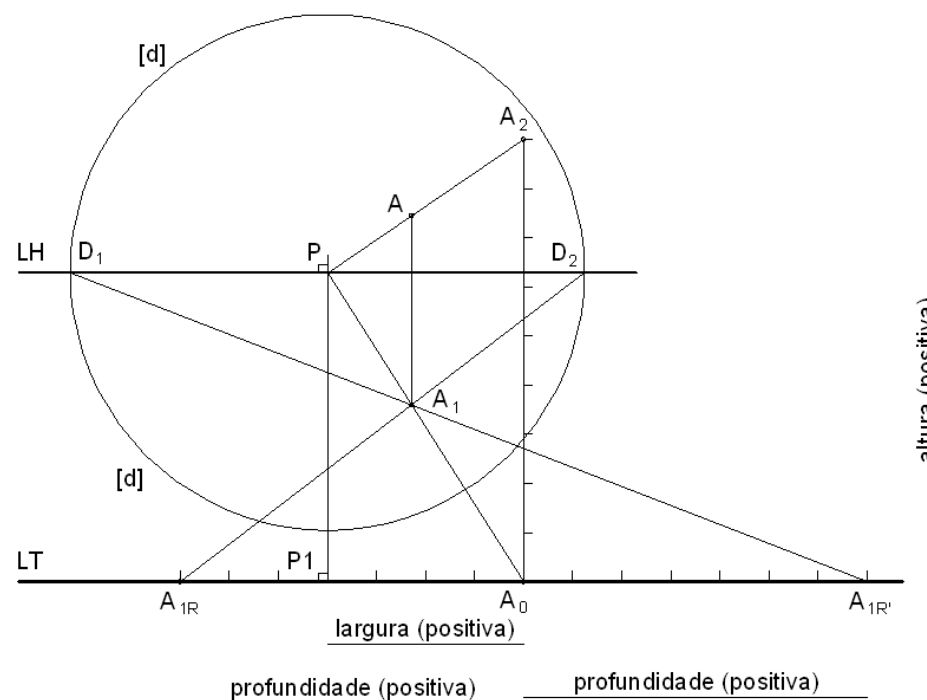
## >>PERSPECTIVA LINEAR: O perspectógrafo completo





## >>PERSPECTIVA LINEAR: A marcação de pontos por coordenadas

A marcação de pontos por coordenadas resume-se à aplicação de conceitos adquiridos anteriormente. A largura e a altura marcam-se directamente no quadro de modo a definir os pontos  $A_0$  e  $A_2$ . Para a marcação da profundidade utilizam-se os pontos de fuga de medição da direcção de topo, neste caso correspondentes às direcções de nível a  $45^\circ$  (apenas deve ser utilizada uma destas direcções; a redundância visa ilustrar as duas possibilidades para a marcação da profundidade).





## >>PERSPECTIVA LINEAR: Traços de planos e intersecções.

Completado o perspectógrafo (com a inclusão do geometral) e abordada a questão da marcação de pontos por coordenadas torna-se agora possível fazer o estudo do alfabeto do ponto, da recta e do plano numa abordagem mais clássica da geometria descritiva, bem como tratar de todos os problemas de intersecções e métricos.

Não trataremos esta questão de forma exaustiva.

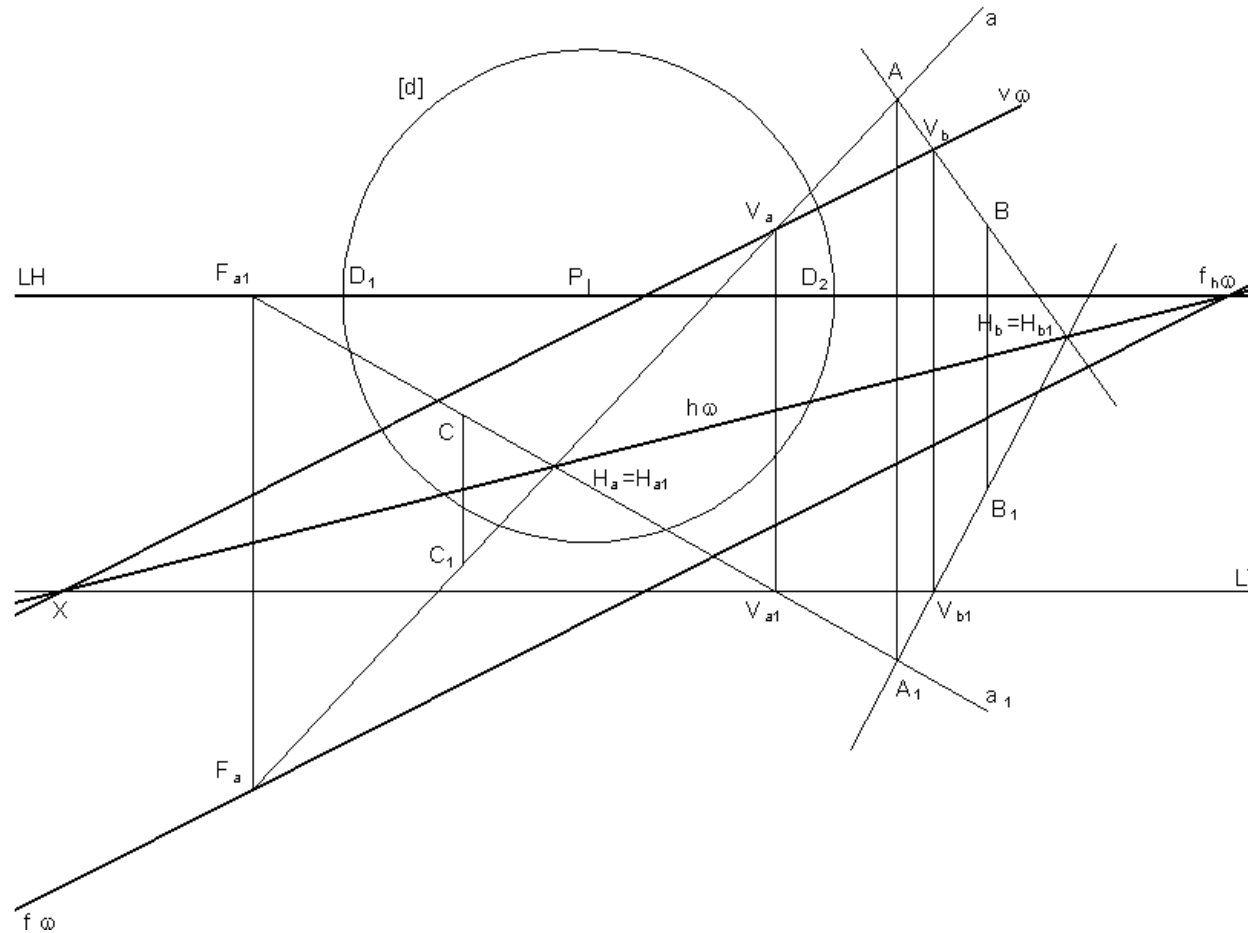
Damos porém dois exemplos a comentar na aula.

No primeiro exemplo determinaremos os traços (frontal e horizontal) e a linha de fuga de um plano definido por três pontos, A, B e C.

No segundo exemplo determinaremos o ponto de intersecção de uma recta ( $a$ ) com um plano ( $\omega$ ) dados os seus traços e linha de fuga. Note que o traço frontal de um plano é sempre paralelo à linha de fuga e que o traço horizontal do plano é a sua recta de altura 0, tendo em comum com o traço frontal um ponto da linha de terra e tendo a sua perspectiva ponto de fuga na intersecção da linha de fuga do plano com a linha do horizonte.

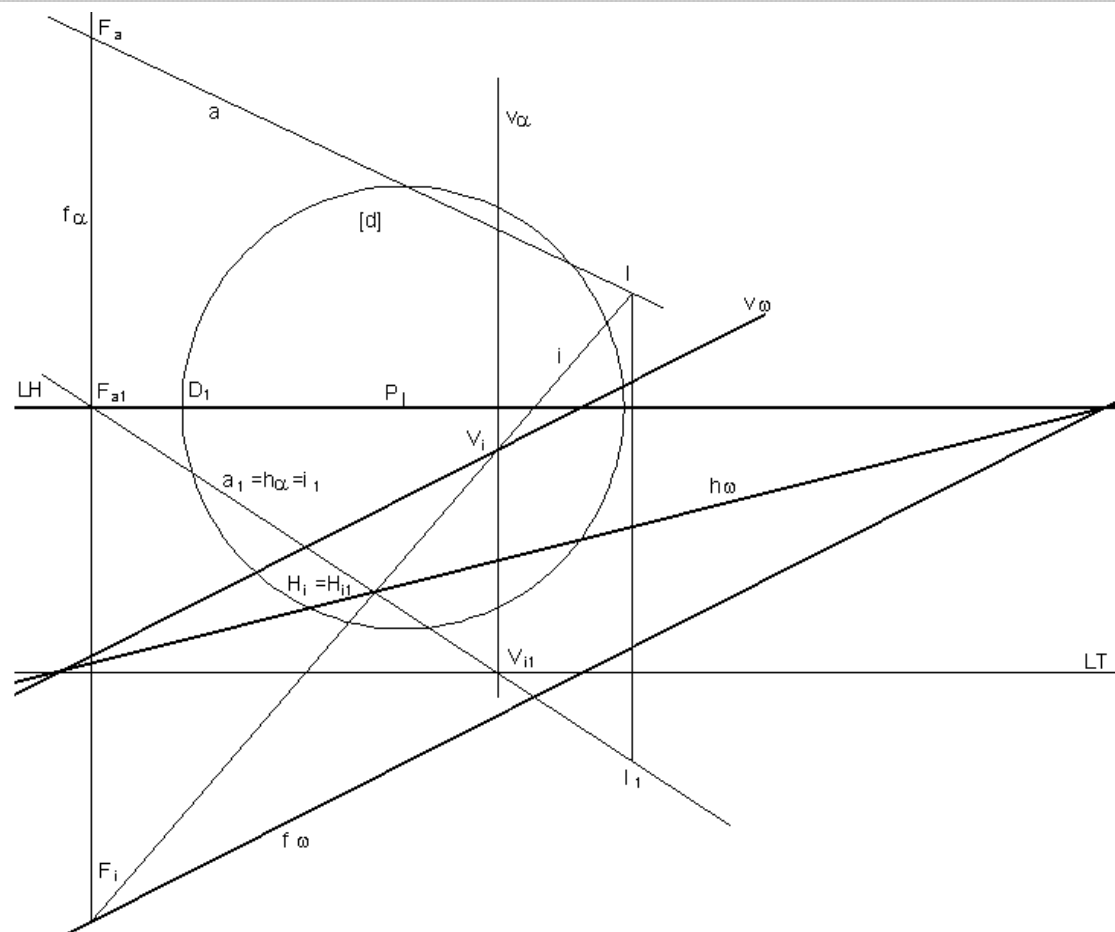


>>PERSPECTIVA LINEAR: Determinação dos traços de um plano





### >>PERSPECTIVA LINEAR: Intersecção de uma recta com um plano





## Tópico 08

Perspectiva linear de quadro plano:  
- Rebatimentos de planos para o quadro.



## >>PERSPECTIVA LINEAR: O rebatimento de planos

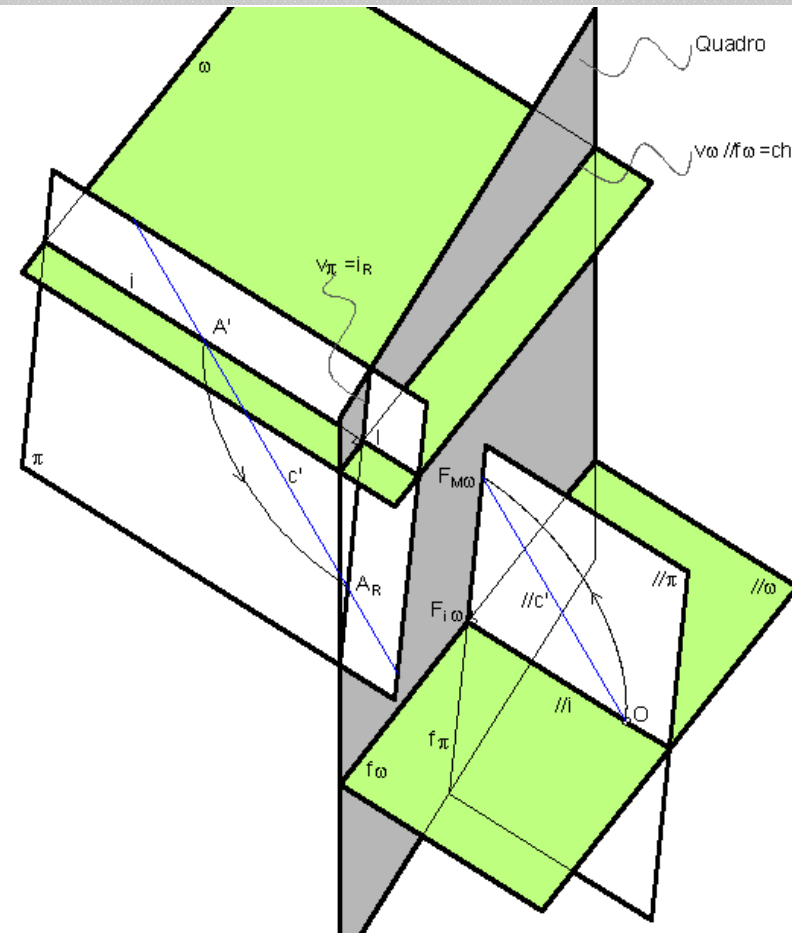
Até este momento apenas rebatemos planos projectantes. O rebatimento dos planos projectantes visa a marcação de pontos de fuga de direcções contidas em orientações conhecidas.

O procedimento que a seguir se descreve corresponde ao rebatimento de planos de figuras (planos geralmente não projectantes) para o quadro ou para planos frontais.

Um ponto  $A$  contido num plano  $\omega$ , ao ser rebatido para o quadro em torno de  $v\omega$ , descreve um arco contido num plano  $\pi$  perpendicular à charneira.

Este plano  $\pi$  intersecta o plano  $\omega$  segundo uma recta  $i$  (recta de maior inclinação de  $\omega$ ) e intersecta o quadro segundo a recta  $v\pi$ . Pelo rebatimento do plano  $\omega$  a recta  $i_R$  ( $i$  rebatida) ficará coincidente com a recta  $v\pi$ .

O traçado desta operação em perspectiva (não efectuado na figura) implica a determinação do ponto de fuga de medição do rebatimento, o que se consegue conduzindo a recta projectante com a direcção das cordas de arco do rebatimento.





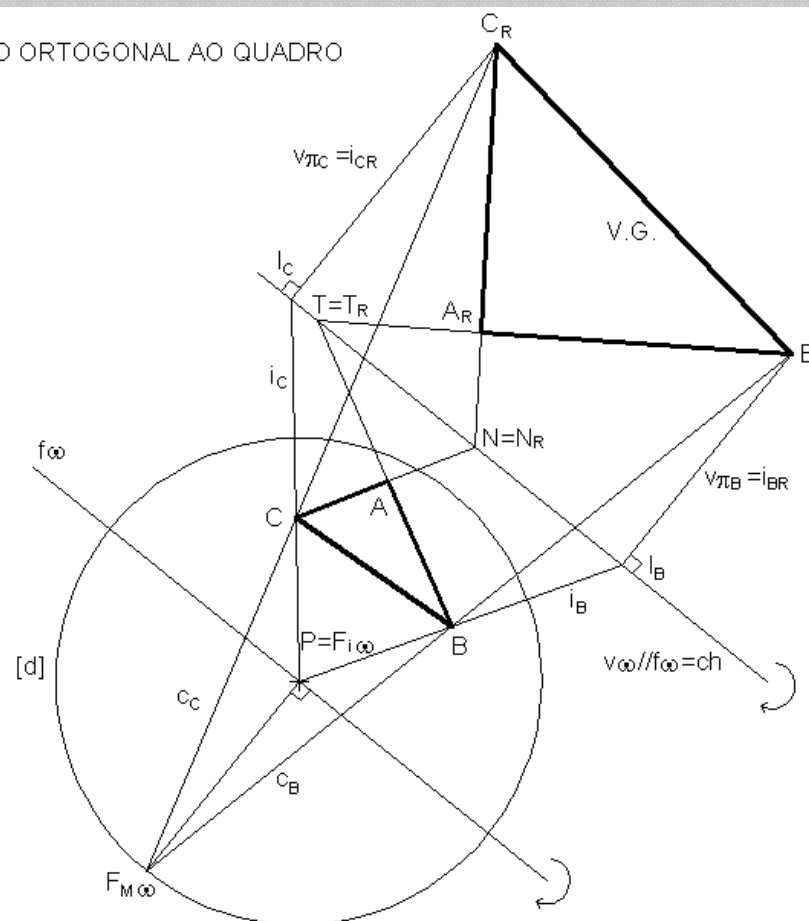


## >>PERSPECTIVA LINEAR: O rebatimento de planos ortogonais ao quadro

REBATIMENTO DE PLANO ORTOGONAL AO QUADRO

A determinação do ponto de fuga de medição do rebatimento do plano  $\omega$ , o ponto  $F_{M\omega}$ , é imediata e encontra-se na intersecção da circunferência de distância inteira com a perpendicular à linha de fuga  $f_\omega$  conduzida por P. Note que este ponto não é mais que o observador rebatido para o quadro em torno da linha de fuga  $f_\omega$ .

Note que é possível tirar partido dos pontos contidos na charneira do rebatimento. Estes pontos, como é o caso do ponto T e do ponto N, ficam fixos no rebatimento.



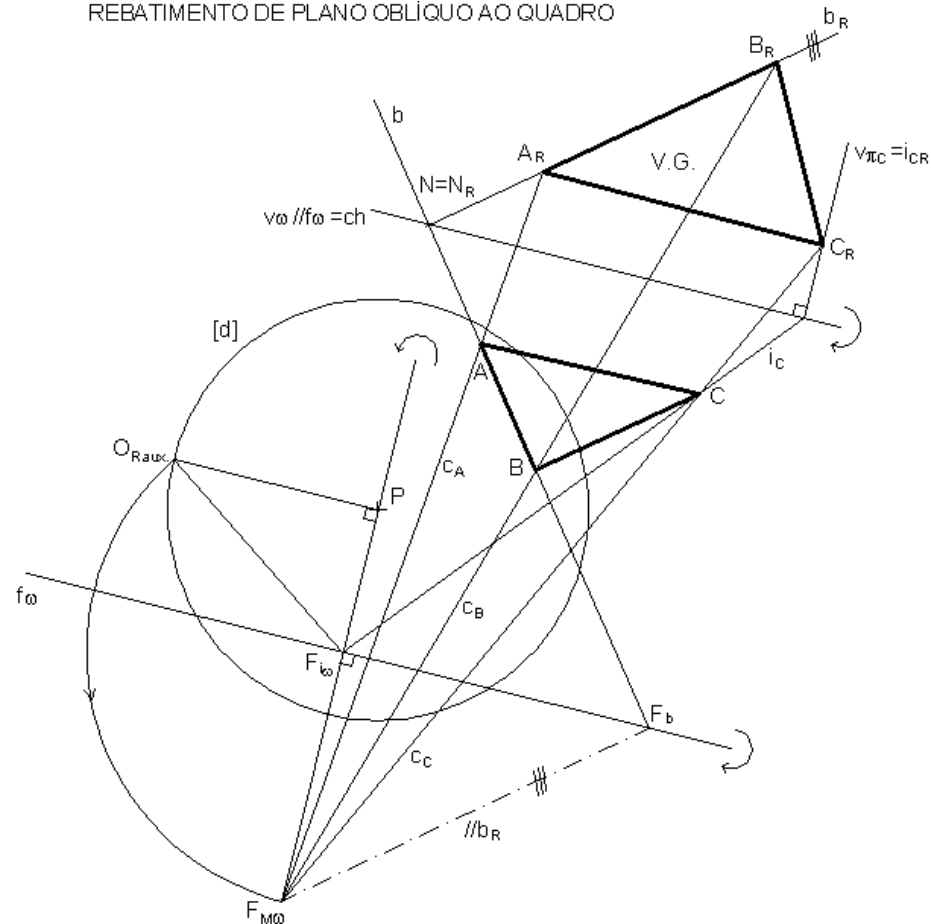


## >>PERSPECTIVA LINEAR: O rebatimento de planos oblíquos ao quadro

REBATIMENTO DE PLANO OBLÍQUO AO QUADRO

A determinação do ponto de fuga de medição do rebatimento do plano  $\omega$ , o ponto  $F_{M\omega}$  não é mais que a determinação do observador rebatido para o quadro em torno da linha de fuga  $f_\omega$ . Este traçado é idêntico ao que já utilizámos para definir pontos de fuga de direcções contidas em orientações conhecidas.

Note que para além de ser possível tirar partido dos pontos contidos na charneira do rebatimento, como é o caso do ponto  $N$ , também é possível tirar partido do conhecimento da direcção. Note que a recta  $b_R$  é paralela à recta  $//b_R$ .





## Tópico 09

Perspectiva:

- Restituições perspécticas.
- Estudo dos reflexos.

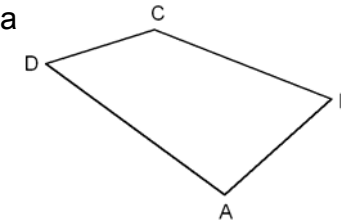


## >>PERSPECTIVA LINEAR: Restituições perspécticas

A ideia subjacente a uma RESTITUIÇÃO PERSPÉCTICA é a da determinação dos parâmetros da perspectiva (distância do observador ao quadro; ponto principal; posição do observador; pontos de fuga; linhas de fuga; relação do objecto com o quadro; etc) em função de informação dada ou conhecida sobre a figura apresentada em perspectiva. De alguma forma trata-se do problema inverso da perspectiva.

No exemplo seguinte, sabe-se que o quadrilátero da figura seguinte é a perspectiva de um quadrado contido num plano ortogonal ao quadro. Sabe-se ainda que o lado do quadrado mede 1,5 vezes a distância principal.

O problema consiste em determinar a distância do observador ao quadro, e o traço frontal do plano do quadrado.



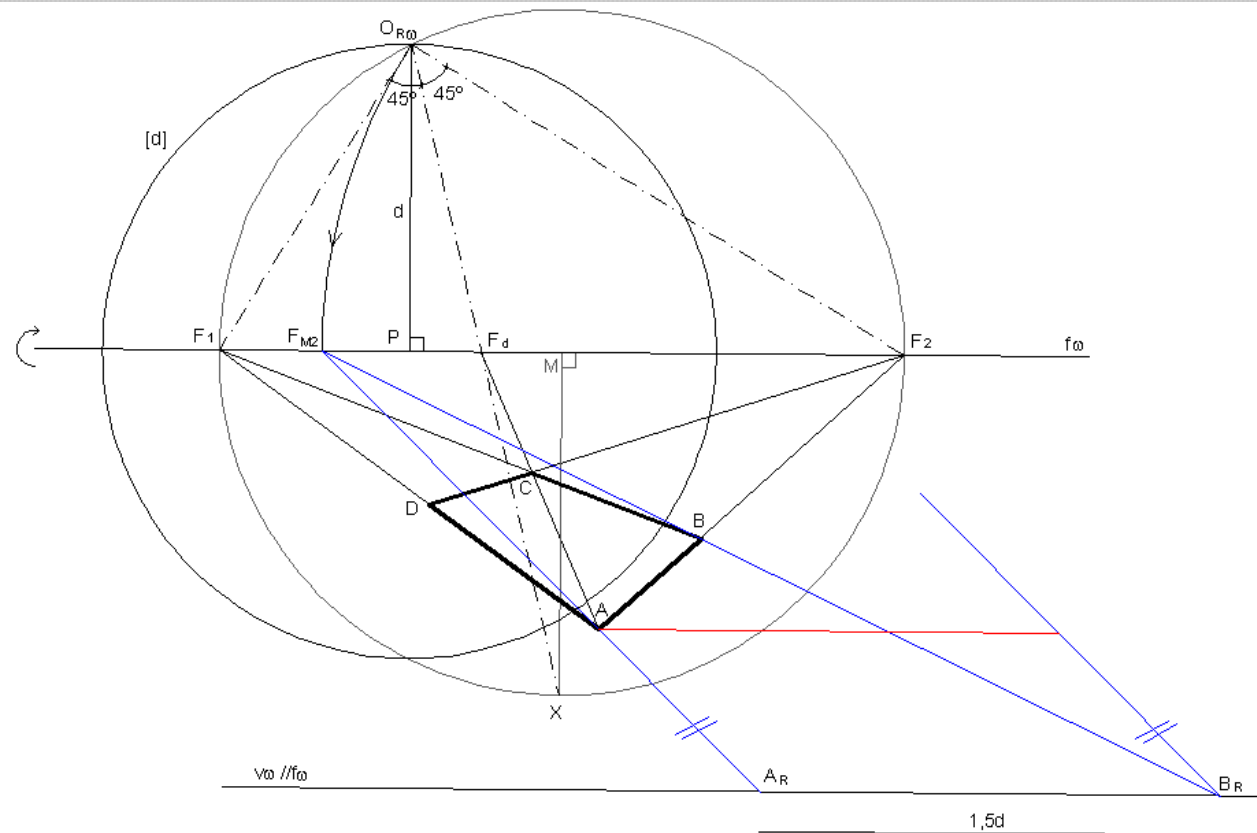
A resolução do problema (no slide seguinte) passa pela determinação de pontos de fuga e da linha de fuga do plano, o que se faz através do prolongamento dos lados do quadrilátero no desenho e da união dos pontos de concorrência resultantes.

Para a determinação da distância principal, e conhecendo as relações angulares entre lados e diagonais de um quadrado, aplicou-se o princípio da geometria plana segundo o qual um ângulo inscrito numa circunferência é metade do ângulo correspondente ao centro. Esta operação permitiu determinar o observador rebatido e o ponto P, e consequentemente a distância principal d. Note que a linha de fuga passa por P porque o plano da figura é ortogonal ao quadro.

De seguida utilizou-se o ponto de fuga de medição da direcção 2 para posicionar o traço frontal do plano que deverá ser paralelo à linha de fuga previamente determinada.



## >>PERSPECTIVA LINEAR: Restituições perspécticas

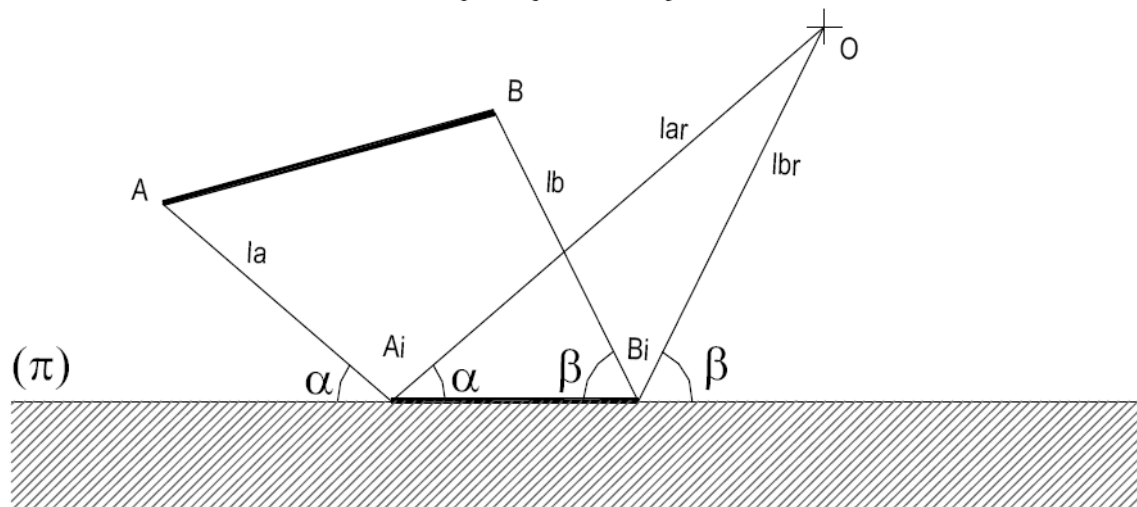


Procure resolver o mesmo exercício sabendo que o plano da figura faz  $60^\circ$  (ascendente) com o quadro.



## >>PERSPECTIVA : Reflexos

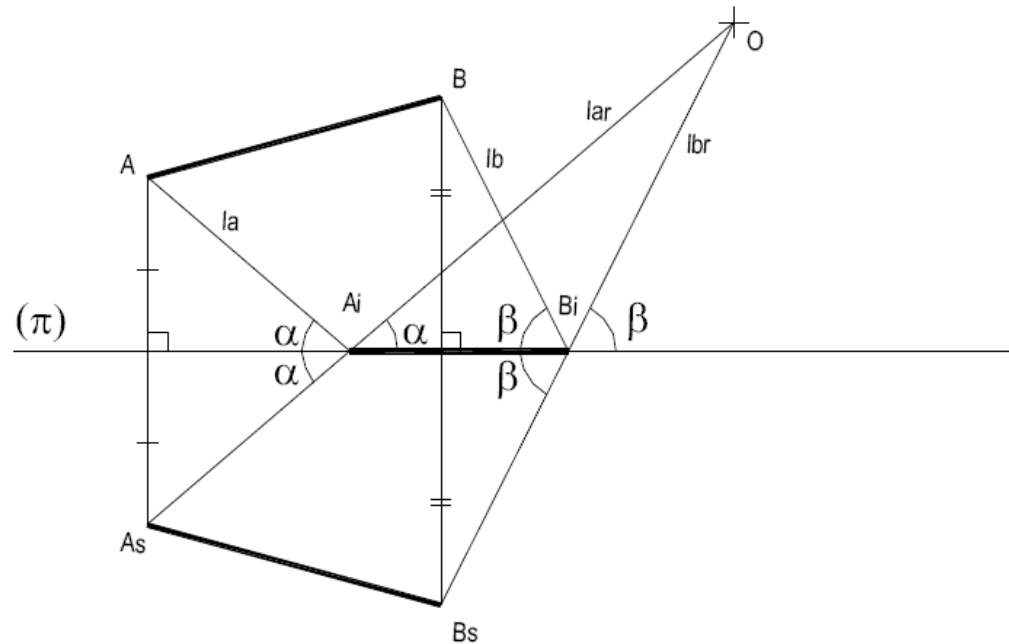
REFLEXO de um objecto é a imagem desse objecto observada, por um Observador (O) numa superfície reflectora ( $\pi$ ). Essa imagem resulta da reflexão, por parte da superfície, dos raios de luz que emanam do objecto. Pela lei da reflexão, a luz é reflectida com ângulo igual ao ângulo de incidência.





## >>PERSPECTIVA / AXONOMETRIA: Reflexos

Se a superfície reflectora for PLANA então, os raios de luz reflectida coincidem com os raios de luz que emanam de um objecto simétrico do primeiro relativamente à superfície reflectora (fora esta transparente).



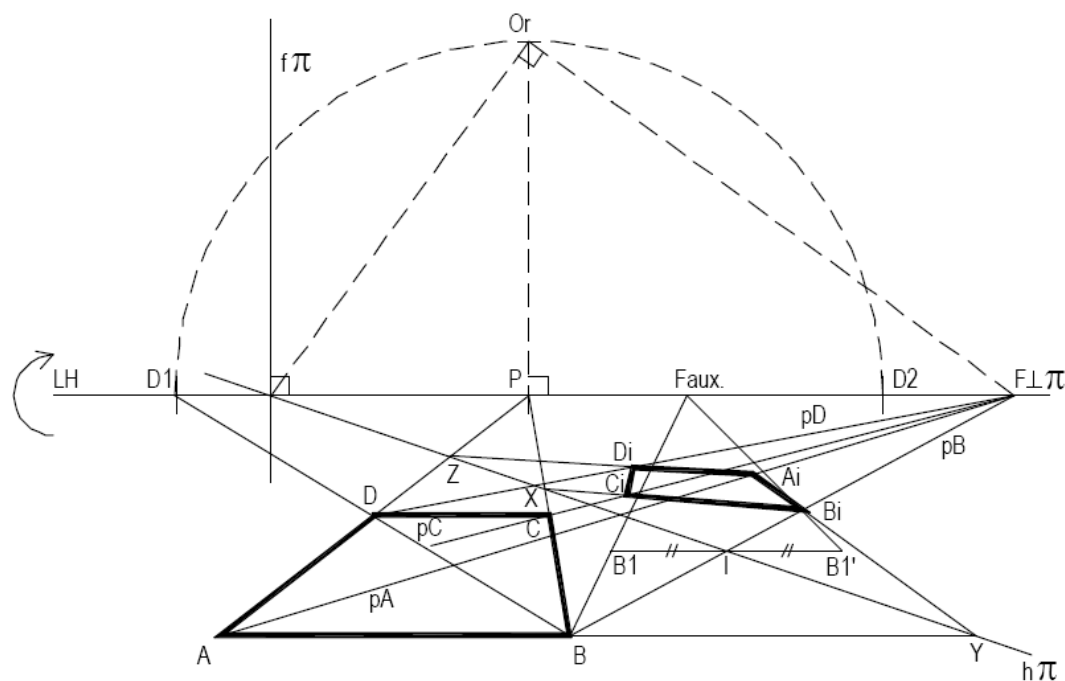
Na prática, em perspectiva (e não só), determinar o reflexo de um objecto, produzido por um espelho plano, consiste em determinar o objecto simétrico relativamente ao plano do espelho. A sua perspectiva coincide com a perspectiva do reflexo.

Sigamos o seguinte exemplo:



## >>PERSPECTIVA / AXONOMETRIA: Reflexos

Neste exemplo pretende-se a determinação do reflexo, do quadrado [ABCD] contido no geometral, produzido pelo espelho vertical  $\pi$ .







## >>PERSPECTIVA: Reflexos

Como determinar o reflexo do quadrado consiste, na prática, em determinar um quadrado simétrico do quadrado dado, relativamente ao plano do espelho vamos:

- conduzir, por cada vértice do quadrado, rectas perpendiculares ao espelho.
- determinar a intersecção das rectas com o espelho, isto é, determinar os segmentos que medem a distância dos vértices ao plano do espelho.
- determinar os pontos simétricos dos vértices do quadrado, sobre as perpendiculares ao espelho previamente conduzidas.

No caso concreto, começamos por determinar o ponto  $F \perp \pi$  (ponto de fuga das rectas perpendiculares ao espelho; note-se que sendo  $\pi$  vertical, as rectas perpendiculares a  $\pi$  são horizontais).

De seguida conduzimos por  $B$  a recta  $pB$  (perpendicular ao espelho) e determinamos o ponto  $I$  (ponto de intersecção de  $pB$  com  $\pi$ ; note-se que  $I$  pertence a  $h\pi$  apenas porque  $B$  e  $pB$  pertencem ao geometral).

Para duplicar a distância  $AI$  (note-se que esta operação não pode ser efectuada directamente dado que  $AI$  não é paralelo ao quadro) conduzimos por  $I$  uma recta fronto-horizontal na qual projectamos (com uma direcção auxiliar de nível qualquer; neste caso é obrigatório considerar uma direcção de nível dado ser uma operação que se efectua no geometral) o ponto  $B$ , determinando  $BI$ . Sobre a recta determinamos  $BI'$ , simétrico de  $BI$  relativamente a  $I$  e, com a mesma direcção com que efectuamos a projecção de  $B$ , determinando  $BI$ , projectamos agora  $BI'$  sobre  $pB$  determinando  $B_1$ . Note-se que, por serem semelhantes os triângulos  $[BBI]$  e  $[BI'B_1]$  e por serem iguais  $BII$  e  $IBI'$ , são também iguais  $BI$  e  $IB_1$ , logo  $B_1$  é o simétrico de  $B$  relativamente a  $\pi$ .

Para os restantes pontos, conduzimos as rectas perpendiculares ao plano do espelho.

Mas vamos agora notar que um ponto que pertence ao espelho tem reflexo coincidente consigo próprio.

Consideramos a recta  $BC$  e o seu ponto  $X$ , de intersecção com  $\pi$ . A recta simétrica de  $BC$  passa por  $X$  e por  $B_1$ .

Na intersecção desta recta com  $pC$  determinamos  $C_1$ .

Consideramos a recta  $AB$  e o seu ponto  $Y$ , de intersecção com  $\pi$ . A recta simétrica de  $AC$  passa por  $Y$  e por  $B_1$ .

Na intersecção desta recta com  $pA$  determinamos  $A_1$ .

Consideramos a recta  $AD$  e o seu ponto  $Z$ , de intersecção com  $\pi$ . A recta simétrica de  $AD$  passa por  $Z$  e por  $A_1$ .

Na intersecção desta recta com  $pD$  determinamos  $D_1$ .

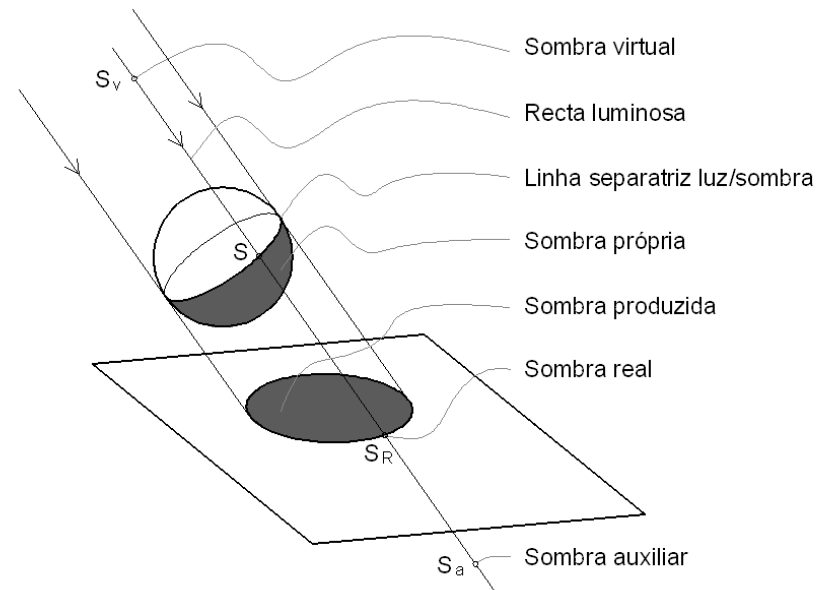


# Tópico 10

Axonometria e perspectiva:  
- Estudo das sombras.



## >>PERSPECTIVA: Estudo das sombras



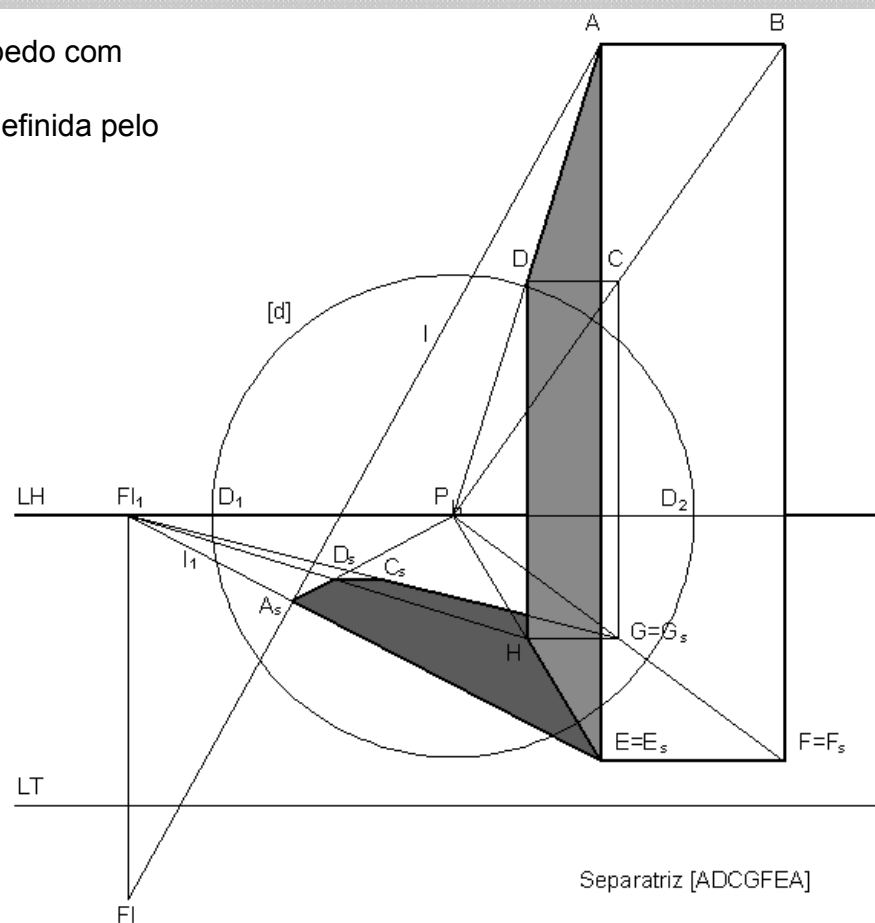
Se o objecto produzir sombra sobre si próprio acresce ainda a SOMBRA AUTO-PRODUZIDA. O foco luminoso pode ser próprio ou impróprio. Se for impróprio todas as rectas luminosas são paralelas entre si e fala-se de direcção luminosa.

Embora este tópico incida sobre a perspectiva e a axonometria, ilustraremos o estudo das sombras apenas com alguns exemplos em perspectiva, a comentar na aula, deixando para as aulas práticas a resolução de exercícios relativos à axonometria.



## >>PERSPECTIVA: Estudo das sombras

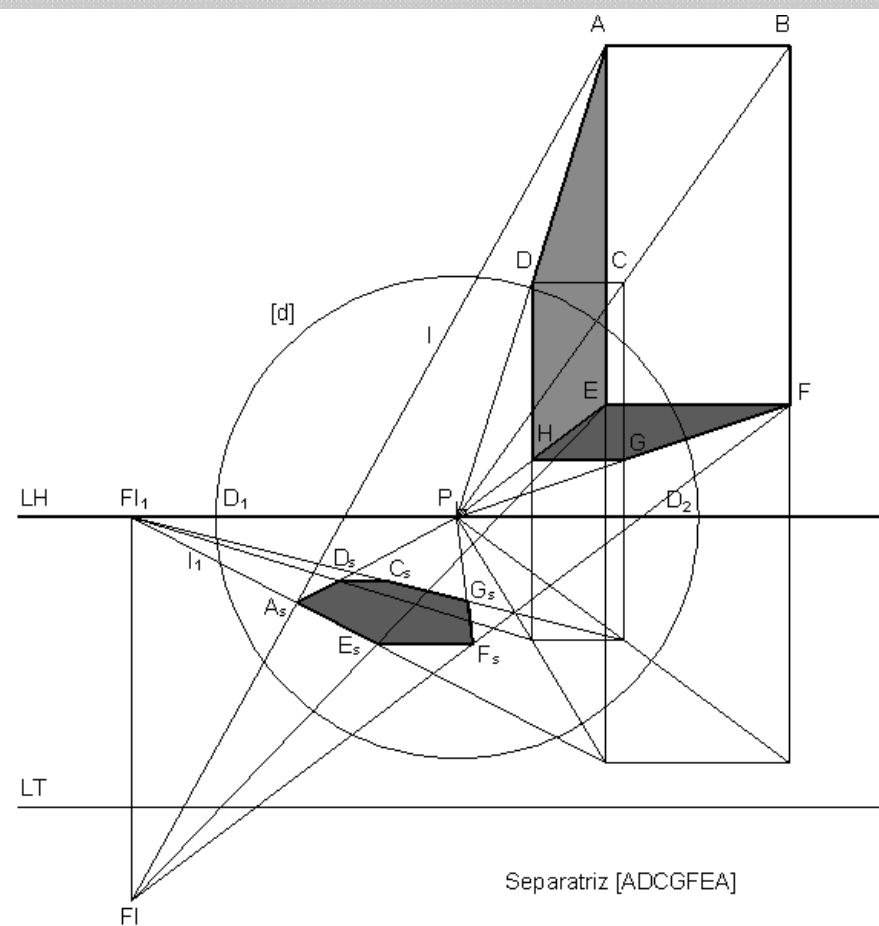
Sombra de um paralelepípedo com base no geometral.  
A direcção luminosa fica definida pelo ponto de fuga FI.





## >>PERSPECTIVA: Estudo das sombras

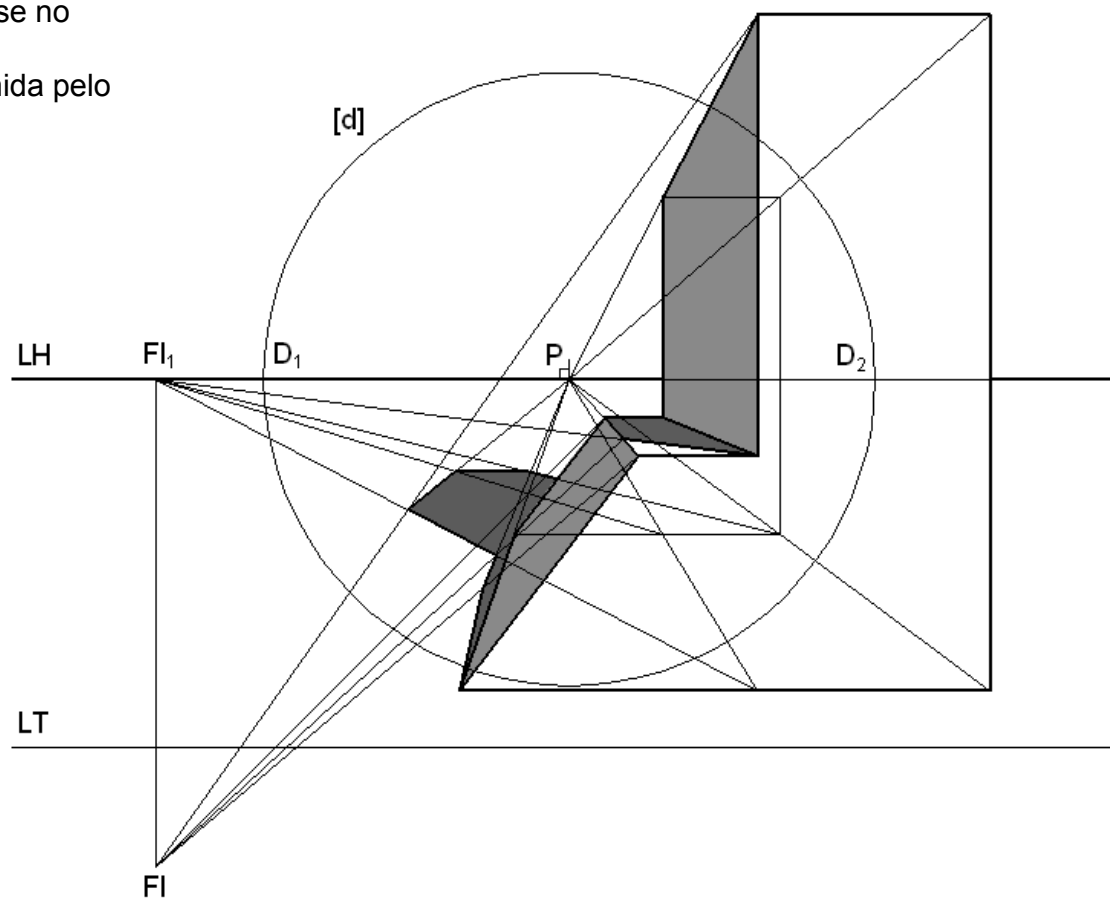
Sombra de um paralelepípedo com base paralela ao geometral.  
A direcção luminosa fica definida pelo ponto de fuga FI.





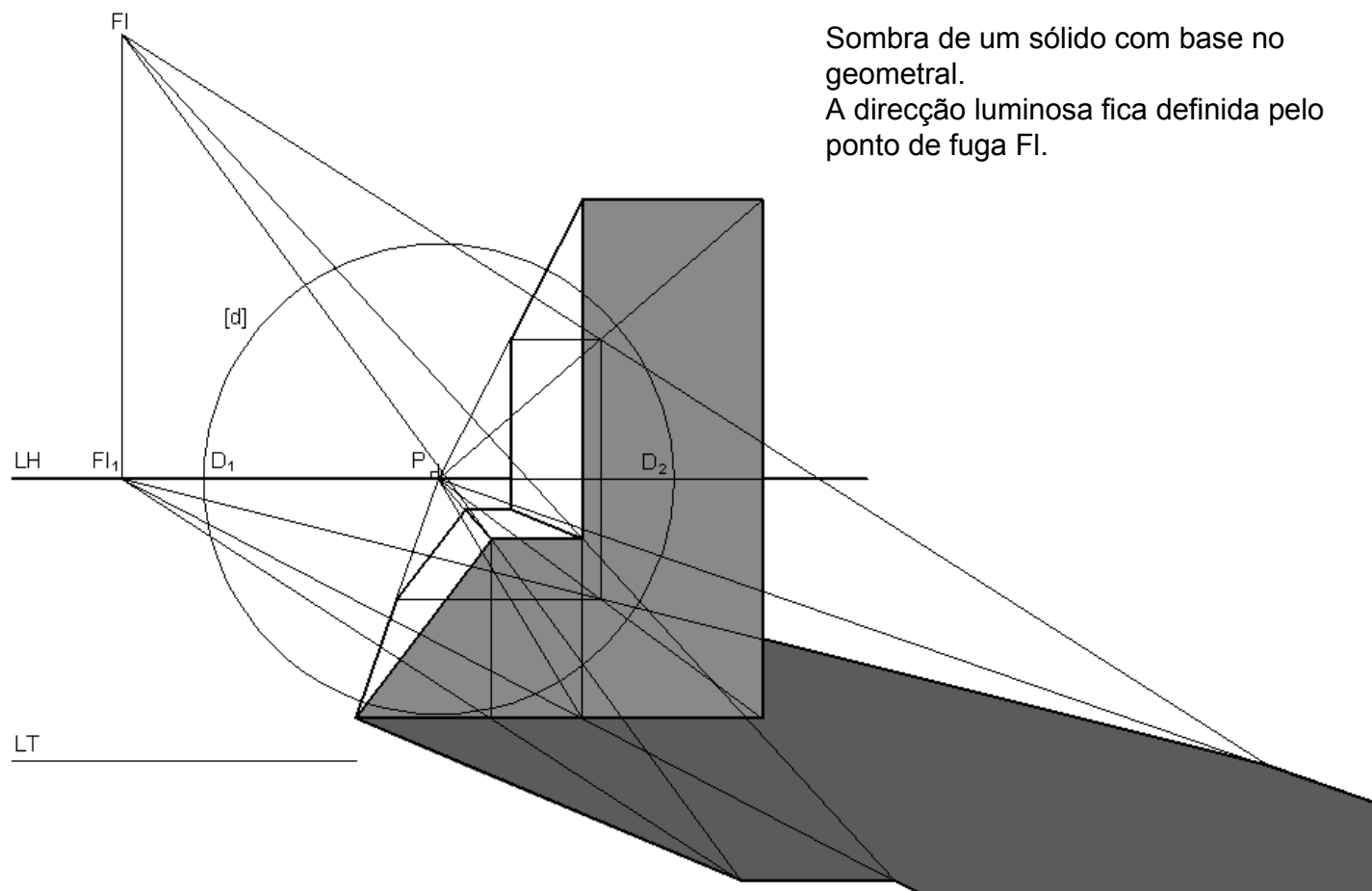
## >>PERSPECTIVA: Estudo das sombras

Sombra de um sólido com base no  
geometral.  
A direcção luminosa fica definida pelo  
ponto de fuga FI.





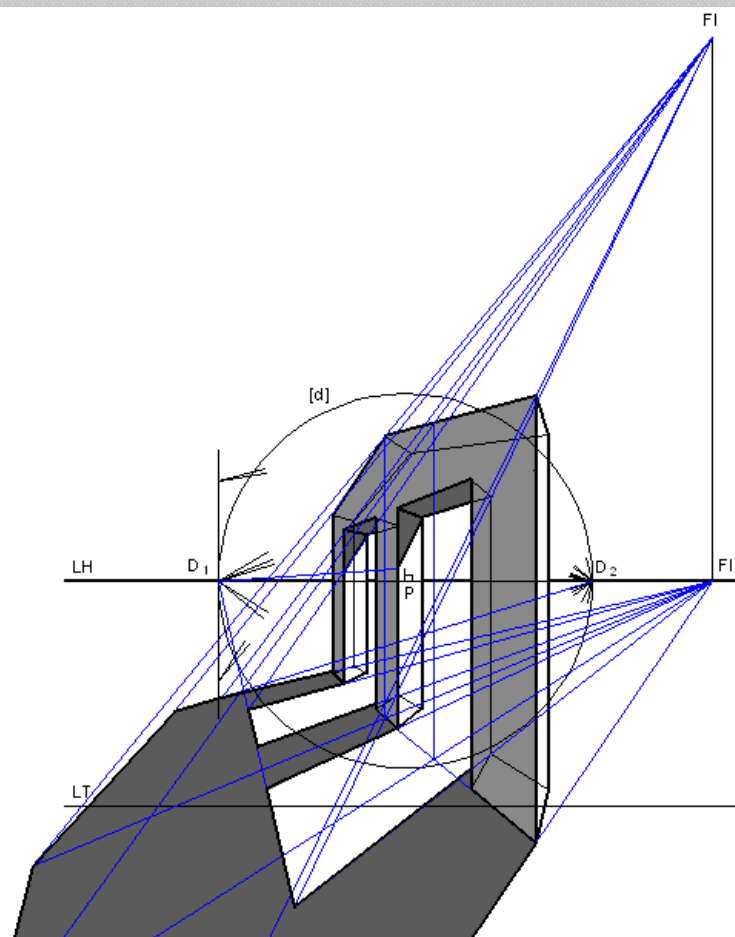
## >>PERSPECTIVA: Estudo das sombras





## >>PERSPECTIVA: Estudo das sombras

Sombra de um pórtico com base no geometral.  
A direcção luminosa fica definida pelo ponto de fuga FI.

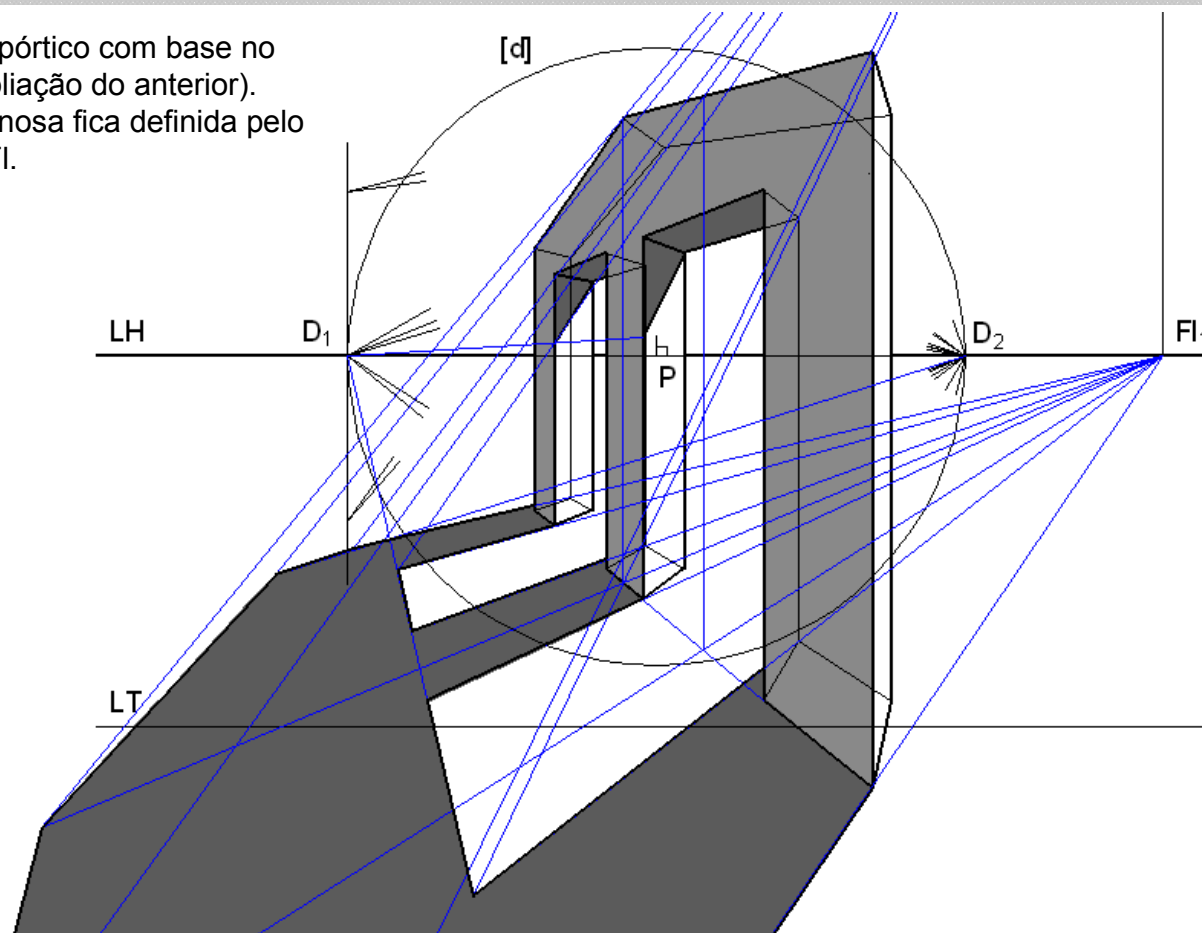






## >>PERSPECTIVA: Estudo das sombras

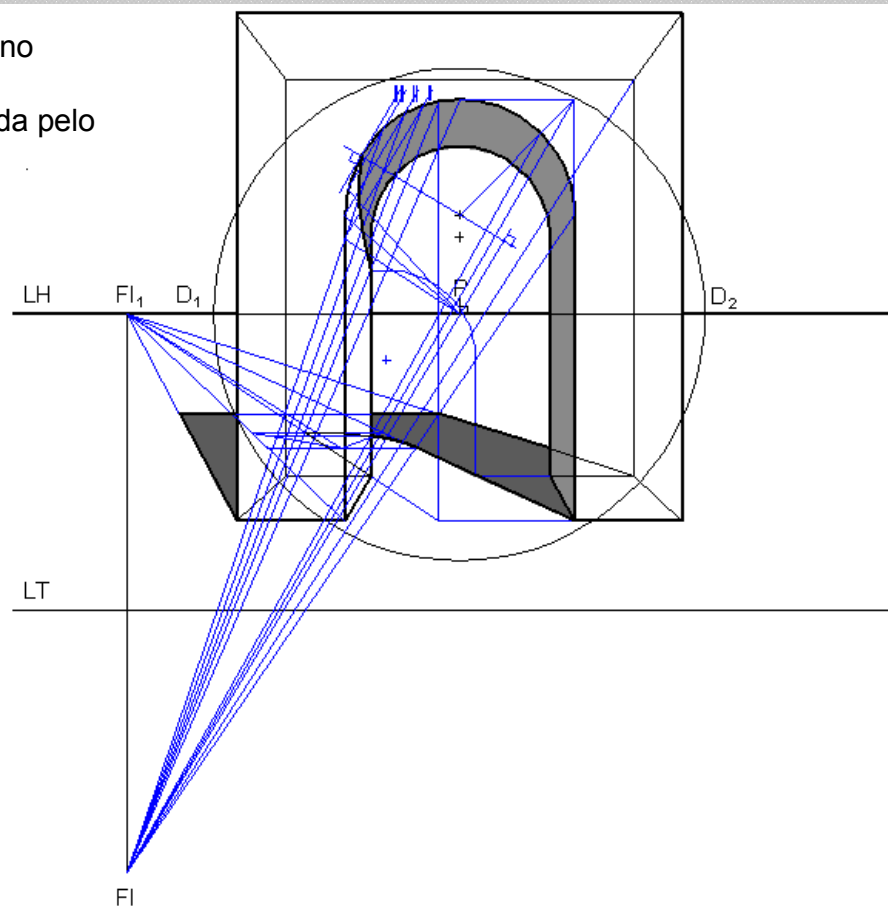
Sombra de um pórtico com base no geometral (ampliação do anterior).  
A direcção luminosa fica definida pelo ponto de fuga FI.





## >>PERSPECTIVA: Estudo das sombras

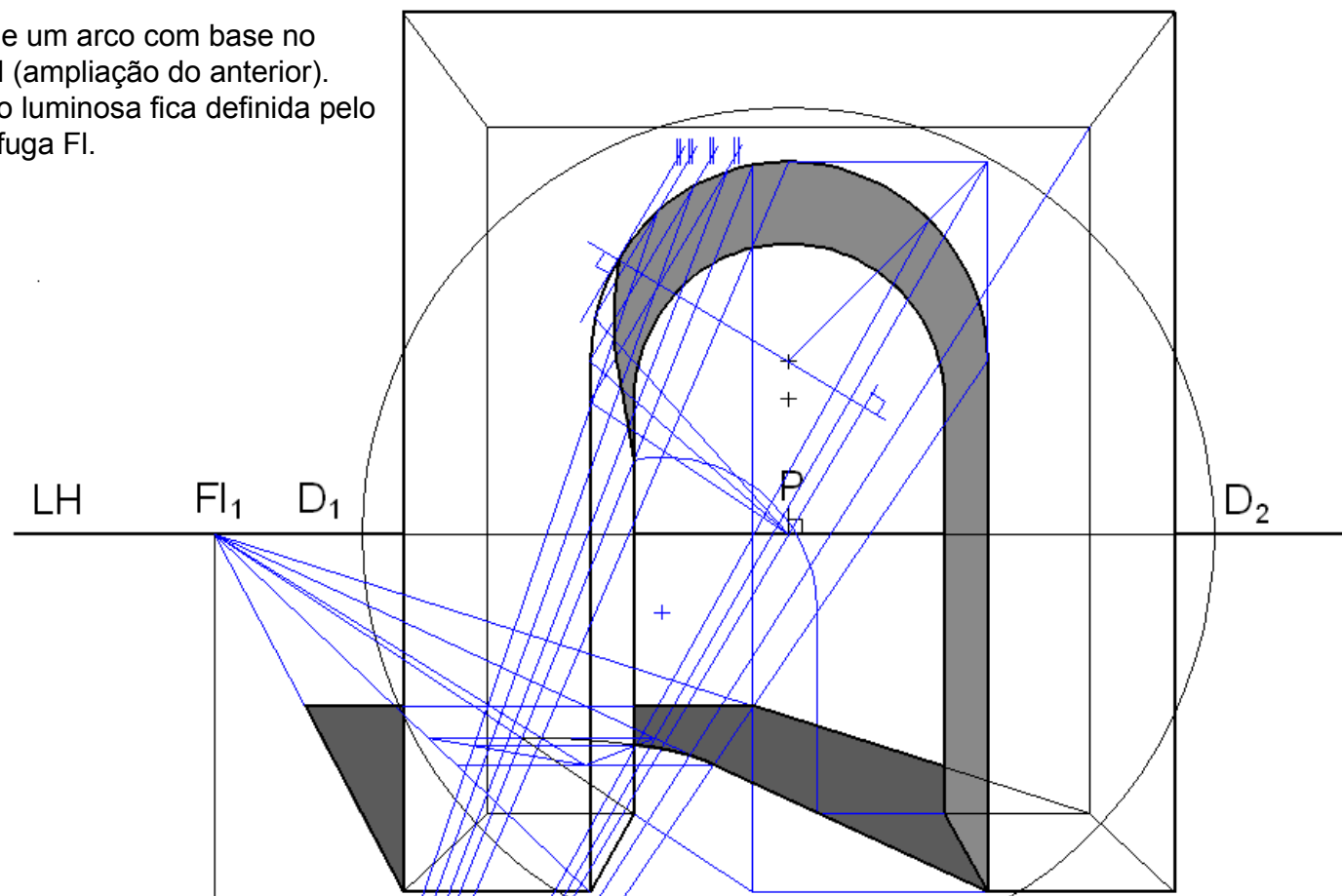
Sombra de um arco com base no geometral.  
A direcção luminosa fica definida pelo ponto de fuga FI.





## >>PERSPECTIVA: Estudo das sombras

Sombra de um arco com base no geometral (ampliação do anterior).  
A direcção luminosa fica definida pelo ponto de fuga FI.





# Tópico extra

- Noções gerais sobre fotogrametria (a rectificação e a triangulação fotogramétrica)



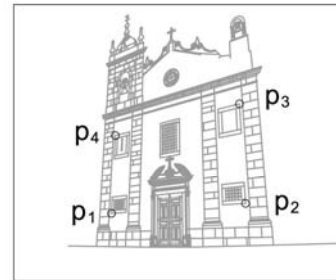
## >>FOTOGRAMETRIA: Rectificação de imagens (extra programa)

Por vezes este tipo de problemas pode colocar-se sobre imagens fotográficas. Com alguns limites, também é possível utilizar os princípios da geometria descritiva para efectuar traçados sobre as imagens fotográficas.

Contudo há operações analíticas, hoje implementadas através de aplicações de *software* variadas, que tornam mais prática a utilização das imagens de PERSPECTIVA fotográficas com vista à obtenção de medidas sobre os objectos.

Uma dessas operações designa-se por RECTIFICAÇÃO FOTOGRÁFICA e consiste em aplicar uma TRANSFORMAÇÃO PROJECTIVA à imagem de um plano de um objecto fotografado de modo a restituir as suas proporções e dimensões. Esta operação necessita de 4 pontos de controlo.

(Embora esta operação seja normalmente efectuada sobre imagens, utilizou-se um desenho para ilustrar o princípio.)



SITUAÇÃO INICIAL

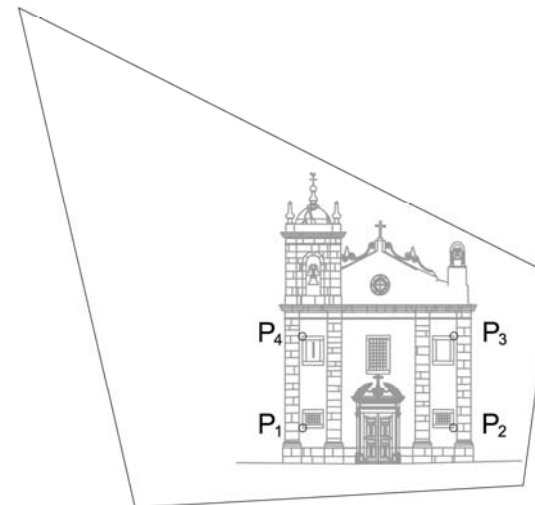


IMAGEM RECTIFICADA



## >>FOTOGRAMETRIA: Triangulação fotogramétrica (extra programa)

Outra situação consiste em dispor de múltiplas imagens de um mesmo objecto obtidas de pontos de vista distintos. Essas imagens, devidamente ORIENTADAS, isto é, posicionadas correctamente umas relativamente às outras, permitem a RECONSTRUÇÃO TRIDIMENSIONAL de um modelo do objecto fotografado.

Esta reconstrução aplica o princípio da TRIANGULAÇÃO FOTOGRAMÉTRICA em que um ponto N do modelo do objecto é determinado pela intersecção das rectas projectantes homólogas relativas à imagem daquele ponto. Forma-se assim um triângulo definido pelos dois CENTROS DE PROJECCÃO (observadores da perspectiva)  $O_1$  e pelo ponto modelo objecto.

(Embora esta operação seja normalmente efectuada sobre imagens, utilizou-se um desenho para ilustrar o princípio.)

