



FACULDADE DE ARQUITECTURA
UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA

GDCI – FAUTL – 2012/2013

Prof. Luís Mateus, lmateus@fa.utl.pt / <http://www.fa.utl.pt/~lmateus>

AXONOMETRIA



Tópico 01

Introdução ao estudo da axonometria: apontamento histórico e prático.



>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA: aspectos históricos

Exemplos de representações proto-axonométricas na pintura Ocidental.

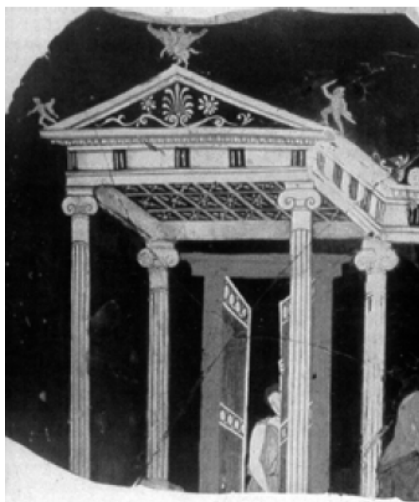


Fig. 1 – Representação proto-axonométrica (fragmento de cerâmica do séc. IV a.c.)



Fig. 2 – Representação proto-axonométrica (Fresco na Igreja de Santa Croce, Florença, Itália, sec. XIII/XIV)



>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA: aspectos históricos

Exemplos de representações proto-axonométricas na pintura oriental.



Fig. 3 – Quadro “Han XiZai dá um banquete” do pintor chinês Gu HongZhong (séc. X.)



Fig. 4 – Quadro do pintor japonês Utagawa Yoshikazu (sec. XIX)



>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA: aspectos históricos

Exemplos de representações axonométricas em tratados de Arquitectura civil.

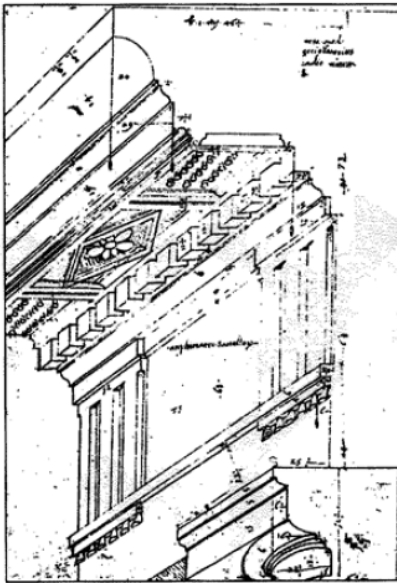


Fig. 5 – Figura do *Codex Coner*
(tratado de arquitectura do séc.
XVI.)

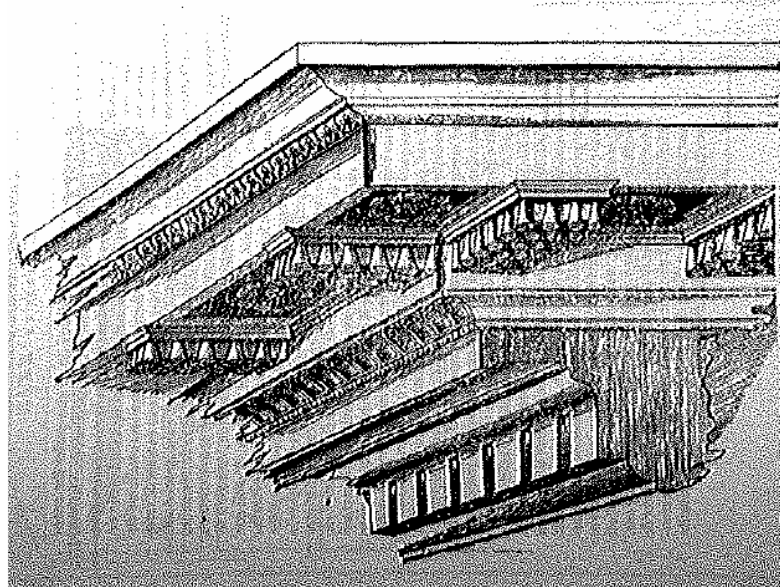


Fig. 6 – Figura do tratado *Architecture* do
arquitecto Philibert de l'Orme (tratado de
arquitectura do séc. XVI.)



>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA: aspectos históricos

Exemplos de representações axonométricas em tratados de arquitectura militar.

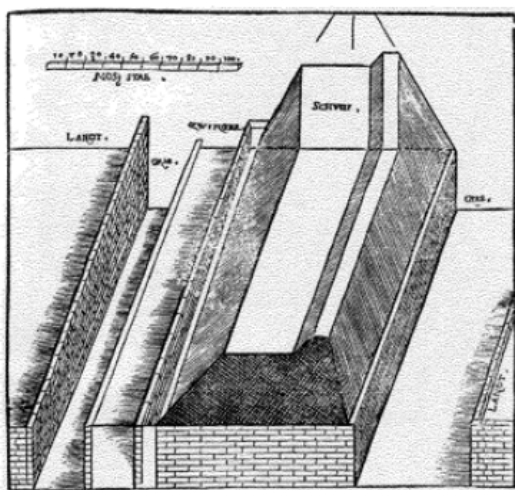


Fig. 7 – Figura de *Della Fortificazione delle Città* de Girolamo Maggi e Jacomo Castrioto, Veneza (tratado de arquitectura militar do séc. XVI.)

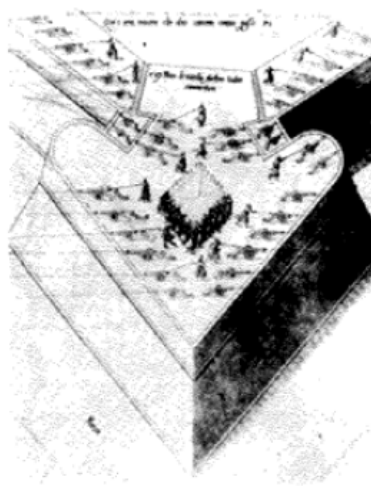


Fig. 8 – Figura do tratado *On Military architecture* de F. de Marchi, Brescia (tratado de arquitectura militar do séc. XVI.)

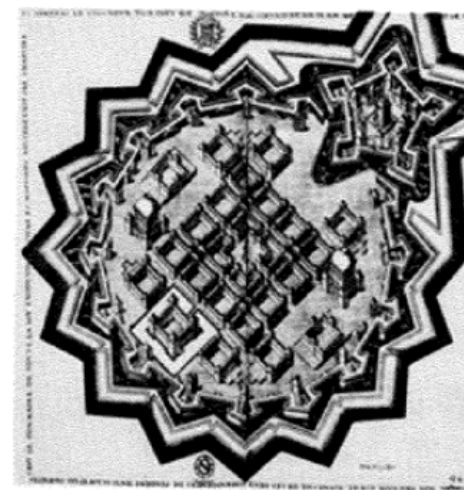


Fig. 9 – Figura do tratado *Des Fortifications et artifices de architecture et perspective* de J. Perret de Chamberry (tratado de arquitectura do séc. XVII.)



>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA: aspectos históricos

Exemplos de representações axonométricas em tratados de geometria e matemática.

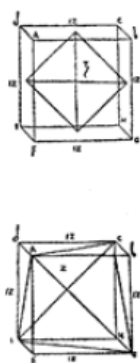


Fig. 10 – Figura do tratado *Divina Proportione* de Luca Pacioli (Veneza 1509).

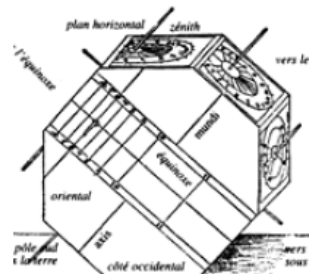


Fig. 11 – Figura do tratado *Underweysung Der Messung* (1525).

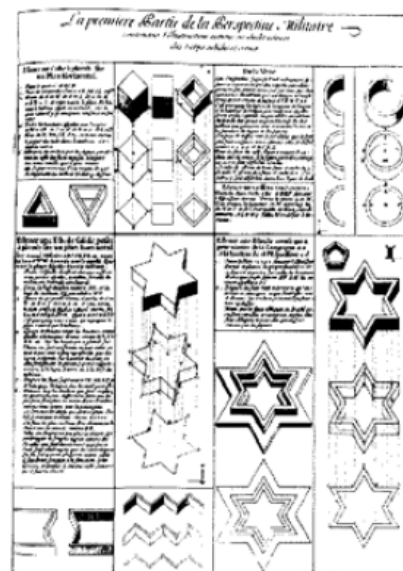


Fig. 12 – Figura do tratado de T. Luiders de 1680.

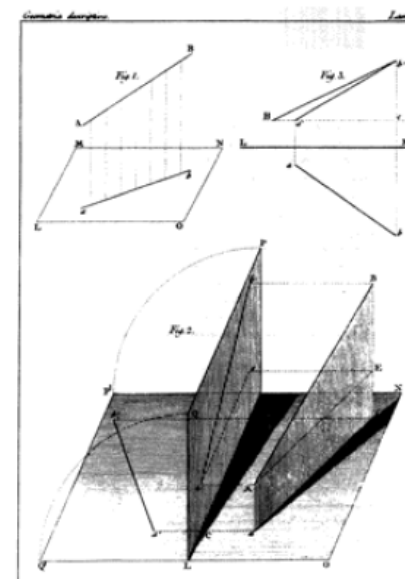


Fig. 13 – Figura *Géométrie Descriptive* de Gaspard Monge (1798).



>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA: aspectos históricos

A partir de do tratado de William Farish a axonometria ganha interesse por parte da comunidade de matemáticos e geómetras que fazem o seu tratamento algébrico.

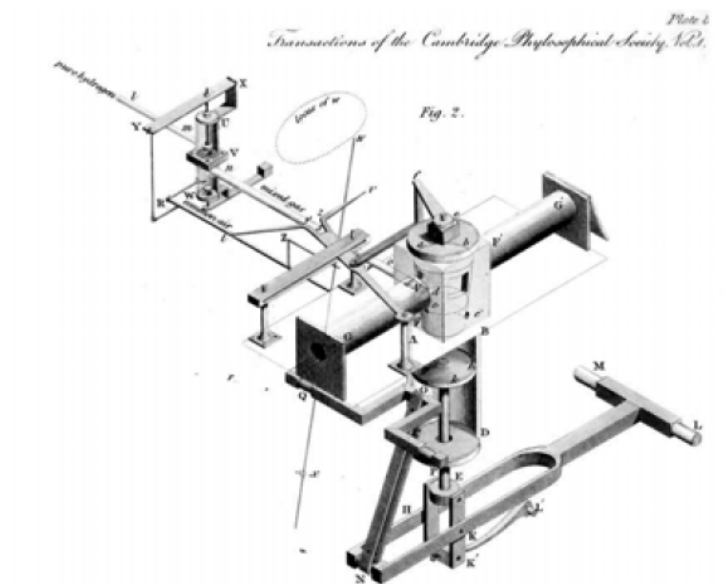


Fig. 14 – Figura do tratado de William Farish *On Isometrical Perspective* (1822).



>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA: aspectos históricos

Em 1853 Pohlke formula, sem apresentar nenhuma prova, aquele que viria a ser conhecido como o teorema fundamental da axonometria. Diz que *“um quadrângulo plano $O'X'Y'Z'$ pode sempre tomar-se por projecção paralela de três segmentos OX , OY e OZ iguais, com um ponto O comum, e dois a dois ortogonais”*.

Mais tarde, esta conjectura foi demonstrada pelo matemático Schwarz. Posteriormente o teorema foi generalizado a quaisquer três segmentos de qualquer comprimento e fazendo entre si quaisquer ângulos.

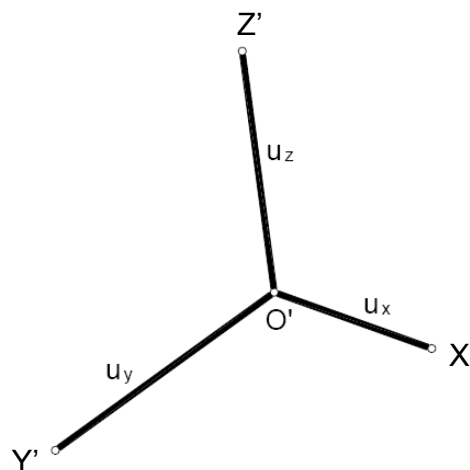


Fig. 15 – Teorema de Pohlhe Schwarz.



>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA: aspectos históricos

Representações axonométricas em tratados de geometria descritiva, em que se se coloca a ênfase na aplicação à representação de casos concretos, por exemplo no estudo da estereotomia (estudo do corte da pedra).

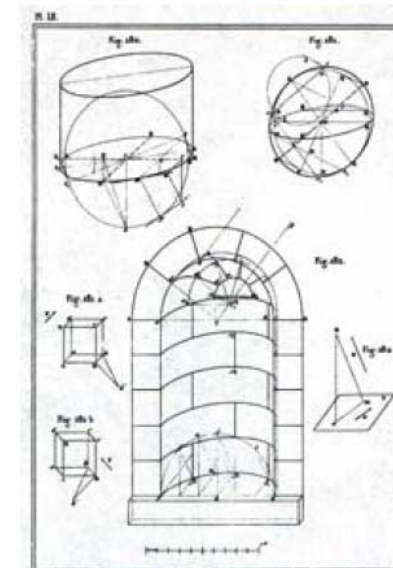
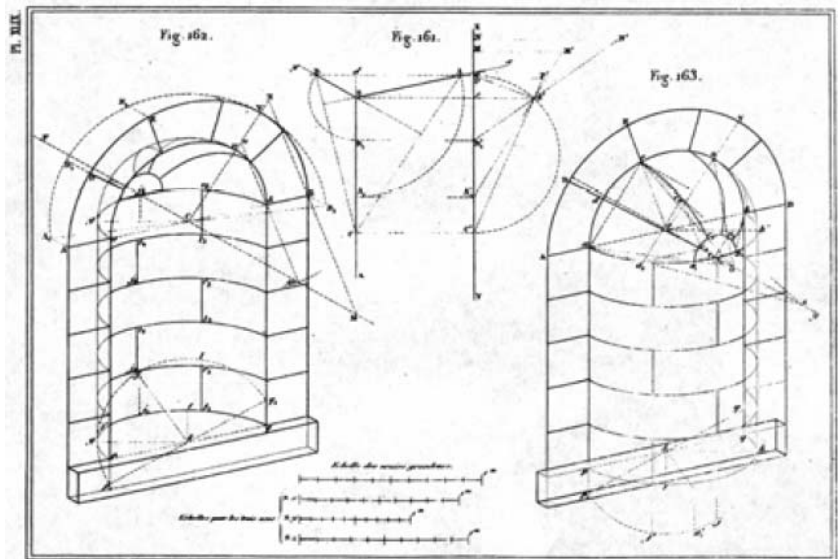


Fig. 16 – Figuras do *Traité de géométrie Descriptive* de Jules de la Gournerie (sec. XIX)



>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA: aspectos históricos

Representações axonométricas em tratados de geometria descritiva, em que se se coloca a ênfase na aplicação à representação de casos concretos, por exemplo no estudo da estereotomia (estudo do corte da pedra).

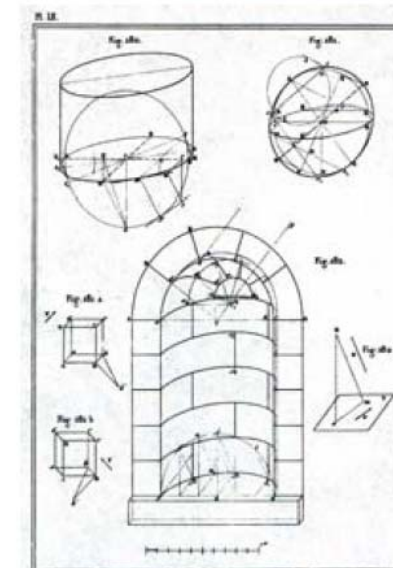
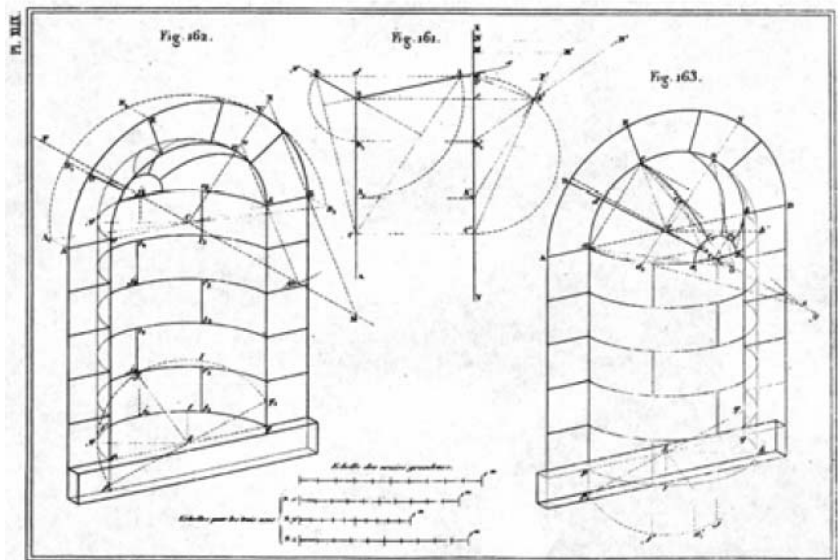


Fig. 16 – Figuras do *Traité de géométrie Descriptive* de Jules de la Gournerie (sec. XIX)



>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA: aspectos históricos

Representações axonométricas na representação da arquitectura no Modernismo.

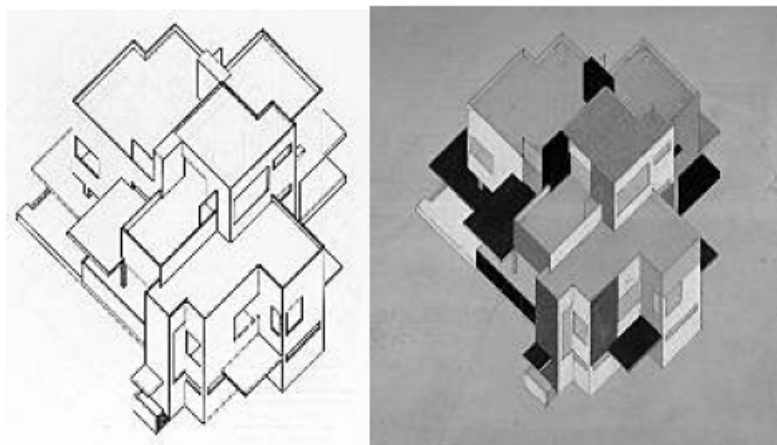


Fig. 17 – Desenhos de Theo van Doesburg e Cor van Eesteren (1897-1988) para uma casa particular (1923)



Fig. 18 – Desenho do projecto de Alberto Sartoris para a *Villa du Dr. Roman Brum* à *Lausanne* (1934).



>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA: na actualidade

Representações de arquitectura: do esboço ao desenho de pormenores.

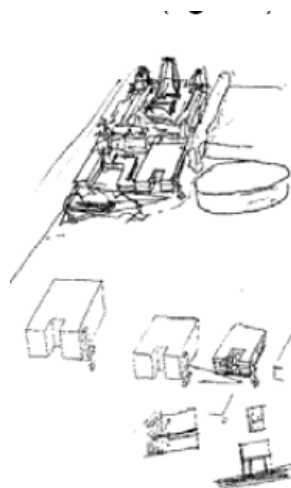


Fig. 19 – Esboço do arquitecto Siza Vieira

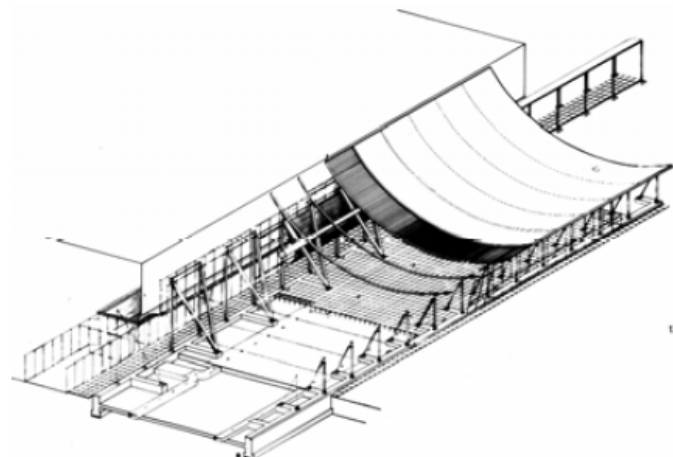


Fig. 20 – Desenho de um projecto do arquitecto Renzo Piano



Fig. 21 – Desenho de um pormenor construtivo



>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA: na actualidade

Representações axonométricas em visualização informática.



Fig. 19 – Visualização informática
e jogos de computador.



>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA: trabalhos de alunos

Exemplos de trabalhos de alunos.

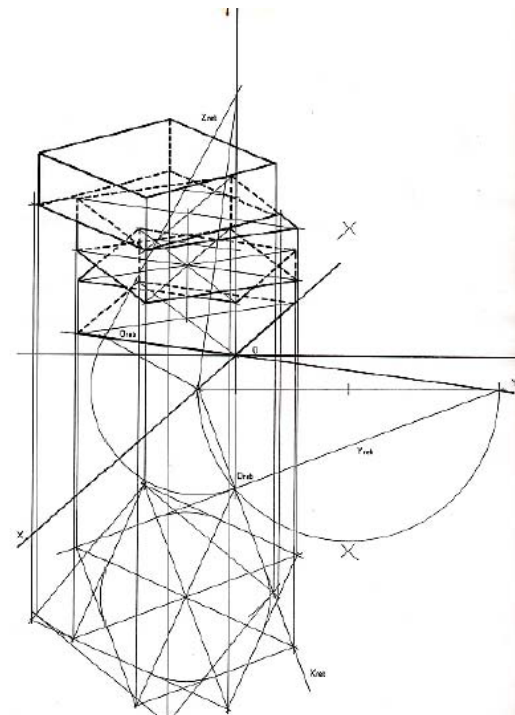
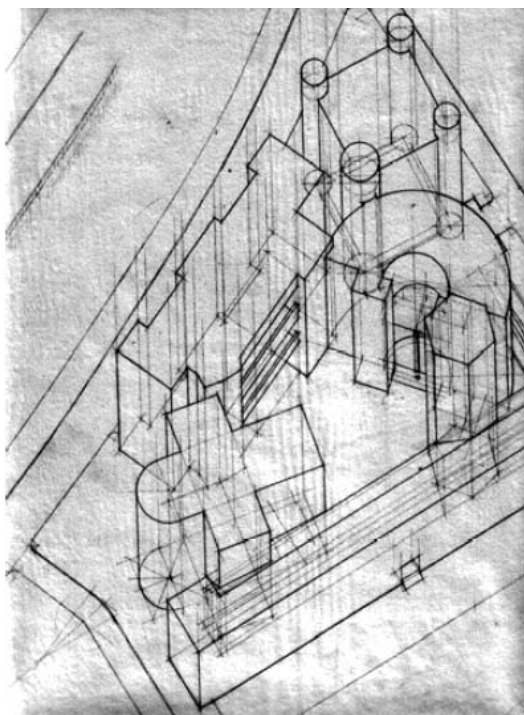


Fig. 20 – Exemplos de trabalhos de alunos.



>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA: trabalhos de alunos

Exemplos de trabalhos de alunos.

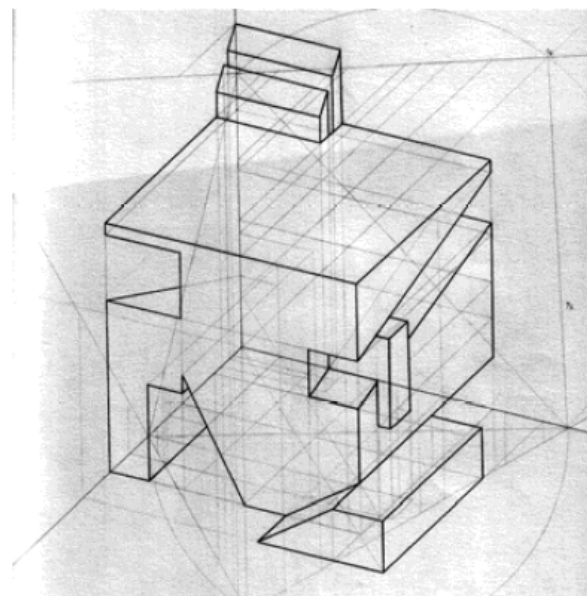
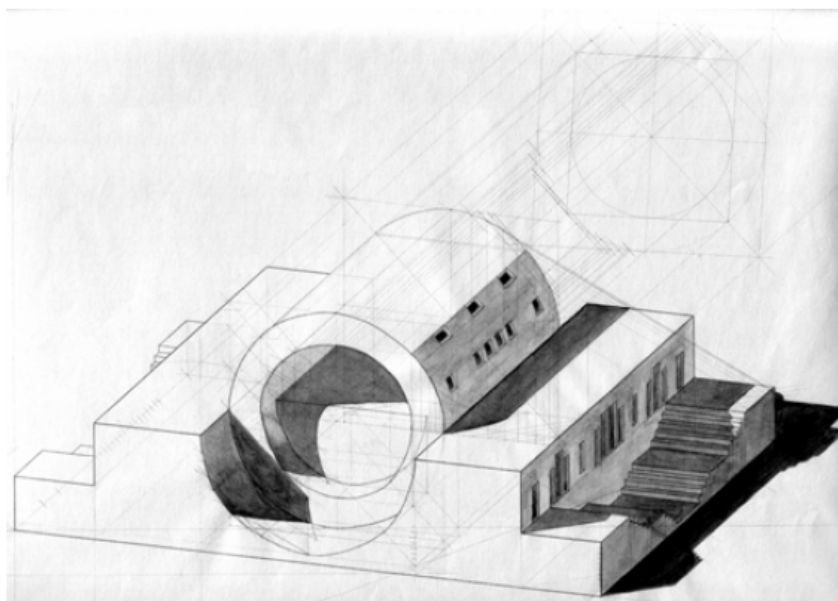


Fig. 21 – Exemplos de trabalhos de alunos.



>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA: trabalhos de alunos

Exemplos de trabalhos de alunos.

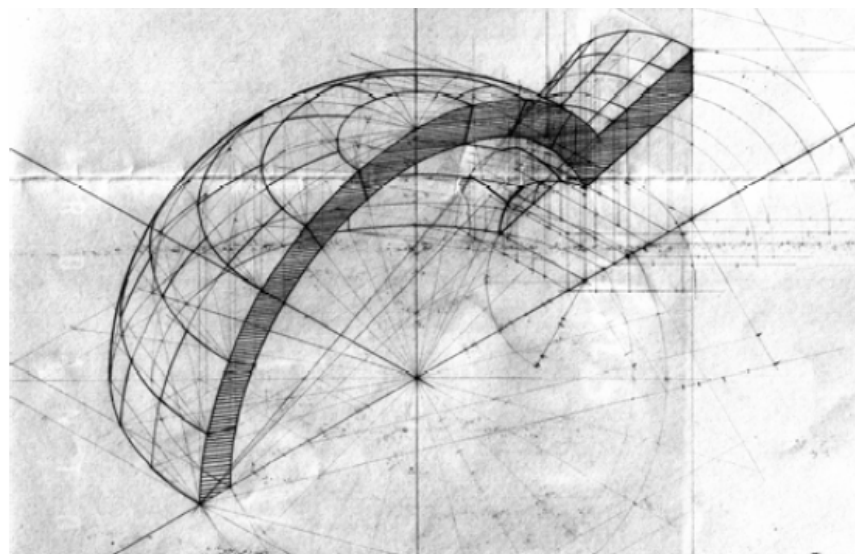
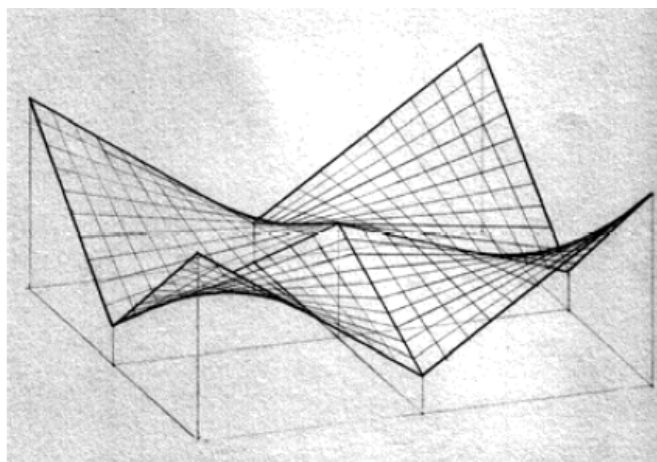


Fig. 22 – Exemplos de trabalhos de alunos.



>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA: prática profissional

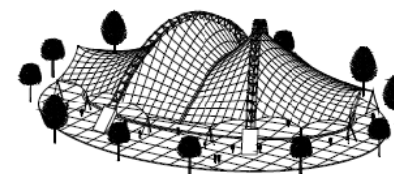
Exemplos da prática profissional: esboços, visualizações informáticas, desenhos construtivos.



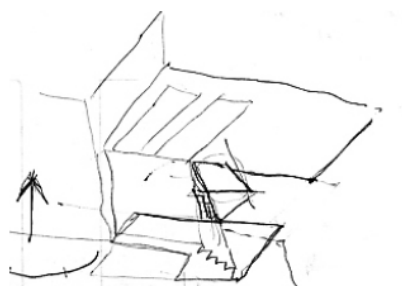
esboço



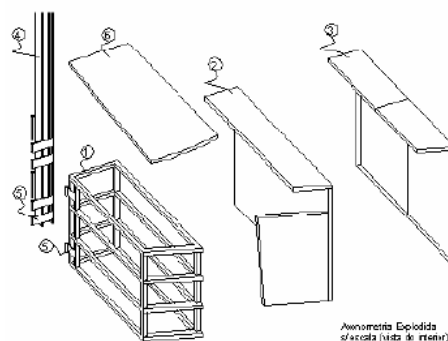
visualização informática



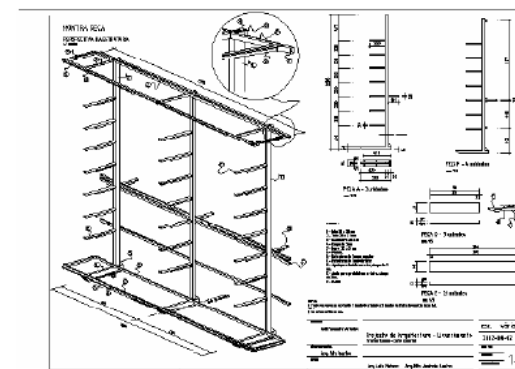
visualização informática



esboço



excerto de desenho para construção



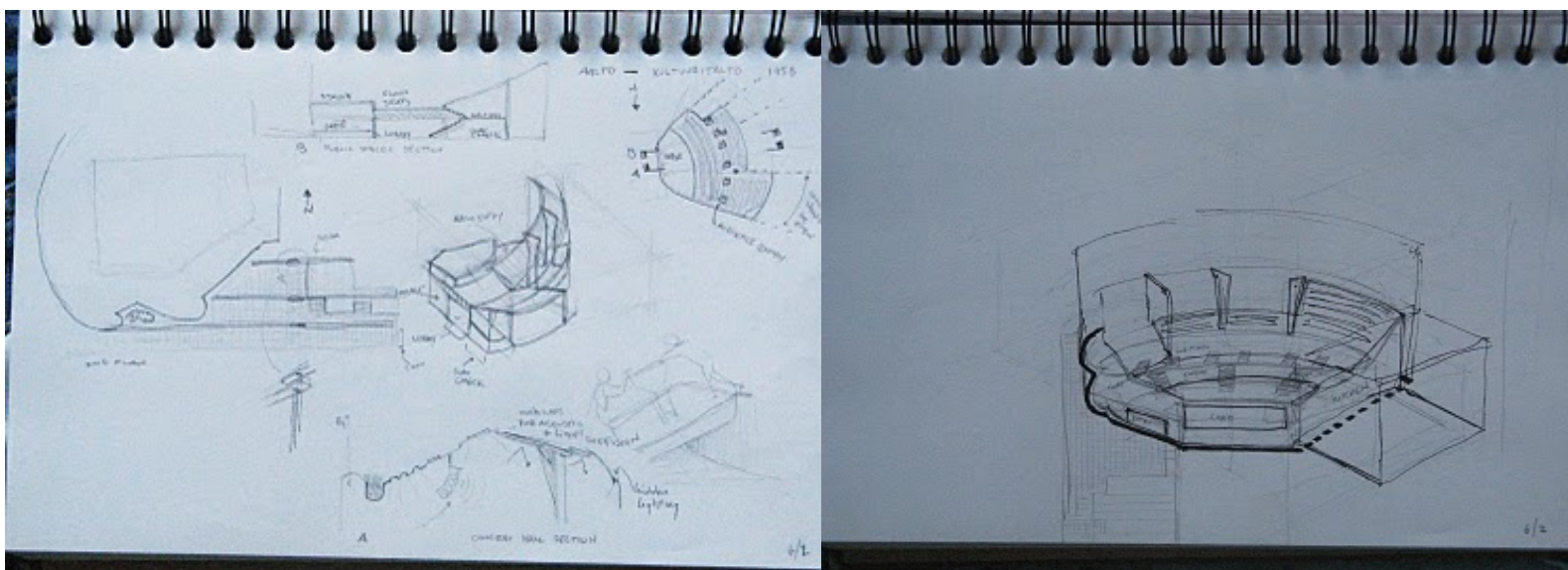
desenho para construção

Fig. 23



>> Exemplos de desenhos axonométricos à mão levantada: exemplos da Web

Nestes exemplos as formas curvas são inscritas em paralelepípedos. De seguida os paralelepípedos são decompostos de modo a que neles se inscrevam os objectos que se pretendem representar. Este método de estruturação do desenho é muito eficiente para representar formas curvas e pode aplicar-se quer se desenhe ou não à mão levantada.

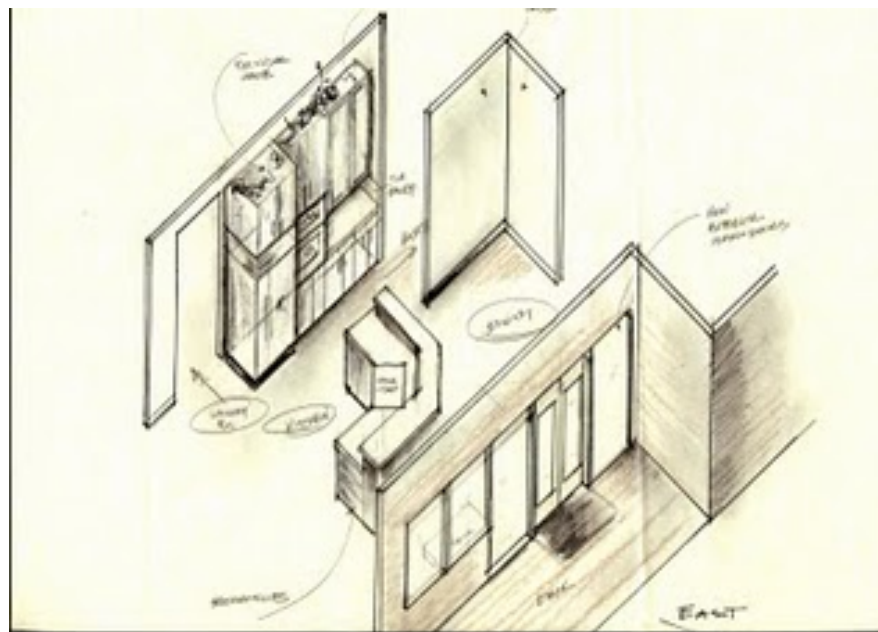
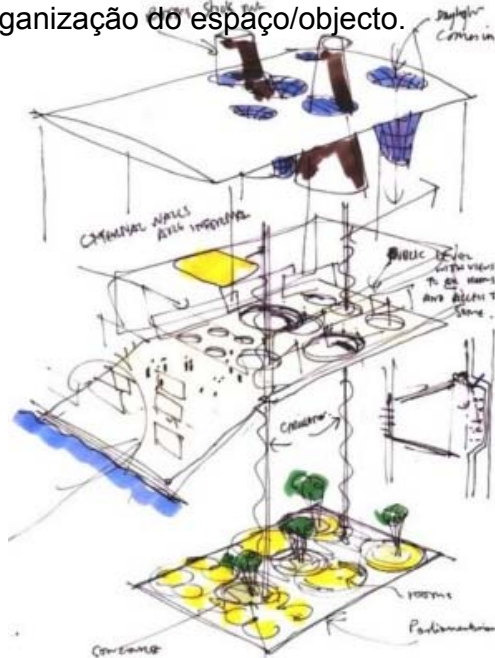


Imagens disponíveis em:
<http://scandicat.blogspot.com/2010/06/day-10-helsinki-alvar-aalto-and.html>



>> Exemplos de desenhos axonométricos à mão levantada: exemplos da Web

No desenho da esquerda é feita uma “explosão” do objecto de modo a facilitar a visualização das relações entre os vários elementos constituintes do objecto. No desenho da direita há também uma orientação de planos que mantém as relações angulares. Neste caso trata-se da orientação horizontal que estrutura a organização do espaço/objecto.



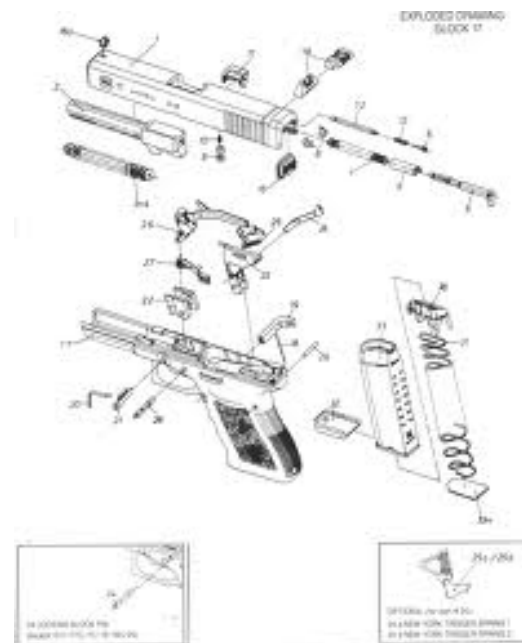
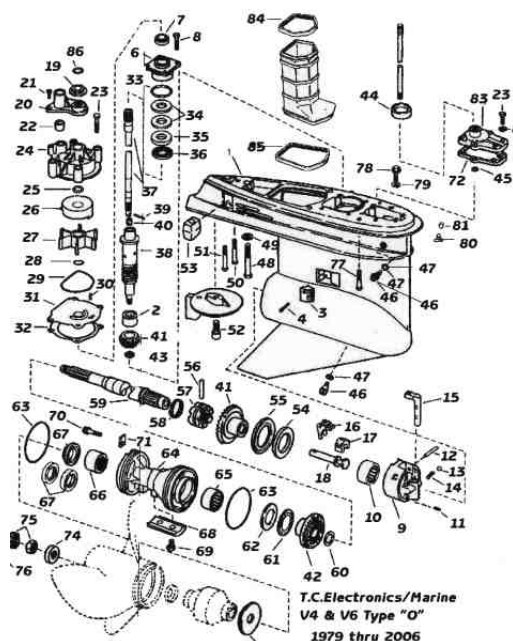
Imagens disponíveis em:

<http://en.wikipedia.org/wiki/Senedd> e <http://simplydesignpdx.blogspot.com/2009/10/happy-valley-kitchen-study.html>



>> Exemplos de desenhos axonométricos explodidos: exemplos da Web

Os desenhos axonométricos explodidos são uma forma eficiente de ilustrar o modo como se relacionam as várias partes constituintes de um objecto, ou como se relacionam objectos distintos. São muito utilizados para ilustrar instruções de montagem de objectos, pormenores construtivos, diagramas de circulação, etc.

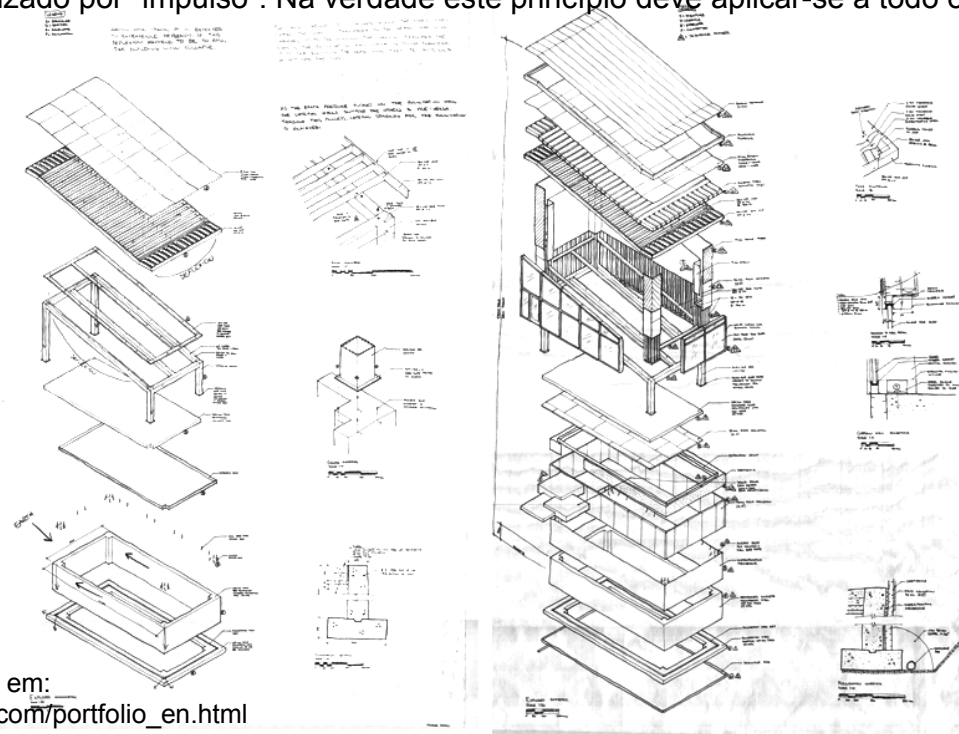


Imagens disponíveis em:
<http://qwickstep.com/search/exploded-drawing.html>



>> Exemplos de desenhos axonométricos cotados e anotados: exemplos da Web

A anotação de medidas em desenhos axonométricos numa direcção de eixo deve ser feita paralelamente a esse eixo com as linhas de chamada paralelas a um dos outros dois eixos. O desenho dos algarismos deve respeitar a lógica da axonometria como se o algarismo se situasse num plano em axonometria. O desenho dos algarismos deve ser cuidado e uniforme ao longo do desenho. O registo das medidas deve ser pensado e preparado e realizado por “impulso”. Na verdade este princípio deve aplicar-se a todo o processo de desenho.



Imagens disponíveis em:
http://nicholascaron.com/portfolio_en.html



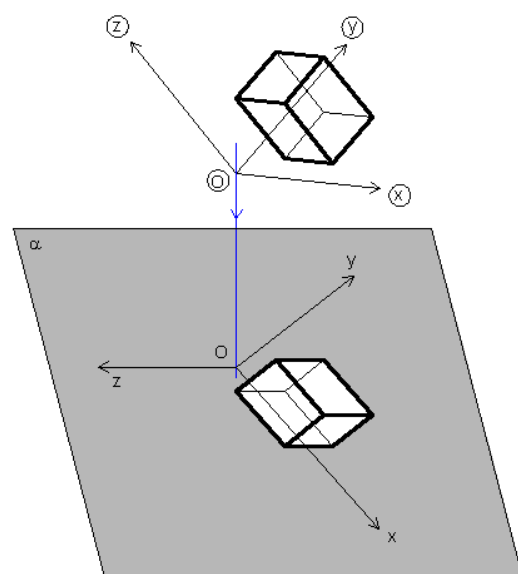
Tópico 02

Os vários tipos de desenhos através de representações em axonometria: do esboço ao desenho técnico.
Bases operativas gerais do sistema axonométrico: axonometria ortogonal e axonometria oblíqua.
Subsistemas axonométricos oblíquos: caso geral (teorema de Pohlke), a axonometria cavaleira e a axonometria militar; a definição de escalas nos eixos axonométricos; a noção de coeficiente de redução.
O método do paralelepípedo envolvente e o método da afinidade.



>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA: noções gerais

Na representação axonométrica, as figuras geométricas são associadas a um REFERENCIAL TRI-ORTOGONAL e projectadas solidariamente com este num plano, o PLANO AXONOMÉTRICO, através de uma projecção ortogonal (AXONOMETRIA ORTOGONAL) ou oblíqua (AXONOMETRIA CLINOOGONAL).



(X) (Y) (Z)
(X) (Y) e (Z)
(O)
(X) (Y), (Y) (Z) e (Z) (X)
 α
x, y e z
O

- REFERENCIAL TRI-ORTOGONAL
- EIXOS COORDENADOS
- ORIGEM DO REFERENCIAL TRI-ORTOGONAL
- PLANOS COORDENADOS
- PLANO AXONOMÉTRICO (o plano do desenho; a folha de papel)
- EIXOS AXONOMÉTRICOS
- PROJEÇÃO DA ORIGEM (por comodidade de linguagem por vezes designa-se simplesmente origem)

Nota: Alguns autores designam os planos coordenados por planos axonométricos, os eixos coordenados por eixos axonométricos, designando o plano de projecção simplesmente como plano de projecção. A nossa notação está de acordo com a notação adoptada nos programas do ensino secundário e vai ao encontro da notação utilizada pela maioria dos autores.



>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA: escalas e coeficientes de redução

Numa representação axonométrica podem estar relacionados, separadamente ou em conjunto, três conceitos distintos: i) ESCALA DO DESENHO AXONOMÉTRICO, ii) ESCALA AXONOMÉTRICA (escala do desenho da direcção de um eixo axonométrico), e iii) COEFICIENTE DE REDUÇÃO.

A noção geral do conceito de ESCALA define-a como sendo a razão entre uma medida numa representação e a sua homóloga real. As escalas podem ser expressas graficamente ou numericamente através de um quociente. Um exemplo de escala numérica é 1/100, escala bastante usada em arquitectura.

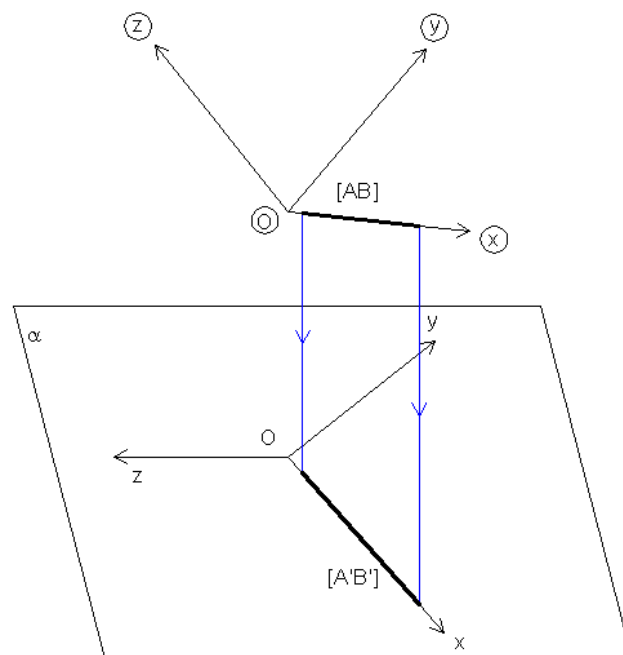
Assim, quando se toma a axonometria no seu conjunto como um desenho, faz sentido falar de ESCALA DO DESENHO AXONOMÉTRICO no sentido geral que se dá ao termo escala. Esta diz respeito a um factor de redução global a aplicar ao espaço de um objecto a ser representado.

O conceito de COEFICIENTE DE REDUÇÃO é específico da representação axonométrica e é função i) da direcção do eixo coordenado em relação ao plano axonométrico, e ii) da direcção de projecção. E é independente da escala do desenho.

Não esqueçamos que os eixos axonométricos são projecções de eixos coordenados e que, por isso, as medidas paralelas a um eixo coordenado aparecem projectadas paralelas ao eixo axonométrico correspondente. À razão entre uma medida paralela a um eixo axonométrico, digamos $[A'B']$, e a sua homóloga paralela ao eixo coordenado correspondente, digamos $[AB]$, dá-se a designação de COEFICIENTE DE REDUÇÃO. No caso da figura seguinte trata-se do coeficiente de redução no eixo axonométrico x e nota-se por C_x . De modo idêntico nota-se C_y e C_z .



>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA: escalas e coeficientes de redução



A noção de ESCALA AXONOMÉTRICA de um eixo axonométrico corresponde à composição da escala do desenho com o coeficiente de redução para esse eixo axonométrico. Assim, numa representação axonométrica há 3 escalas axonométricas que podem sempre ser separadas (embora às vezes de forma difícil) em escala do desenho e coeficientes de redução.



>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA: escalas e coeficientes de redução

É importante perceber o que une e distingue os conceitos de escala axonométrica e de coeficiente de redução. Vamos procurar fazê-lo através de um exemplo.

Num desenho axonométrico à escala 1/100, por exemplo, as medidas reais são afectadas sequencialmente, e separadamente, pela escala do desenho e de seguida pelo coeficiente de redução, ou vice-versa. Suponhamos que pretendemos representar uma medida de 8m paralela ao eixo coordenado z, sabendo que o coeficiente de redução a aplicar às medidas no eixo coordenado z é de 0.9, por exemplo. Neste caso a medida 8m afectada pela escala do desenho, 1/100, resulta em 8cm. De seguida esta medida afectada do coeficiente de redução 0.9 resulta em 7.2cm. Esta é a medida a representar ao longo do eixo axonométrico Z.

Por outro lado a escala axonométrica de um eixo é uma expressão que sintetiza, não distinguindo, o coeficiente de redução e a escala do desenho. Assim, ao definir escalas para os eixos axonométricos, em geral escalas gráficas, não são explícitos os valores dos coeficientes de redução nem a escala da axonometria. Porém, as relações de proporção entre as escalas axonométricas e as relações de proporção entre os coeficientes de redução são as mesmas.

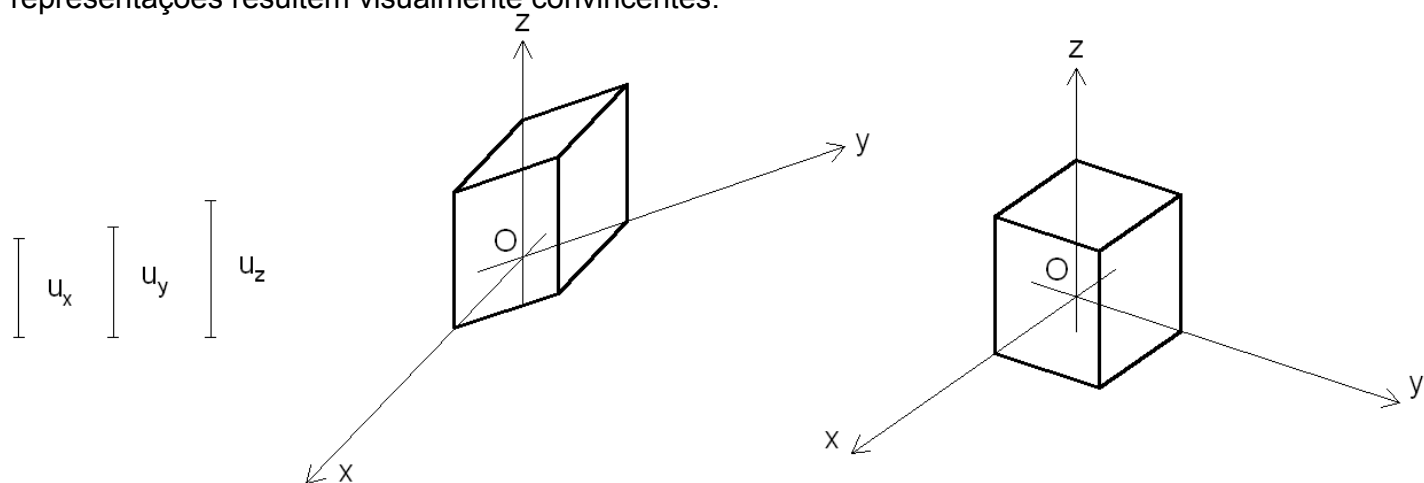


>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA: axonometria oblíqua (clinogonal)

No CASO GERAL da axonometria oblíqua podemos escolher arbitrariamente as direcções dos eixos axonométricos e as escalas axonométricas em cada eixo. Esta possibilidade é uma consequência directa do teorema de Pohlke. Este é o caso em que distinguir escala do desenho e coeficientes de redução é tarefa árdua!

Nos exemplos abaixo foram arbitradas diferentes direcções de eixos axonométricos e foram definidas escalas para os eixos axonométricos x , y e z dada pelos segmentos u_x , u_y e u_z , respectivamente, representativos de um comprimento unitário. Em cada uma das axonometrias está representado um cubo com uma unidade de lado.

Do ponto de vista estritamente geométrico ambas as representações estão correctas. No entanto a representação da direita é mais verosímil como representação de um cubo. Por isso, ao considerar o caso geral da axonometria oblíqua, pode ser conveniente dispor os eixos e definir as escalas de modo a que as representações resultem visualmente convincentes.

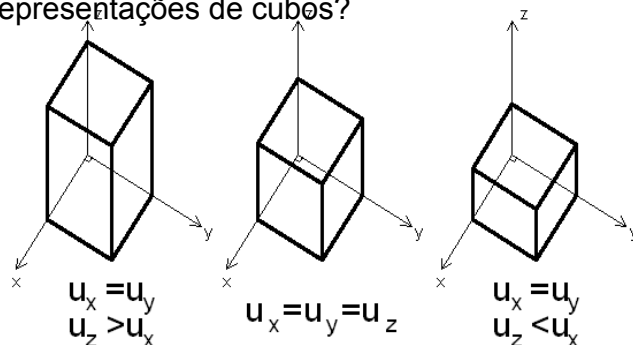




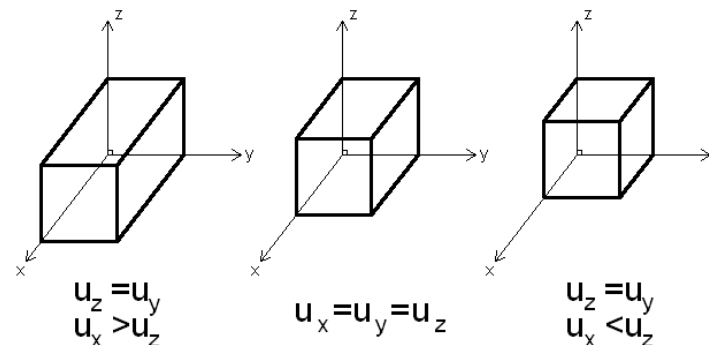
>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA: axonometria oblíqua (clinogonal)

Para além do caso geral da axonometria oblíqua consideram-se, em geral, dois casos particulares: i) o caso em que o plano coordenado x.y é paralelo ao plano axonométrico (AXONOMETRIA MILITAR) e o caso em que o plano coordenado x.y (ou y.z) é paralelo ao plano axonométrico (AXONOMETRIA CAVALEIRA). A consequência desta disposição espacial é de que os eixos axonométricos x e y, no caso da axonometria militar, e os eixos x e z (ou y e z), no caso da axonometria cavaleira, são perpendiculares entre si, e as ESCALAS AXONOMÉTRICAS nestes eixos são iguais entre si. Os coeficientes de redução nestes eixos são iguais à unidade.

No caso da axonometria militar a direcção e escala do eixo axonométrico z podem ser livremente arbitradas, porém a representação só resulta visualmente convincente se a escala no eixo axonométrico z for igual ou inferior à escala dos outros dois eixos, isto é, se o coeficiente de redução for igual ou inferior a 1. Raciocínio análogo pode ser aplicado ao caso da axonometria cavaleira. Nos exemplos abaixo estão representados cubos em axonometria militar (à esquerda) e cavaleira (à direita). Quais são mais convincentes como representações de cubos?



Axonometria Militar

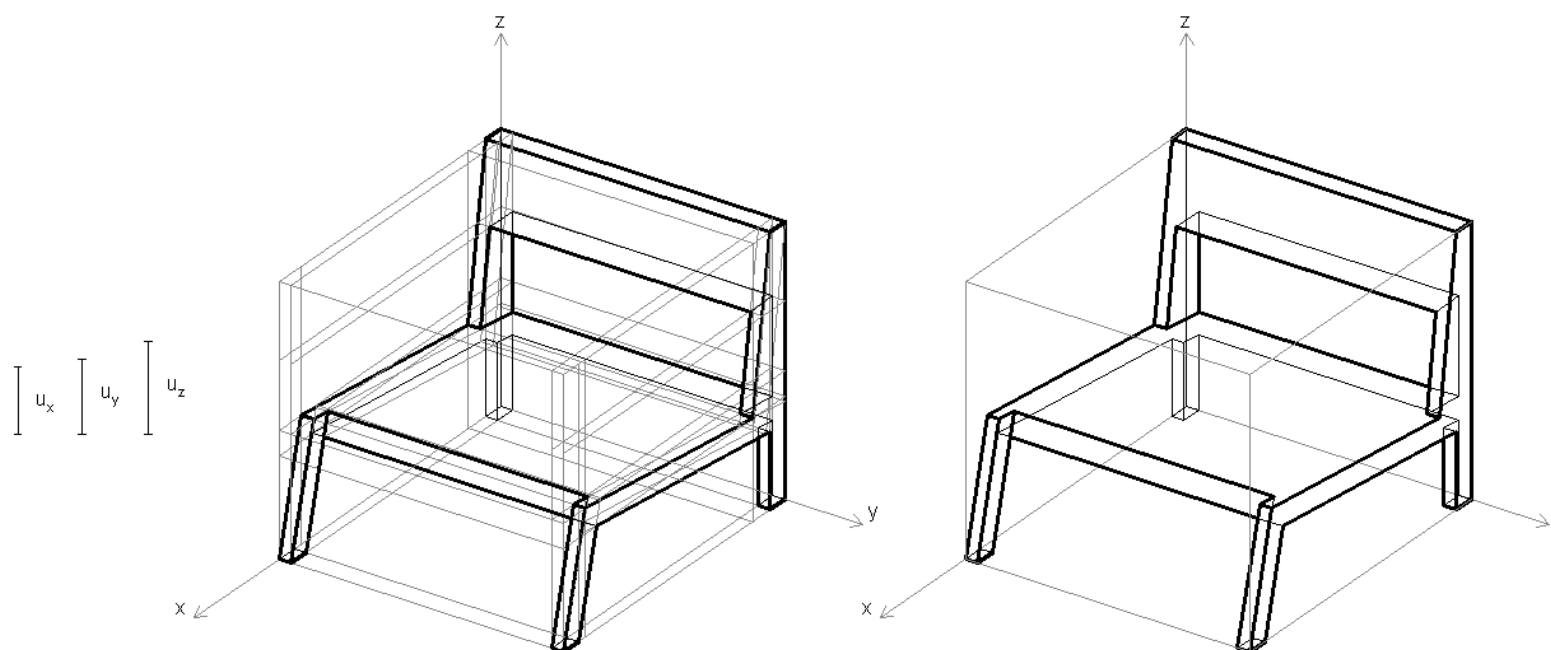


Axonometria Cavaleira



>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA: o método do paralelepípedo envolvente

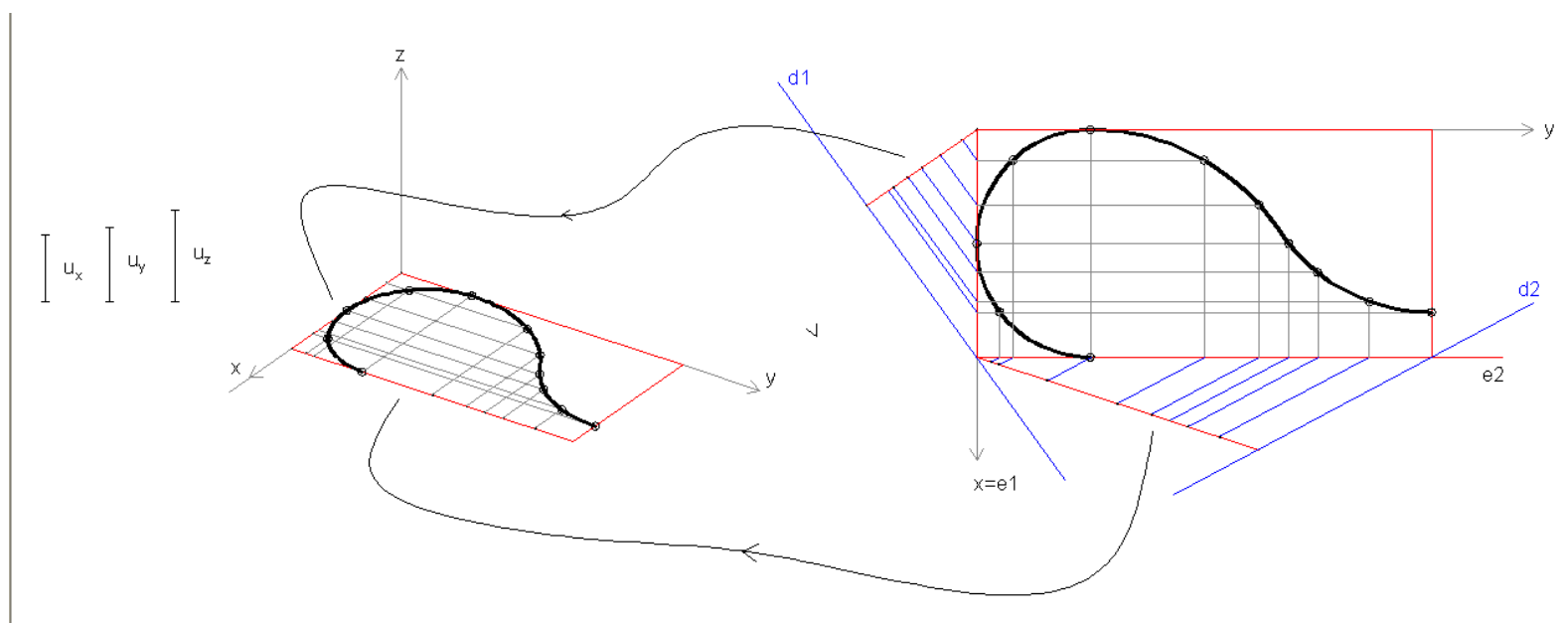
Para representar um objecto mais ou menos complexo em axonometria, pode considerar-se o paralelepípedo que o circunscreve e em função da decomposição deste chegar àquele. Este método designa-se por MÉTODO DO PARALELEPÍPEDO ENVOLVENTE. Na figura seguinte dá-se um exemplo.





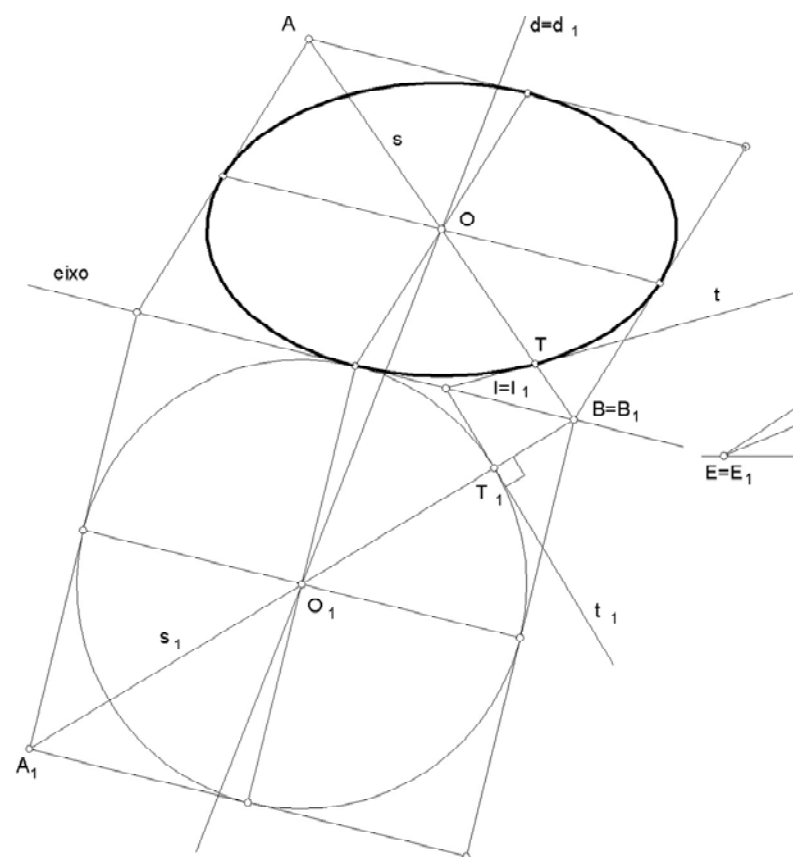
>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA: o método da afinidade

Associado ou não ao método anterior, pode utilizar-se o MÉTODO DA AFINIDADE. Este método consiste: i) na definição de um eixo para a transformação afim, e ii) na definição de uma direcção de afinidade que relacione o desenho a obter com um desenho homólogo conhecido. A figura seguinte ilustra a aplicação do método na representação de uma curva livre. Note-se que por comodidade de desenho pode proceder-se à transformação como um traçado auxiliar desviado da axonometria, como ilustra a figura. Note-se ainda que foram utilizadas duas afinidades, uma de direcção $d1$ e eixo $e1$, e outra de direcção $d2$ e eixo $e2$.

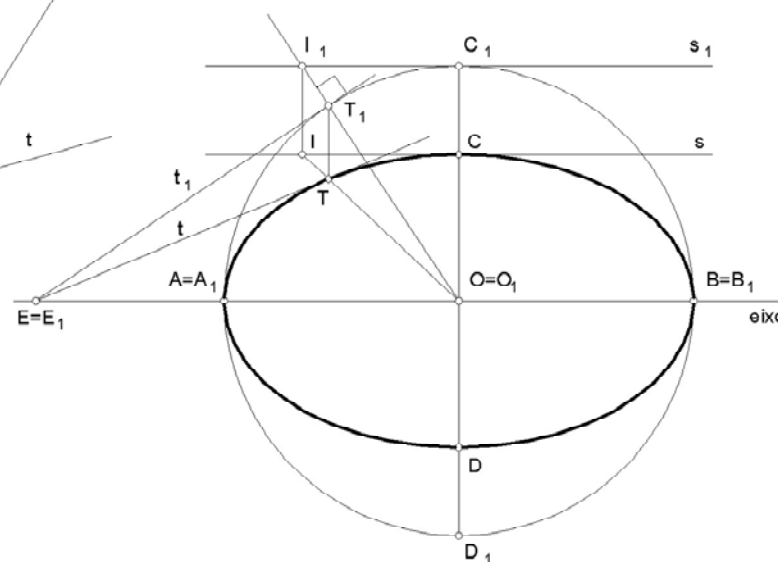




>> AFINIDADE ELIPSE / CIRCUNFERÊNCIA



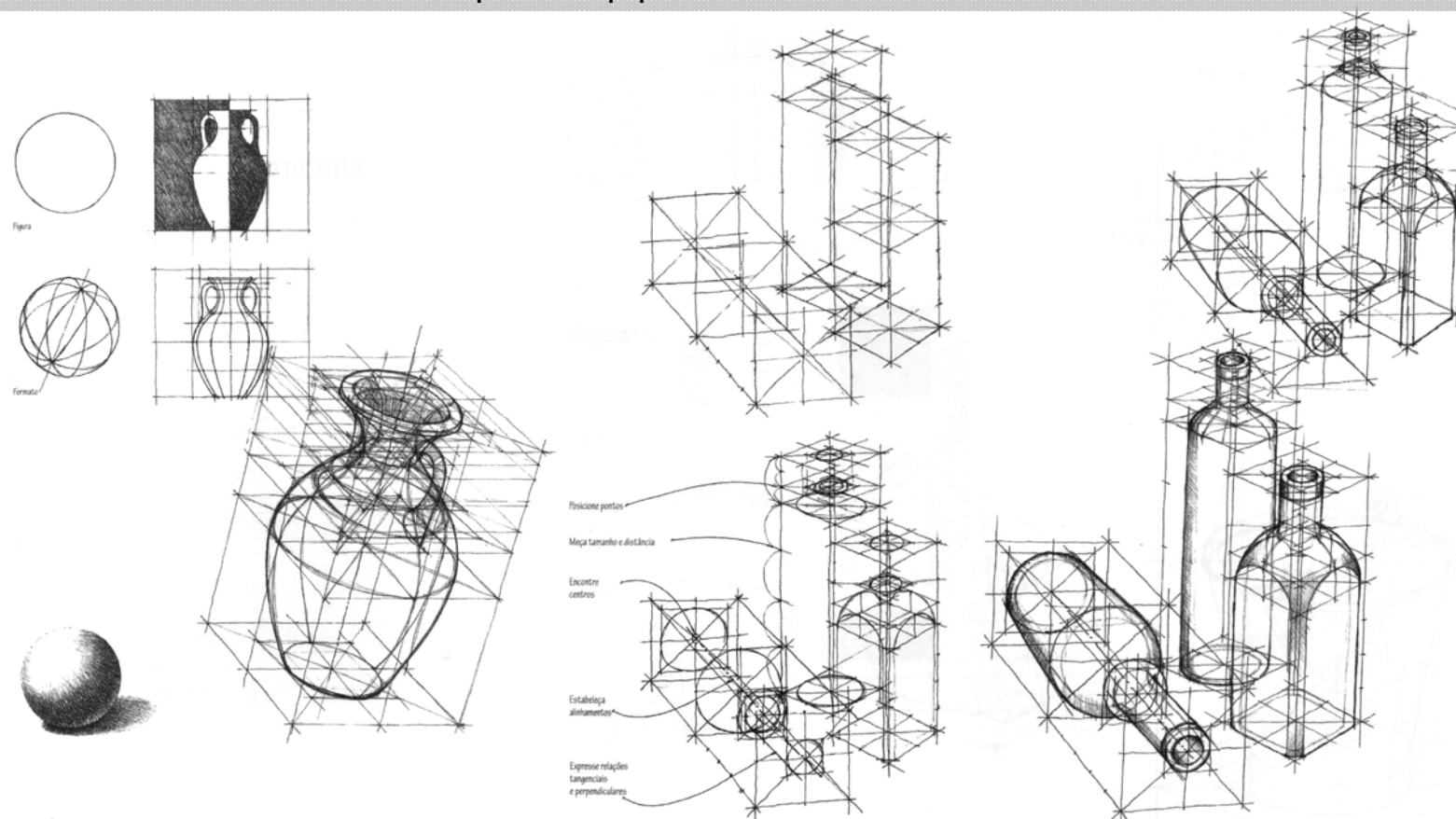
AFINIDADE ELIPSE/CIRCUNFERÊNCIA



AFINIDADE ELIPSE/CIRCUNFERÊNCIA



>> EXEMPLOS: método do paralelepípedo envolvente / afinidade

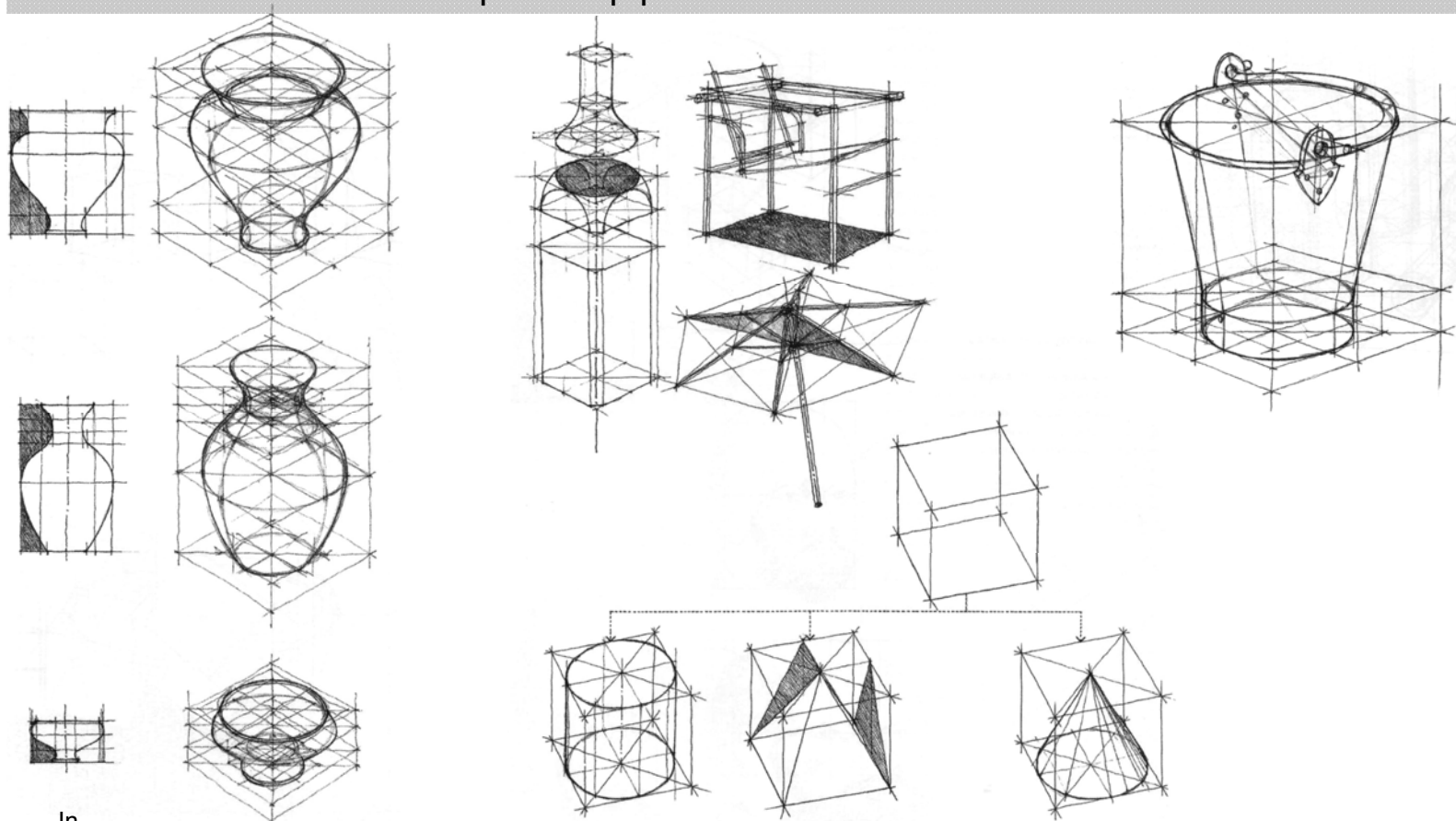


In

CHING F, JUROSZEK S: Representação gráfica para desenho e projeto. 2001. Ed. Gustavo Gili. ISBN 84-252-1848-9



>> EXEMPLOS: método do paralelepípedo envolvente / afinidade

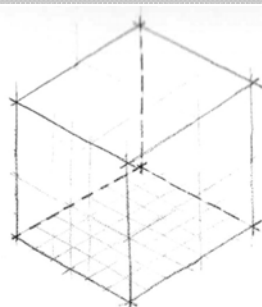


In

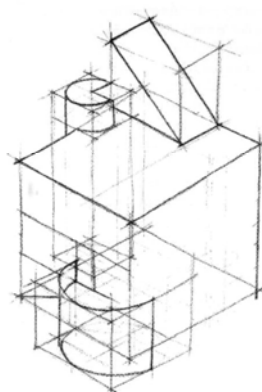
CHING F, JUROSZEK S: Representação gráfica para desenho e projeto. 2001. Ed. Gustavo Gili. ISBN 84-252-1848-9



>> EXEMPLOS: método do paralelepípedo envolvente

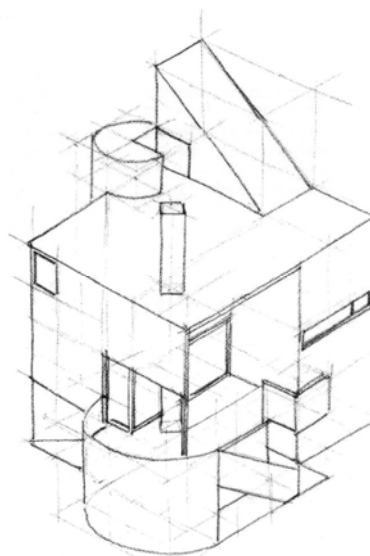


Um simples prisma em axonometria converte-se no "contentor" básico de um edifício, neste caso a residência Gwathmey.



Subdivide-se gradualmente o prisma, de acordo com os elementos volumétricos que compõem a sua estrutura arquitectónica.

Por fim, incluem-se janelas, escada e aqueles elementos que acabam por definir a proposta analisada.

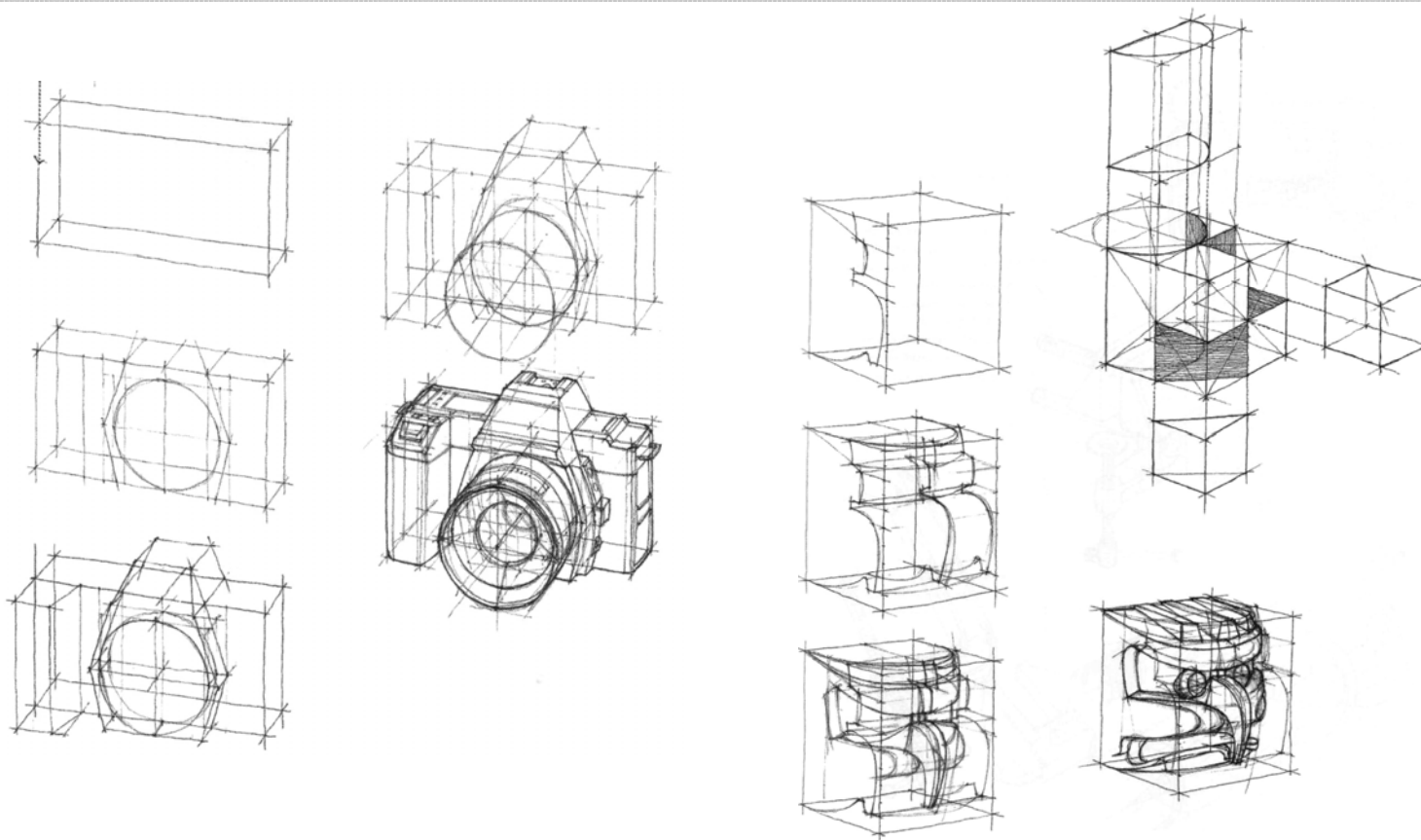


In

CANAL M (direcção editorial): Desenho livre para arquitectos. 2004. Editorial Estampa. ISBN 978-972-33-2040-4



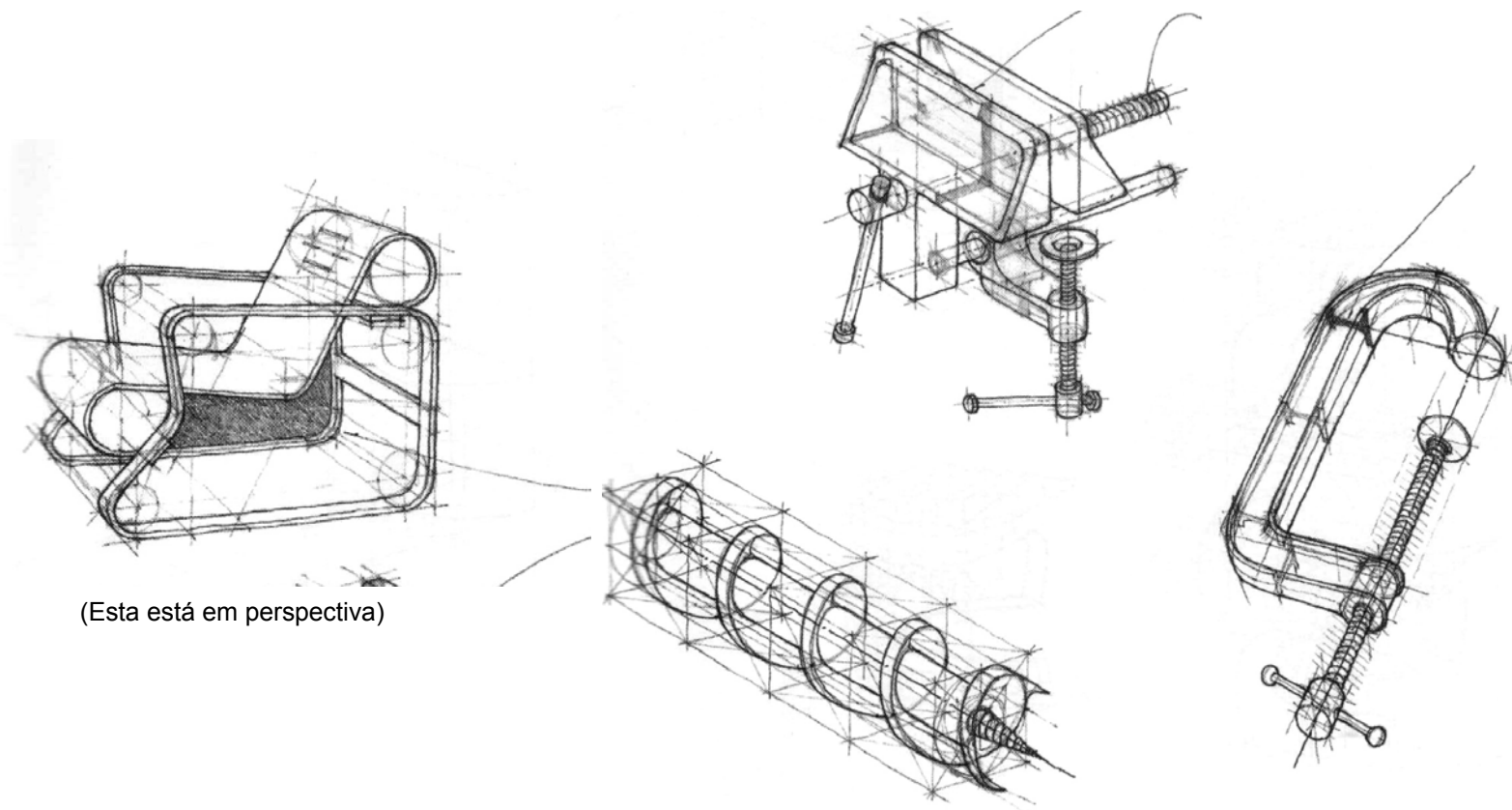
>> EXEMPLOS: adição / subtracção



In
CHING F, JUROSZEK S: Representação gráfica para desenho e projeto. 2001. Ed. Gustavo Gili. ISBN 84-252-1848-9



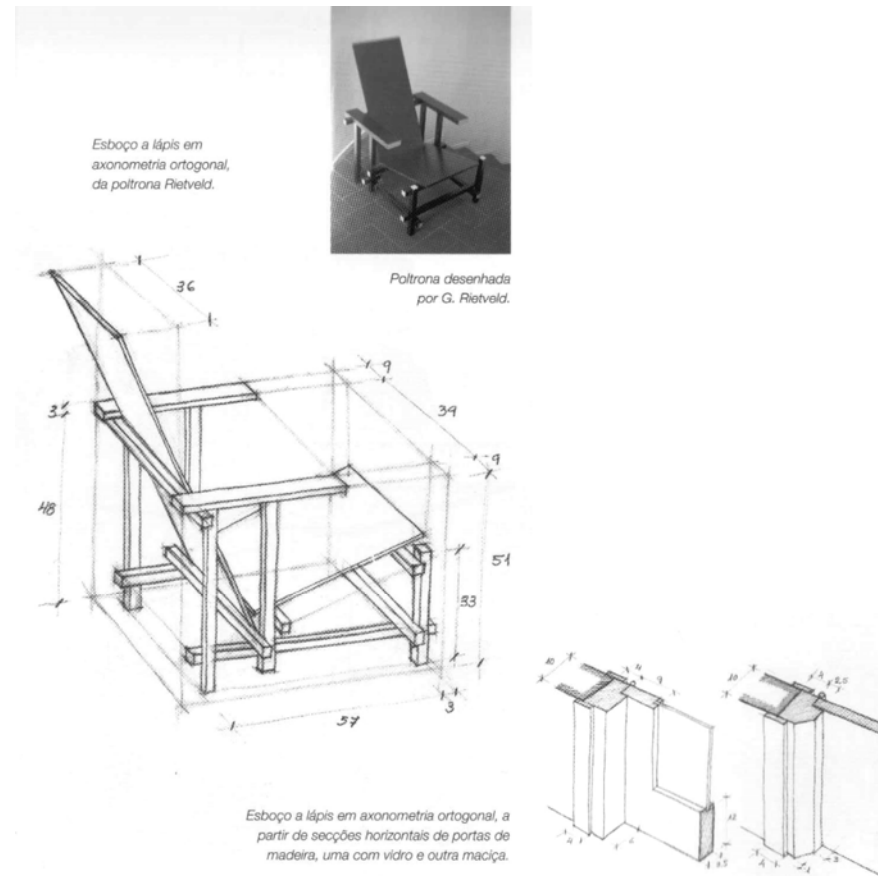
>> EXEMPLOS: formas complexas



(Esta está em perspectiva)

In
CHING F, JUROSZEK S: Representação gráfica para desenho e projeto. 2001. Ed. Gustavo Gili. ISBN 84-252-1848-9

>> EXEMPLOS: esquiço axonométrico cotado

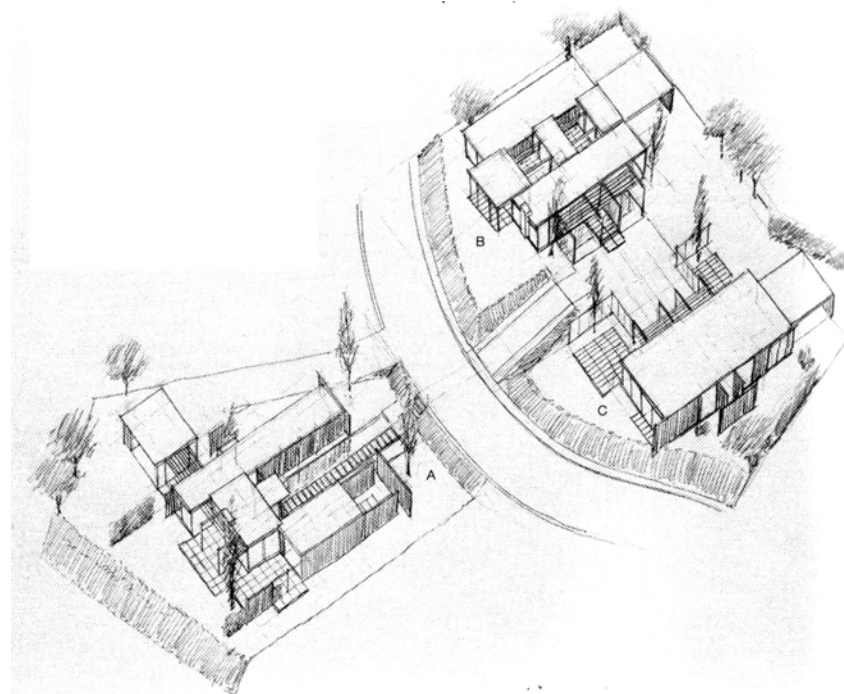
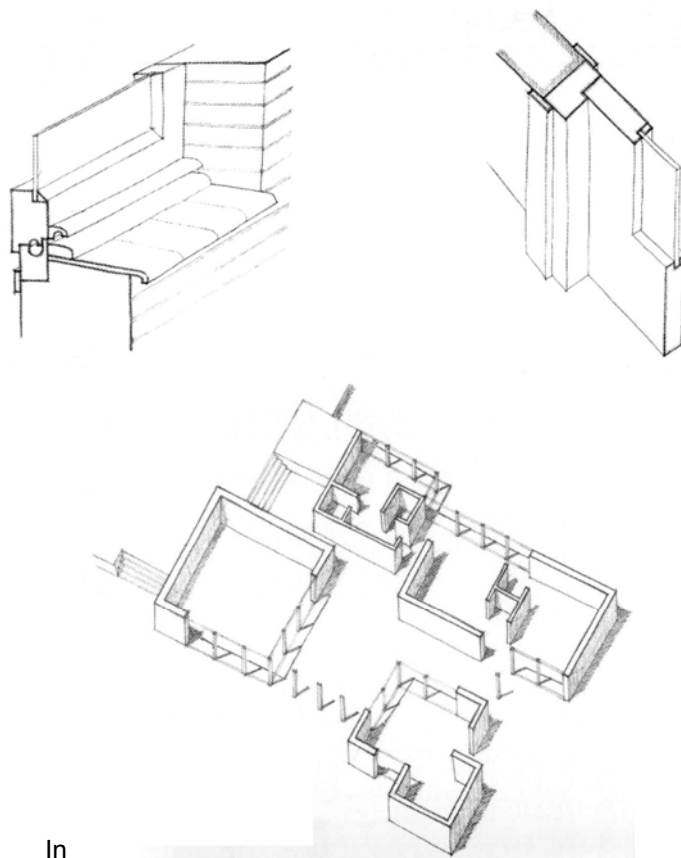


In

CANAL M (direcção editorial): Desenho livre para arquitectos. 2004. Editorial Estampa. ISBN 978-972-33-2040-4



>> EXEMPLOS: esboço axonométrico em axonometria cavaleira e militar

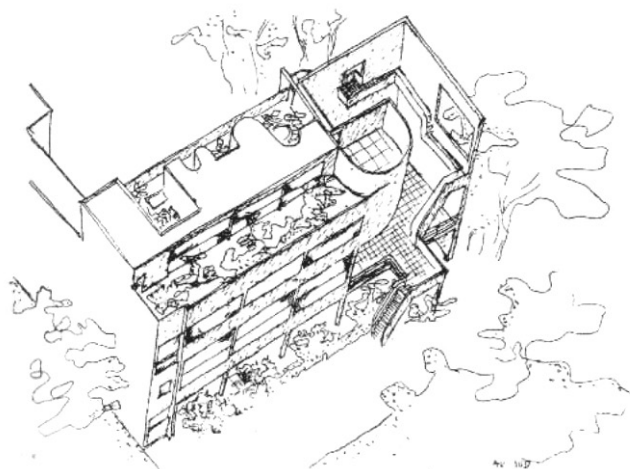


In
CANAL M (direcção editorial): Desenho livre para arquitectos. 2004. Editorial Estampa. ISBN 978-972-33-2040-4

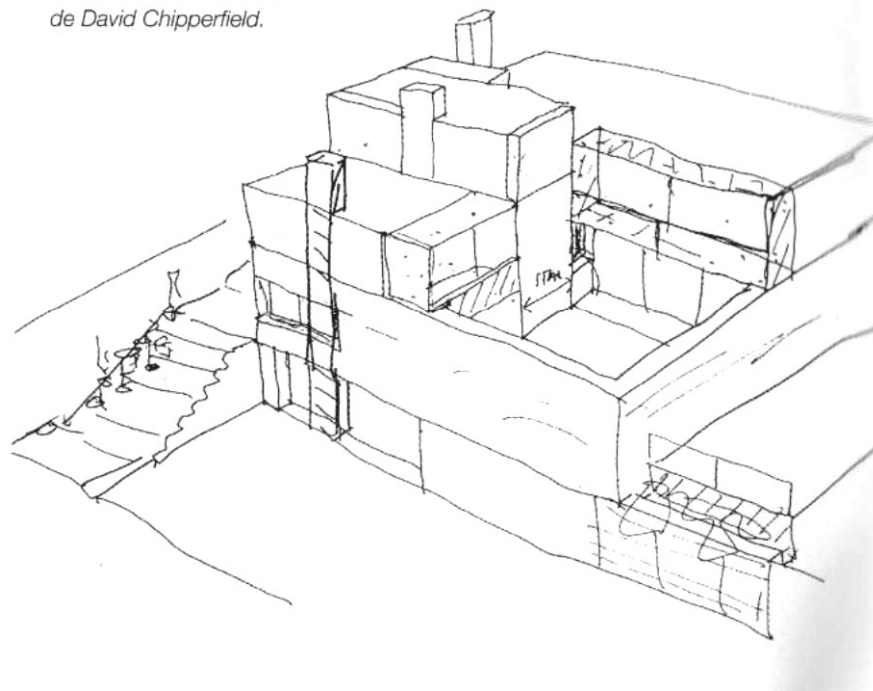


>> EXEMPLOS: mais outro exemplo!...

Axonometria militar da casa Steir, em Garches (França), da autoria de Le Corbusier.



Axonometria isométrica de uma casa unifamiliar na Alemanha, de David Chipperfield.



In
CANAL M (direcção editorial): Desenho livre para arquitectos. 2004. Editorial Estampa. ISBN 978-972-33-2040-4



Tópico 03

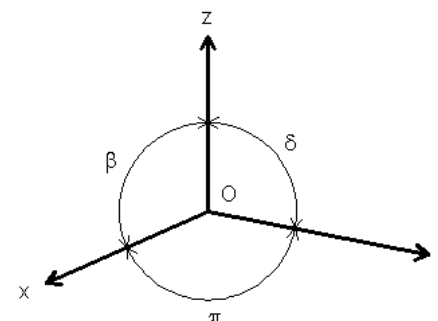
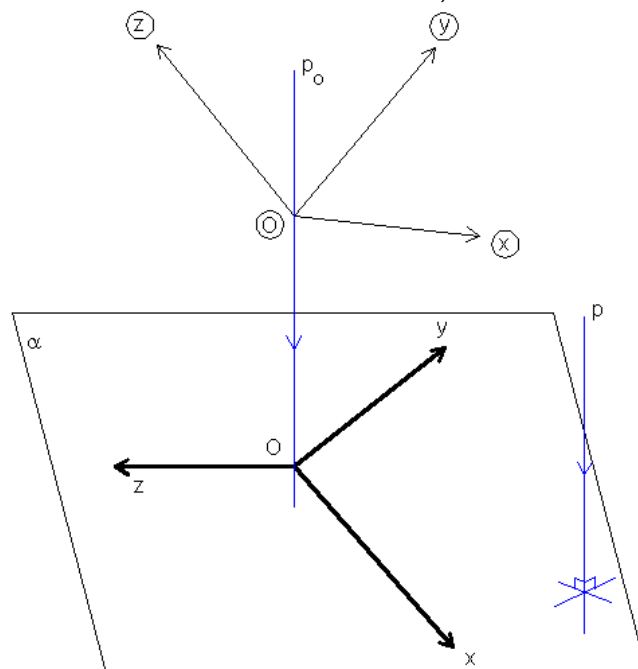
O Sistema axonométrico:

- O caso geral da axonometria ortogonal: o triângulo fundamental e o rebatimento dos planos coordenados.
- Subsistemas axonométricos ortogonais: trimetria ou anisometria, dimetria, isometria ou monometria.



>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA ORTOGONAL: noções gerais e subsistemas

No caso geral da representação axonométrica ortogonal, os eixos coordenados são oblíquos ao plano axonométrico com inclinações distintas. Daqui resulta que a cada eixo axonométrico corresponde um coeficiente de redução diferente, sendo todos inferiores a 1 (o que acontece sempre nas axonometrias ortogonais), e todos os ÂNGULOS AXONOMÉTRICOS são diferentes, sendo todos superiores a 90° (o que acontece sempre nas axonometrias ortogonais). Quando assim é, o subsistema axonométrico designa-se por TRIMETRIA ou ANISOMETRIA, como se ilustra na figura.



$$\beta \neq \delta \neq \pi$$
$$C_x \neq C_y \neq C_z$$

Trimetria



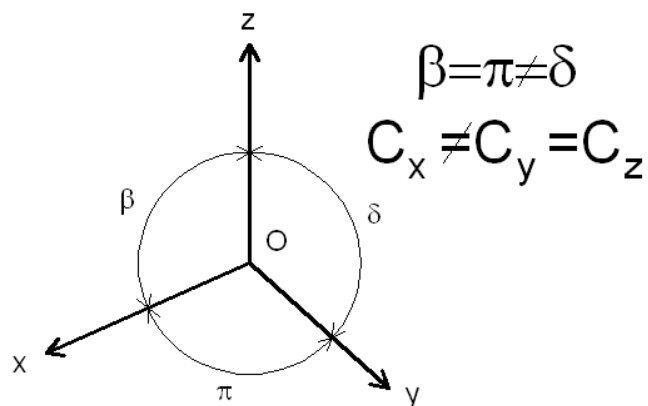
>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA ORTOGONAL: noções gerais e subsistemas

Dois outros casos podem ser considerados.

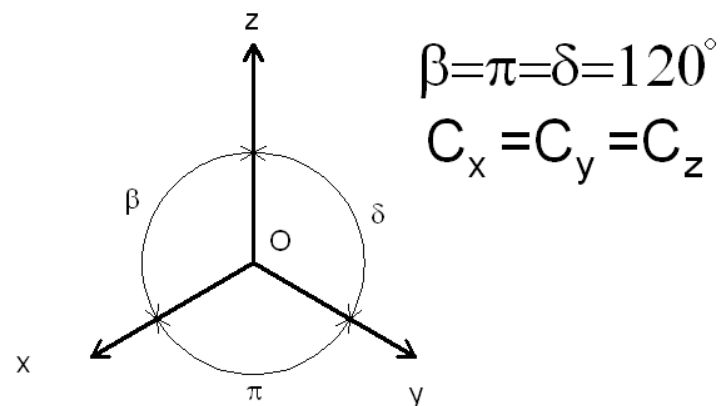
O caso da DIMETRIA, em que dois eixos coordenados apresentam igual inclinação em relação ao plano axonométrico, com a consequência de haver dois coeficientes de redução e dois ângulos axonométricos iguais.

O caso da ISOMETRIA ou MONOMETRIA, em que os três eixos coordenados apresentam igual inclinação em relação ao plano axonométrico com a natural consequência da igualdade dos três coeficientes de redução e dos três ângulos axonométricos.

Na figura seguinte ilustram-se estes dois casos.



Dimetria

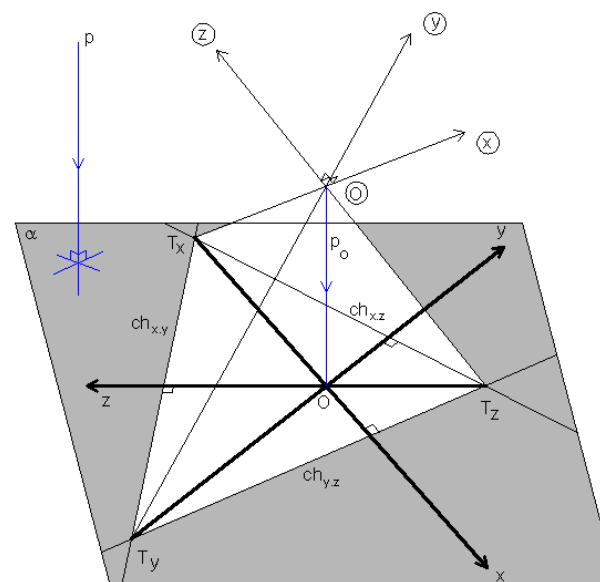
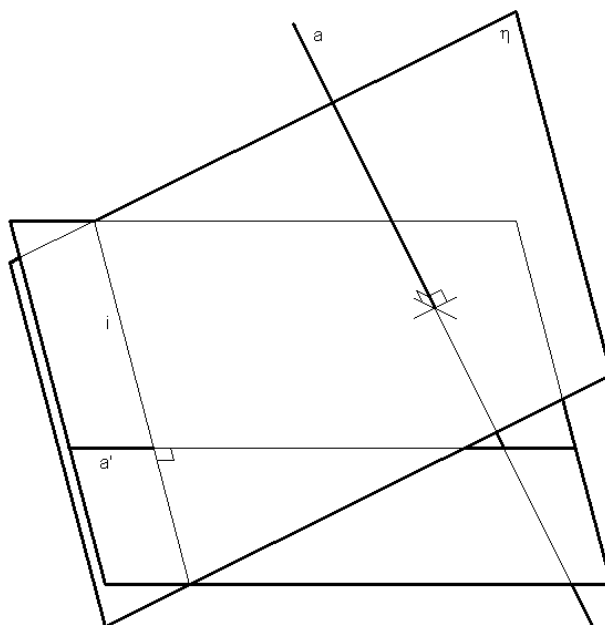


Isometria



>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA ORTOGONAL: triângulo fundamental

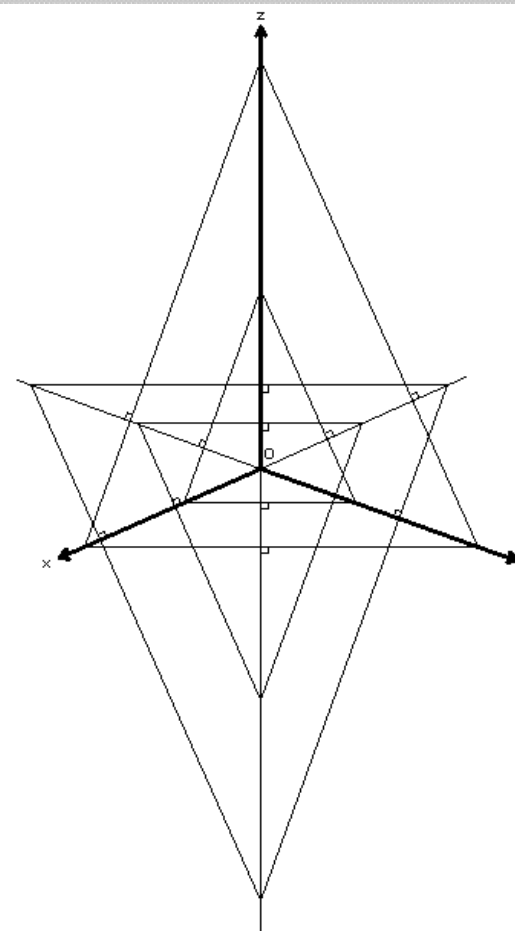
Cada um dos eixos coordenados, intersecta o plano axonométrico num ponto. O conjunto dos três pontos (na figura são os pontos T_x , T_y e T_z) define um triângulo. Esse triângulo designa-se TRIÂNGULO FUNDAMENTAL ou TRIÂNGULO PRINCIPAL da axonometria. Cada lado do triângulo está contido na recta de intersecção de um plano coordenado com o plano axonométrico e é perpendicular à projecção do outro eixo coordenado. Este facto relaciona-se com o teorema da geometria no espaço segundo o qual “quando uma recta a é perpendicular a um plano η , a sua projecção ortogonal num plano ω , digamos a' , é perpendicular à recta i comum aos planos η e ω ”. Na figura à esquerda ilustramos o teorema, e à direita a sua consequência na relação dos lados do triângulo fundamental com os eixos axonométricos.





>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA ORTOGONAL: triângulo fundamental

Desta relação resulta que a projecção da origem do referencial no plano axonométrico é sempre o ORTOCENTRO do triângulo fundamental. Qualquer plano paralelo ao plano axonométrico intersecta os eixos coordenados em pontos que definem um triângulo semelhante ao triângulo fundamental, como se ilustra na figura. Assumindo a direcção e sentido do eixo coordenado z conforme a figura, se o plano se encontrar “abaixo” da origem, o triângulo encontra-se “virado para baixo no desenho” e se o plano se encontrar “acima” da origem, o triângulo encontra-se “virado para cima no desenho”. Se o plano passar pela origem, o triângulo é nulo. Qualquer um destes triângulos tem as mesmas propriedades que o triângulo fundamental e pode ser usado como tal, podendo nós assumir a designação de FAMÍLIA DE TRIÂNGULOS FUNDAMENTAIS (nossa designação). Com efeito, na representação axonométrica o plano axonométrico permanece indeterminado, sendo apenas conhecida a sua orientação. Essa orientação reduz-se à “orientação da folha de desenho”. Isto significa que para resolver os problemas da representação axonométrica ortogonal pode utilizar-se indistintamente qualquer um destes triângulos e tomá-lo por triângulo fundamental. Ao fazê-lo fixamos uma posição para o plano axonométrico.





>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA ORTOGONAL: axonometrias gráficas

Nas axonometria ortogonais as escalas axonométricas e os coeficientes de redução não podem ser livremente arbitrados. Com efeito, como veremos, os coeficientes de redução ficam implicitamente determinados ao arbitrar uma qualquer disposição de eixos axonométricos válida (os ângulos axonométricos devem ser maiores que 90° e menores que 180°) e são directamente dependentes dessa disposição. Note-se que ao fixar uma tal disposição de eixos axonométricos, fica automaticamente definida a família de triângulos fundamentais, e com isso ficam fixas as direcções dos eixos coordenados, ou seja, as inclinações dos eixos coordenados em relação ao plano axonométrico, das quais os coeficientes de redução são função. Para efectuar uma representação axonométrica ortogonal não é necessário conhecer o valor numérico do coeficiente de redução. A representação pode ser feita por processos exclusivamente gráficos (AXONOMETRIAS GRÁFICAS). Estes processos implicam o rebatimento dos planos coordenados para o plano axonométrico (aqui considerado como o plano da folha de desenho). Através deste processo de rebatimento é possível relacionar medidas em “verdadeira grandeza” com as suas projecções “axonométricas”. Em geral as medidas que se relacionam deste modo são as coordenadas cartesianas dos vértices das figuras a representar (MÉTODO DAS COORDENADAS RECTANGULARES).

Embora se possa rebater qualquer plano, com qualquer orientação, para o plano axonométrico, nós apenas trataremos o caso do rebatimento dos planos coordenados.

Na figura do slide seguinte ilustramos o processo do rebatimento de um plano coordenado. Para os outros o procedimento é idêntico. Note-se que há sempre dois sentidos possíveis para o rebatimento.

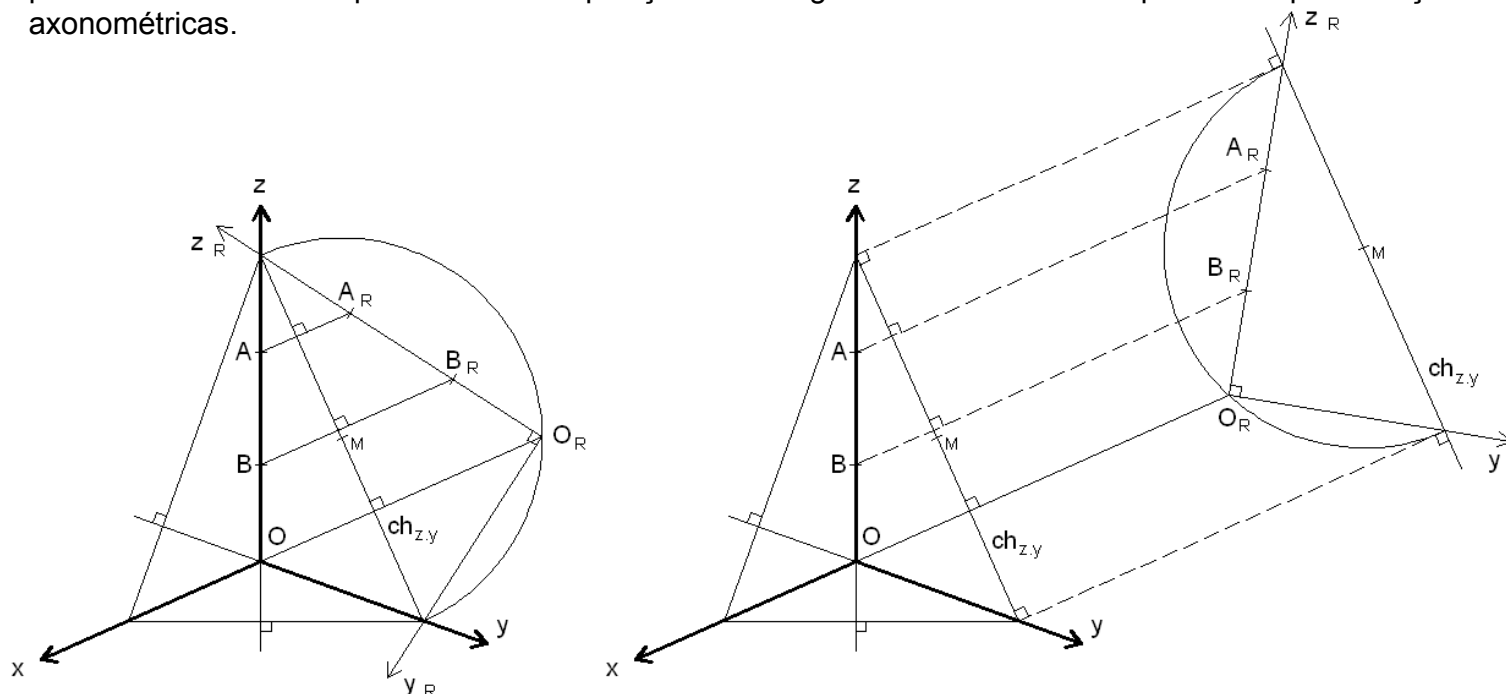
Note-se ainda que o processo do rebatimento graficamente não é mais que uma afinidade em que o eixo da transformação é a charneira do rebatimento.



>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA ORTOGONAL: rabatimentos

Nesta figura ilustra-se o rebatimento do plano coordenado $y.z$. O procedimento para qualquer outro plano coordenado é idêntico.

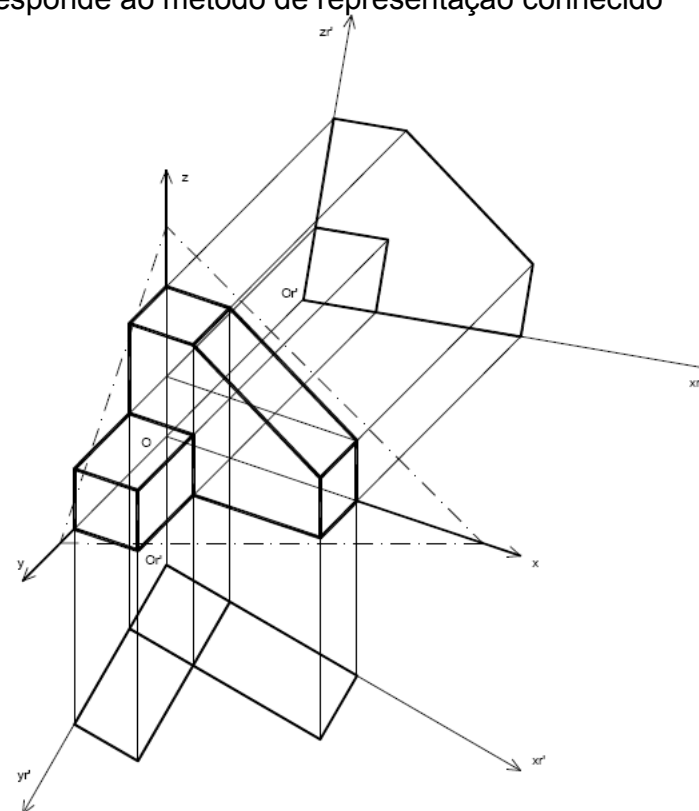
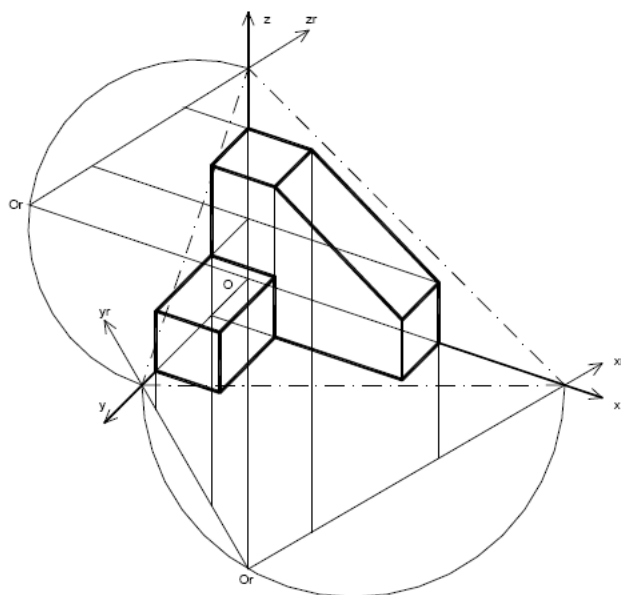
Em geral, por motivo de maior facilidade de visualização, considera-se a origem do referencial “abaixo” do plano axonométrico, o que implica um triângulo fundamental “virado para cima”. Como referimos, o rebatimento pode ter dois sentidos. No caso da direita considerámos uma translação do rebatimento. Este procedimento utiliza-se para evitar sobreposições entre figuras rebatidas e as respectivas representações axonométricas.





>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA ORTOGONAL: método dos cortes

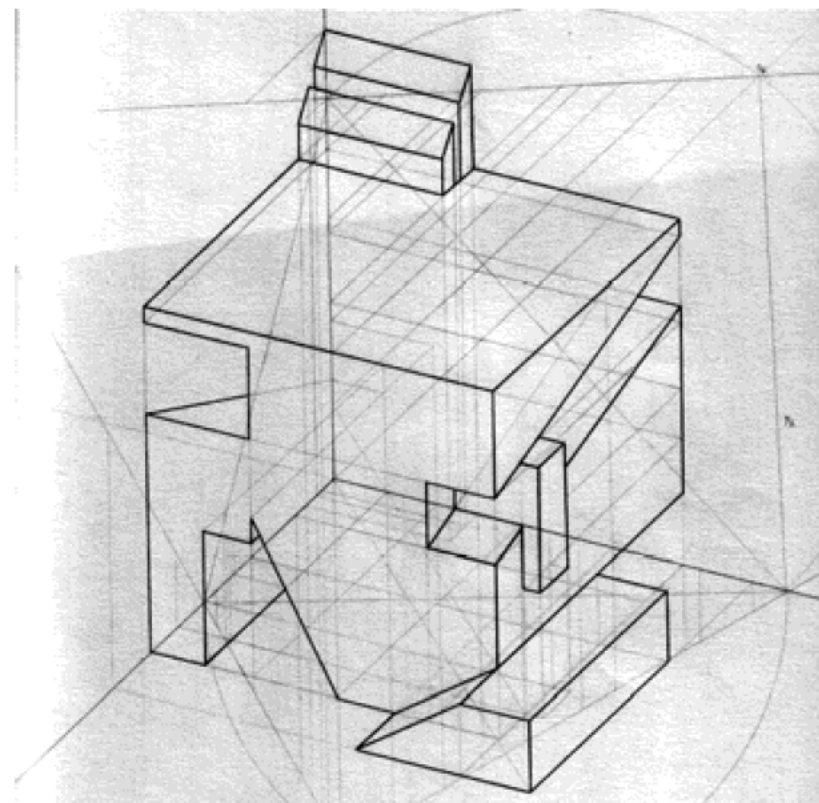
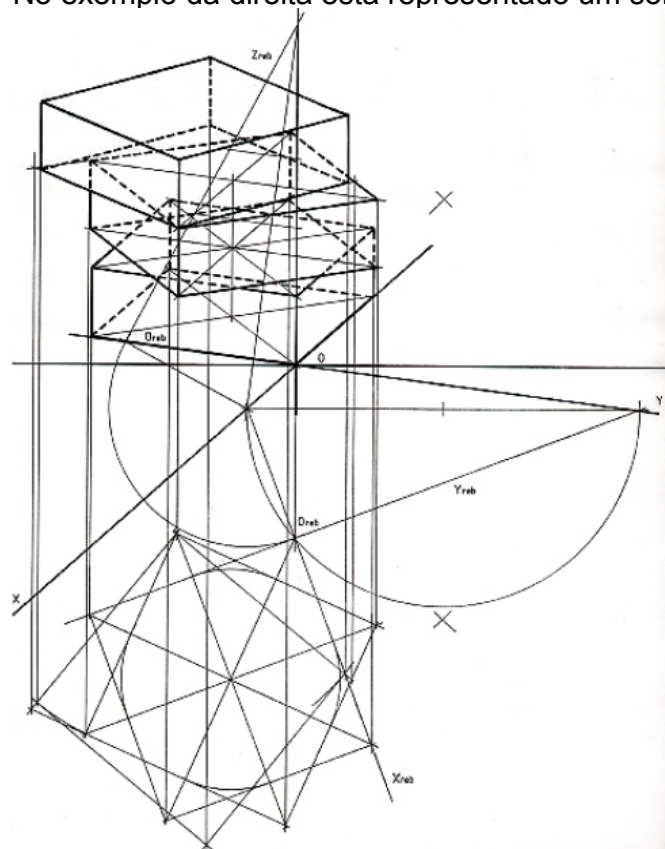
Nesta figura ilustra-se a representação de um objecto a partir das operações de rebatimento notadas no slide anterior. No exemplo da direita estão omissos alguns traçados (ver figura do slide anterior). A disposição de vistas e axonometria da figura direita corresponde ao método de representação conhecido como o MÉTODO DOS CORTES.





>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA ORTOGONAL: trabalhos de alunos

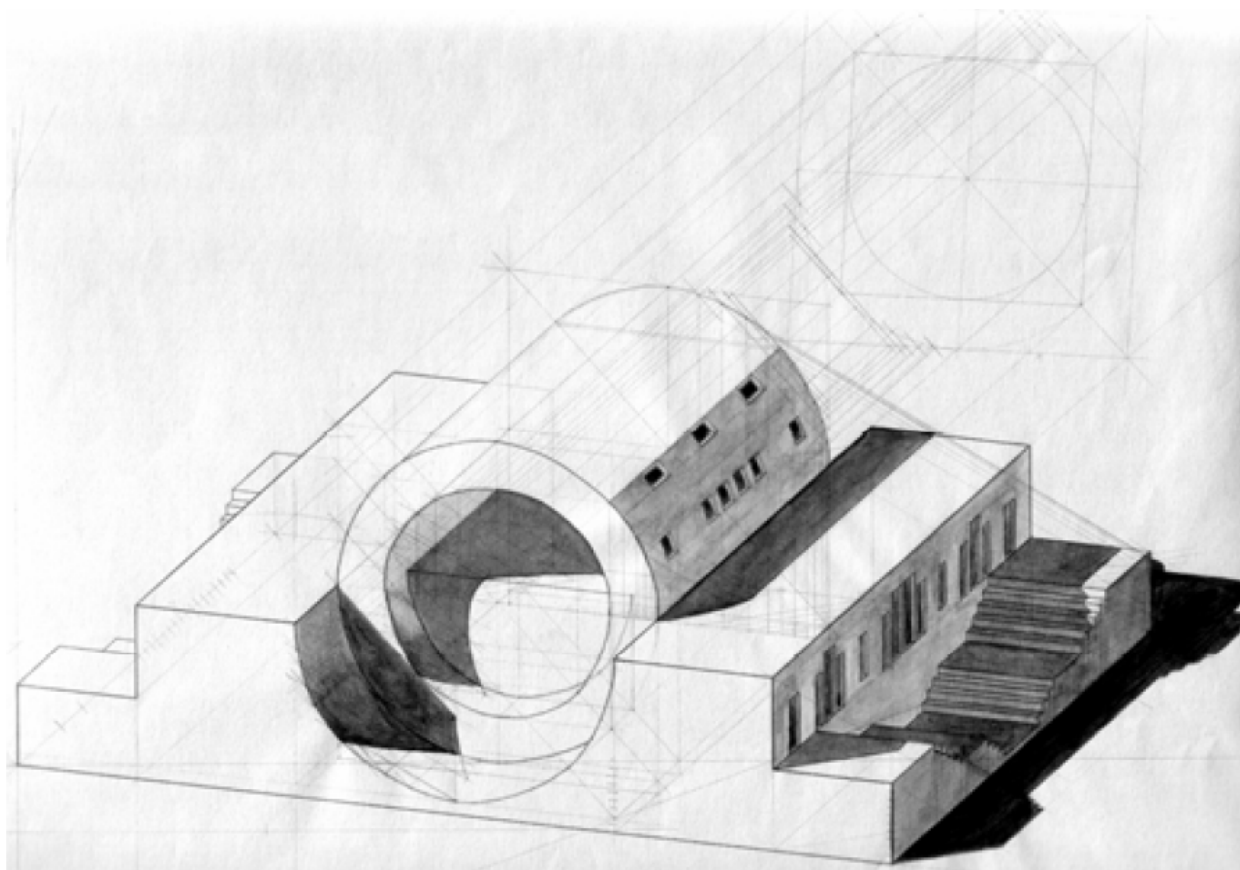
No exemplo da esquerda está representada uma “pilha” de prismas com rotações relativas entre eles.
No exemplo da direita está representado um sólido a partir de subtracções e adições a um cubo base.





>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA ORTOGONAL: trabalhos de alunos

Neste exemplo determinaram-se as sombras do objecto.





Tópico 04

- O Sistema axonométrico:
- As axonometrias normalizadas (a norma ISO 5456-3).



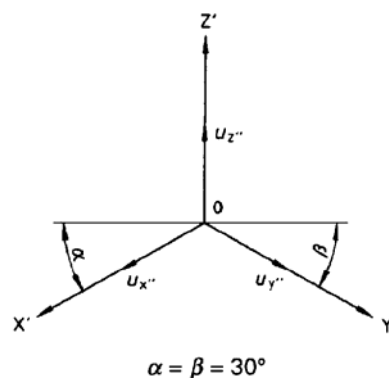
>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA NORMALIZADA (ISO 5456-3)

A norma ISO 5456-3 define alguns princípios para a representação axonométrica, recomendando alguns subsistemas com configurações particulares.

Recomenda-se que numa representação axonométrica deve evitar-se o desenho de contornos e arestas invisíveis. Porém nós consideramos que esta recomendação apenas deve aplicar-se a um desenho final, tendo sempre o cuidado de preservar o original com todos os traçados que permitem a vista sintética. Para todos os efeitos nós representaremos sempre as linhas invisíveis através de traços contínuos leves.

Os subsistemas recomendados pela norma são: a isometria, a dimetria, a axonometria cavaleira, a axonometria de gabinete e axonometria planométrica.

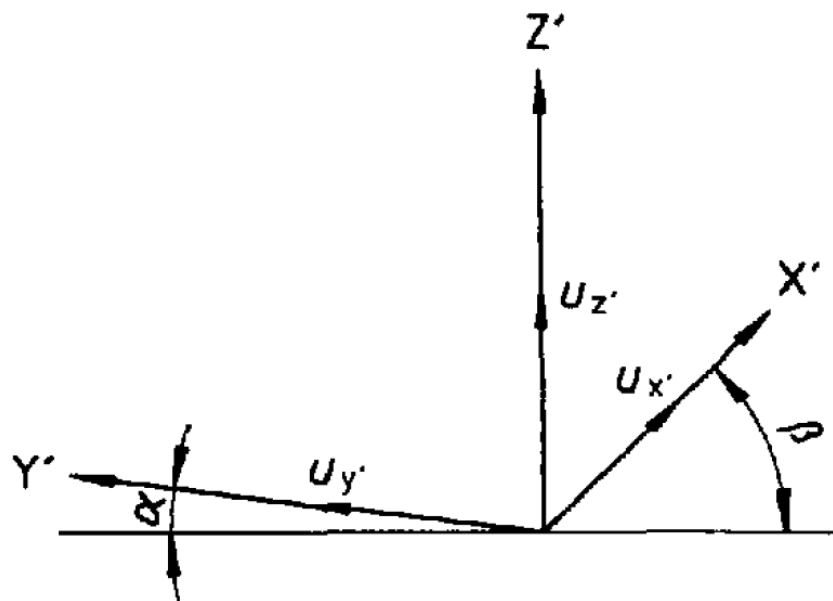
Na axonometria isométrica é considerada uma ampliação global do desenho por um factor de aproximadamente 1.225 para que, em termos práticos, se possa adoptar um coeficiente de redução igual à unidade em todos os eixos, o que facilita a representação.





>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA NORMALIZADA (ISO 5456-3)

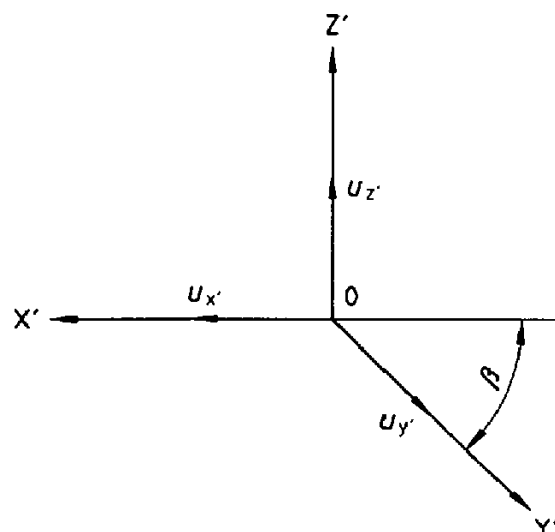
Na axonometria dimétrica são considerados os ÂNGULOS DE FUGA (ângulos α e β na figura) de 7° e 42° sendo considerada a proporção 0.5/1/1 entre os coeficientes de redução em x, y, e z, respectivamente. Na prática estes valores são utilizados como coeficientes de redução o que significa que também se está a considerar uma ampliação global do desenho. Note-se que na norma os eixos são representados por uma letra maiúscula seguida de '.





>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA NORMALIZADA (ISO 5456-3)

Na axonometria cavaleira é considerados o ÂNGULOS DE FUGA (β na figura) de 45° sendo considerados todos os coeficientes de redução iguais à unidade. Neste caso não faz sentido falar em ampliação global do desenho. Apenas significa que a inclinação das projectantes em relação ao plano axonométrico é de 45° (note-se que este ângulo nada tem a ver com o ângulo de fuga).

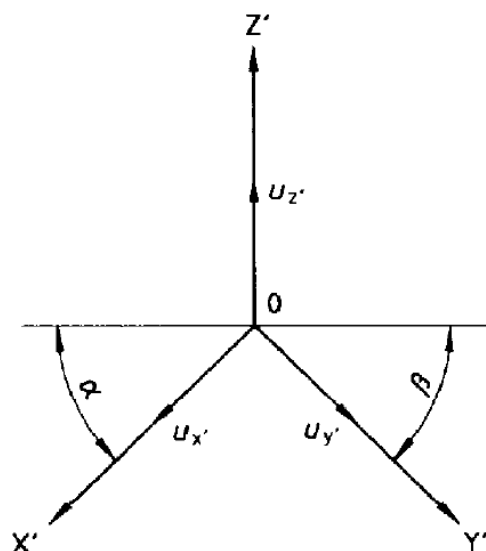


A axonometria de gabinete é em quase tudo igual à anterior. Na verdade é um tipo de axonometria cavaleira em que o coeficiente de redução em y (de acordo com a figura) é de 0.5.



>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA NORMALIZADA (ISO 5456-3)

Na axonometria planométrica (trata-se do que designámos por axonometria militar) é dito que devem evitar-se ângulos de fuga de 0° , 90° e 180° , de modo a que todas as vistas possam ser representadas. O eixo z é considerado vertical e são recomendados vários pares de ângulos de fuga para os eixos axonométricos x e y ($15^\circ / 75^\circ$; $30^\circ / 60^\circ$; $45^\circ / 45^\circ$; $60^\circ / 30^\circ$; $75^\circ / 15^\circ$). Relativamente ao coeficientes de redução é recomendada a relação 1:1:1 ou 1:1:2/3 para os eixos axonométricos x, y e z, respectivamente.



$$\alpha = 0^\circ \text{ to } 180^\circ$$
$$\beta = 90^\circ - \alpha$$

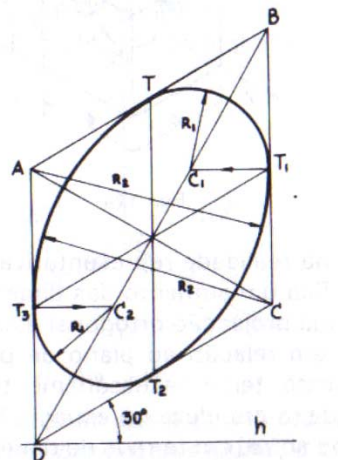


>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA NORMALIZADA (ISO 5456-3)

Uma vez que são declarados coeficientes de redução para este tipo de axonometrias, os traçados dispensam a operação de rebatimento.

Para alguns destes subsistemas existem ainda traçados auxiliares que permitem representar projecções de circunferências contidas em planos paralelos aos planos coordenados. Estes traçados consistem em aproximações ao desenho das elipses através de ovais (ver TPU 55 ou Desenho Técnico).

Por estas razões este tipo de axonometrias costuma receber a designação de AXONOMETRIAS MÉTRICAS (em que a redução das medidas pode ser efectuada numericamente) por oposição a AXONOMETRIAS GRÁFICAS (em que as reduções de medidas são efectuadas por processos exclusivamente gráficos). Também se pode designar este tipo de axonometrias por AXONOMETRIAS CONVENCIONAIS.



Exemplo de oval para representar, por aproximação, uma elipse em isometria correspondente a uma circunferência contida num plano paralelo a um plano coordenado (retirado do TPU 55).



>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA NORMALIZADA: exemplo

Exemplo de representação axonométrica planométrica (militar) obtida a partir de uma vista de cima (planta).

