

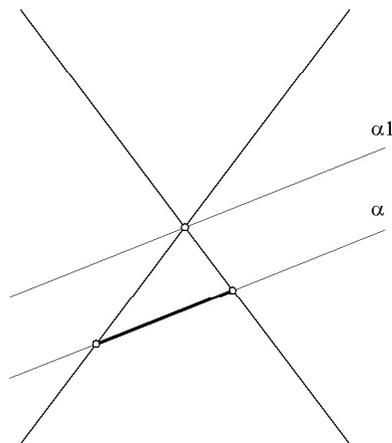


GDC II – Semana 1

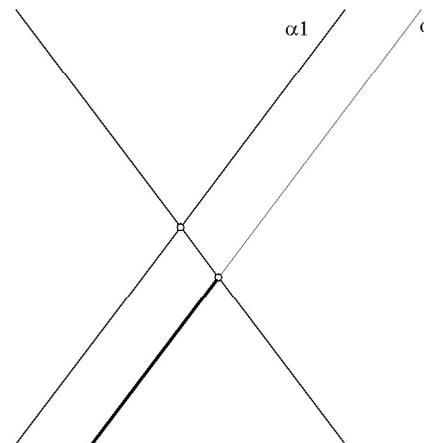
Revisões sobre as construções no plano (geometria plana).
Revisões sobre o sistema da dupla projecção ortogonal.



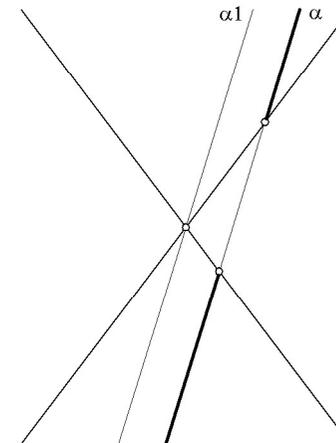
As linhas cónicas como intersecções planas em superfícies cónicas



ELIPSE



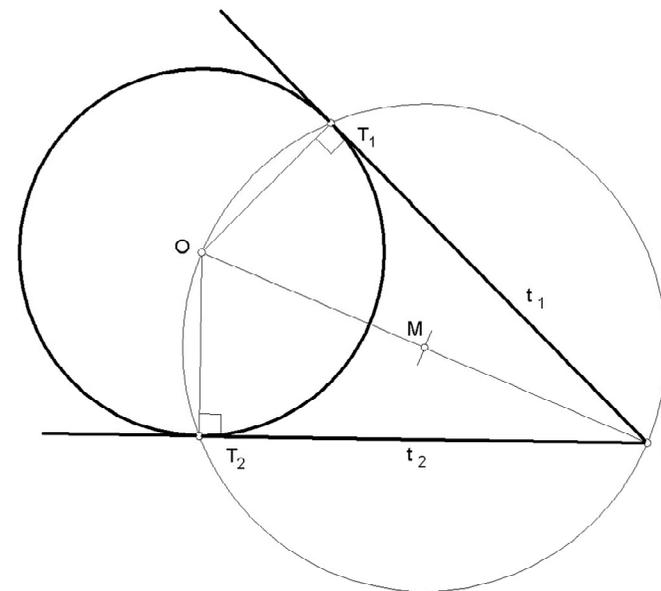
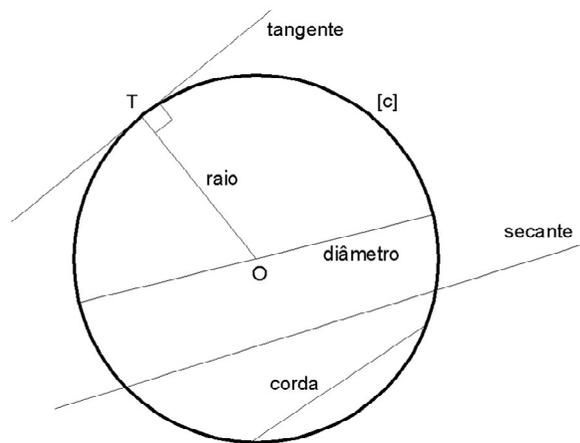
PARÁBOLA

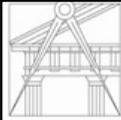


HIPÉRBOLE

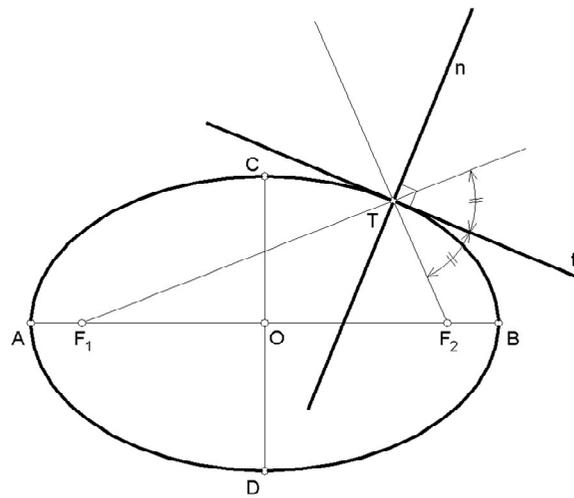


Revisões de geometria plana





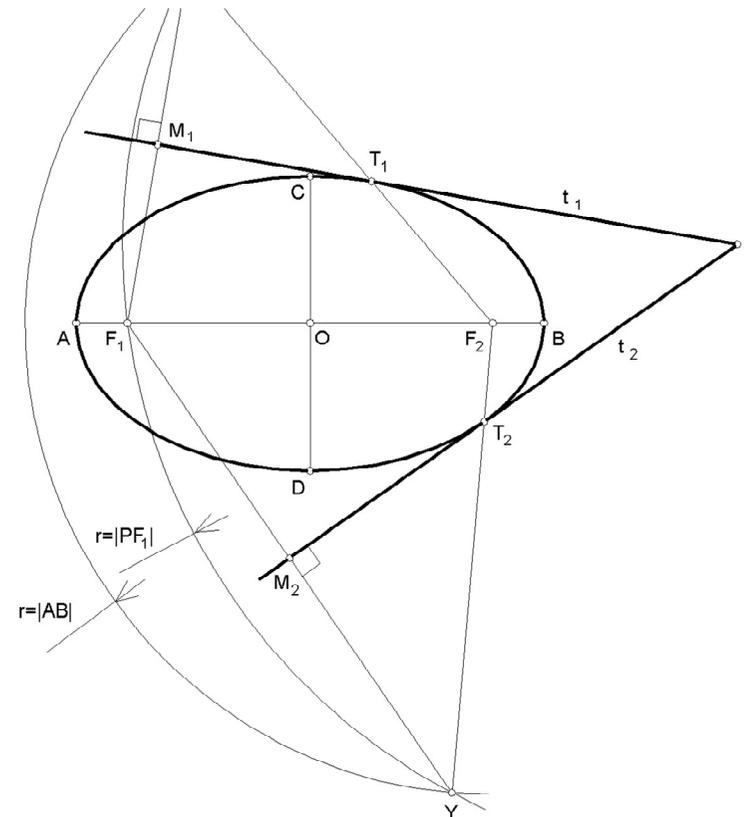
Revisões de geometria plana



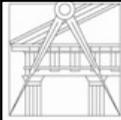
$$|AB| = |F_1T| + |F_2T| = K$$

DEFINIÇÃO

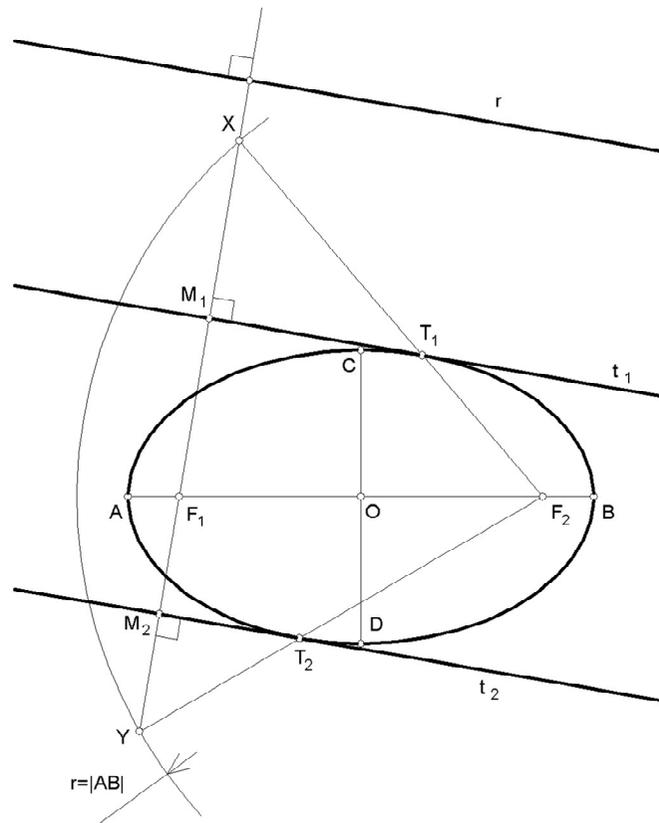
TANGENTE E NORMAL NUM PONTO DA CURVA



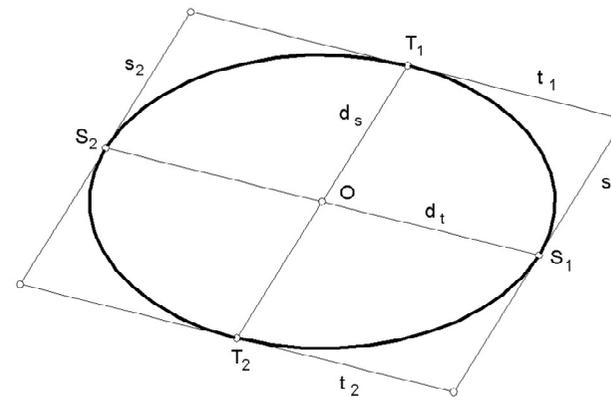
TANGENTE CONDUZIDA POR UM PONTO EXTERIOR À CURVA



Revisões de geometria plana



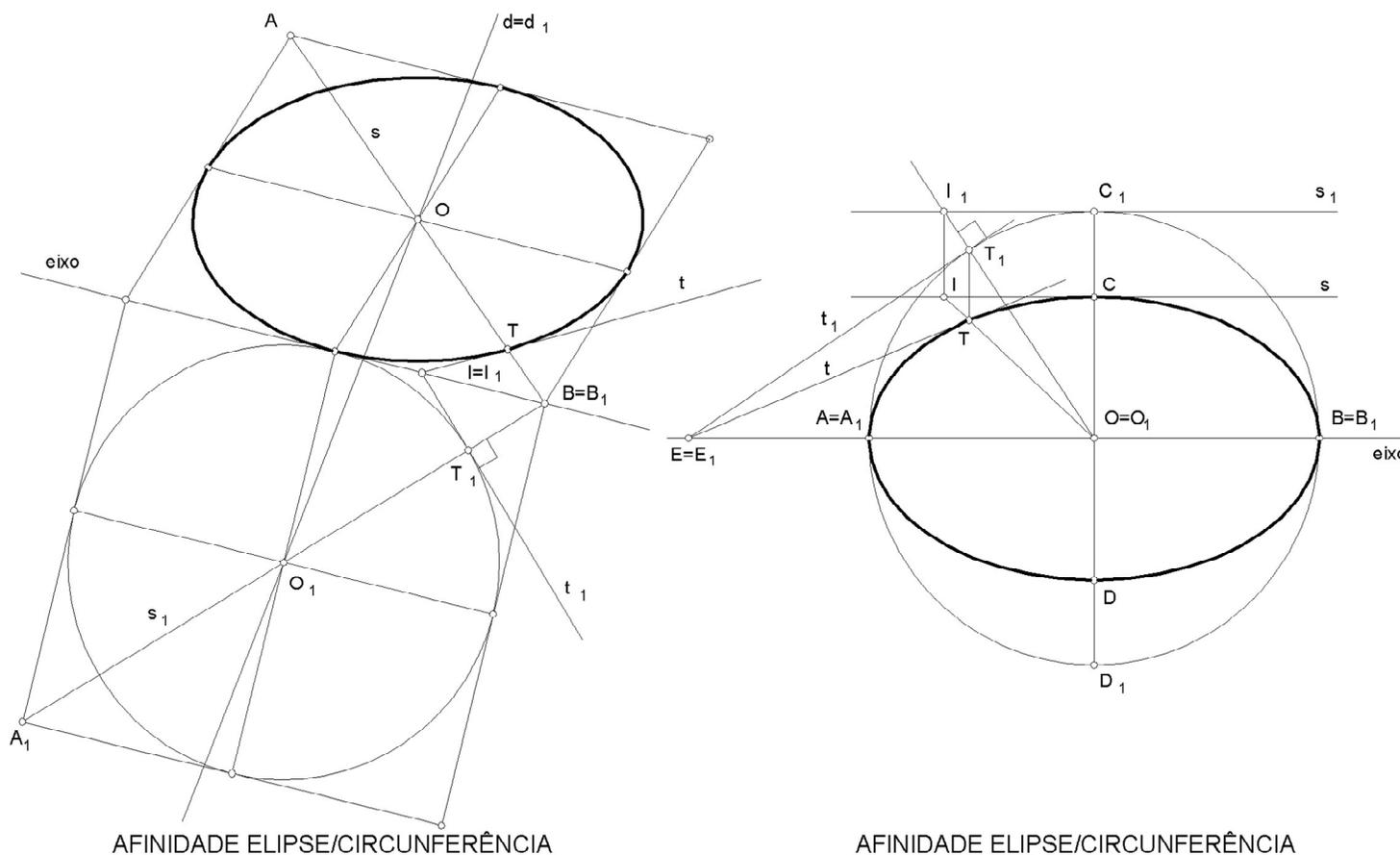
TANGENTE COM UMA DIRECÇÃO DADA



DIÂMETROS CONJUGADOS

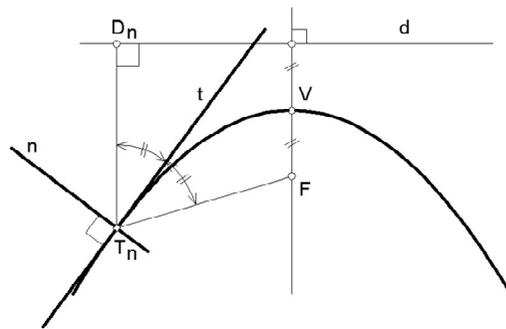


Revisões de geometria plana





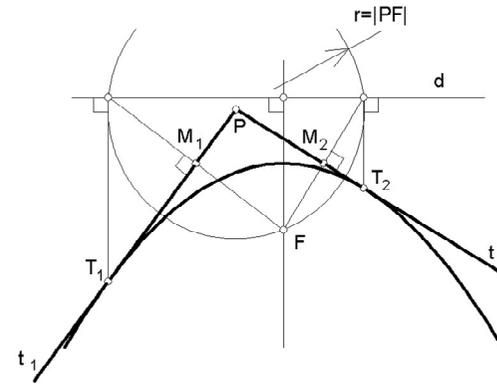
Revisões de geometria plana



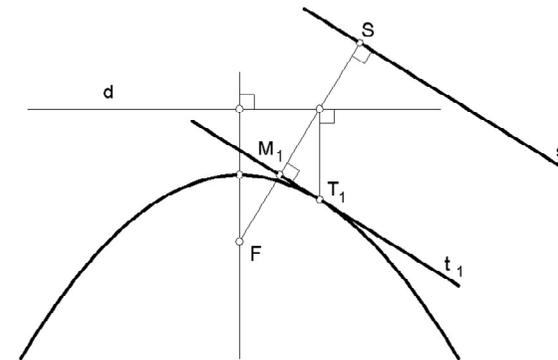
$$|T_n D_n| - |T_n F| = K = 0$$

DEFINIÇÃO

TANGENTE CONDUZIDA POR PONTO DA CURVA



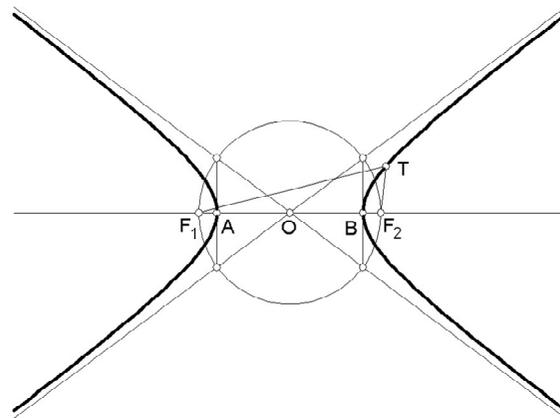
TANGENTE CONDUZIDA POR UM PONTO EXTERIOR À CURVA



TANGENTE COM UMA DIRECÇÃO DADA

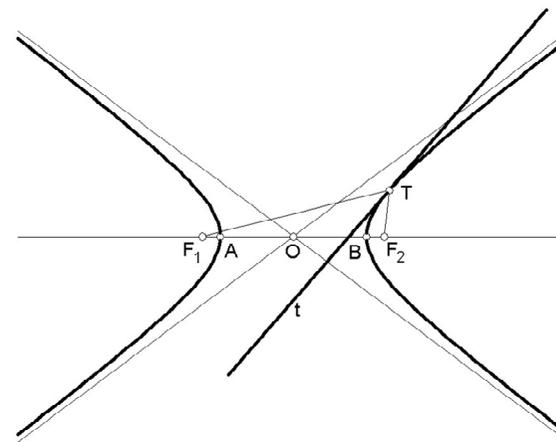


Revisões de geometria plana



$$|AB| = |F_1T| - |F_2T| = K$$

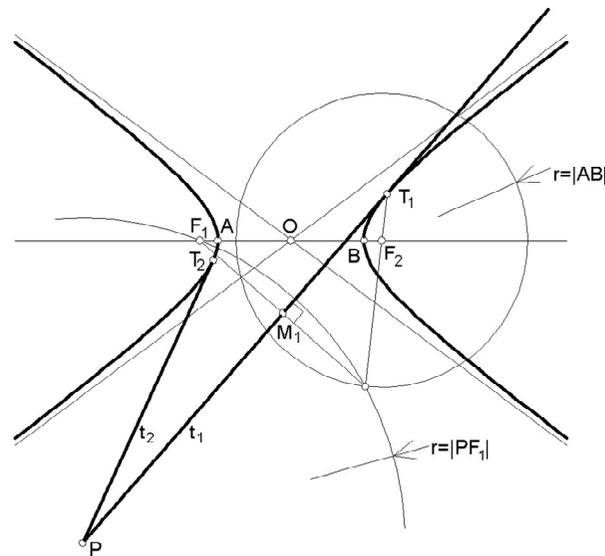
DEFINIÇÃO



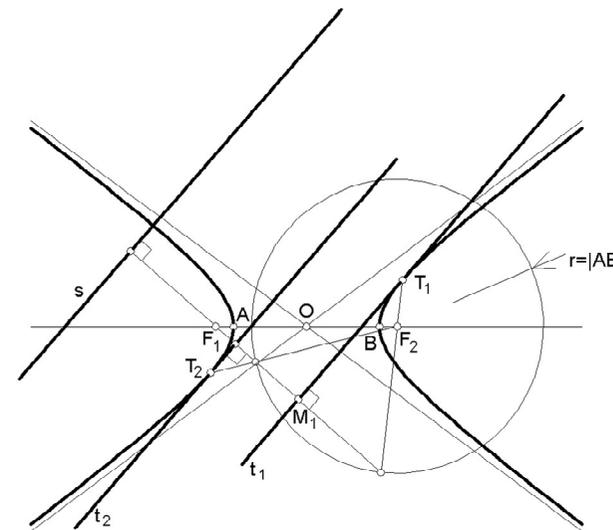
TANGENTE CONDUZIDA POR PONTO DA CURVA



Revisões de geometria plana



TANGENTE CONDUZIDA POR UM PONTO EXTERIOR À CURVA

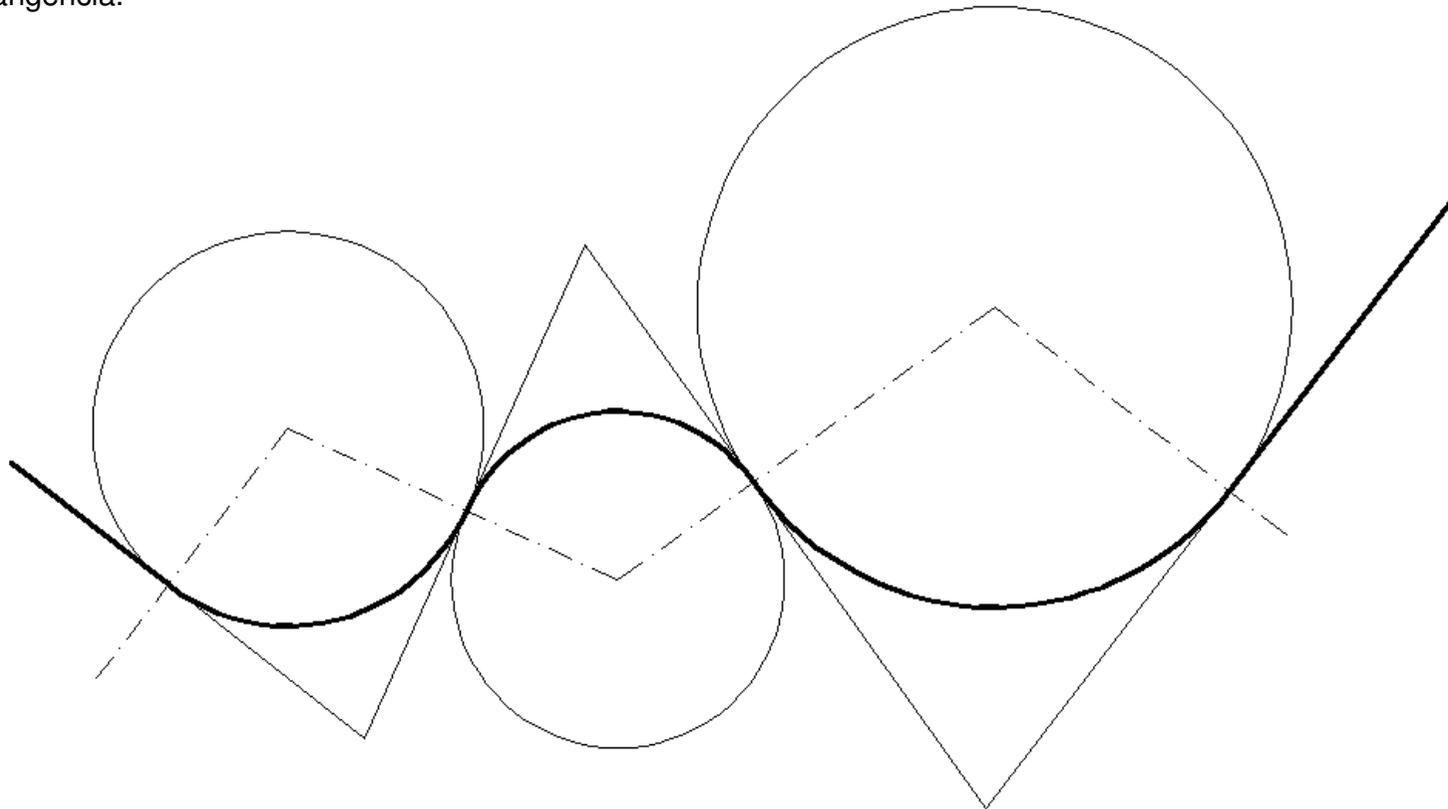


TANGENTE COM UMA DIRECÇÃO DADA



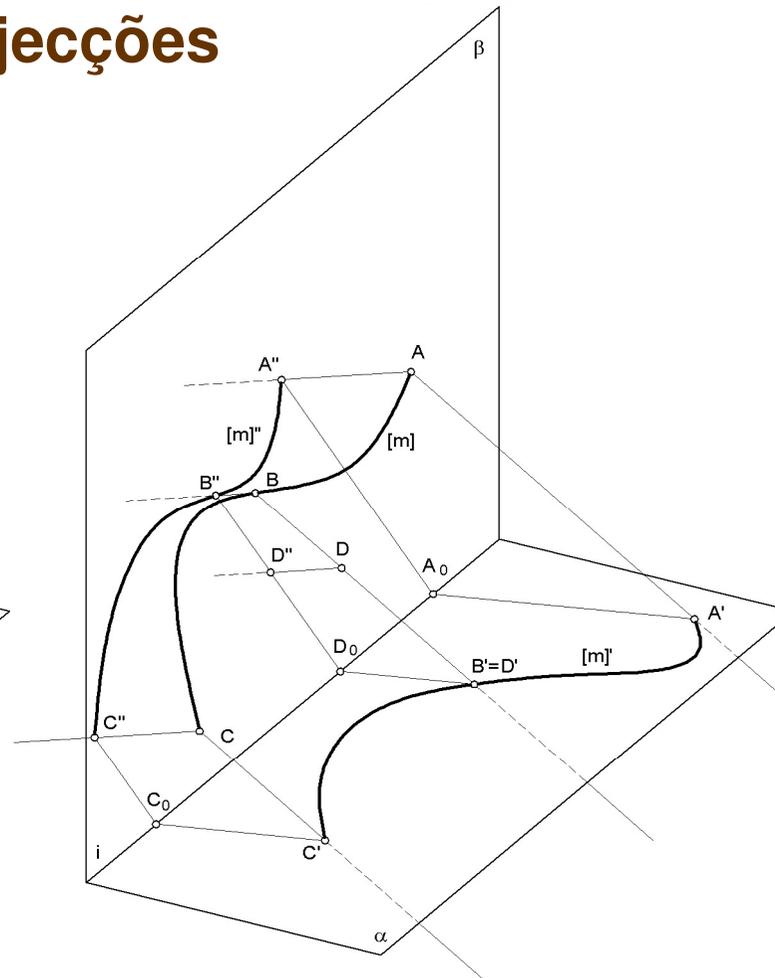
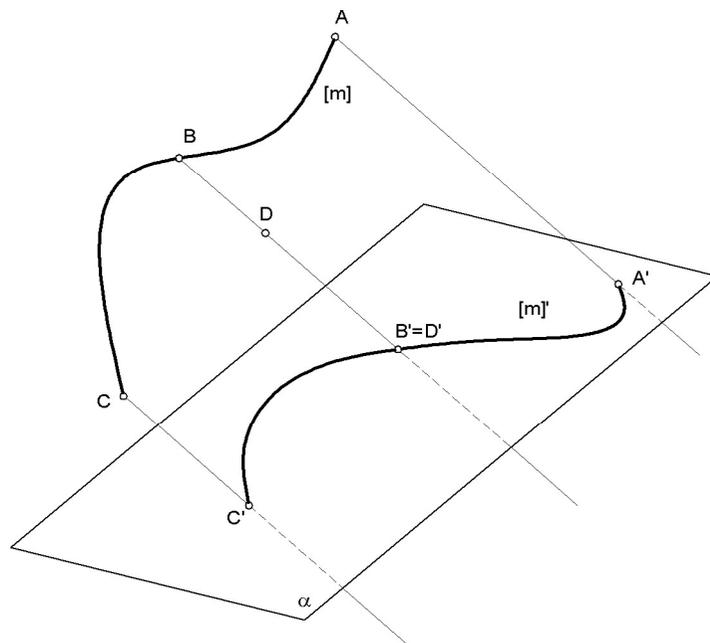
Revisões de geometria plana - tangências

Duas curvas concordantes (tangentes) têm recta normal comum (perpendicular à recta tangente) no ponto de tangencia.





Revisões sobre as projecções





Revisões DPO (rectas e planos)

A TAXONOMIA DAS RECTAS E PLANOS baseia-se na posição relativa que estes assumem relativamente a um par de planos de projectantes (1 frontal e 1 horizontal). Assim, por exemplo, uma recta pode ser de nível relativamente a um par de planos de projecção e ser de topo relativamente a outro par de planos de projecção.

TAXONOMIA DAS RECTAS:

- Recta de nível.
- Recta de topo → projectante (no PFP).
- Recta de frente e nível (ou fronto-horizontal).
- Recta de frente.
- Recta vertical → projectante (no PHP).
- Recta de perfil.
- Recta oblíqua.

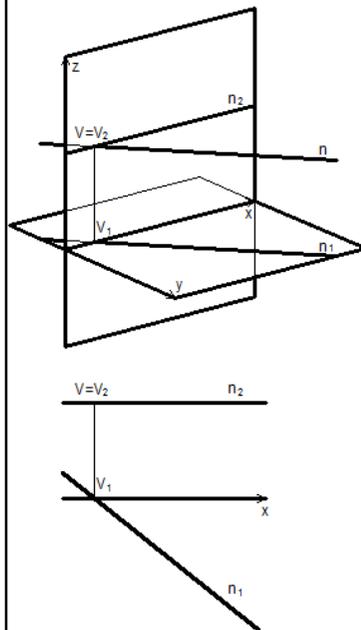
TAXONOMIA DOS PLANOS:

- Plano de nível → projectante (no PFP).
- Plano de topo → projectante (no PFP).
- Plano de perfil → projectante (no PFP e no PHP).
- Plano vertical → projectante (no PHP).
- Plano frontal → projectante (no PHP).
- Plano oblíquo.
- Plano de rampa.

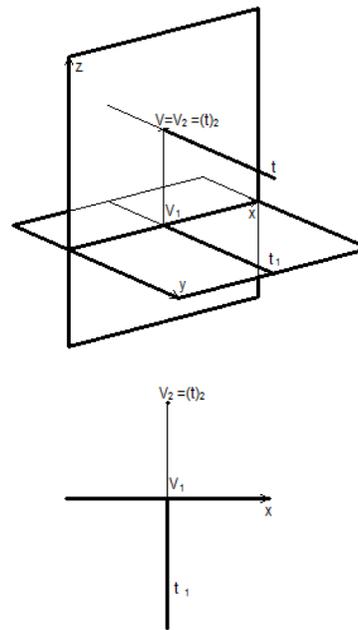


Revisões DPO (rectas)

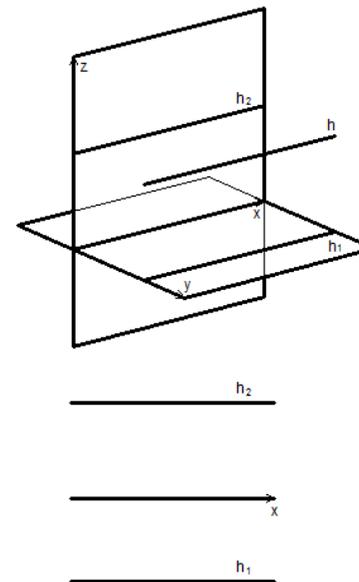
RECTA DE NÍVEL



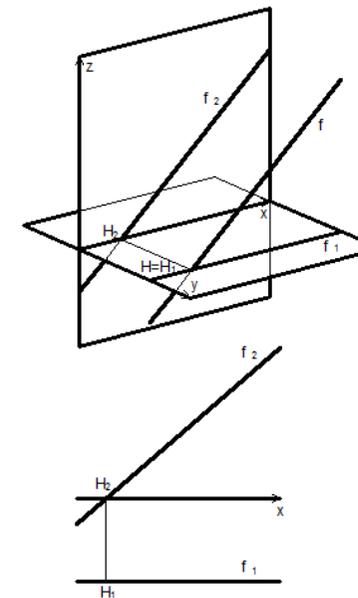
RECTA DE TOPO



RECTA FRONTO-HORIZONTAL



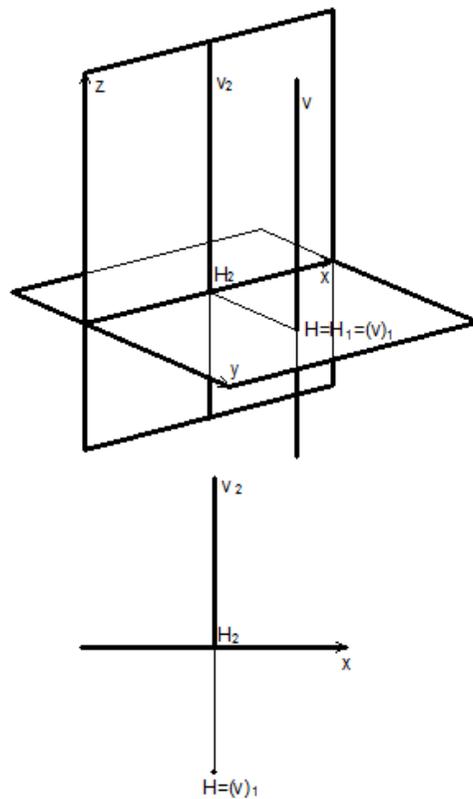
RECTA DE FRENTE



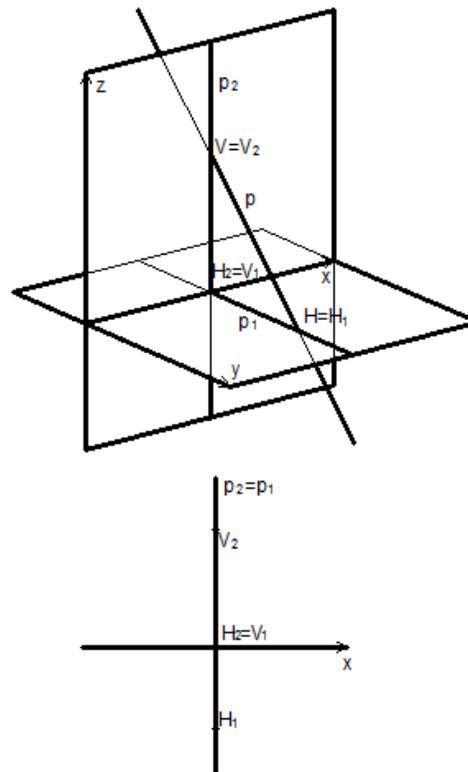


Revisões DPO (rectas)

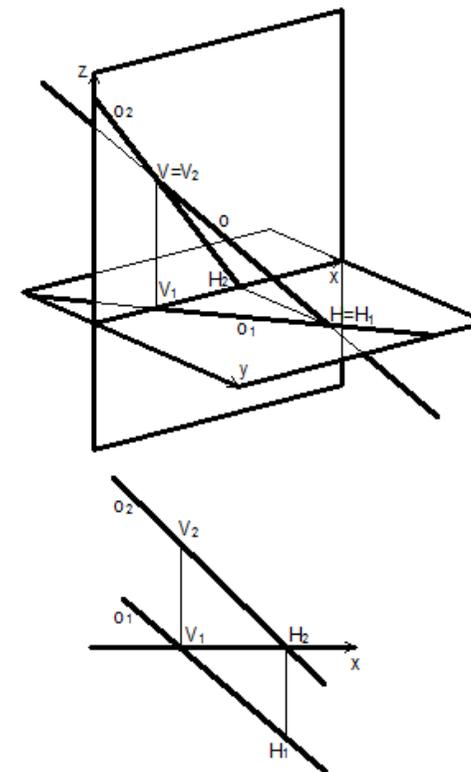
RECTA VERTICAL

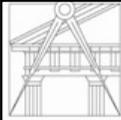


RECTA DE PERFIL



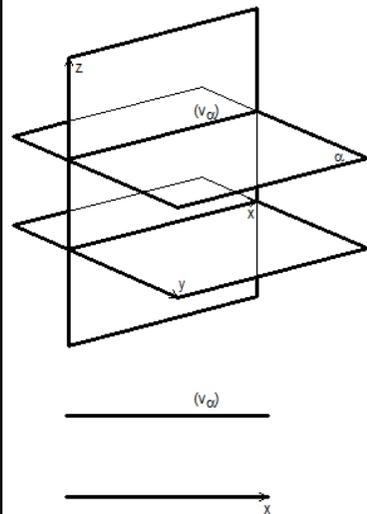
RECTA OBLÍQUA



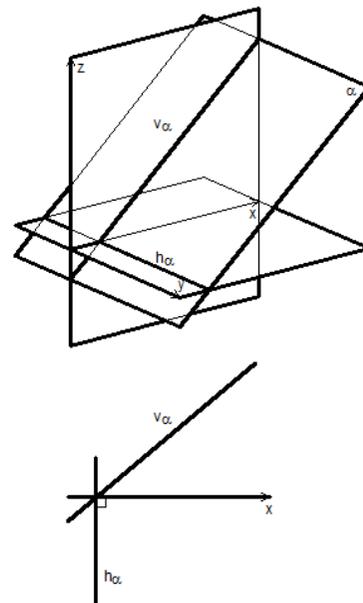


Revisões DPO (planos)

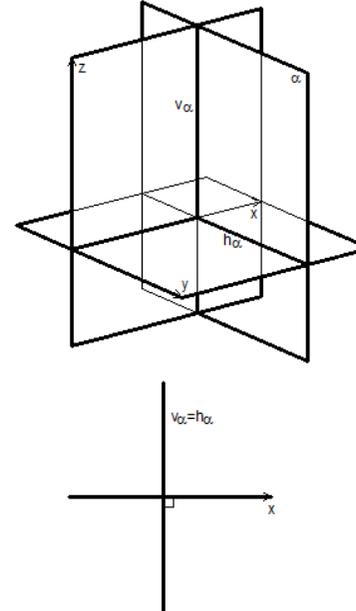
PLANO DE NÍVEL



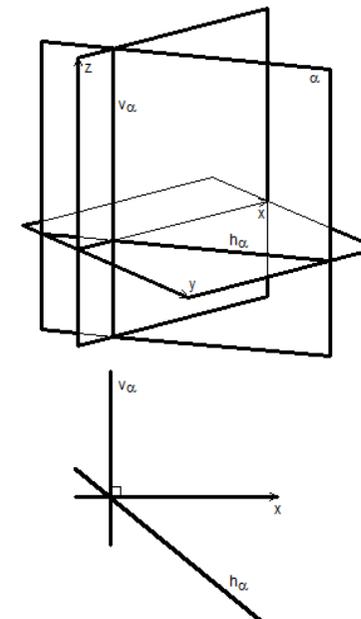
PLANO DE TOPO



PLANO DE PERFIL



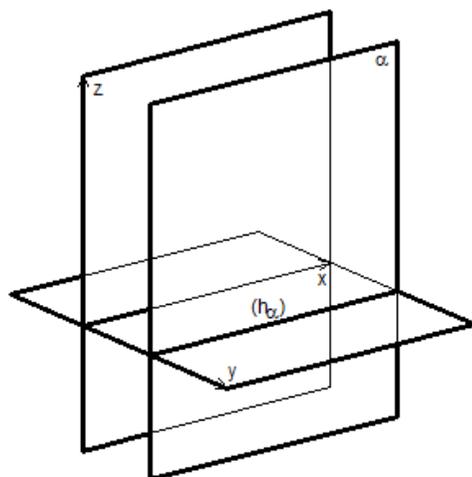
PLANO VERTICAL



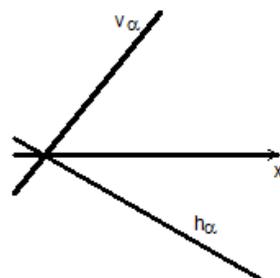
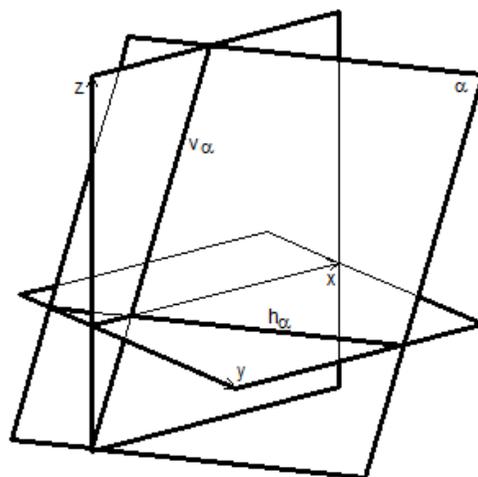


Revisões DPO (planos)

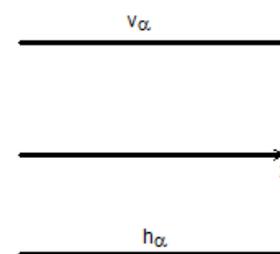
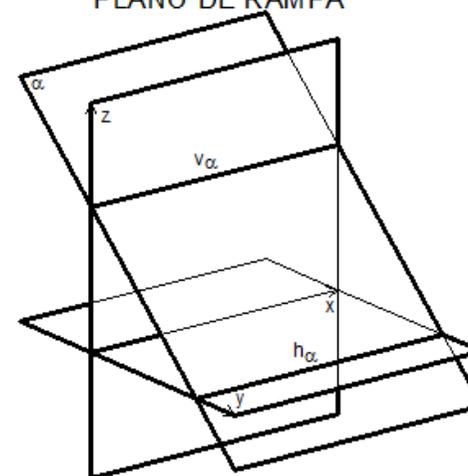
PLANO FRONTAL

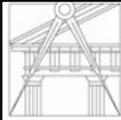


PLANO OBLÍQUO



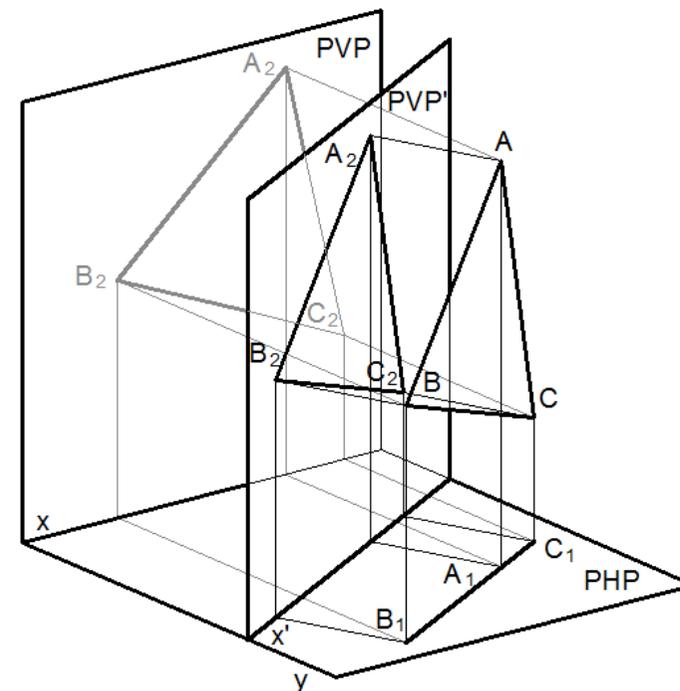
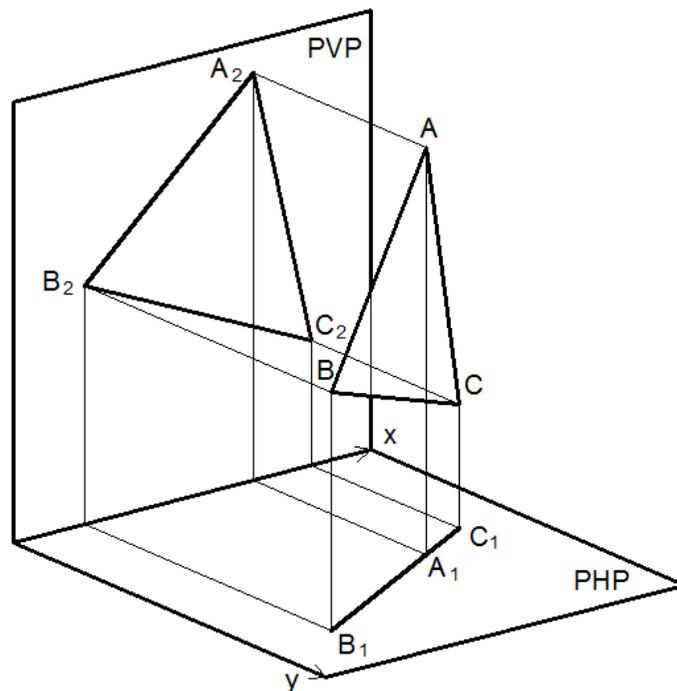
PLANO DE RAMPA

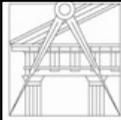




A mudança do plano de projecção (Da DPO à MPO)

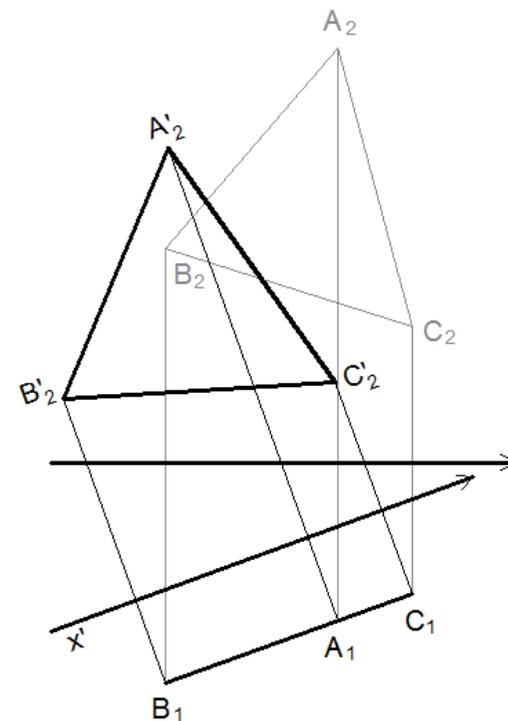
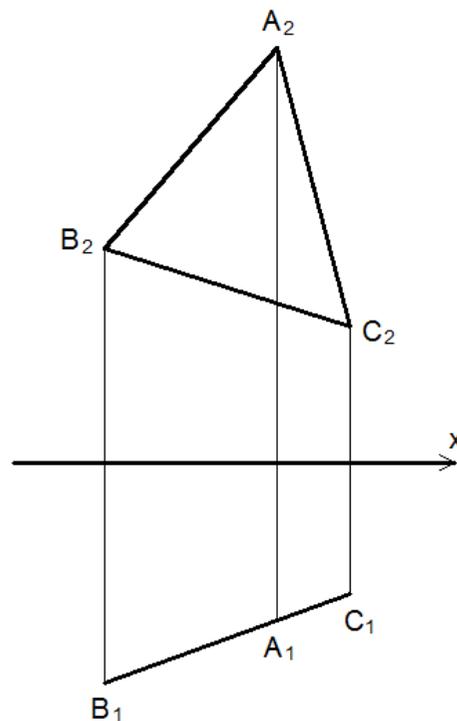
A operação da mudança do plano de projecção é o que está na base da múltipla projecção ortogonal. Na prática posiciona-se o novo plano de projecção em função de uma necessidade prática (determinação de uma verdadeira grandeza de uma medida, de um ângulo, etc.) Na prática da Arquitectura e do Design, é a operação base que permite resolver problemas concretos (desenhar o perfil de uma escada, desenhar o perfil de um encaixe, etc.).





A mudança do plano de projecção (DPO)

Neste exemplo utilizou-se uma mudança do plano vertical de projecção para obter a verdadeira grandeza da área do triângulo na projecção 2'. Na verdade passou-se da dupla projecção ortogonal (DPO) para a múltipla projecção ortogonal (MPO). Neste caso passou a ter-se 3 projecções do triângulo. Note-se ainda que, como se tratou de uma nova projecção num plano vertical, as cotas não se alteraram.

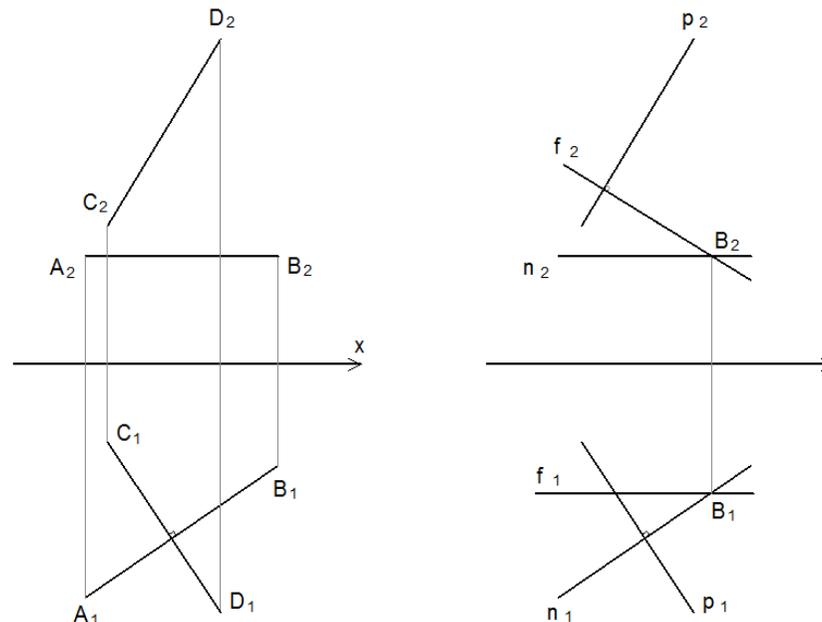




A perpendicularidade (DPO)

As projecções ortogonais de duas rectas, perpendiculares ou ortogonais entre si, só serão perpendiculares se uma das rectas for paralela ao plano de projecção (figura à esquerda).

Como consequência da afirmação anterior, se uma recta for perpendicular a um plano α , existem projecções ortogonais dessa recta sobre, pelo menos, dois planos de projecção não paralelos entre si, digamos β e δ , tais que essas projecções são perpendiculares às projecções, nesses planos (β e δ), das rectas daquele plano (α) que lhes são paralelas (figura à direita).





GDC II – Semana 2

Introdução aos sistemas de representação da múltipla projecção ortogonal (MPO) e cotadas.
Noções gerais sobre a representação gráfica (tipos de linha e suas aplicações, notações, cotagens) .

Para complemento e aprofundamento dos temas tratados na 2ª parte desta aula recomenda-se a consulta do livro “Desenho Técnico” da Fundação Calouste Gulbenkian.



MÚLTIPLA PROJECCÃO ORTOGONAL (MPO)

O sistema de representação da Múltipla Projecção Ortogonal (MPO) corresponde a uma extensão do sistema diédrico ou da dupla projecção ortogonal (DPO).

Neste sistema não existe limite ao número de planos de projecção que devem ser orientados de modo a facilitar os problemas da representação.

Os métodos auxiliares da representação em MPO são :i) rebatimentos, ii) rotações, e iii) mudanças de plano de projecção.

PROJECCÕES COTADAS

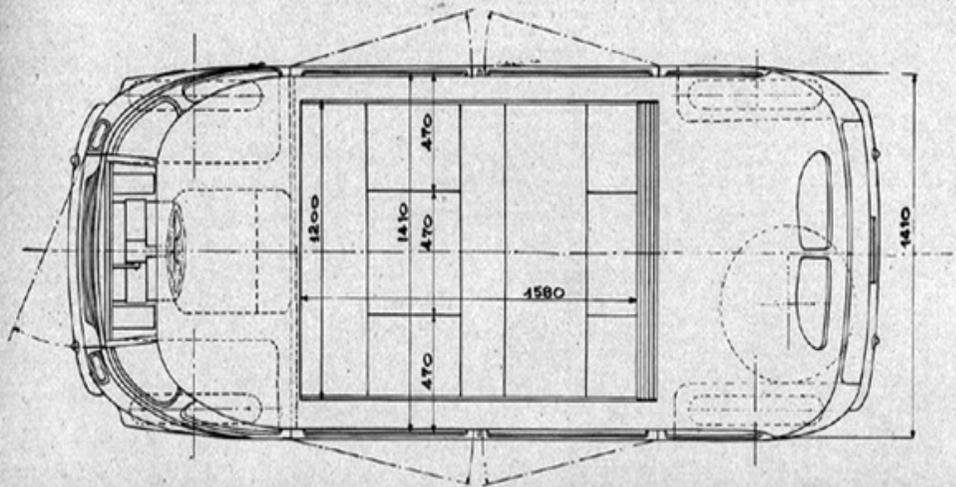
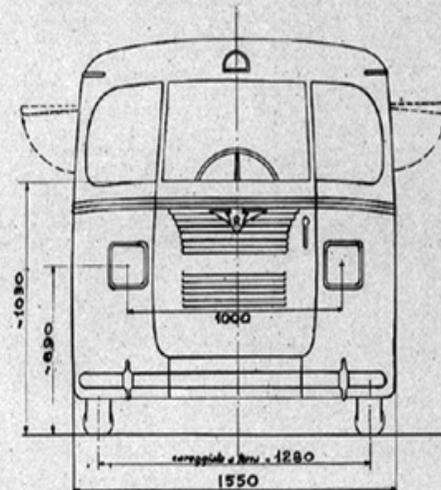
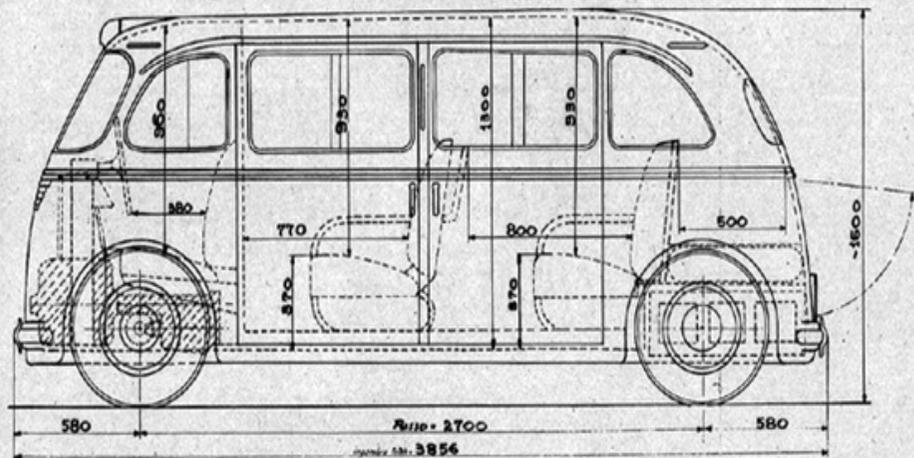
O sistema das projecções cotadas corresponde a retirar a projecção frontal ao sistema da dupla projecção ortogonal e a substituir a informação acerca das cotas por uma indicação numérica.

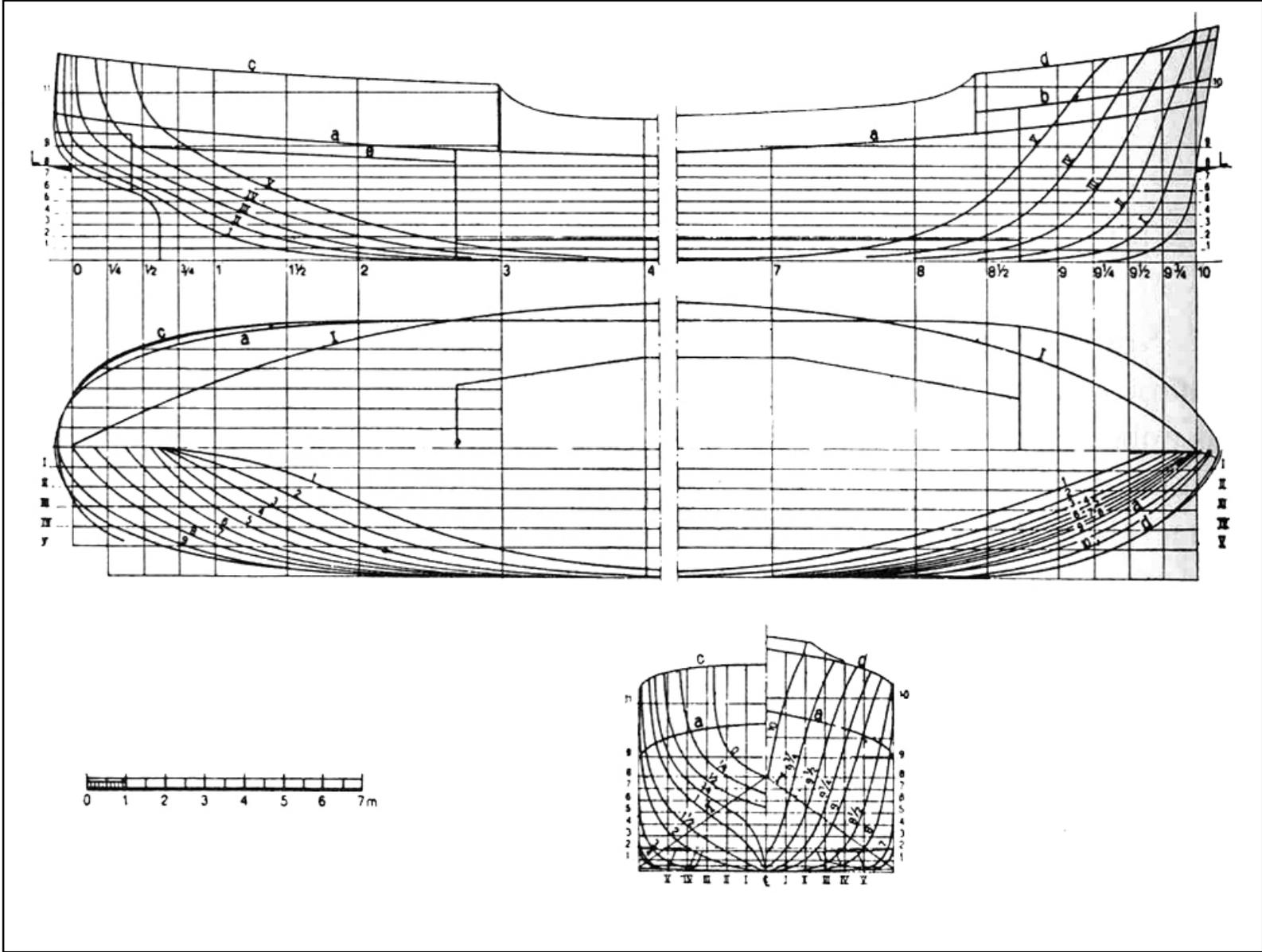
Neste sistema apenas existe um plano de projecção que, em geral, se considera ser horizontal. Este plano designa-se por plano de referência. Também é possível considerar que o plano de referência tem outras orientações. As cotas correspondem às distâncias ao plano de referência.

Os métodos auxiliares da representação das projecções cotadas são: i) rebatimentos.

STUDIO TECNICO M. REVELLI DE BEAUMONT

Complesso Tassi Revelli a 6 Anzi (123 affari) Automazione elettr.
Scala 1:10 N.° 069165 DATA: 5 aprile 1940 XVIII







NOÇÕES GERAIS SOBRE A REPRESENTAÇÃO

Tipos de linha e sua utilização mais comum

	TRAÇO CONTÍNUO GROSSO (arestas vistas em primeiro plano em desenho de peças, linhas de corte em desenho de peças ou arquitectura)
	TRAÇO CONTÍNUO MÉDIO (arestas vistas em primeiro plano em desenho de arquitectura)
	TRAÇO CONTÍNUO FINO (linhas de chamada e cotagens, linhas de segundo plano em desenho de arquitectura, formas vizinhas em desenho de peças ou de arquitectura)
	TRAÇO PONTO MÉDIO (localização dos cortes em desenhos de arquitectura ou de peças)
	TRAÇO PONTO FINO (eixos de peças, posições extremas de peças móveis, indicação de rotações de peças, arestas "para cá" do plano de corte em desenho de peças)
	TRAÇO INTERROMPIDO GROSSO (arestas e linhas de contorno ocultas em desenho de peças)
	TRAÇO INTERROMPIDO MÉDIO (arestas e linhas de contorno ocultas em desenho de peças e em desenho de arquitectura)
	TRAÇO INTERROMPIDO FINO (arestas e linhas de contorno ocultas em desenho de arquitectura e em desenho de peças)
	TRAÇO PONTILHADO (arestas "para cá" do plano de corte em desenho de arquitectura)
	TRACEJADO (indicação genérica de superfícies em corte, não é comum utilizar-se no desenho de arquitectura)

Estas regras devem ser adaptadas a cada caso. Em geral a o desenho técnico de peças é mais “carregado” que o desenho técnico de arquitectura.

Estas regras relativas aos traçados são mais ou menos aceites e o seu significado é mais ou menos conhecido. Porém pode sempre considerar-se uma expressão com “assinatura” própria de cada um. Podem também por vezes ser utilizadas cores para tornar os traçados mais expressivos.



Nomenclatura e articulação das peças desenhadas

Em Arquitectura:

- Planta (planta de tectos; planta do r/c; planta do piso 1; planta de implantação; planta de localização; etc.)
- Corte (corte A-B; corte transversal A-B; corte longitudinal A-B; corte alçado A-B; etc.)
- Alçado (alçado 1; alçado sul; alçado principal; alçado tardóz; alçado lateral direito; etc.)

A articulação entre peças desenhadas é livre mas tem de ser coerente.

Em desenho de peças:

- Vista (vista superior; vista inferior; vista frontal; vista principal; vista posterior; vista lateral esquerda; etc.)
- Corte (corte A-B; etc.)

Em particular no desenho de peças é comum haver a referência a dois métodos de representação e articulação entre vistas: i) método europeu e, ii) método americano.

No método europeu o objecto interpõe-se entre o observador e o plano de projecção.

No método americano o plano de projecção interpõe-se entre o observador e o objecto.

A consequência prática da adopção de um destes métodos verifica-se no modo como as vistas se articulam entre si.

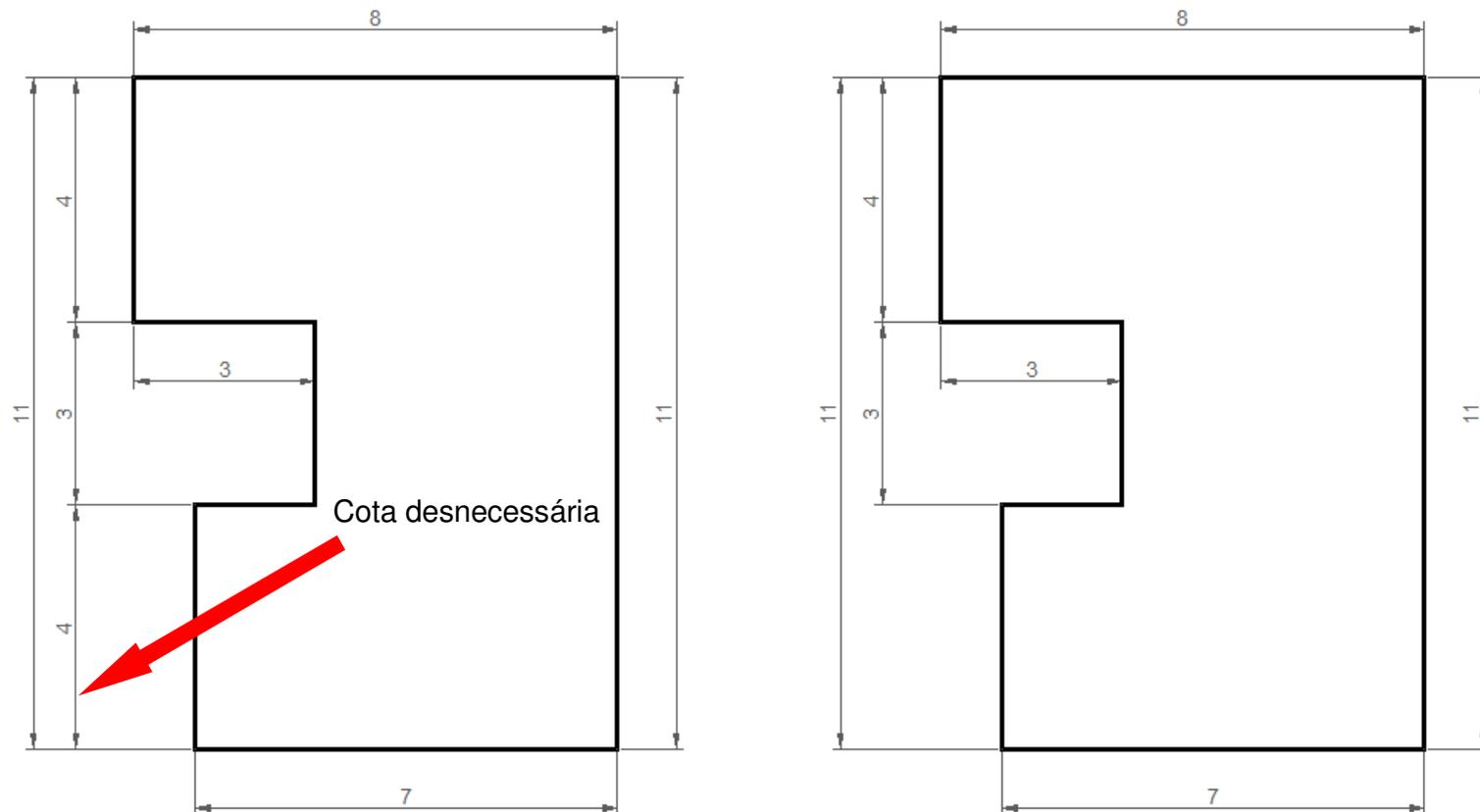
No método europeu, se considerarmos a vista principal, a vista lateral esquerda encontra-se à direita desta, e a vista inferior situa-se acima desta.

No método americano passa-se exactamente o contrário, a vista inferior fica abaixo da vista principal e a vista lateral esquerda fica à esquerda da vista principal.



Cotagem

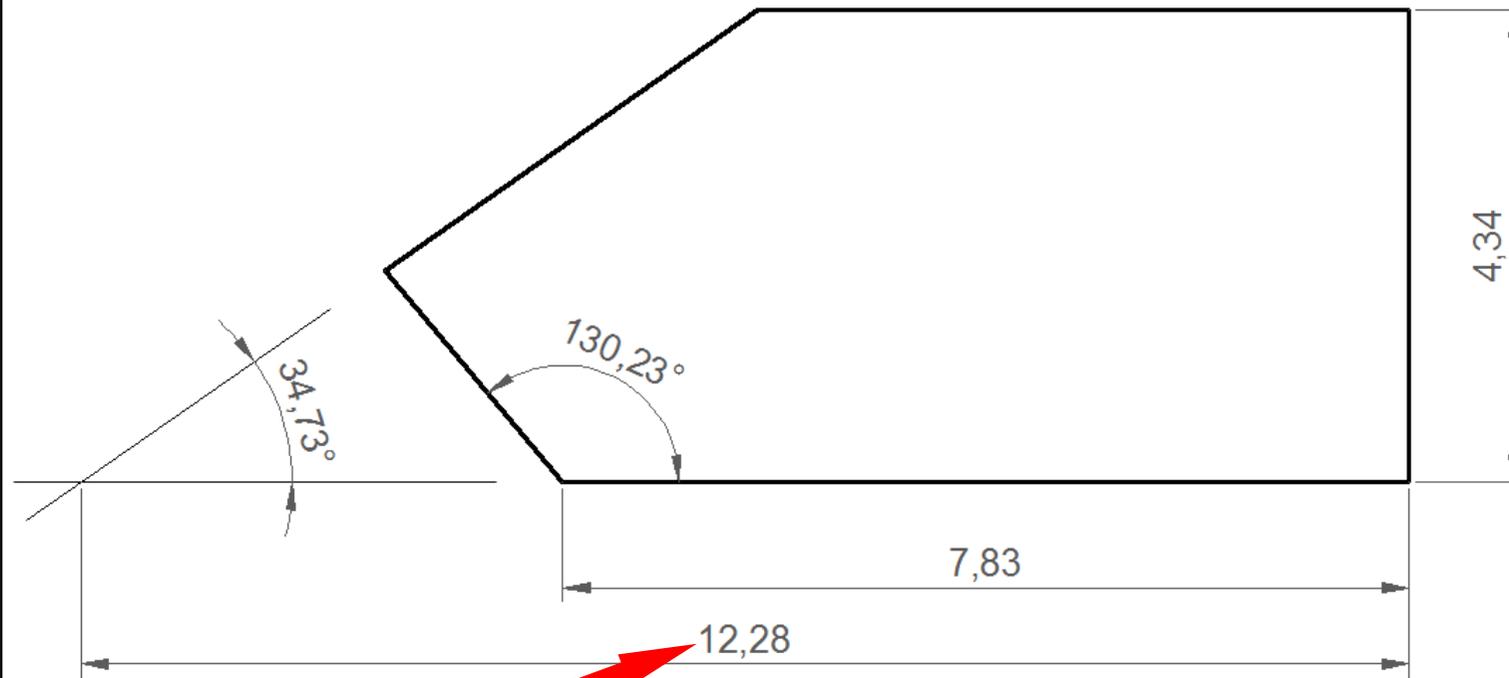
Objectivo geral: Definição das medidas que permitem a construção física formal do objecto desenhado.





Cotagem

Atenção ao processo construtivo.

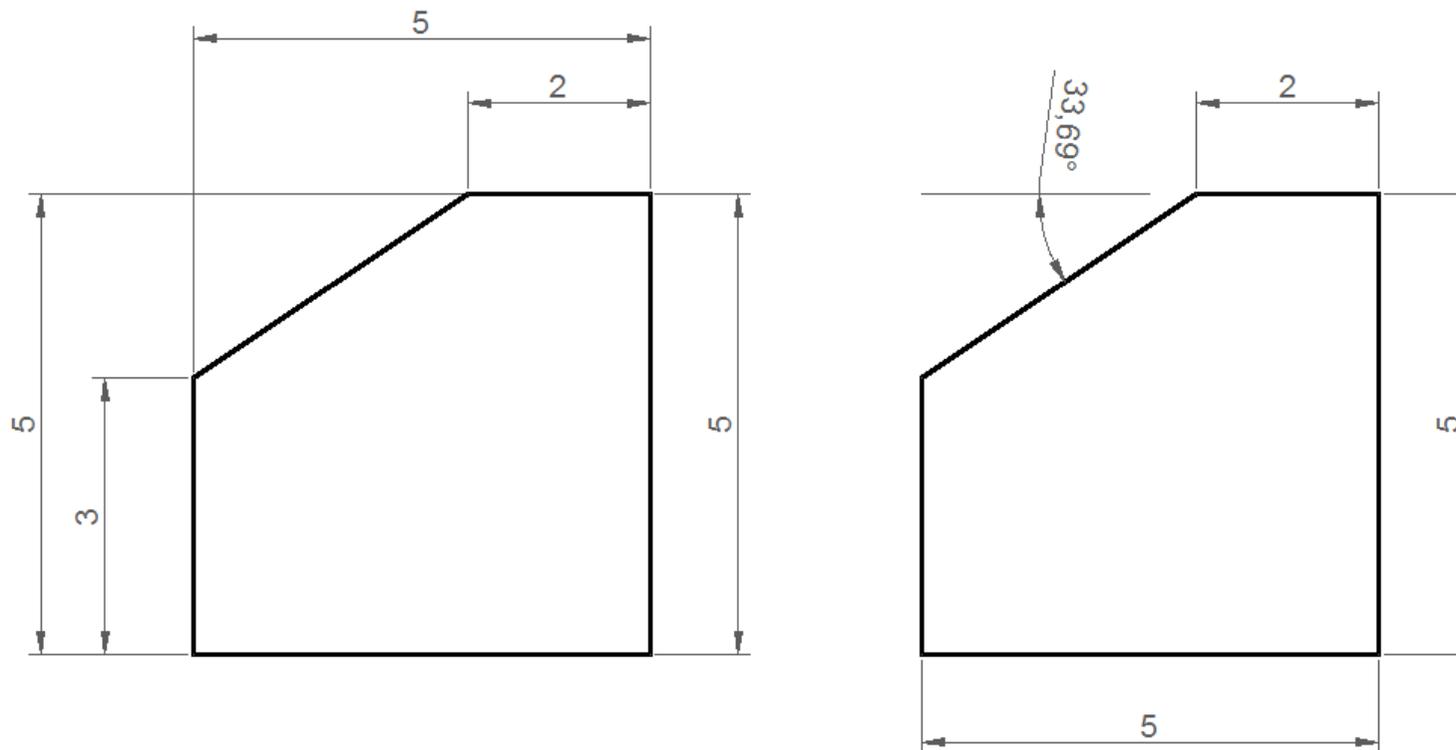


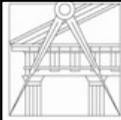
Cotagem de um comprimento virtual. Eventual atenção ao processo construtivo.



Cotagem

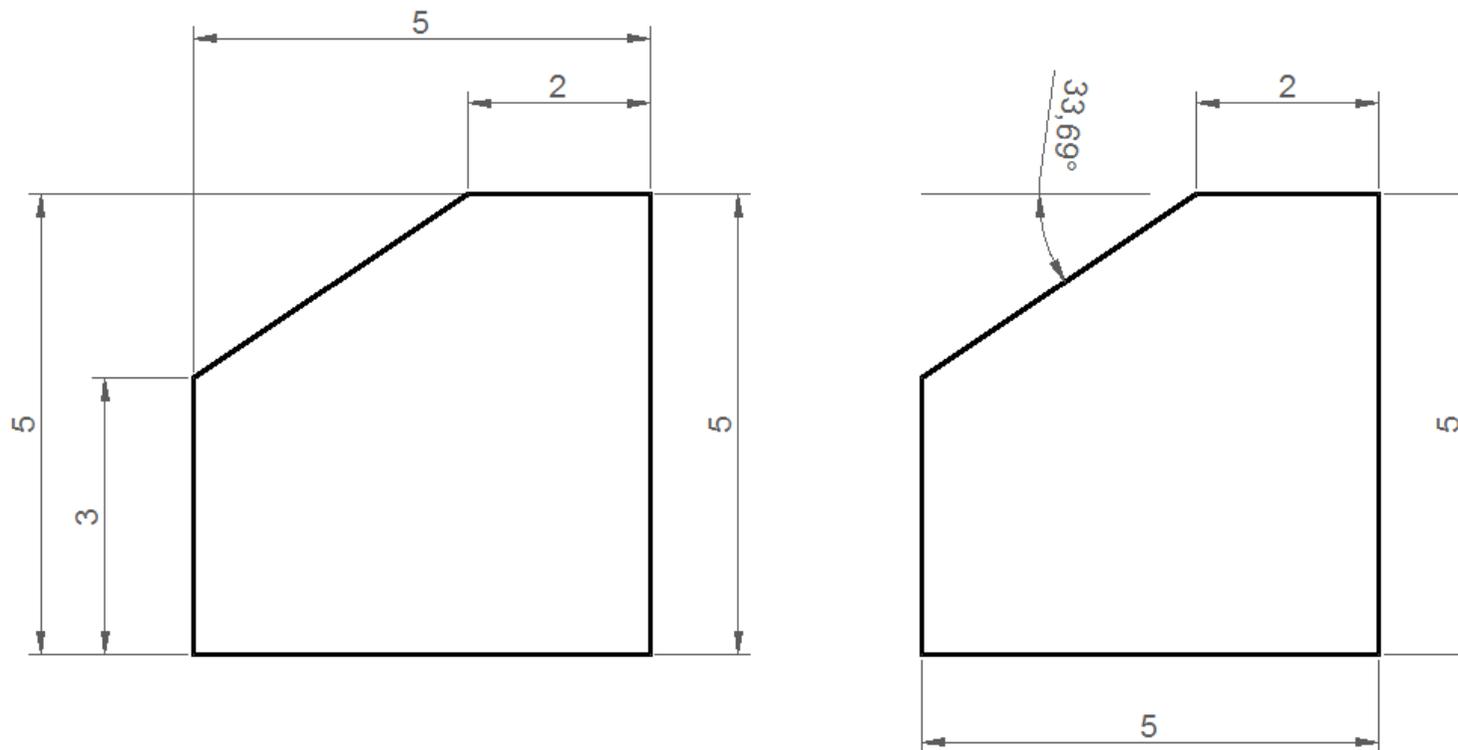
Cotagem de chanfros.





Cotagem

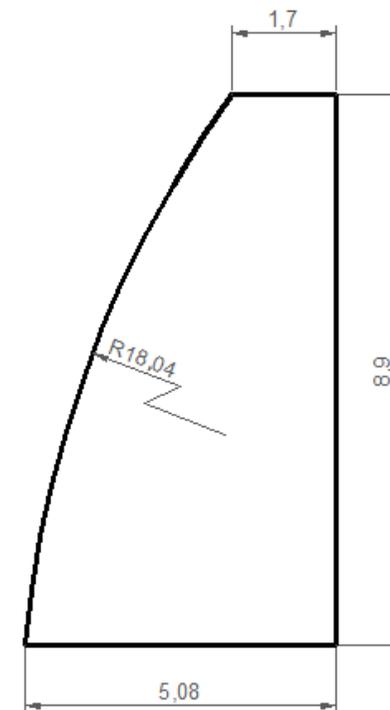
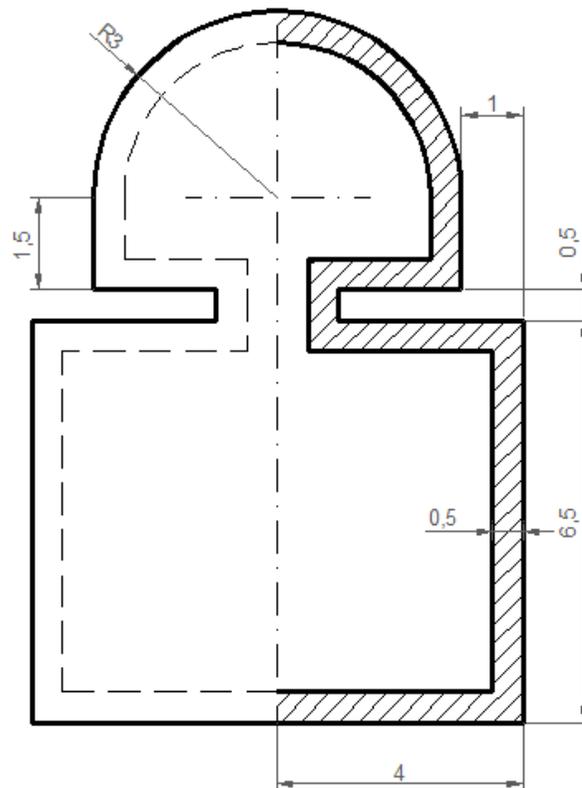
Cotagem de chanfros.





Cotagem

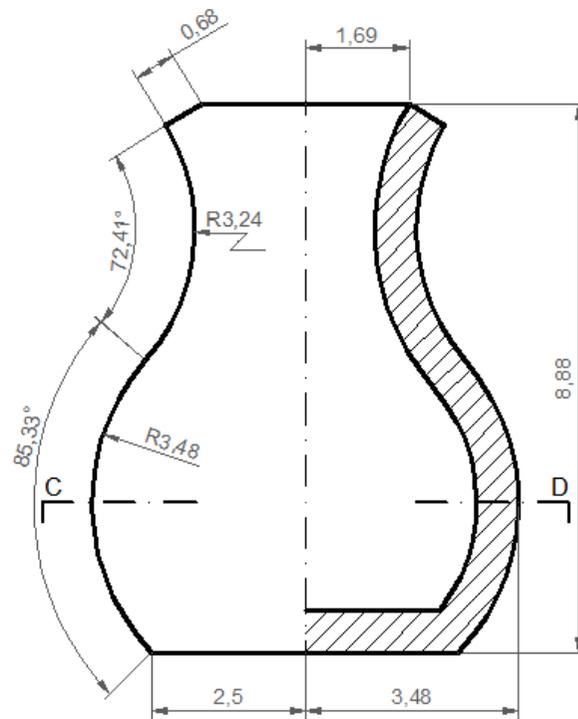
Cotagem de raios. Cotagem de dimensões pequenas. Cotagem de raios grandes.





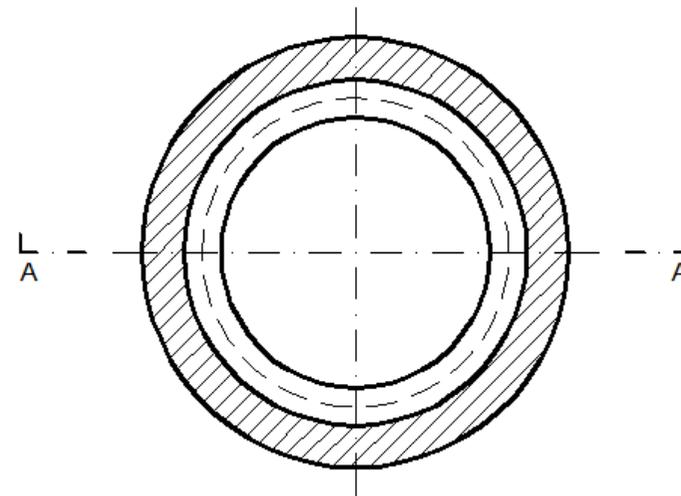
Cotagem

Cotagem de raios. Concordâncias.



VSITA FRONTAL

CORTE A-B



CORTE C-D

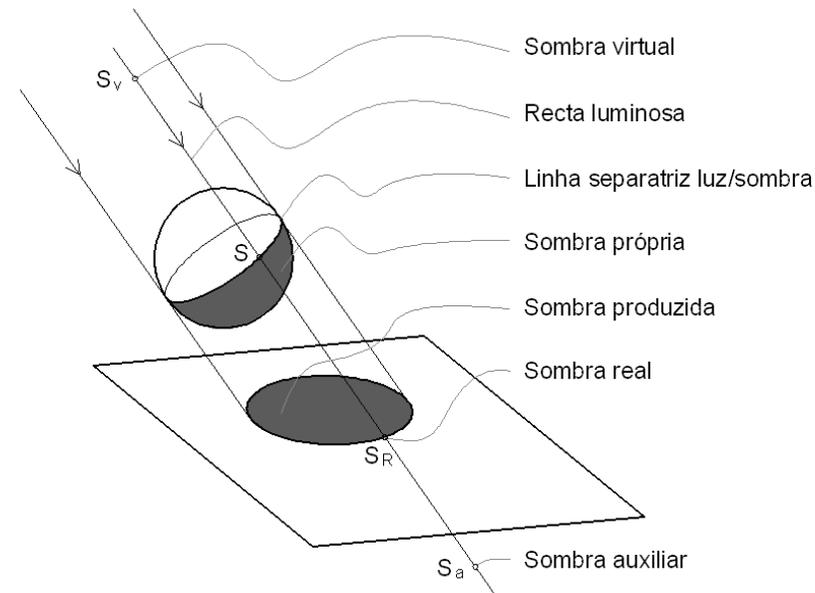


GDC I – Semana 3

Estudo das sombras:
- Teoria da modelação luminosa.

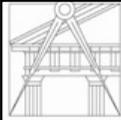


SOMBRAS



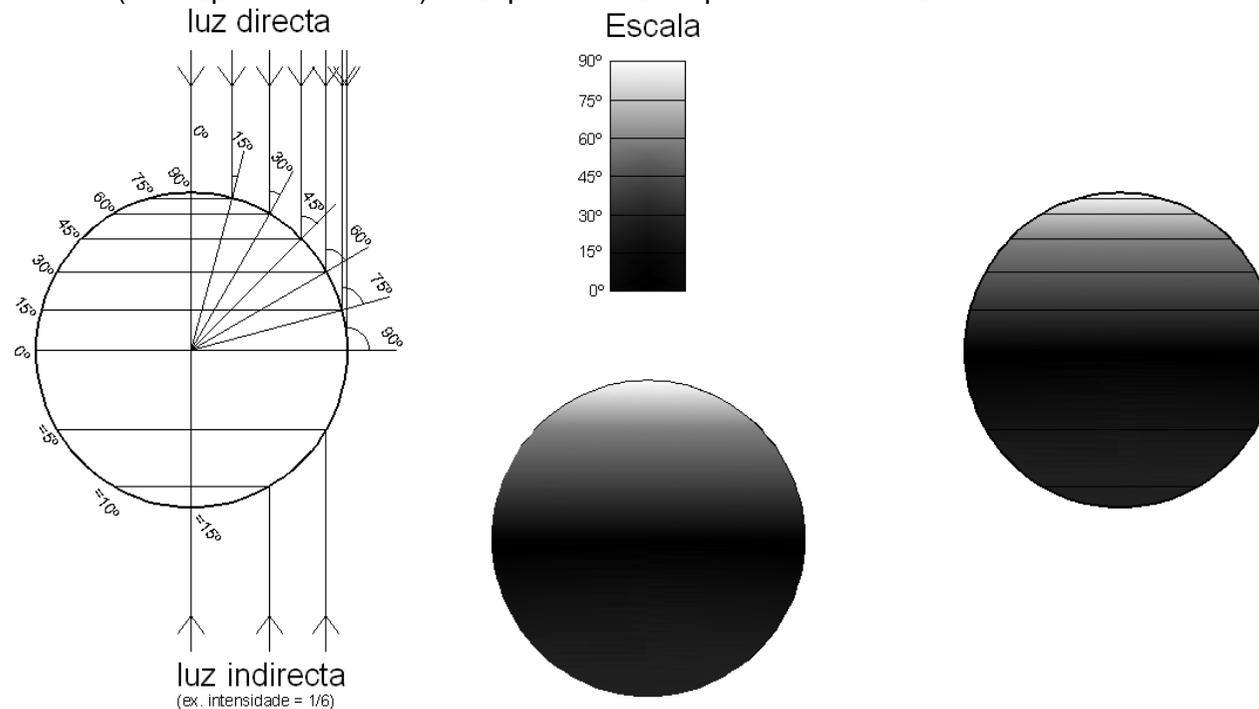
Se o objecto produzir sombra sobre si próprio acresce ainda a SOMBRA AUTO-PRODUZIDA. O foco luminoso pode ser próprio ou impróprio. Se for impróprio todas as rectas luminosas são paralelas entre si e fala-se de direcção luminosa.

Embora este tópico incida sobre a perspectiva e a axonometria, ilustraremos o estudo das sombras apenas com alguns exemplos em perspectiva, a comentar na aula, deixando para as aulas práticas a resolução de exercícios relativos à axonometria.



Estudo das sombras – modelação luminosa

Se considerarmos a inclinação da luz relativamente às superfícies devemos notar que existe uma relação entre esta e a intensidade luminosa da luz reflectida. Acresce a isto o efeito da luz indirecta (atmosférica) de intensidade inferior à da luz directa. O resultado é o tratamento da luz nas superfícies através de uma escala de cinza em função da inclinação da direcção luminosa. Linhas correspondentes a igual inclinação luminosa designam-se por LINHAS DE ISOFOТО. Na figura são apresentadas as linhas de 0°, 15°, 30°, 45°, 60°, 75° e o ponto brilhante (correspondente a 90°). A separatriz corresponde à linha de isofoto de 0°.





GDC II – Semana 4

As Projecções Cotadas:

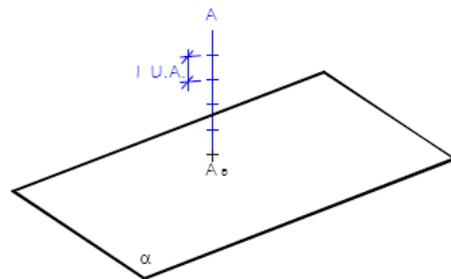
- princípios operativos;
- representação do ponto, da recta e do plano;
- a noção de inclinação e declive;
- exemplos de aplicações.



PROJEÇÕES COTADAS

Embora o sistema das projecções cotadas seja, aparentemente de menor aplicabilidade ao design de moda, a verdade é que se trata de um sistema bastante prático para resolver problemas relacionados com superfícies.

. Representação do ponto; unidade altimétrica; cotas inteiras; escalas

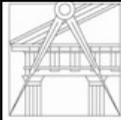


(visto em Perspectiva)



(visto em
Cotadas)

No sistema das Projecções Cotadas os pontos são definidos pela sua projecção horizontal num plano HORIZONTAL ou de REFERÊNCIA, associada a um valor numérico em índice. Esse índice corresponde à cota do ponto medida em UNIDADES ALTIMÉTRICAS (U.A.). Uma unidade altimétrica pode ser, por exemplo: 1cm, 1m, 3cm, 1dm, etc.



Projecções Cotadas

Se a cota do ponto for expressa por um número inteiro de unidades altimétricas então diz-se que o ponto tem cota INTEIRA ou REDONDA.

Neste Sistema de Representação é fundamental a indicação da ESCALA a que se produzem os desenhos. A escala pode ser NUMÉRICA ou GRÁFICA.

exemplos de escalas numéricas:

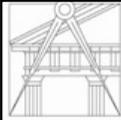
1/10

1/25 000

0,01

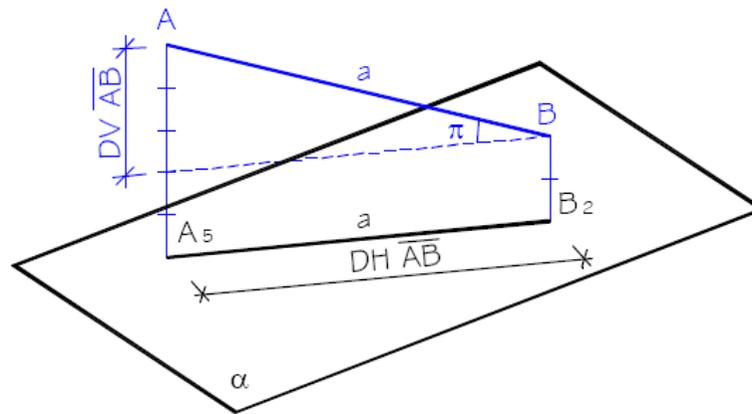
exemplo de escala gráfica:





Projeções Cotadas

Representação da recta; noção de declive de uma recta; graduação da recta



DV = distância vertical

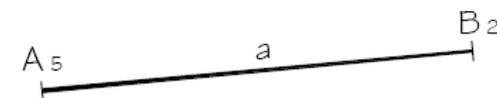
DH = distância horizontal

(visto em Perspectiva)

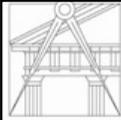
exemplo:

U.A.=1cm

esc. =1/1



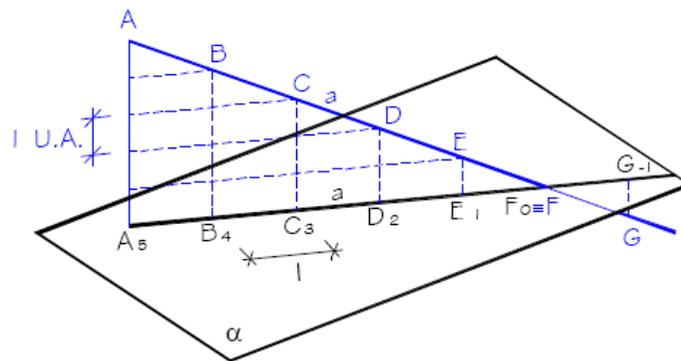
(visto em Cotadas)



Projeções Cotadas

A recta fica definida pelas projecções de dois dos seus pontos. O ponto de cota 0 da recta é o seu TRAÇO HORIZONTAL.

À distância horizontal entre dois pontos, de uma recta, de cota redonda consecutiva, dá-se o nome de INTERVALO (I).

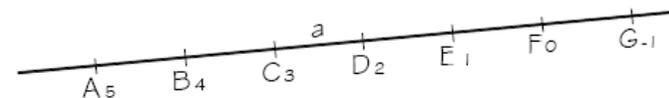


(visto em Perspectiva)

exemplo:

U.A. = 1cm

esc. = 1/1



(visto em Cotadas)



Projecções Cotadas

O DECLIVE (d) de uma recta pode ser determinado pela razão entre as distâncias, vertical e horizontal, de dois dos seus pontos, e corresponde à tangente trigonométrica do ângulo π que mede a INCLINAÇÃO (i) da recta. Pode ainda ser determinado pela razão entre a unidade altimétrica e o intervalo.

$$d = DV / DH$$

$$d = \text{tg } \pi$$

$$d = \text{U.A.} / I$$

$$i = \text{arc tg } \pi$$

O declive de uma recta vem expresso por um índice, por exemplo: 0,4 ou 40%.

A inclinação de uma recta vem expressa em graus, por exemplo 50° .



Projecções Cotadas

exemplo:

U.A. = 2cm

Esc. = 1/1

dados:

A_5

B_{12}

DH **AB** = 28 cm

problema:

a) determine o declive a recta **A.B**

resolução:

$$d = DV \mathbf{AB} / DH \mathbf{AB} \Leftrightarrow d = ((12-5) \times 2) / 28 \Leftrightarrow d = 14 / 28 = 0.5 = 50\%$$



Projecções Cotadas

Duas rectas são PARALELAS se tiverem projecções paralelas, o mesmo declive, e “subirem” no mesmo sentido.

A operação de GRADUAÇÃO de uma recta corresponde à determinação dos seus pontos de conta redonda.

exemplo:

dados do problema:

U.A. = 1cm

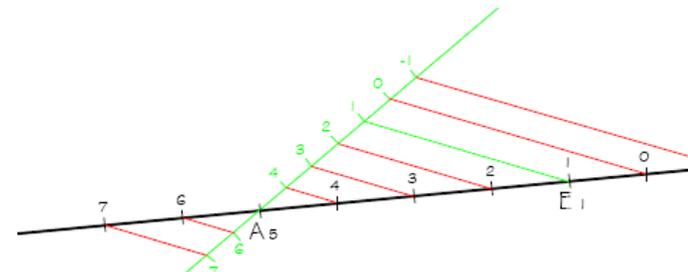
esc. = 1/1

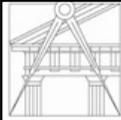


resolução do problema:

U.A. = 1cm

esc. = 1/1





Projecções Cotadas

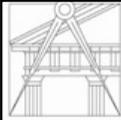
A resolução gráfica deste problema passa por dividir um segmento em partes iguais.

Primeiro conduz-se, por A ou B, uma recta qualquer. Sobre essa recta efectua-se uma divisão em número e proporção equivalentes à que se pretende.

Une-se o ponto da divisão que corresponde ao ponto da recta pelo qual não foi conduzida a recta inicial.

Pelos restantes pontos da divisão conduzem-se paralelas à última recta desenhada.

Esta resolução fez-se pela aplicação de um Teorema de Thalles.



Projecções cotadas (rectas e planos)

A TAXONOMIA DAS RECTAS E PLANOS baseia-se na posição relativa que estes assumem relativamente ao plano de projecção ou referência (horizontal).

TAXONOMIA DAS RECTAS:

- Recta de nível.
- Recta vertical → projectante (no PHP).
- Recta oblíqua.

TAXONOMIA DOS PLANOS:

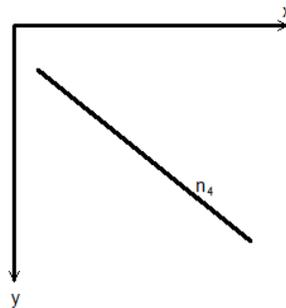
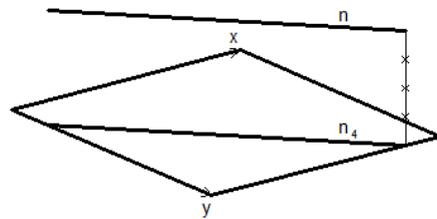
- Plano de nível
- Plano vertical → projectante (no PHP).
- Plano oblíquo.

Note-se que o facto de haver apenas um plano de projecção reduz a taxonomia das rectas e planos.

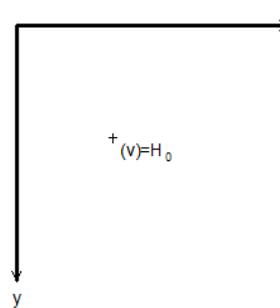
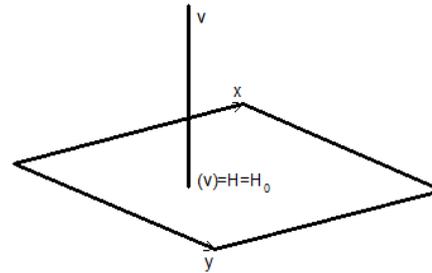


Projecções cotadas (rectas)

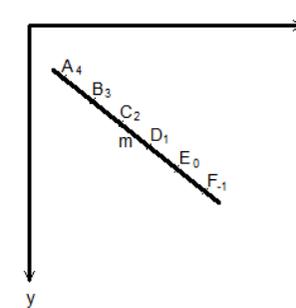
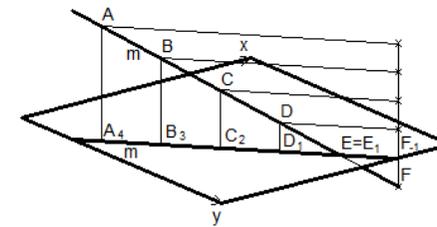
RECTA DE NÍVEL

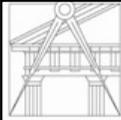


RECTA DE VERTICAL



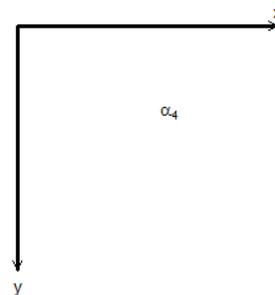
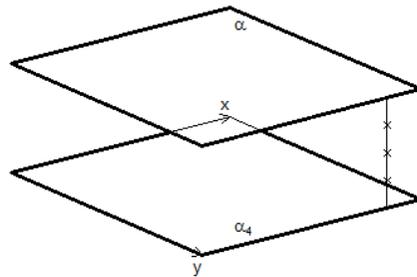
RECTA DE OBLÍQUA



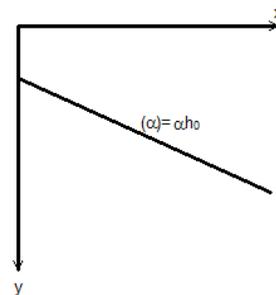
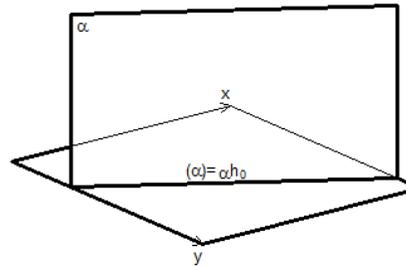


Projecções cotadas (planos)

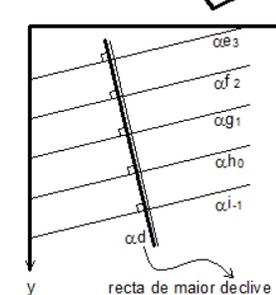
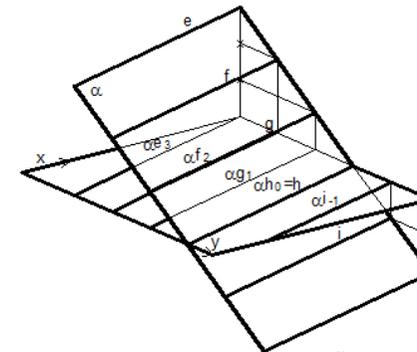
PLANO DE NÍVEL

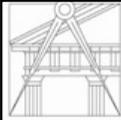


PLANO VERTICAL



PLANO OBLÍQUO

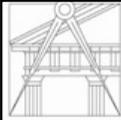




GDC II – Semana 5

Os sistemas de representação (MPO e Cotadas):

- Rotações e rebatimentos.
- Rebatimento de planos projectantes.
- Rebatimento de planos oblíquos (método do triângulo do rebatimento; aplicação da mudança de planos de projecção).
- Perpendicularidade.
- Intersecções entre planos (Cotadas).

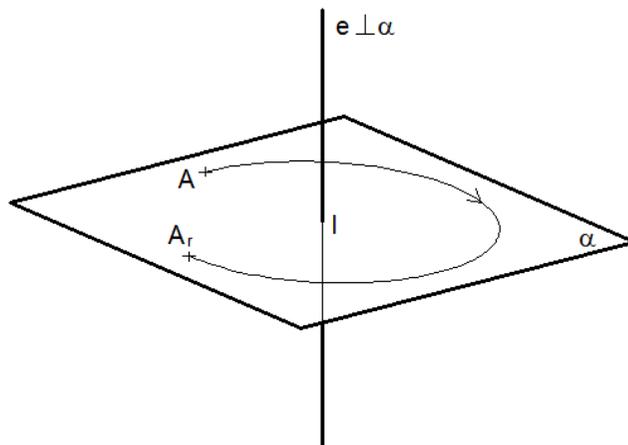


Rotações e rebatimentos (princípios gerais)

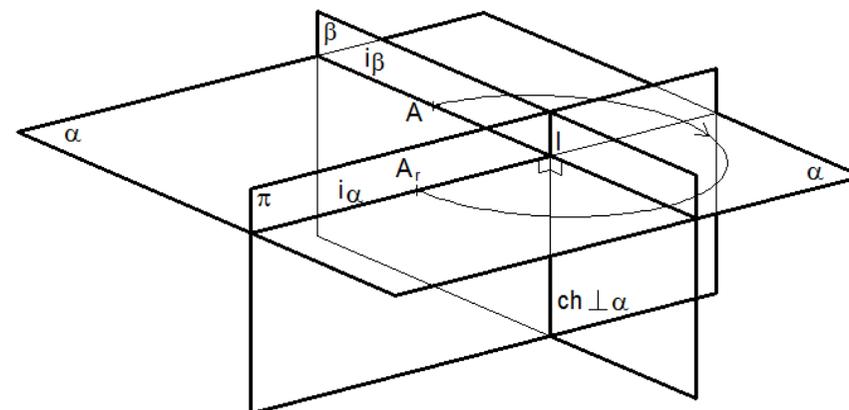
Numa rotação (ou rebatimento) cada ponto descreve um arco contido num plano perpendicular ao eixo (à charneira).

O rebatimento é um caso particular da rotação. O rebatimento corresponde a uma rotação de um plano, até ficar coincidente com outro, em torno de um eixo que é a recta comum aos dois planos.

ROTAÇÃO DE UM PONTO A



REBATIMENTO DE UM PLANO beta

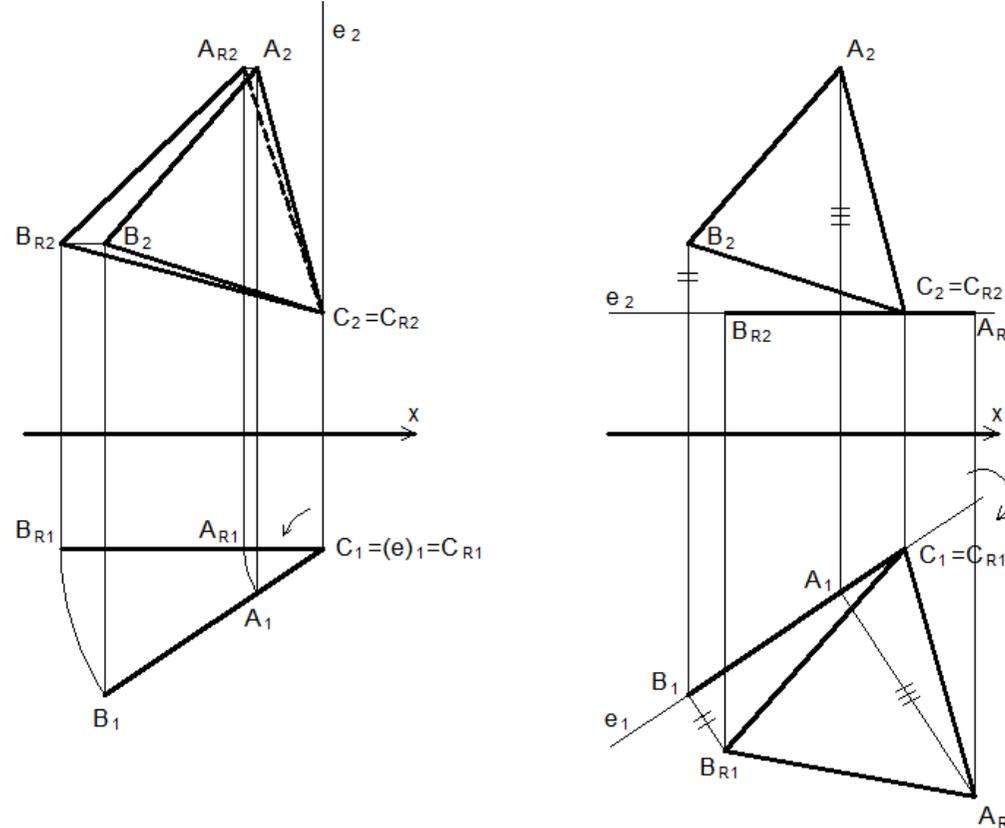




Rebatimento de planos projectantes (MPO)

À esquerda: Rebatimento de um plano vertical para um plano frontal (charneira vertical).

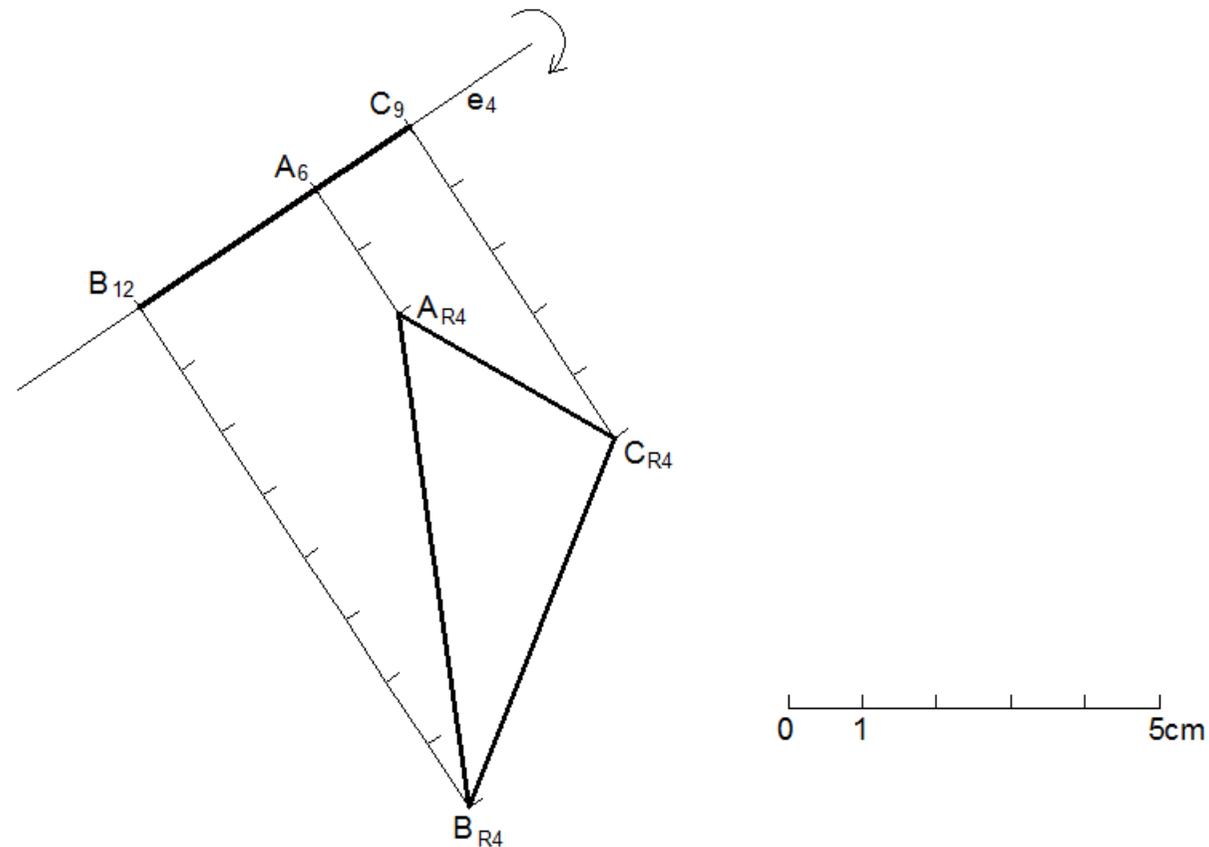
À direita: Rebatimento de um plano vertical para um plano de nível (charneira horizontal).





Rebatimento de planos projectantes (Cotadas)

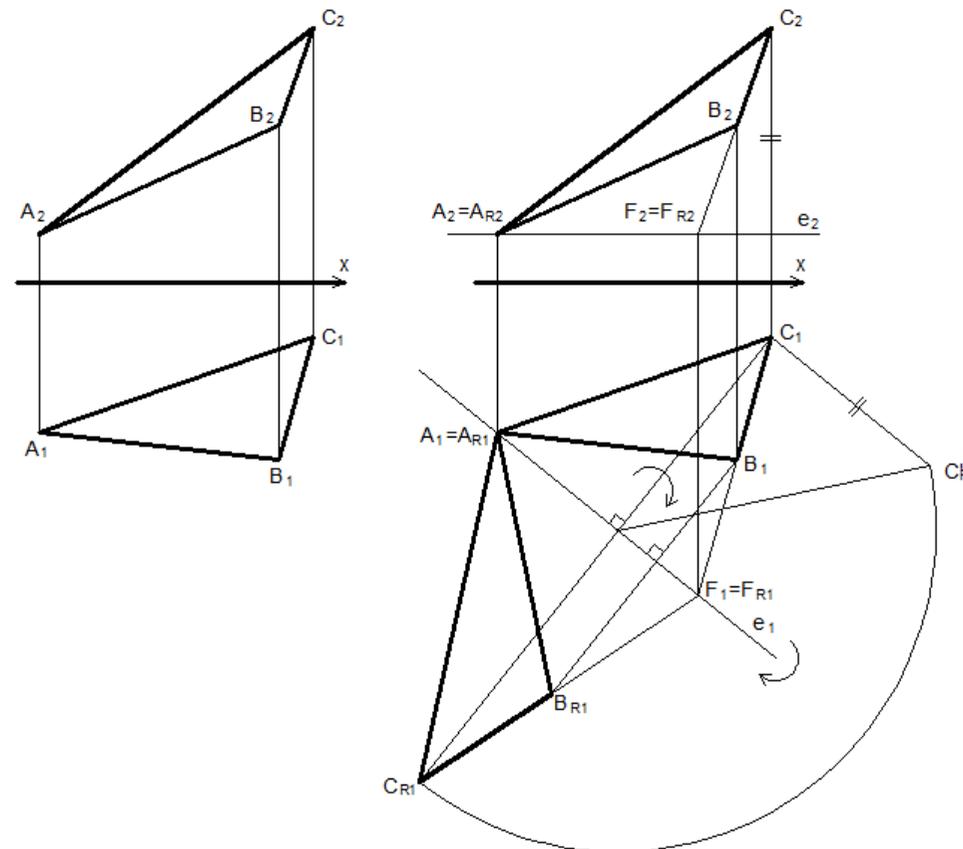
Rebatimento de um plano vertical para um plano de nível à cota 4 (charneira horizontal).





Rebatimento de planos oblíquos (MPO)

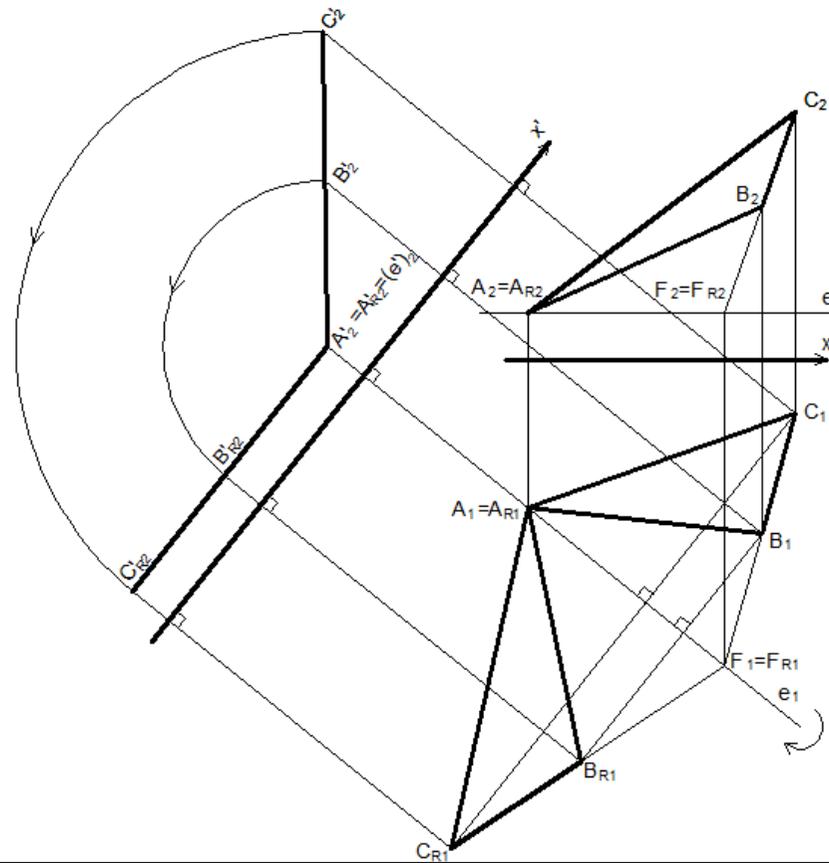
Rebatimento de um plano vertical para um plano de nível (método do triângulo do rebatimento).





Rebatimento de planos oblíquos (MPO)

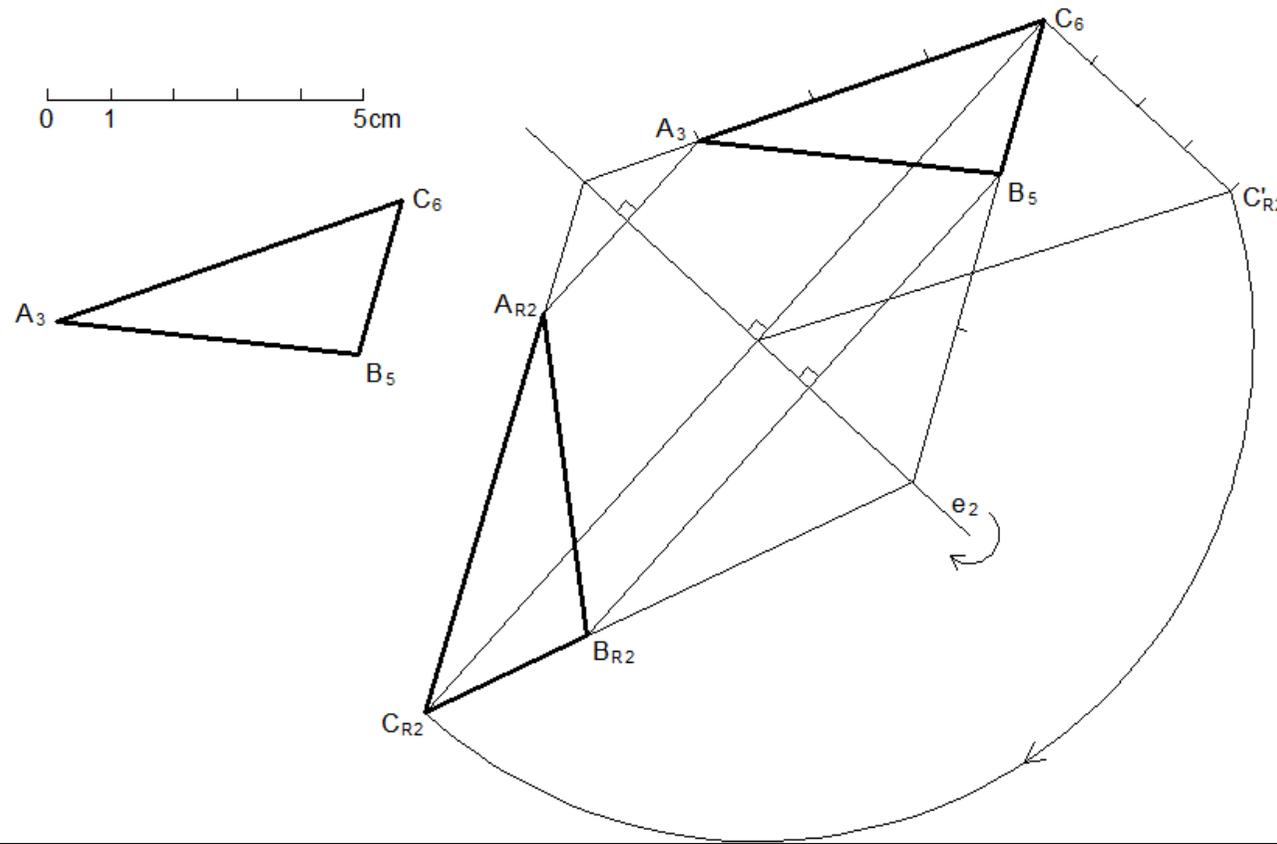
Rebatimento de um plano vertical para um plano de nível (utilização da mudança de planos).





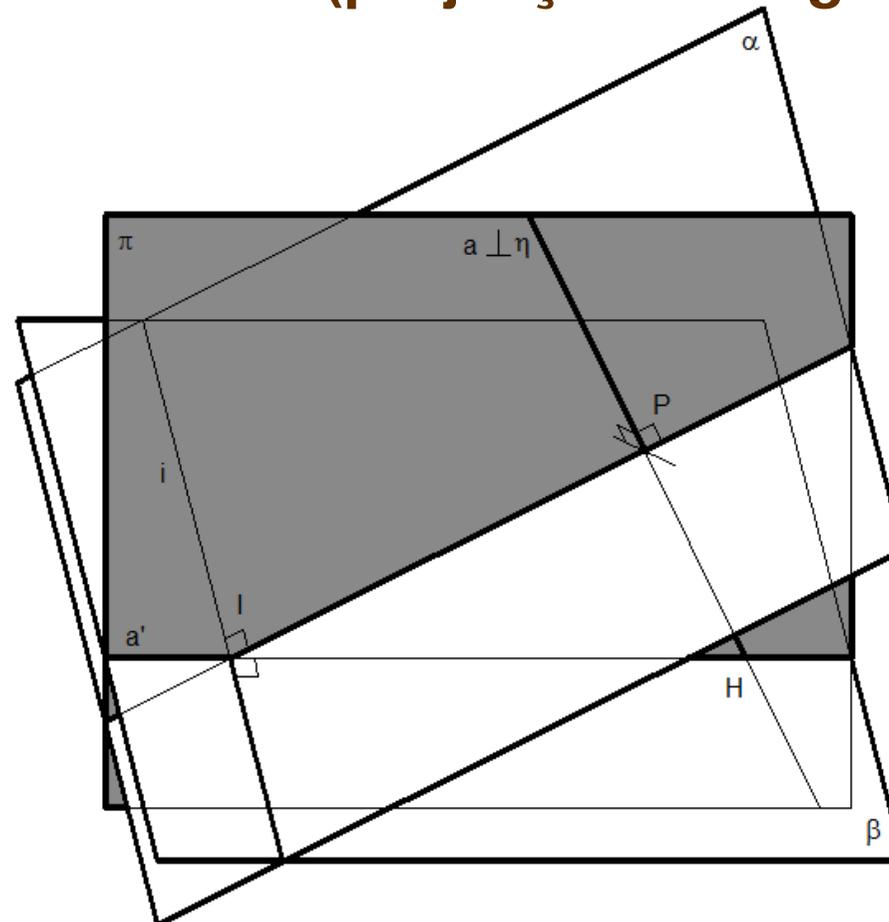
Rebatimento de planos oblíquos (Cotadas)

Rebatimento de um plano vertical para um plano de nível à cota 2 (método do triângulo do rebatimento).





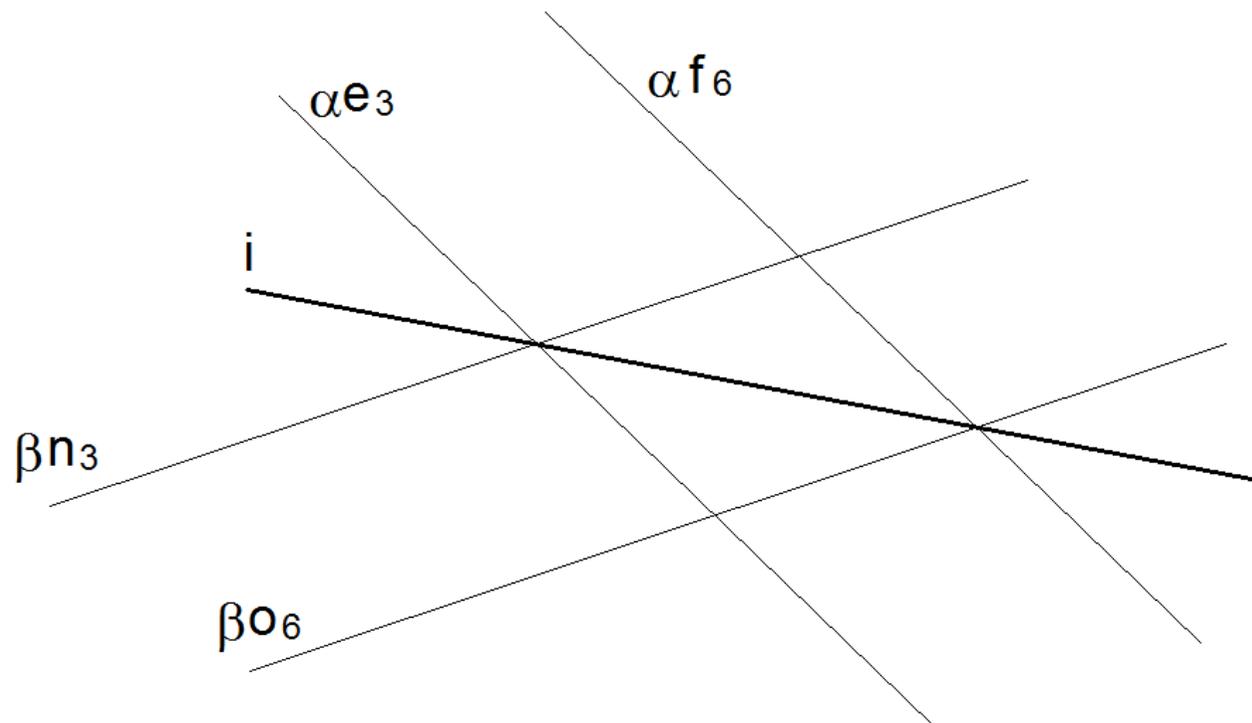
Perpendicularidade (projecções ortogonais)





Intersecção entre planos - exemplos (Cotadas)

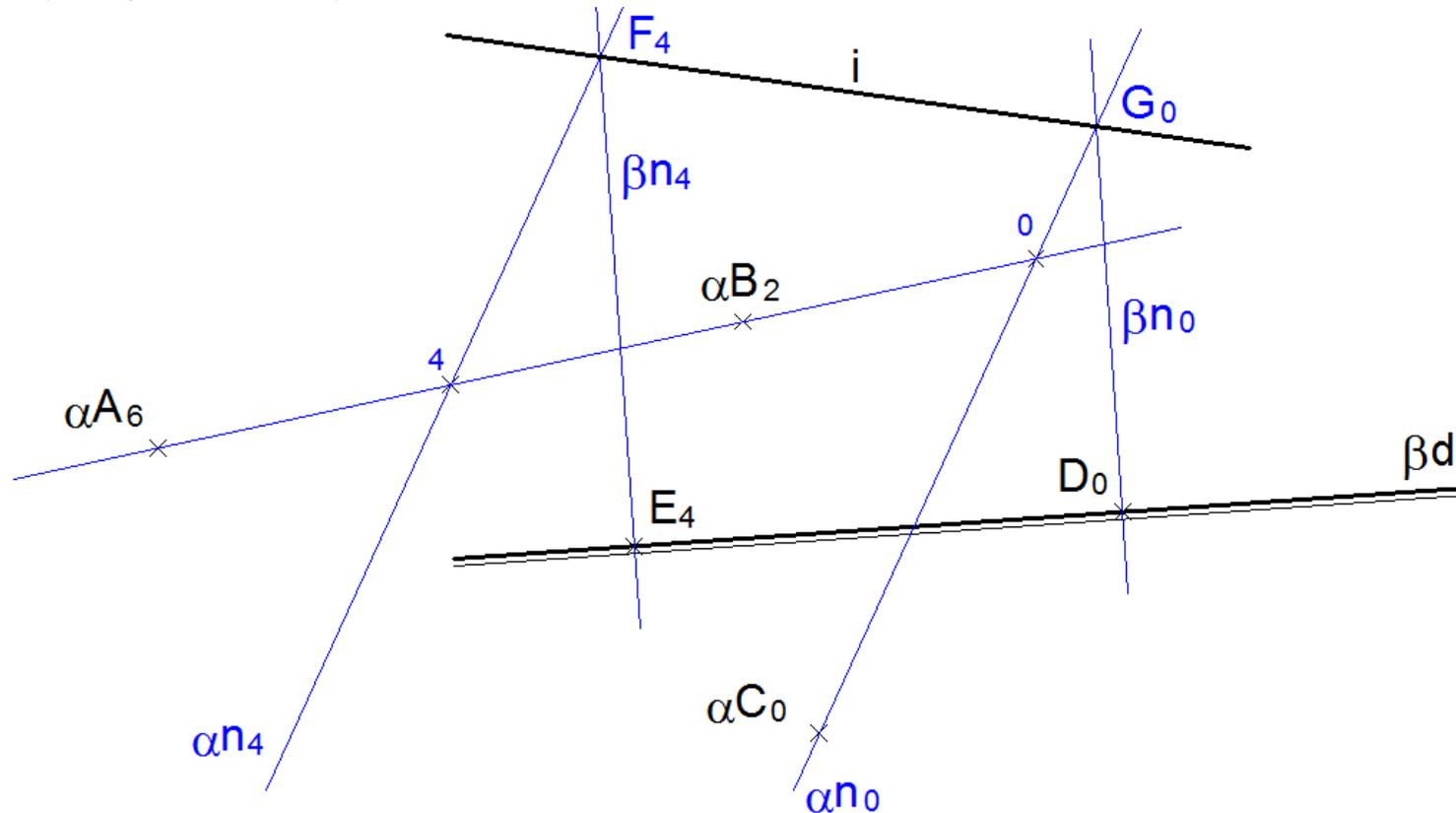
Determine a recta de intersecção i entre os planos α e β .





Intersecção entre planos - exemplos (Cotadas)

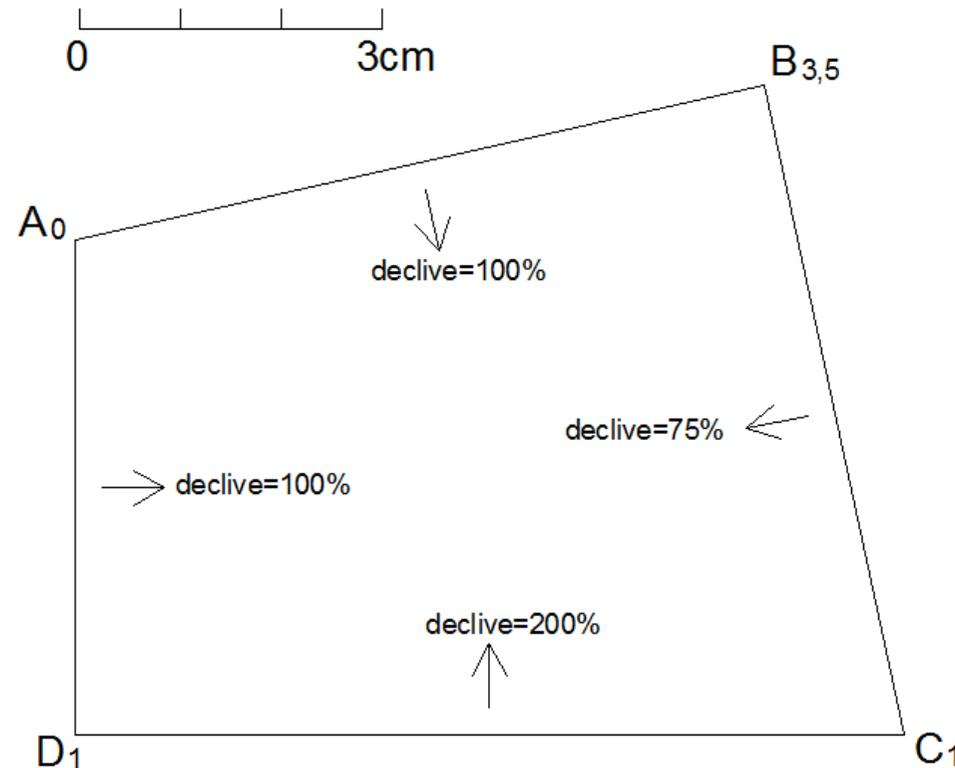
Determine a recta de intersecção i entre os planos α e β . O plano α está definido pelos pontos A , B e C . O plano β está definido por uma recta de maior declive d .

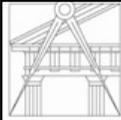




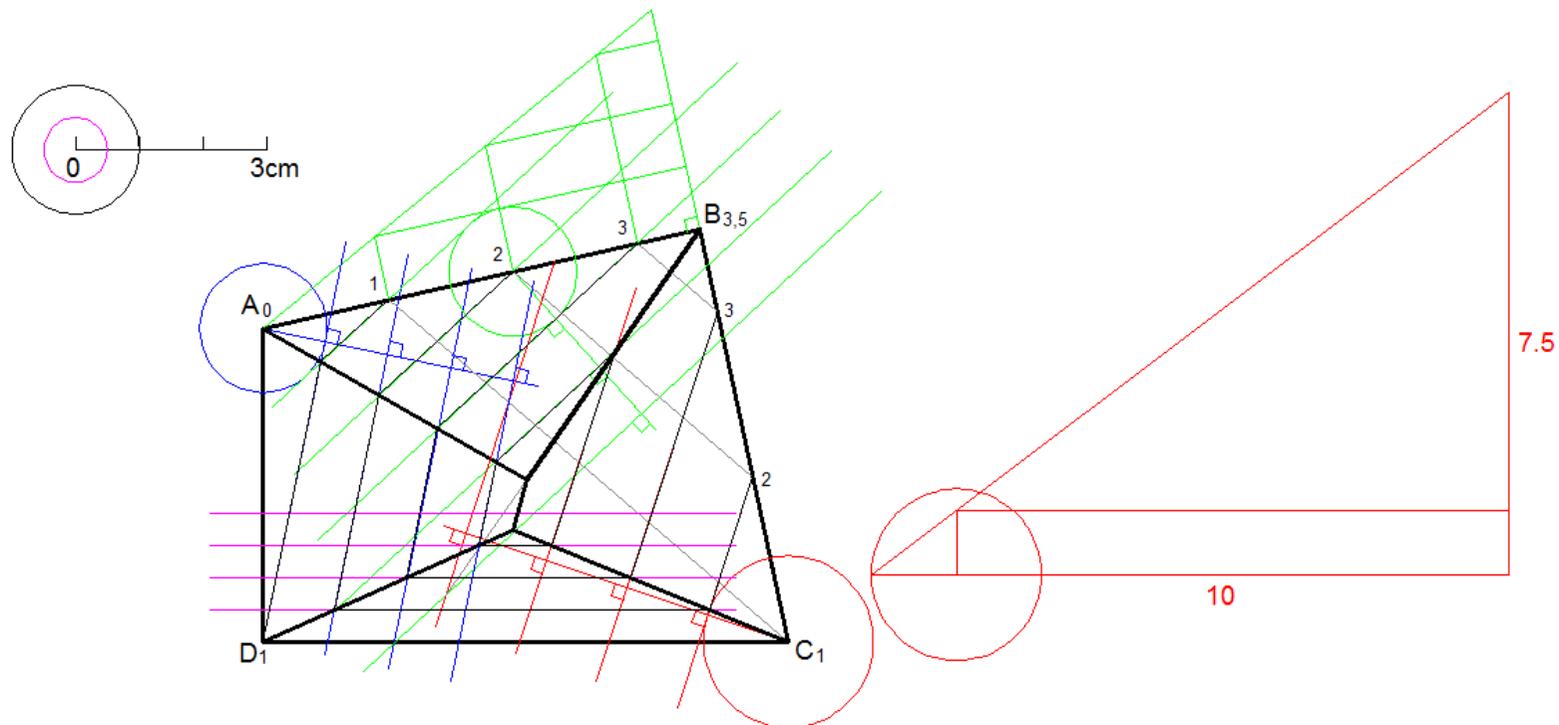
Intersecção entre planos - exemplos (Cotadas)

Considere o limite definido pelos pontos **A**, **B**, **C** e **D**. Conduza planos pelos segmentos [AB], [BC], [CD] e [DA] com as pendentes definidas. De seguida determine a figura delimitada pelos planos e pelo limite definido efectuado a sua graduação. A unidade altimétrica é o cm.



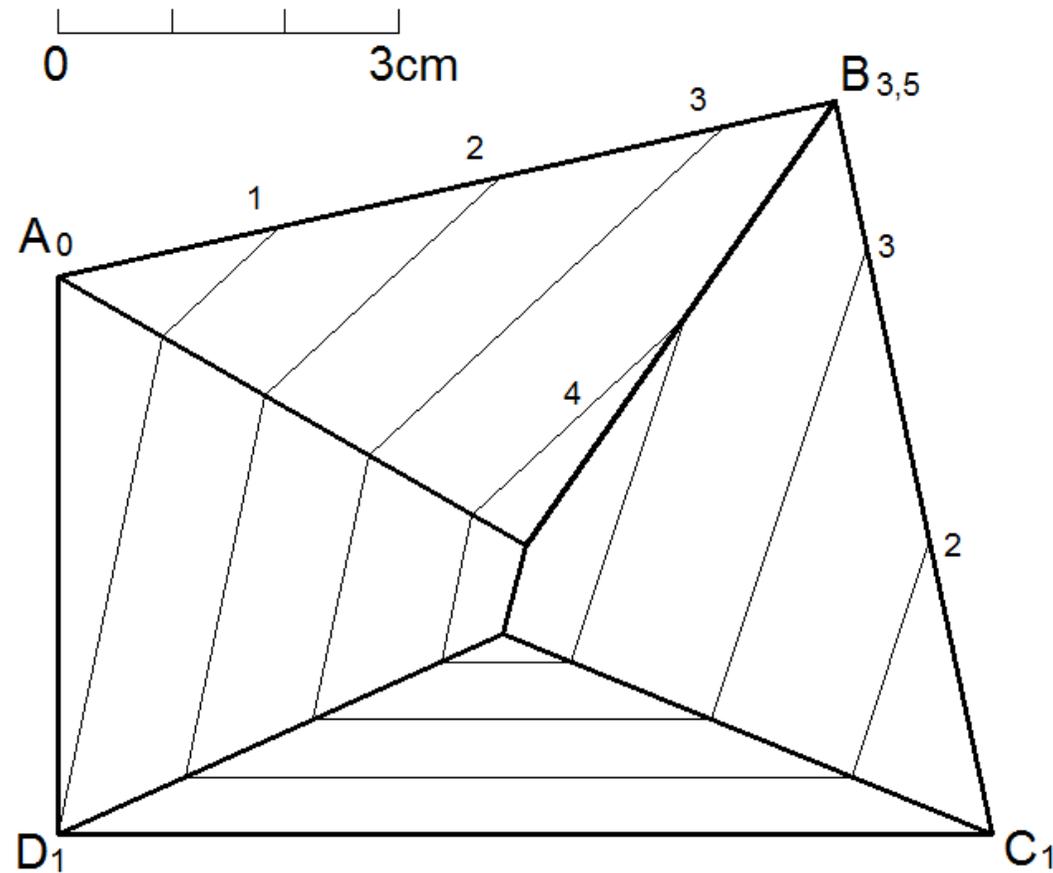


Intersecção entre planos - exemplos (Cotadas)





Intersecção entre planos - exemplos (Cotadas)

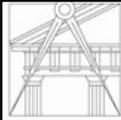




GDC II – Semana 6

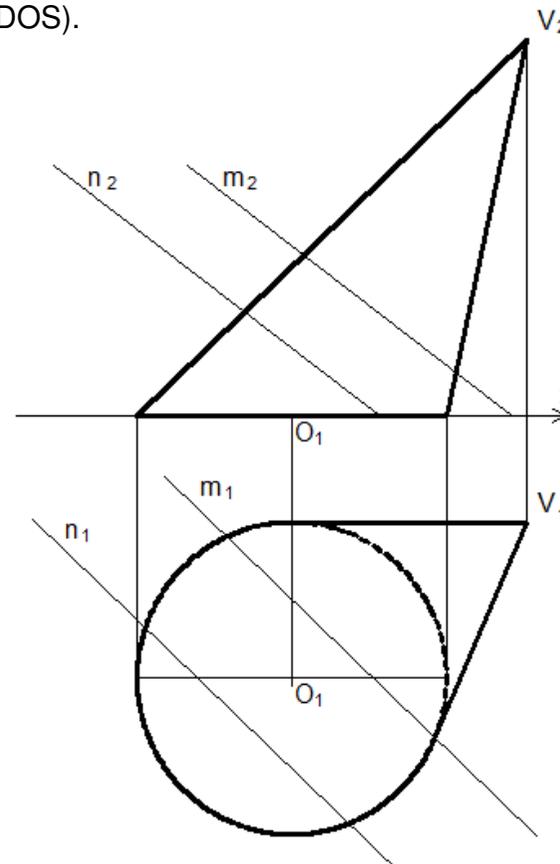
MPO e Cotadas:

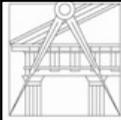
- Intersecções planas em cones, cilindros, prismas e pirâmides.
- Determinação das verdadeiras grandezas através de rebatimentos ou de mudanças de plano de projecção.



A determinação de uma secção (MPO)

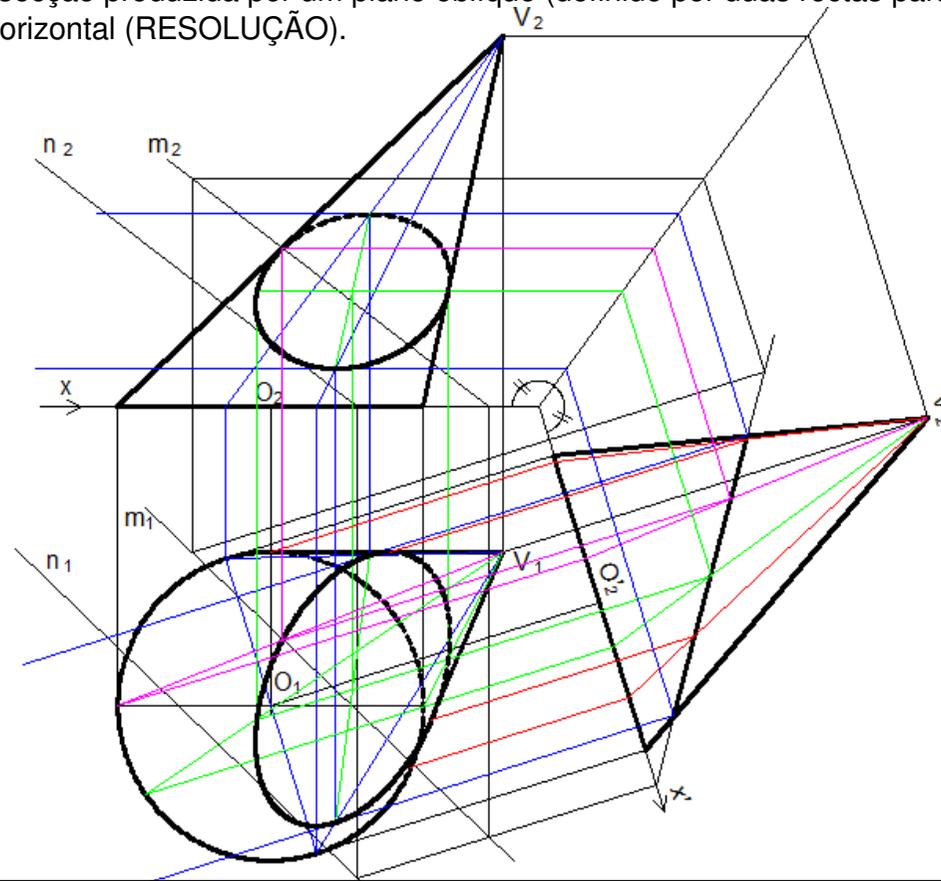
Determinação da secção produzida por um plano oblíquo (definido por duas rectas paralelas) num cone oblíquo de base horizontal (DADOS).

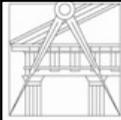




A determinação de uma secção (MPO)

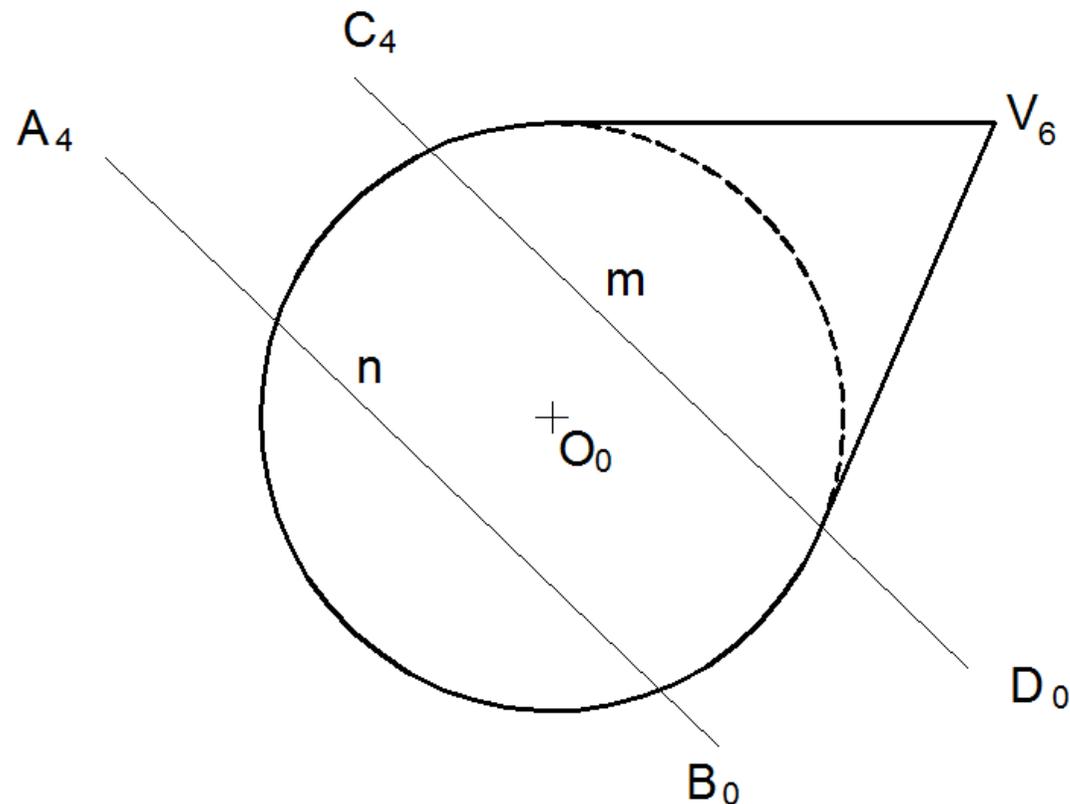
Determinação da secção produzida por um plano oblíquo (definido por duas rectas paralelas) num cone oblíquo de base horizontal (RESOLUÇÃO).





A determinação de uma secção (Cotadas)

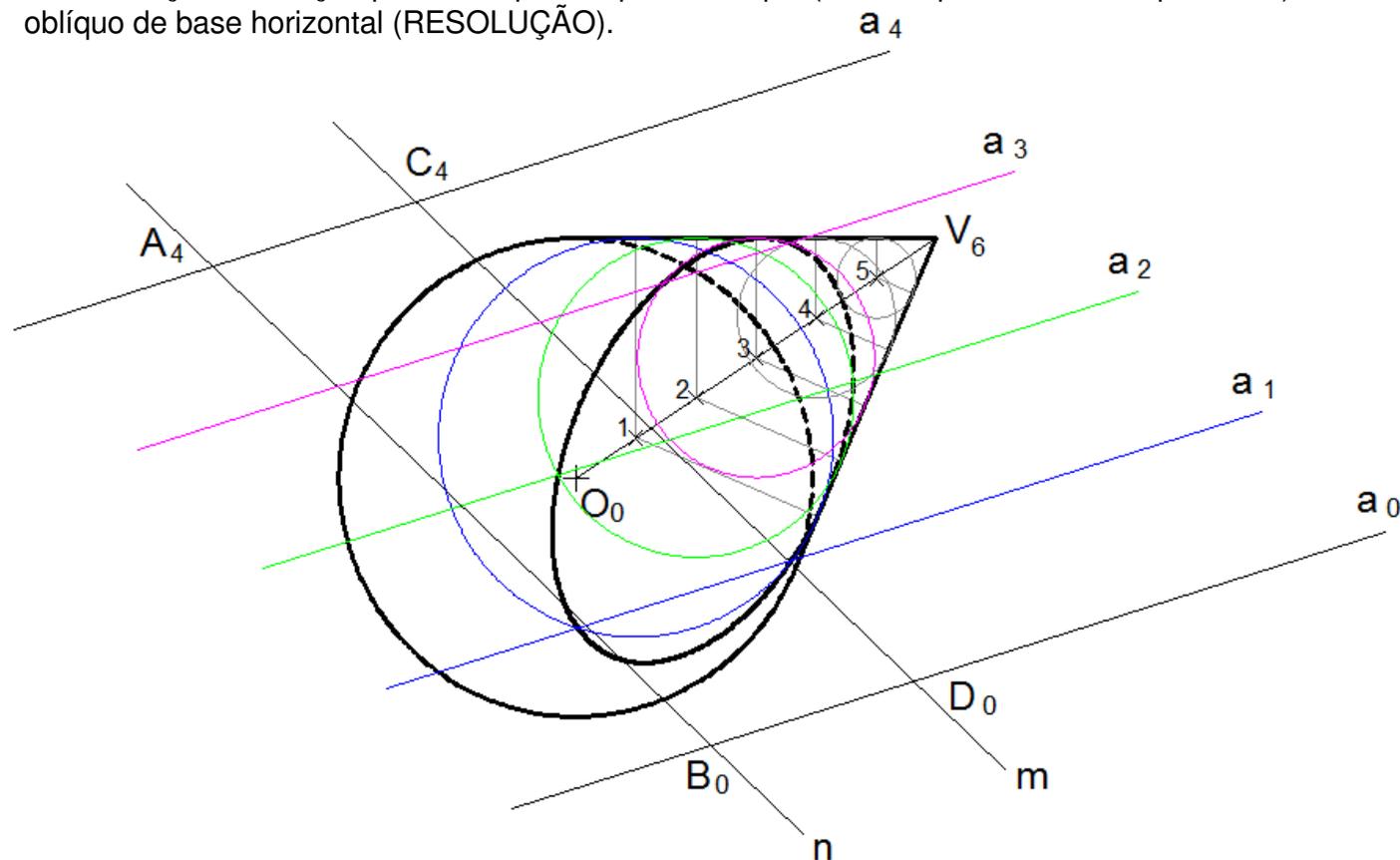
Determinação da secção produzida por um plano oblíquo (definido por duas rectas paralelas) num cone oblíquo de base horizontal (DADOS).





A determinação de uma secção (Cotadas)

Determinação da secção produzida por um plano oblíquo (definido por duas rectas paralelas) num cone oblíquo de base horizontal (RESOLUÇÃO).





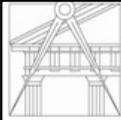
GDC I – Semana 7

Introdução ao estudo das superfícies. As superfícies no Design.

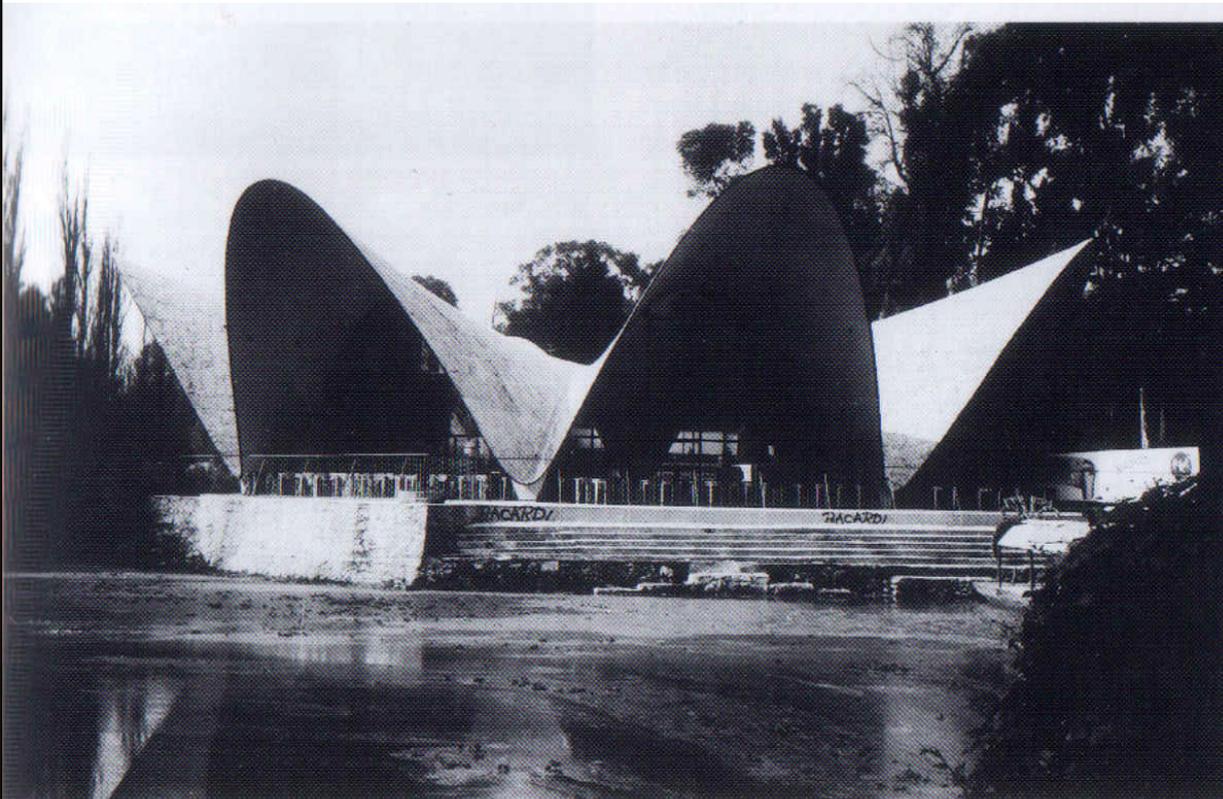
- Noções gerais.

Estudo das superfícies:

- Critérios de classificação.

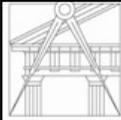


Superfícies no Design

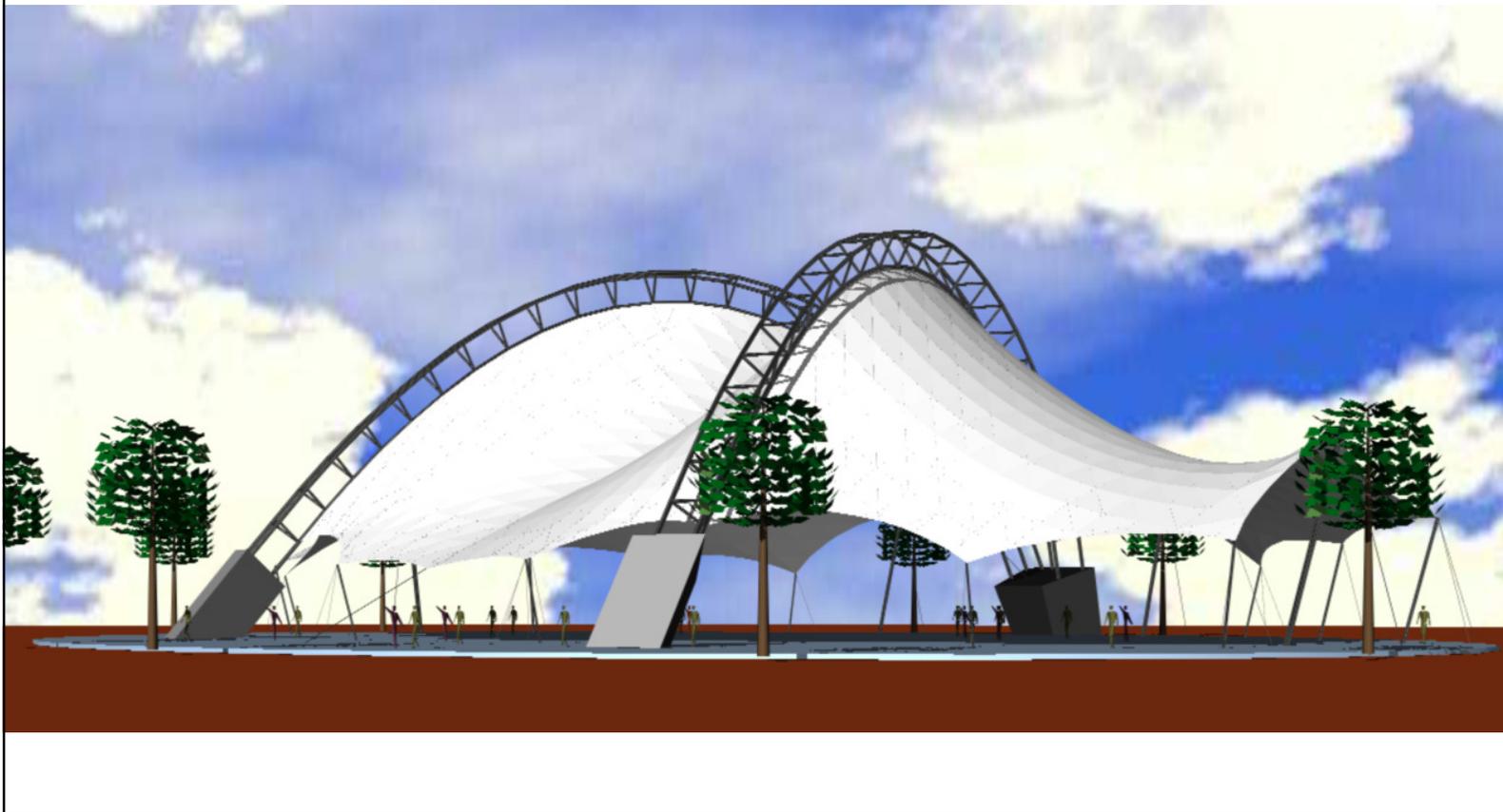


Felix Candela's delightful hyperboloid concrete shell structure for a restaurant in Xochimilco, Mexico, 1958. The concrete is only 10 cm (4in.) thick, and its strength depends entirely on its curvature. [2.19]

In
BERGER H: Light structures – structures of light. 1996. Birkhauser. ISBN 3-7643-5352-X



Superfícies no Design

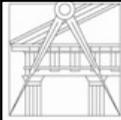




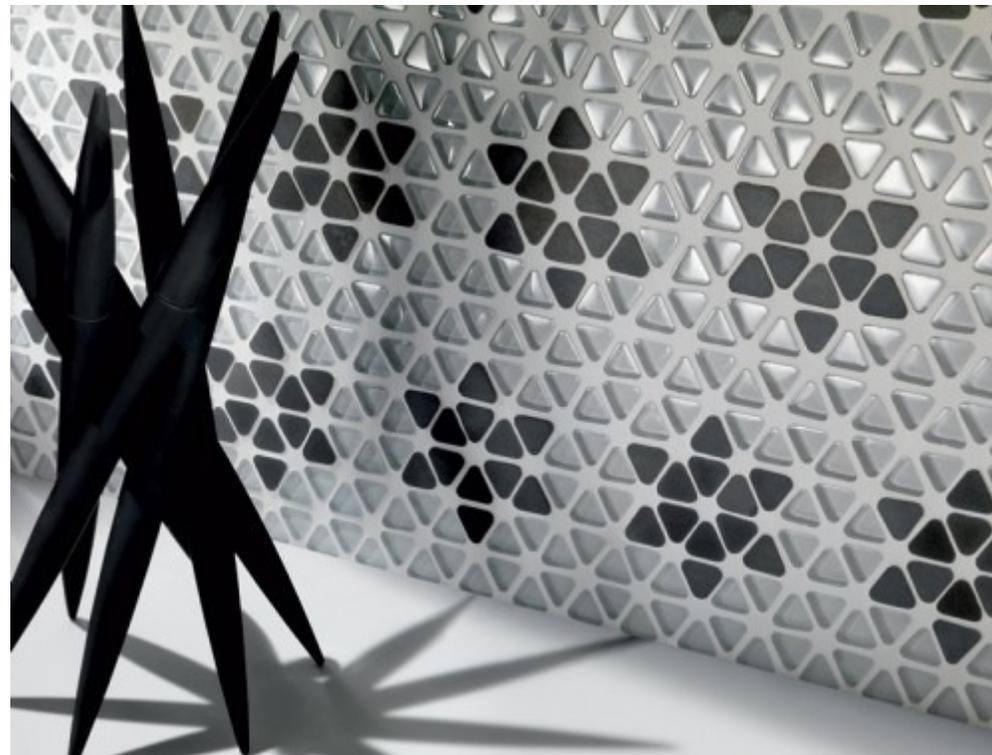
Superfícies no Design



In
<http://pichaus.com/+geometric+furniture/>



Superfícies no Design



In
<http://www.shelterness.com/7-trends-of-modern-ceramic-tiles-design/pictures/816/>



Estudo das Superfícies - Noções gerais

Cada linha recta tem uma DIRECÇÃO; direcção é a propriedade comum a uma família de rectas paralelas entre si.

Cada linha recta contém um PONTO IMPRÓPRIO, isto é, um ponto situado no infinito.

A cada direcção de rectas corresponde apenas um ponto impróprio, isto é, todas as rectas paralelas entre si têm o mesmo ponto do infinito, daí dizer-se que rectas paralelas são rectas concorrentes no infinito.

Cada plano tem uma ORIENTAÇÃO; orientação é a propriedade comum a uma família de planos paralelos entre si.

Cada plano contém uma RECTA IMPRÓPRIA, isto é, uma recta situada no infinito.

A cada orientação de planos corresponde apenas uma recta imprópria, isto é, todos os planos paralelos entre si têm a mesma recta do infinito, daí dizer-se que planos paralelos se intersectam no infinito.

Uma orientação contém uma infinidade de direcções.

O lugar geométrico de todos os pontos impróprios e de todas as rectas impróprias é o PLANO IMPRÓPRIO, isto é, o plano do infinito.

A SUPERFÍCIE é uma entidade bidimensional gerada pelo movimento contínuo da linha.

A GERATRIZ é a linha, deformável ou indeformável, que se move no espaço para gerar a superfície.

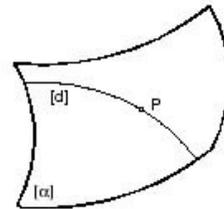
A DIRECTRIZ é a linha ou superfície em que se apoia a geratriz no seu movimento.

Se a directriz for uma superfície, então a superfície gerada diz-se de NÚCLEO.



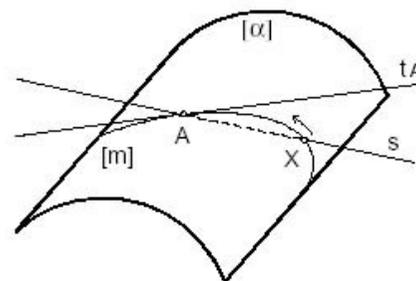
Estudo das Superfícies - Noções gerais

Condições de pertença



Se o ponto P pertencer à linha $[d]$ e a linha $[d]$ pertencer à superfície $[\alpha]$, então o ponto P pertence à superfície $[\alpha]$.

Recta tangente



O ponto A pertence à linha $[m]$ e a linha $[m]$ pertence à superfície $[\alpha]$.

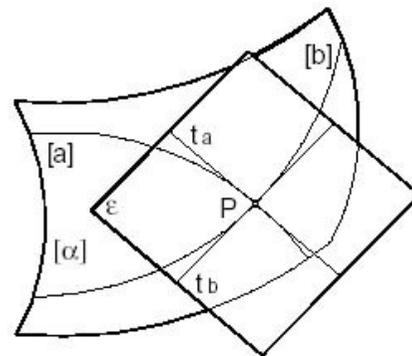
A recta t_A , tangente à linha $[m]$ no ponto A , é a posição limite da recta secante s , quando o ponto X tende para o ponto A .

Se a recta t_A é tangente à linha $[m]$, é também tangente à superfície $[\alpha]$.



Estudo das Superfícies - Noções gerais

Plano tangente



Sejam $[a]$ e $[b]$ duas linhas, pertencentes à superfície $[\alpha]$, concorrentes no ponto P .

Sejam t_a e t_b as rectas tangentes às linhas $[a]$ e $[b]$, respectivamente, no ponto P .

O plano ε , definido pelas rectas t_a e t_b , é o plano tangente à superfície $[\alpha]$ no ponto P .

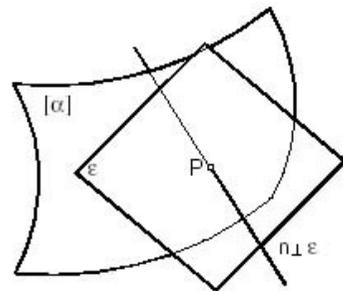
O plano ε é o lugar geométrico de todas as rectas tangentes à superfície $[\alpha]$ no ponto P .

Do plano tangente a uma superfície diz-se que é OSCULANTE.



Estudo das Superfícies - Noções gerais

Recta normal e plano normal



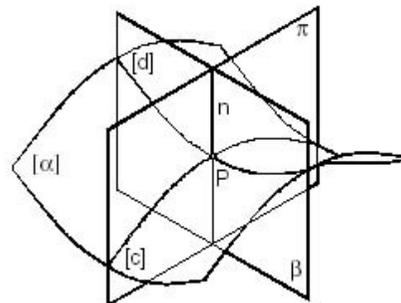
Seja ε o plano tangente à superfície $[\alpha]$ no ponto P .

Seja n uma recta perpendicular ao plano ε no ponto P .

A recta n diz-se NORMAL à superfície $[\alpha]$ no ponto P .

De um plano que contenha a recta n diz-se que é normal à superfície $[\alpha]$ no ponto P .

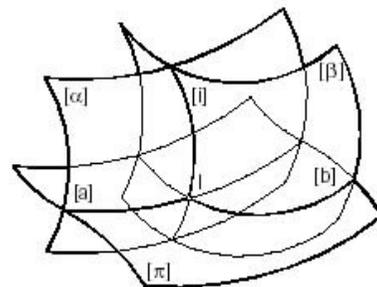
Curvatura de uma superfície



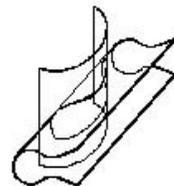


Estudo das Superfícies - Noções gerais

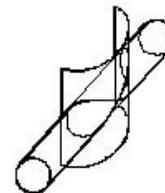
Intersecção de superfícies



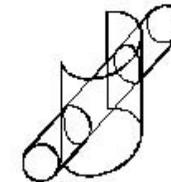
Se duas superfícies $[\alpha]$ e $[\beta]$ se intersectam segundo uma linha $[i]$, então existe pelo menos uma superfície $[\pi]$ que intersecta a superfície $[\alpha]$ segundo uma linha $[a]$, intersecta a superfície $[\beta]$ segundo uma linha $[b]$, de tal modo que a linha $[a]$ intersecta a linha $[b]$ num ponto I da linha $[i]$.



Se a linha de intersecção for única e fechada tem-se um ARRANCAMENTO.



Se a linha de intersecção tiver um ponto duplo tem-se um BEIJAMENTO.

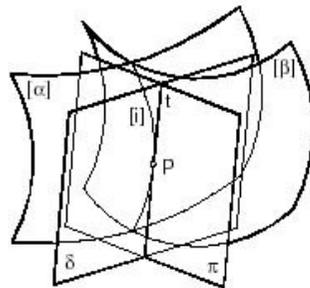


Se existir uma linha de entrada e uma linha de saída distintas tem-se uma PENETRAÇÃO.



Estudo das Superfícies - Noções gerais

Recta tangente à linha de intersecção



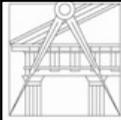
Seja $[i]$ a linha de intersecção entre as superfícies $[\alpha]$ e $[\beta]$.

Seja P um ponto da linha $[i]$, logo ponto comum $[\alpha]$ e $[\beta]$.

Seja δ o plano tangente à superfície $[\alpha]$ no ponto P .

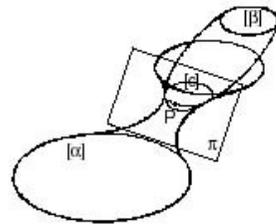
Seja π o plano tangente à superfície $[\beta]$ no ponto P .

A recta t , de intersecção entre os planos δ e π , é a recta tangente à linha $[i]$ no ponto P .

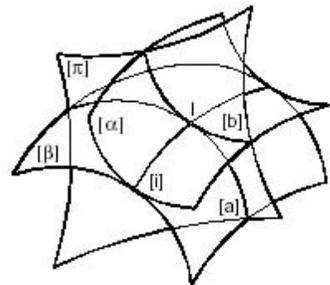


Estudo das Superfícies - Noções gerais

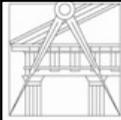
Concordância entre superfícies



Se duas superfícies $[\alpha]$ e $[\beta]$ admitirem os mesmos planos tangentes π em todos os pontos P da linha $[c]$ comum a ambas, então as duas superfícies dizem-se concordantes segundo a linha $[c]$.

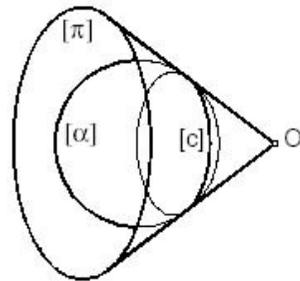


Se duas superfícies $[\alpha]$ e $[\beta]$ forem concordantes segundo uma linha $[i]$, então existe pelo menos uma superfície $[\pi]$ que intersecta as superfícies $[\alpha]$ e $[\beta]$ segundo as linhas $[b]$ e $[a]$, respectivamente, de tal modo que as linhas $[b]$ e $[a]$ são tangentes entre si num ponto I da linha $[i]$.



Estudo das Superfícies - Noções gerais

Contorno aparente



O contorno aparente de uma superfície $[\alpha]$ para um “observador” (centro de projecções) O é a linha $[c]$ de concordância entre a superfície $[\alpha]$ e uma superfície cónica $[\pi]$ de vértice O , que projectada a partir de O sobre uma superfície $[\beta]$ qualquer determina nesta uma linha $[c']$ que delimita a projecção de $[\alpha]$.

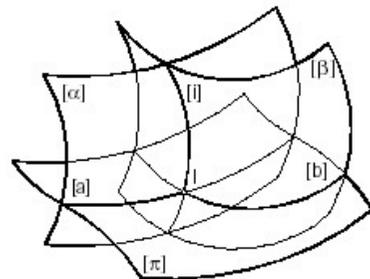
Se o observador estiver no infinito, então $[\pi]$ é uma superfície cilíndrica.

Distinção entre superfície e sólido

Uma superfície é a entidade que delimita o volume do sólido.

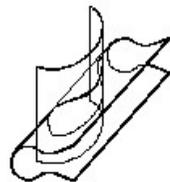


Estudo das Superfícies - Intersecções (superfícies)

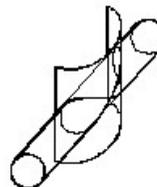


Se duas superfícies $[\alpha]$ e $[\beta]$ se intersectam segundo uma linha $[i]$, então existe pelo menos uma superfície $[\pi]$ que intersecta a superfície $[\alpha]$ segundo uma linha $[a]$, intersecta a superfície $[\beta]$ segundo uma linha $[b]$, de tal modo que a linha $[a]$ intersecta a linha $[b]$ num ponto I da linha $[i]$.

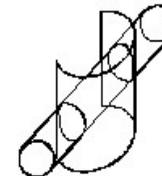
Linha de
intersecção única



Linha de intersecção
com ponto duplo



Duas linhas de
intersecção



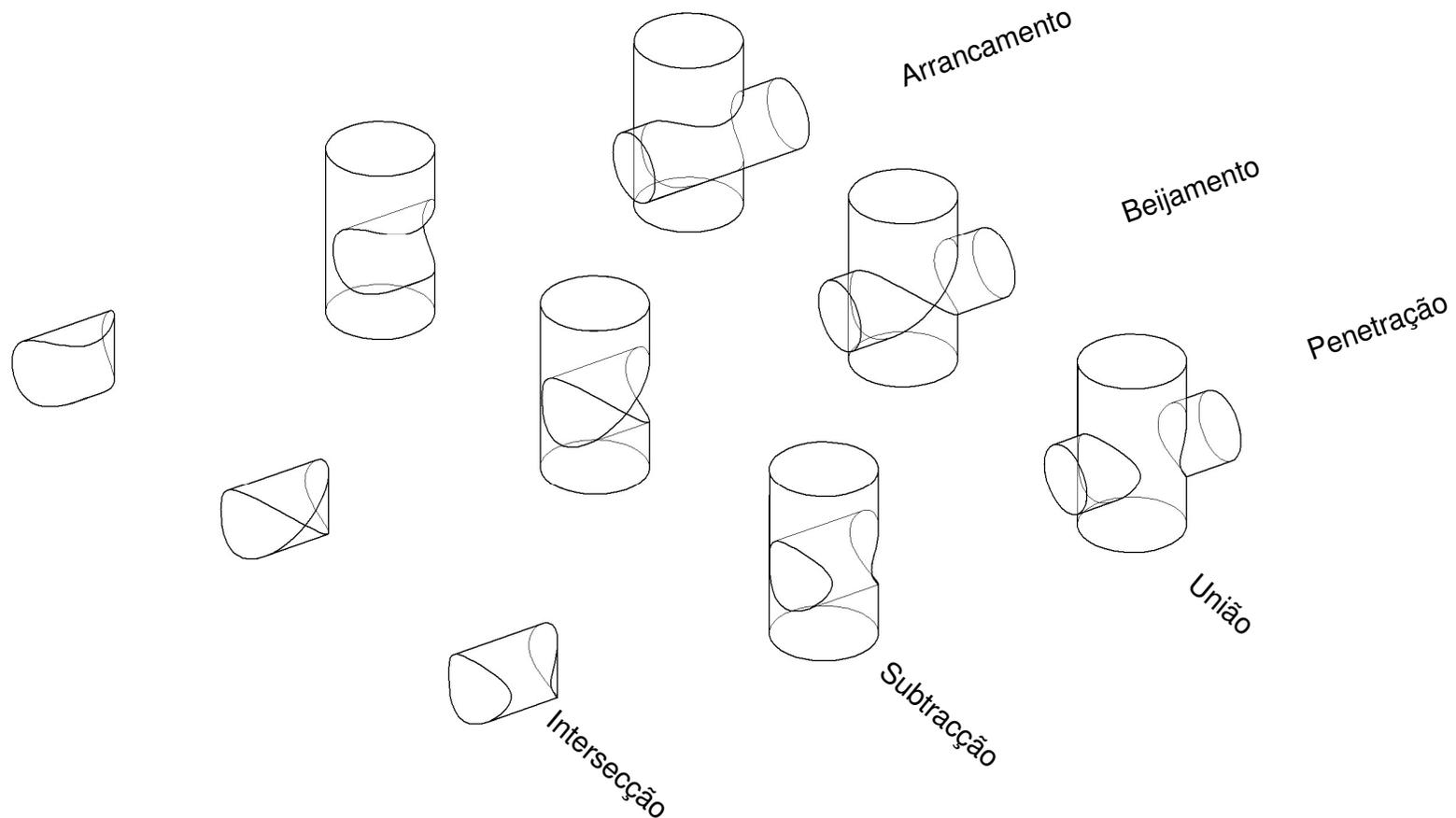
Da declaração feita, podem deduzir-se métodos gráficos para resolver a intersecção entre superfícies (e sólidos). Cada um desses métodos consistirá em definir superfícies auxiliares por meio das quais se determinam pontos das linhas de intersecção entre as superfícies base.

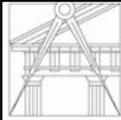
A seguir veremos dois métodos: i) intersecção entre superfícies cónicas, e ii) intersecção entre superfícies de revolução.

Note-se no entanto, que perante cada caso concreto podem ser deduzidos mais convenientes aplicáveis ao caso em estudo. É por exemplo o caso em que uma das superfícies é projectante.

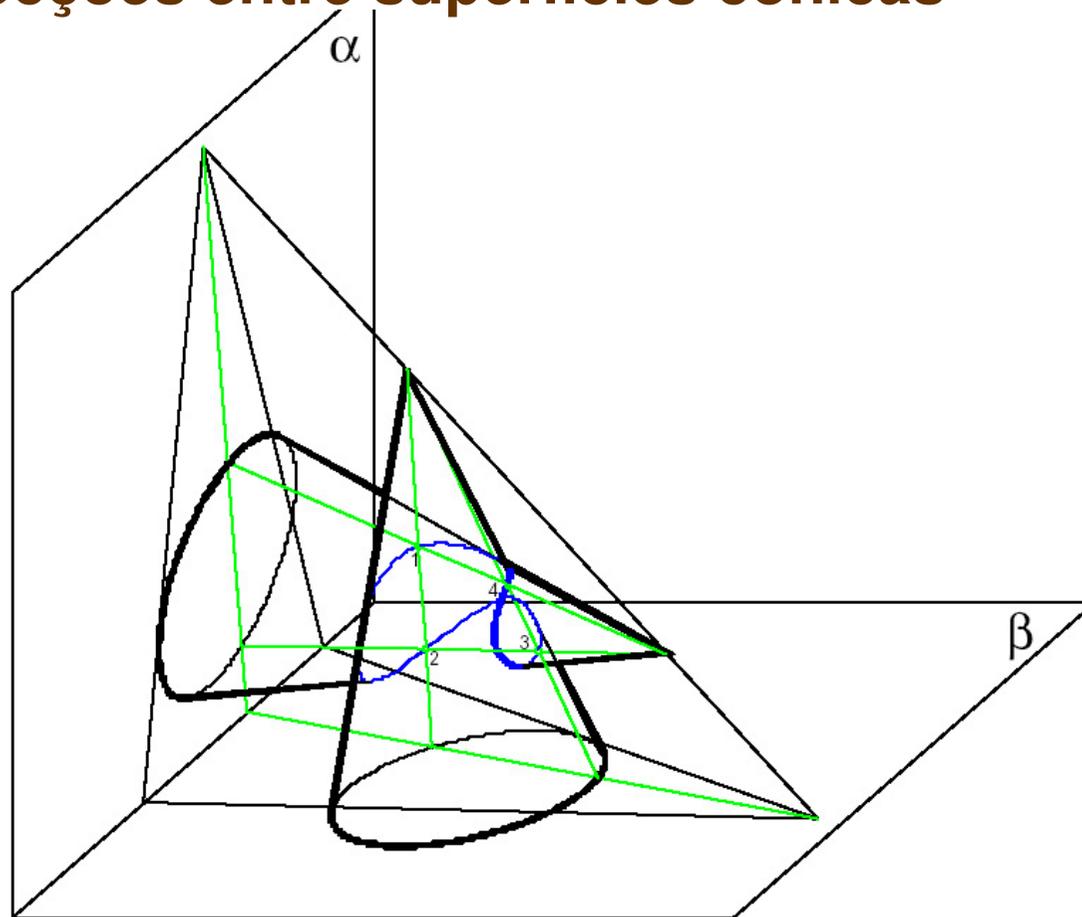


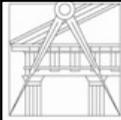
Estudo das Superfícies - Intersecções (sólidos)



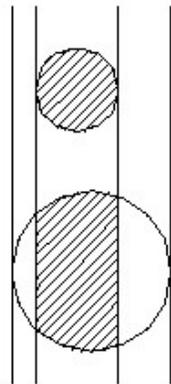


Intersecções entre superfícies cónicas

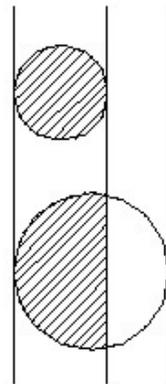




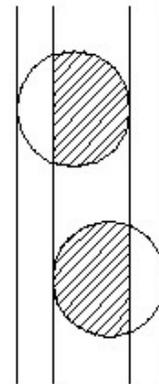
Intersecções entre superfícies cónicas



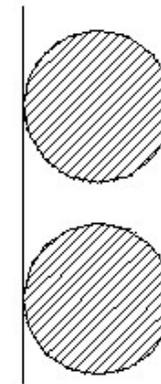
Penetração



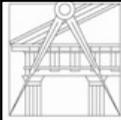
Beijamento



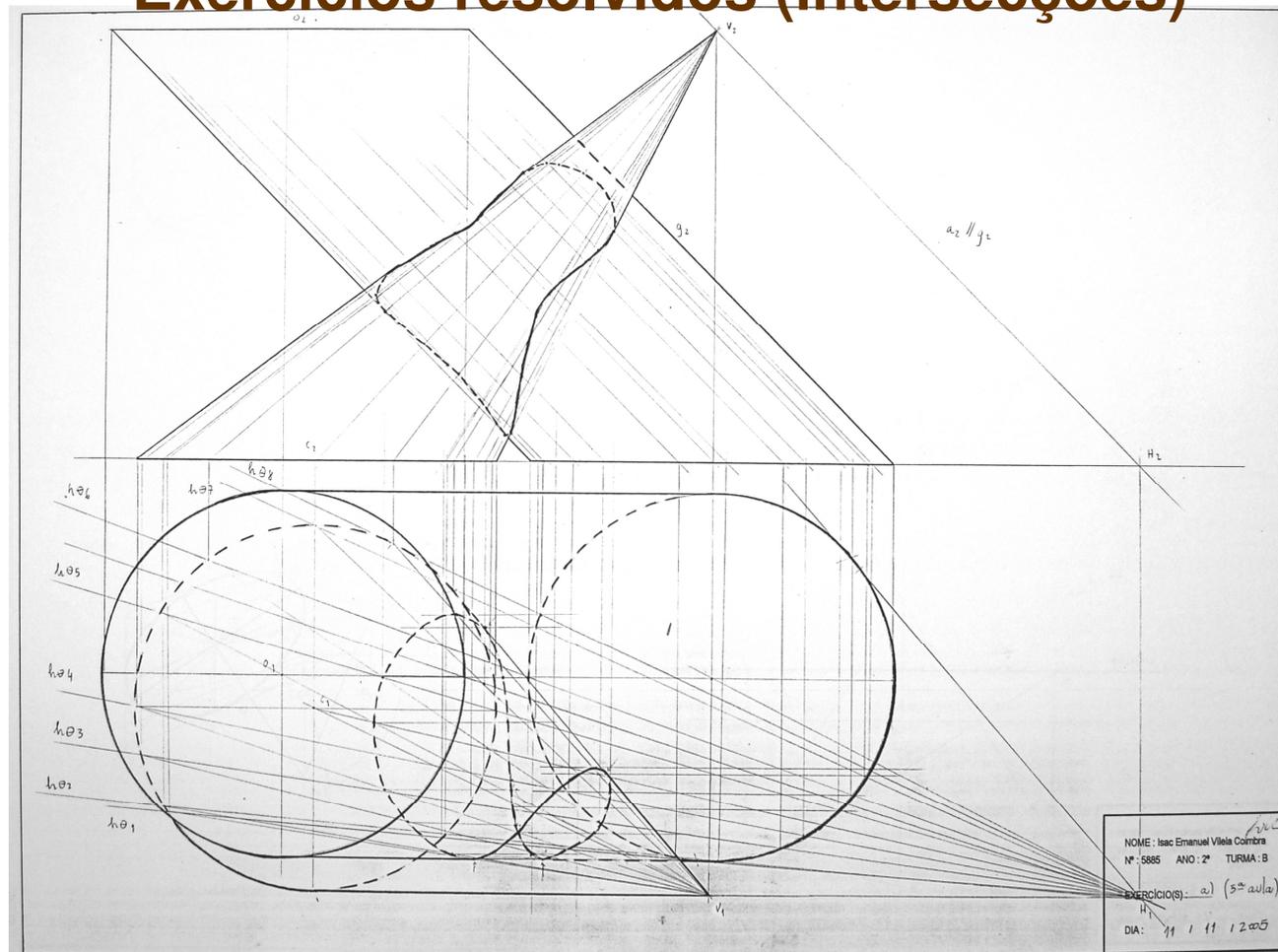
Arrancamento



Beijamento Duplo

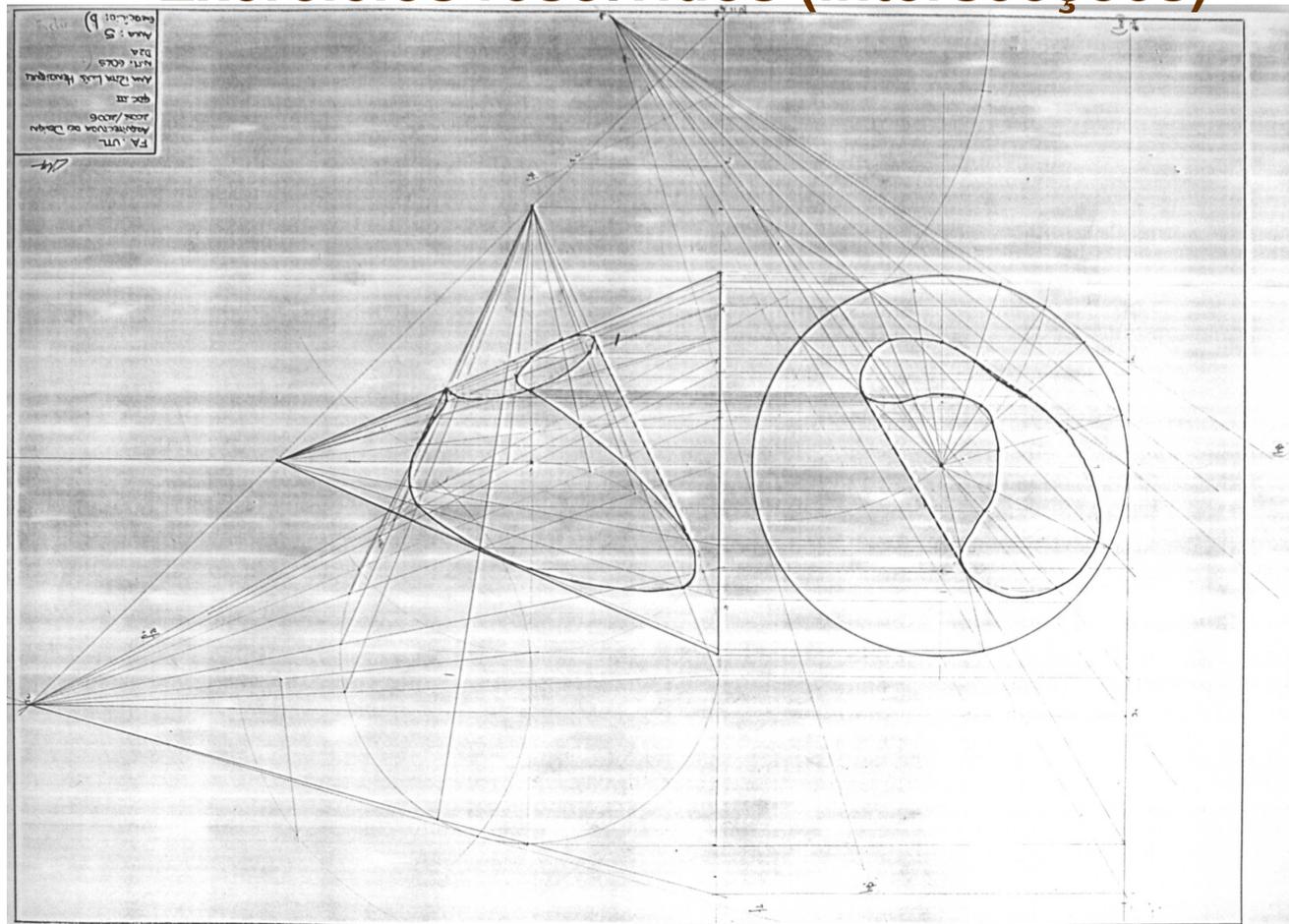


Exercícios resolvidos (intersecções)



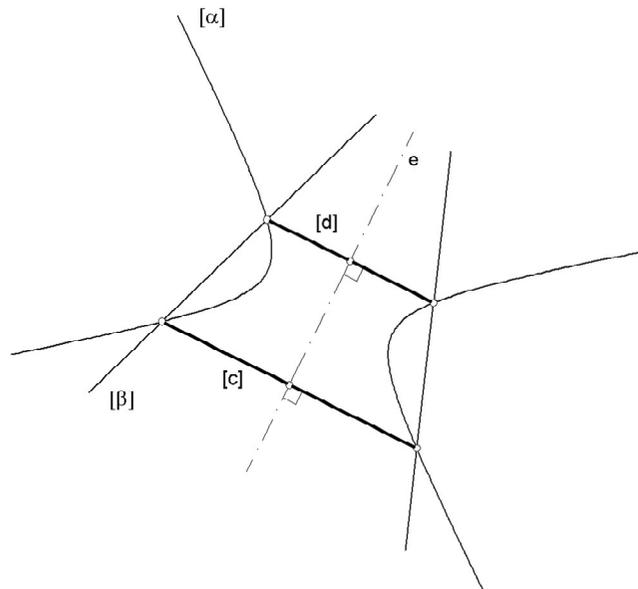


Exercícios resolvidos (intersecções)

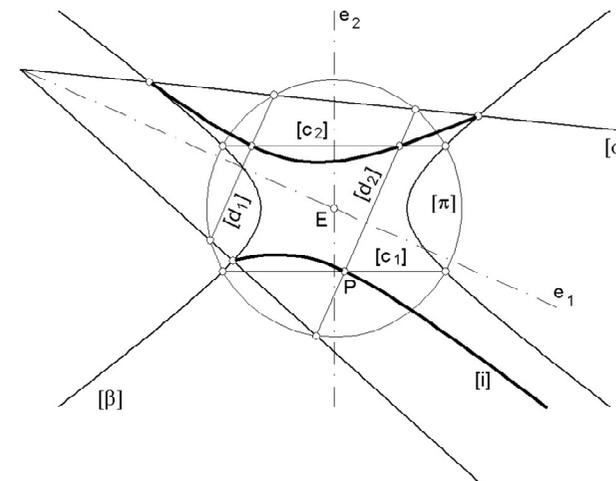




Intersecções entre superfícies de revolução



Duas superfícies de revolução com eixo comum intersectam-se segundo circunferências contidas em planos perpendiculares ao eixo.



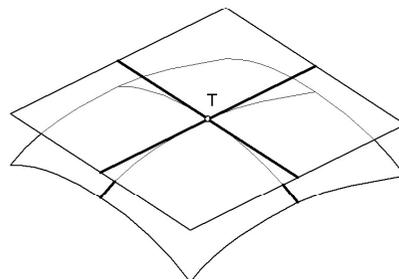
Para intersectar duas superfícies de revolução com eixos concorrentes, utilizam-se superfícies esféricas auxiliares



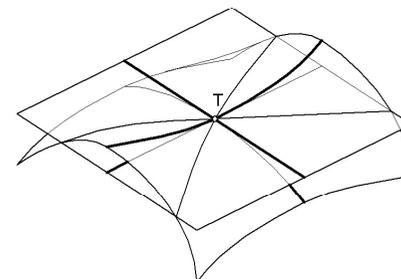
Estudo das Superfícies - critérios de classificação

1. Quanto ao tipo de geratriz (regradas - geradas pelo movimento de uma recta; e curvas - não regradas)
2. Quanto à ordem (número máximo de pontos que uma recta pode ter em comum com a superfície)
3. Quanto à curvatura

DUPLA CURVATURA EM T

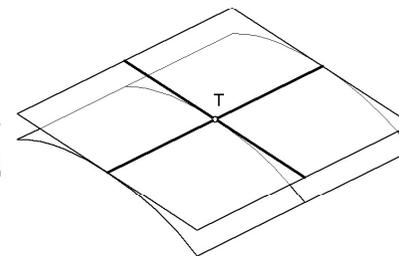


com o mesmo sentido



com sentidos opostos

SIMPLES CURVATURA EM T





Estudo das Superfícies - critérios de classificação

CLASSIFICAÇÃO DE SUPERFÍCIES QUANTO AO TIPO DE GERATRIZ			exemplos
		SUPERFÍCIES POLIÉDRICAS	poliédricas regulares, semi-regulares e irregulares
REGRADAS	PLANIFICÁVEIS	SUPERFÍCIE PLANA	plano
		definidas por 1 PONTO e 1 DIRECTRIZ	cónica; cilíndrica; prismática; piramidal ⁽¹⁾
		definidas por 2 DIRECTRIZES	convolutas; superfícies de igual pendente
		SUPERFÍCIES TANGENCIAIS	helicoidal tangencial
		outras	
	NÃO PLANIFICÁVEIS	definidas por 3 DIRECTRIZES	parabolóide hiperbólico; hiperbolóide de revolução; cilindróide; conóide; helicoidais regradas; superfícies de arco enviesado ⁽¹⁾
		outras	superfície regradada de uma só face
CURVAS		SUPERFÍCIES DE REVOLUÇÃO ⁽²⁾	esférica; tórica; elipsoidal
		outras	serpentina; superfícies mínimas

⁽¹⁾ Note-se que há superfícies regradas que são de revolução

⁽²⁾ Note-se que há superfícies de revolução que são regradas.



GDC I – Semana 8

Estudo das superfícies:

- Poliedros (classificação)
- Representação dos poliedros regulares



Poliedros

CLASSIFICAÇÃO DE SUPERFÍCIES QUANTO AO TIPO DE GERATRIZ			exemplos
		SUPERFÍCIES POLIÉDRICAS	poliédricas regulares, semi-regulares e irregulares
REGRADAS	PLANIFICAVEIS	SUPERFÍCIE PLANA	plano
		definidas por 1 PONTO e 1 DIRECTRIZ	cônica; cilíndrica; prismática; piramidal ⁽¹⁾
		definidas por 2 DIRECTRIZES	carvolutas; superfícies de igual pendente
	SUPERFÍCIES TANGENCIAIS	helicoidal tangencial	
	NÃO PLANIFICAVEIS	outras	parabolóide hiperbólico; hiperbolóide de revolução; cilindroide côncavo; helicoidais regradas; superfícies de arco enviesado ⁽¹⁾
CURVAS		definidas por 3 DIRECTRIZES	superfície regrada de uma só face
		SUPERFÍCIES DE REVOLUÇÃO ⁽²⁾	esférica; tórica; elipsoidal
		outras	serpentina; superfícies mínimas

⁽¹⁾ Note-se que há superfícies regradas que são de revolução

⁽²⁾ Note-se que há superfícies de revolução que são regradas.



Poliedros regulares

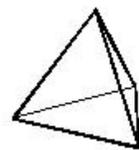
Superfícies Poliédricas

(Apenas serão considerados poliedros convexos topologicamente equivalentes à esfera)

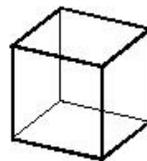
A relação entre o número de arestas (**A**), vértices (**V**) e faces (**F**) de qualquer poliedro topologicamente equivalente a uma esfera vem dada pela fórmula de Euler:

$$A + 2 = V + F$$

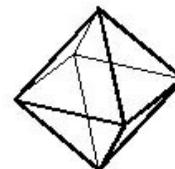
Poliedros regulares: Todas as faces são polígonos regulares de apenas um tipo; todos os vértices pertencem a uma superfície esférica; são os "Sólidos platónicos".



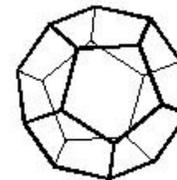
Tetraedro



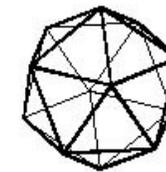
Cubo



Octaedro



Dodecaedro



Icosaedro

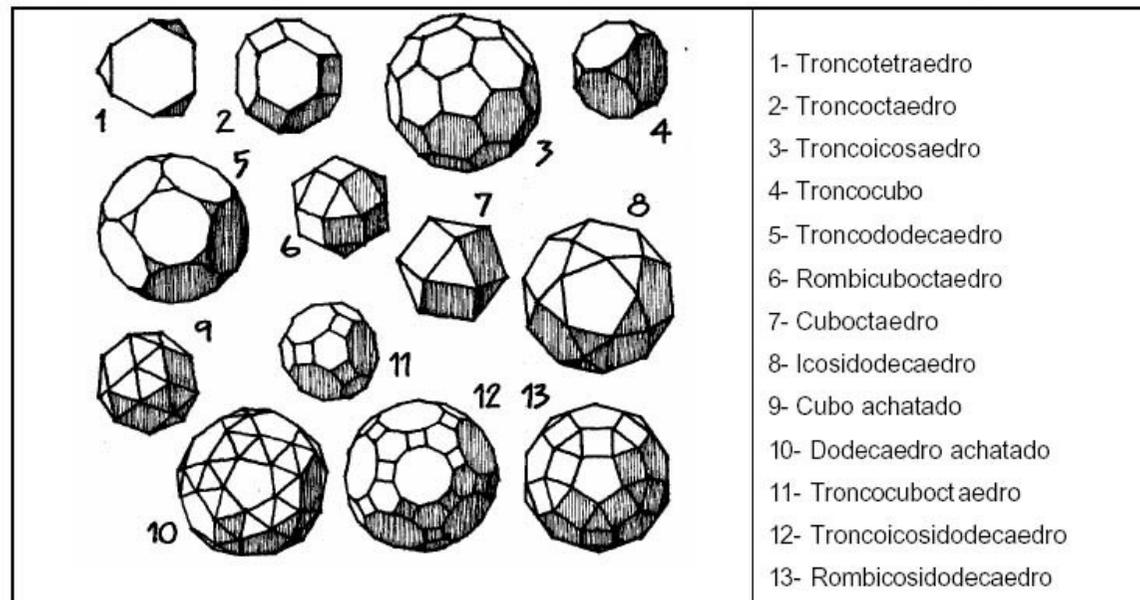


Poliedros semi-regulares

Poliedros semi-regulares:

- **poliedros de Arquimedes**

Todas as faces são polígonos regulares de dois ou mais tipos sendo o comprimento da aresta uma constante; todos os vértices pertencem a uma superfície esférica; são os “Sólidos Arquimedianos”; todas as arestas e vértices são congruentes e podem obter-se dos poliedros regulares por algum processo de transformação geométrica. Também podem considerar-se nesta categoria os prismas regulares e os antiprismas regulares embora normalmente não seja comum.



in EDROS



Poliedros

Poliedros irregulares:

Todas as faces são polígonos de vários tipos; os vértices podem ou não pertencer a uma superfície esférica; o comprimento da aresta não é constante.

- pirâmides, bipirâmides, troncos de pirâmide, prismas, troncos de prisma

Uma bipirâmide é um sólido gerado pela "soma" de uma pirâmide com a sua simétrica relativamente ao plano da base.

- sólidos de Johnson

São poliedros em que todas as faces são regulares de mais que um tipo, não sendo, no entanto, poliedros regulares, semi-regulares, prismas regulares ou antiprismas regulares. Existem 92 ao todo.

Um poliedro que tenha por vértices os centros das faces de um outro poliedro diz-se DUAL daquele.



Poliedros

- antiprismas, antipiramóides, tronco-antiprismas, antiprismóides, *outros*

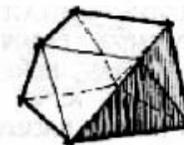
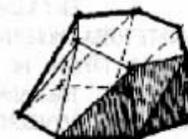
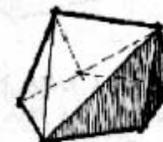
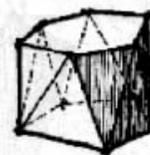
QUANDO LIGAMOS OS VÉRTICES DE DOIS POLÍGONOS NÃO COPLANARES, DE MODO A DEFINIR TRIÂNGULOS ENTRE ELES, FORMAM-SE POLIEDROS CONHECIDOS POR:

1-ANTIPRISMÓIDES - QUANDO OS POLÍGONOS NÃO TÊM MESMO NÚMERO DE LADOS.

2-ANTIPIRAMÓIDES - QUANDO UM DOS POLÍGONOS É SUBSTITUÍDO POR UM SEGMENTO DE RETA.

3-TRONCO-ANTIPRISMAS - QUANDO OS POLÍGONOS TÊM MESMO NÚMERO DE LADOS E NÃO SÃO DE PLANOS PARALELOS.

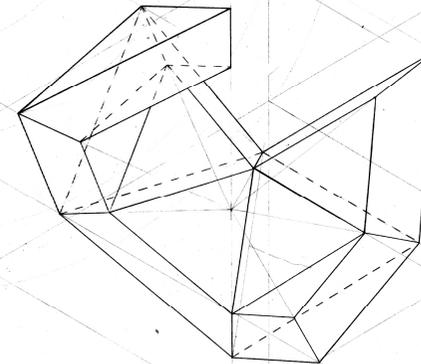
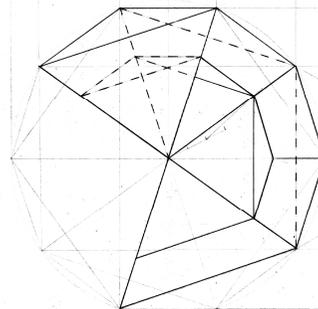
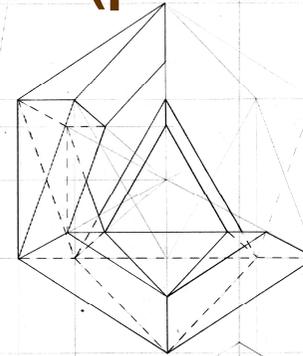
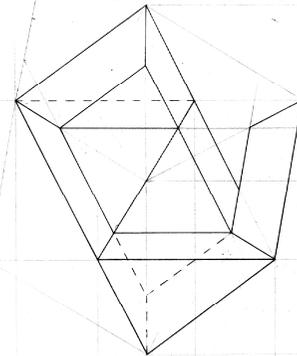
4-ANTIPRISMAS - QUANDO OS POLÍGONOS TÊM MESMO NÚMERO DE LADOS E ESTÃO EM PLANOS PARALELOS.



in "EDROS"

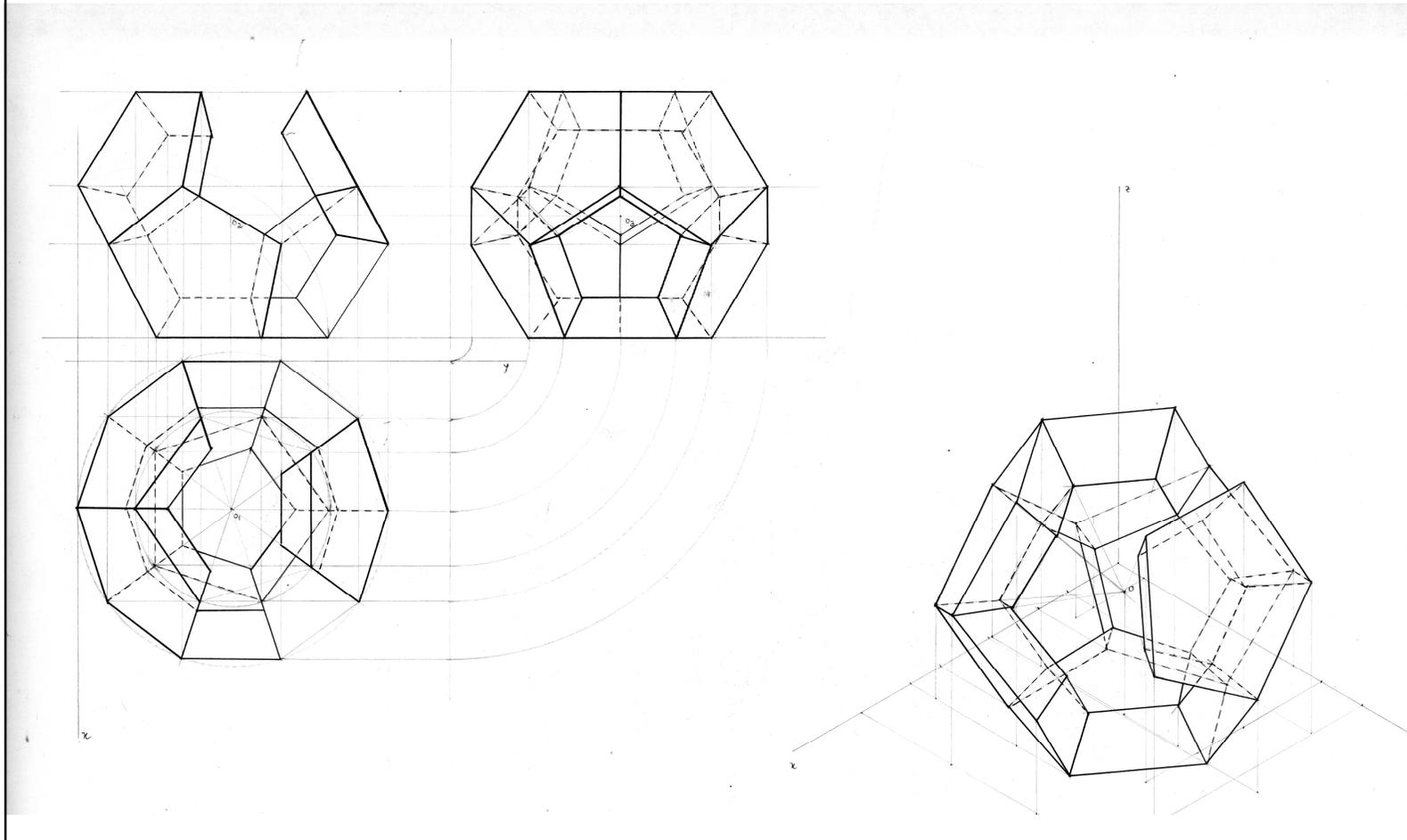


Exercícios resolvidos (poliedros)





Exercícios resolvidos (poliedros)





GDC I – Semana 9

Estudo das superfícies:
- Superfícies planificáveis.



Superfícies planificáveis

CLASSIFICAÇÃO DE SUPERFÍCIES QUANTO AO TIPO DE GERATRIZ			exemplos
		SUPERFÍCIES POLIEDRICAS	poliedricas regulares, semi-regulares e irregulares
REGRADAS	PLANIFICÁVEIS	SUPERFÍCIE PLANA	plano
		definidas por 1 PONTO e 1 DIRECTRIZ	cónica; cilíndrica; prismática; piramidal ⁽¹⁾
		definidas por 2 DIRECTRIZES	convolutas; superfícies de igual pendente
		SUPERFÍCIES TANGENCIAIS	helicoidal tangencial
		outras	
	NÃO PLANIFICÁVEIS	definidas por 3 DIRECTRIZES	parabolóide hiperbólico; hiperbolóide de revolução; cilindroide; conóide; helicoidais regradas; superfícies de arco enfiado ⁽¹⁾
CURVAS		outras	superfície regrada de uma só face
		SUPERFÍCIES DE REVOLUÇÃO ⁽²⁾	esfera; torça; elipsoidal
		outras	serpentina; superfícies mínimas

⁽¹⁾ Note-se que há superfícies regradas que são de revolução

⁽²⁾ Note-se que há superfícies de revolução que são regradas.



Superfícies planificáveis - conceito

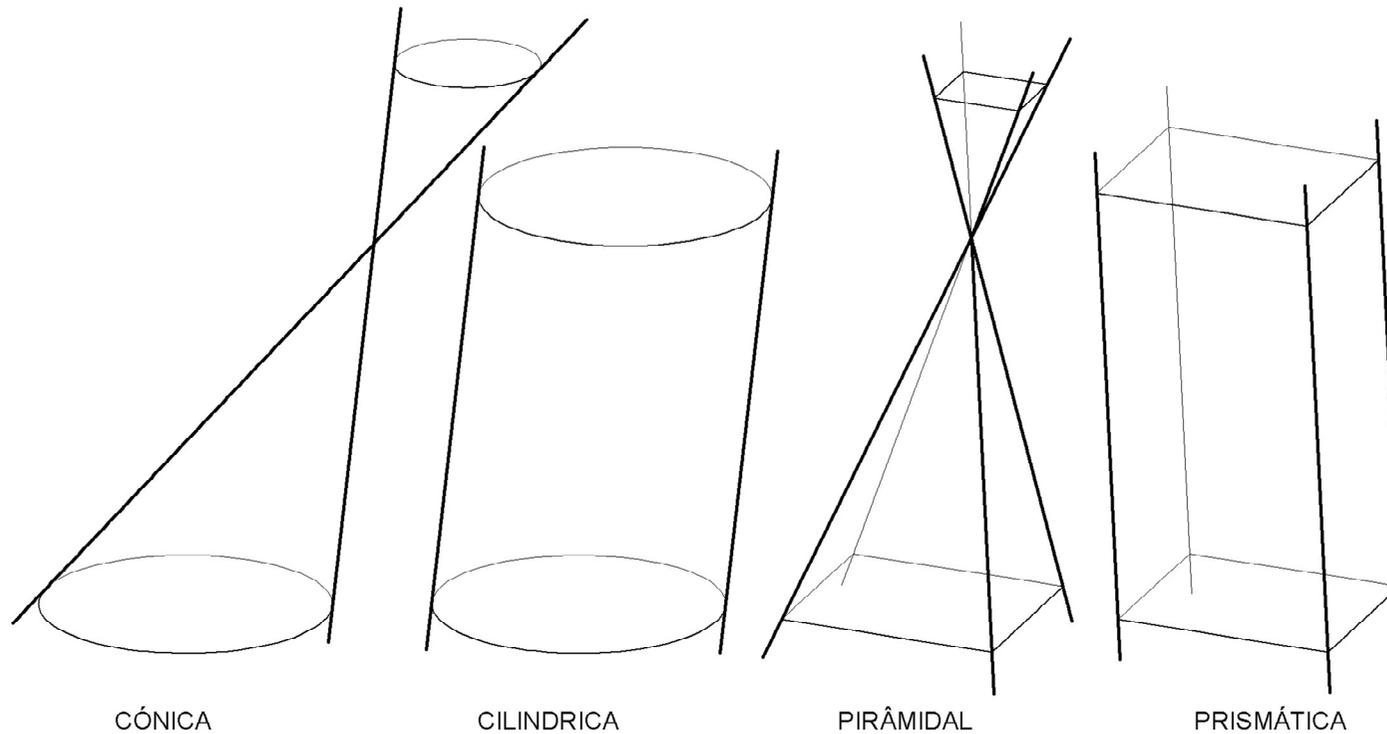
Superfícies planificáveis

Para que uma superfície seja planificável deve ser regrada. Mas esta condição só por si não implica que a superfície seja planificável. Para além de ser regrada deve ainda acontecer que cada uma das geratrizes infinitamente próximas entre si sejam concorrentes, isto é, coplanares. Do enunciado resulta que uma superfície planificável apenas admite um plano tangente por cada geratriz. A planificação corresponde ao “desenrolar” da superfície até que esta coincida com um dos planos tangentes. Nesta operação a superfície não “estica” nem “encolhe”, não se “rasga” nem adquire “pregas”. Nesta operação preservam-se os comprimentos e os ângulos.

A resolução de problemas concretos depende, obviamente, do tipo particular de superfície que se tem em presença. Assim, diferentes métodos serão utilizados para planificar superfícies cónicas ou cilíndricas de revolução, cónicas ou cilíndricas oblíquas, convolutas, tangenciais, etc.

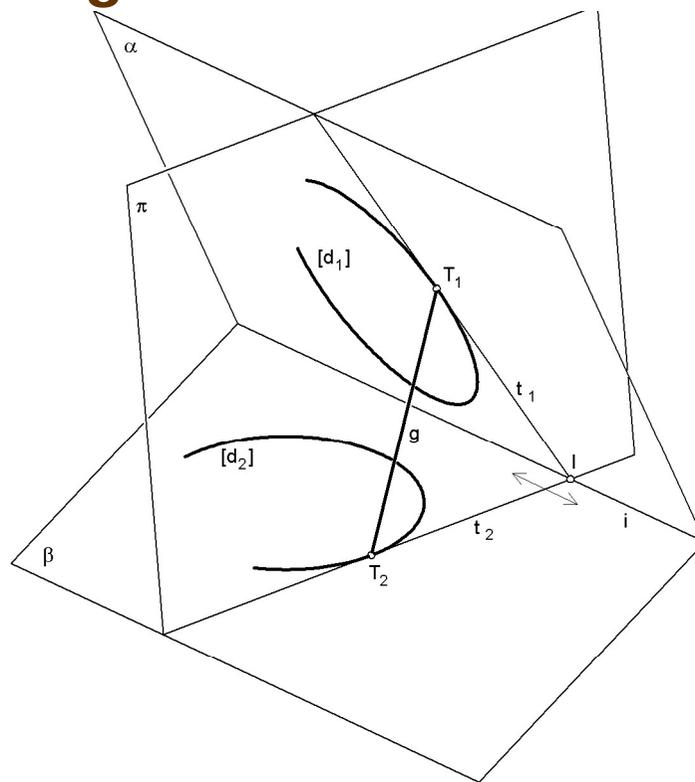


Superfícies planificáveis – “cónicas”

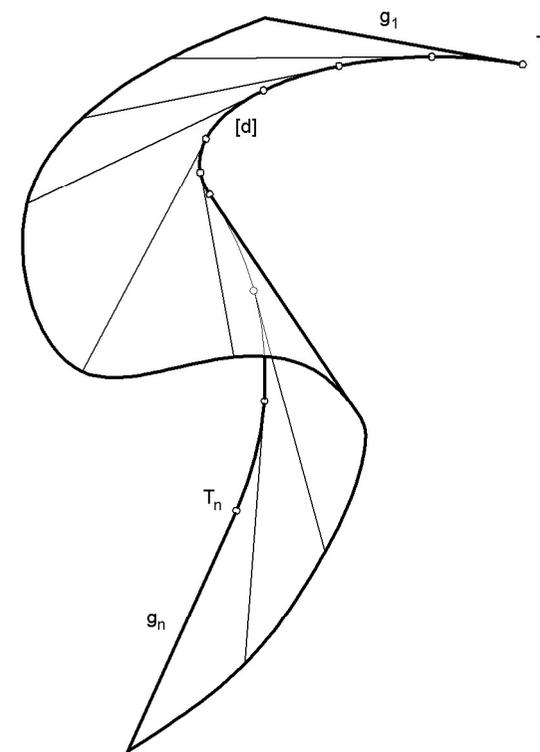




Superfícies planificáveis – convoluta e superfície tangencial



CONVOLUTA



SUPERFÍCIE TANGENCIAL



Planificação de superfícies “cónicas”

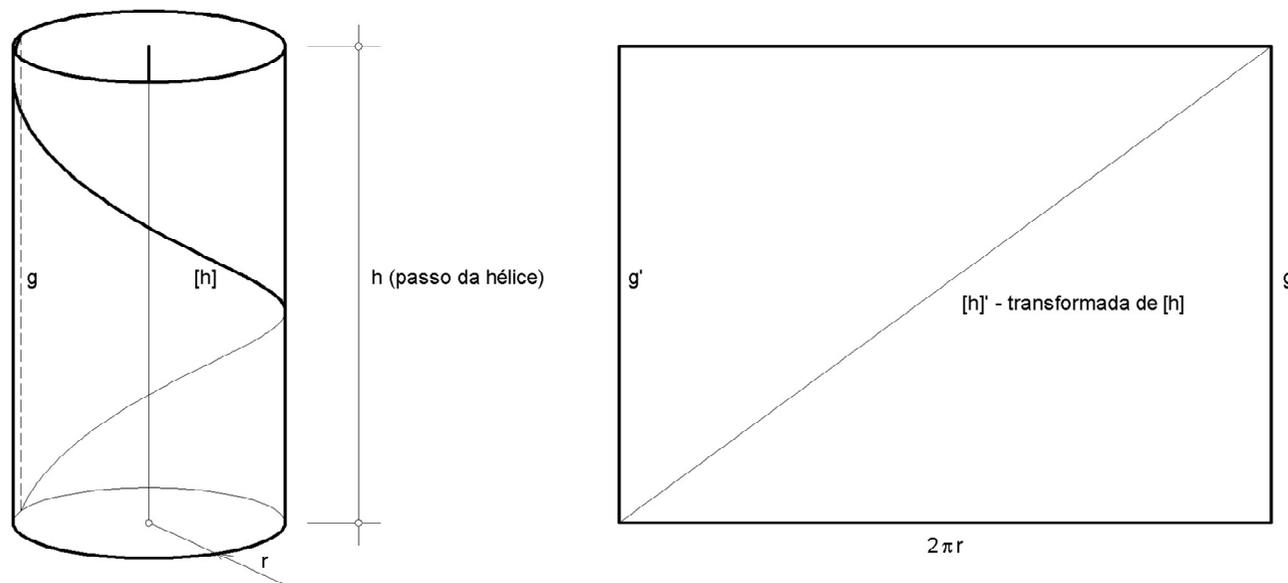
Teorema de Olivier

Este teorema aplica-se às transformadas das linhas de intersecção plana de superfícies cónicas e cilíndricas por planificação destas e pode ser enunciado do seguinte modo:

Se uma superfície, cónica ou cilíndrica, admite planos tangentes perpendiculares ao plano que produz a intersecção, então, os pontos de tangência entre a linha de intersecção e as rectas de intersecção entre os planos tangentes e o plano da intersecção correspondem, na planificação, aos pontos de inflexão da linha transformada da intersecção.



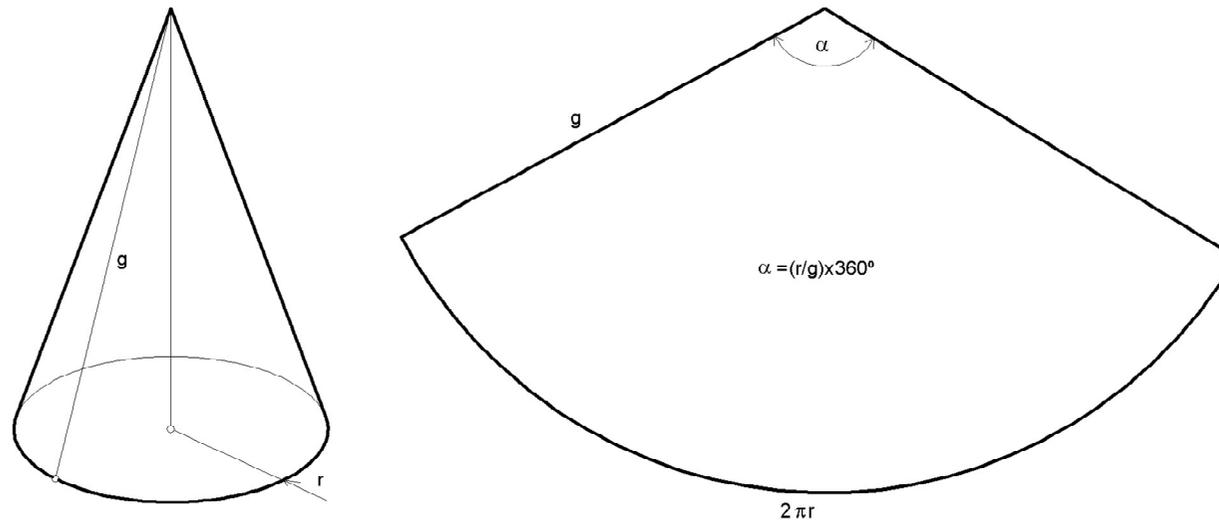
A hélice cilíndrica



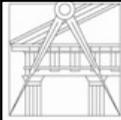
PLANIFICAÇÃO DA SUPERFÍCIE DO CILINDRO DE REVOLUÇÃO / HÉLICE CILÍNDRICA



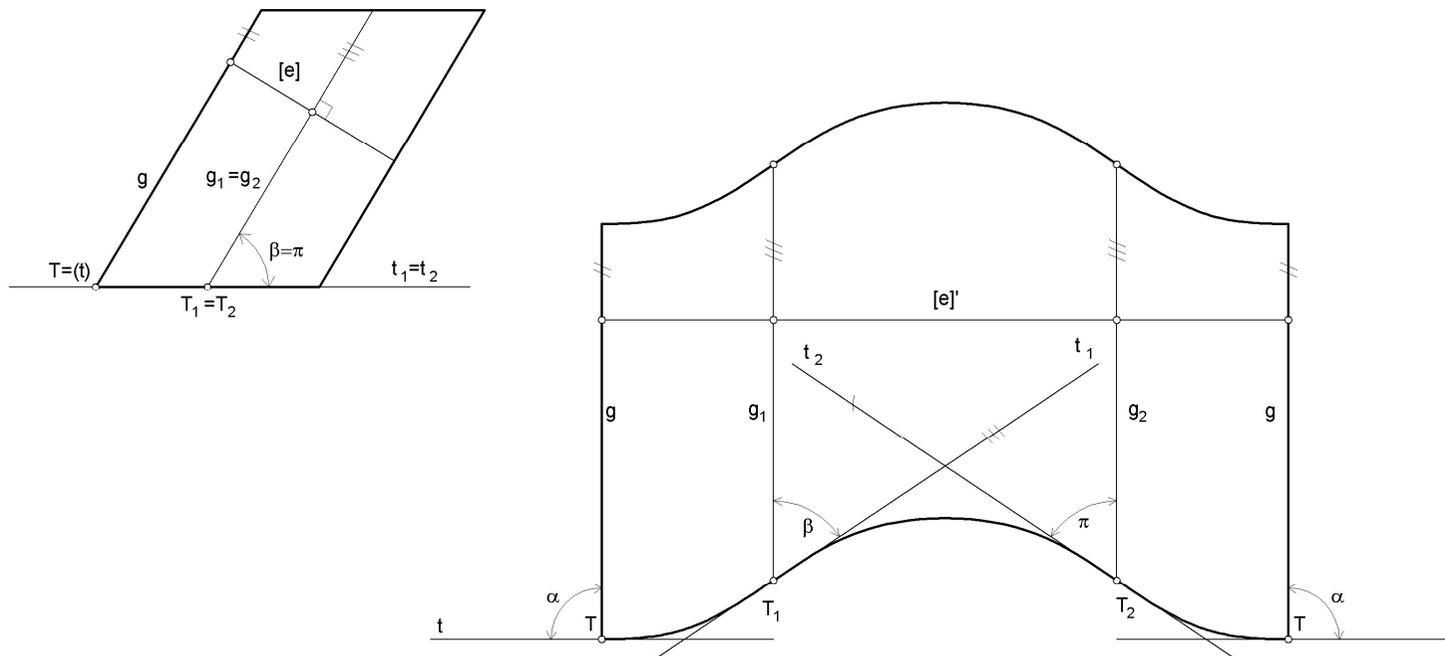
Planificação da superfície do cone de revolução



PLANIFICAÇÃO DA SUPERFÍCIE DO CONE DE REVOLUÇÃO



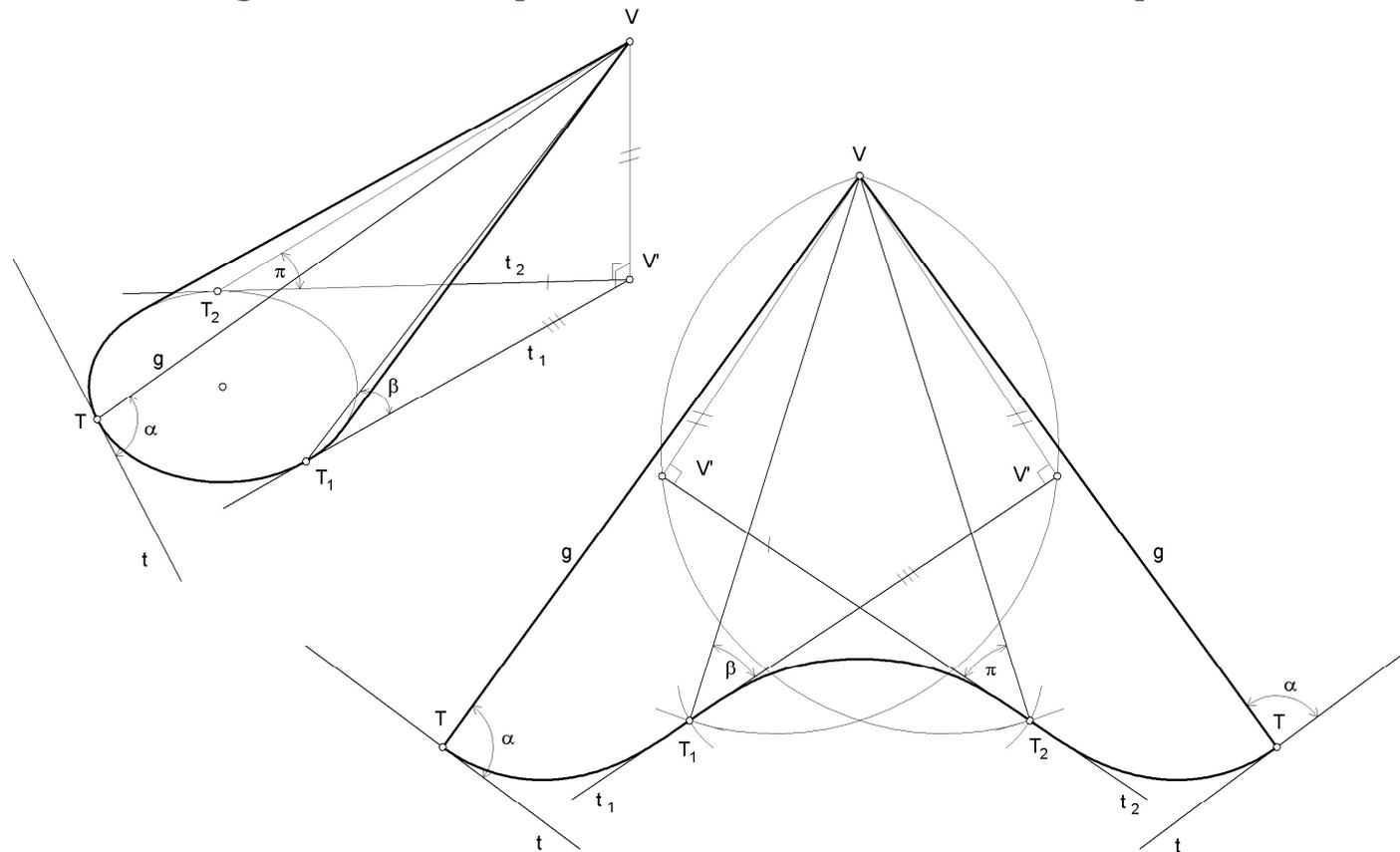
Planificação da superfície do cilindro oblíquo



PLANIFICAÇÃO DA SUPERFÍCIE DO CILINDRO OBLÍQUO



Planificação da superfície do cone oblíquo



PLANIFICAÇÃO DA SUPERFÍCIE DO CONE OBLÍQUO



Superfícies planificáveis – de igual pendente

Uma superfície de igual pendente é uma superfície regradada que fica definida por uma linha directriz (curva ou não) e por uma “superfície directriz” relativamente à qual as geratrizes apresentam pendente constante. No caso mais comum, a superfície directriz a que nos referimos nesta definição é um plano horizontal de referência.

Uma das aplicações possíveis deste tipo de superfícies é a resolução de taludes ou coberturas em Arquitectura e Planeamento ou a resolução de pendentes em objectos de Design.

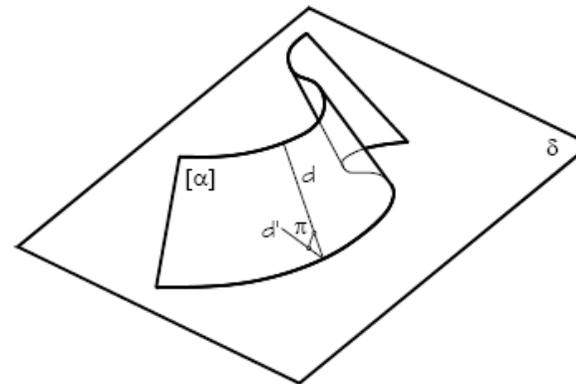
No caso mais comum referido a superfície directriz é um plano podendo a linha directriz ser recta ou curva, paralela ou não ao plano horizontal de referência.

Se a linha curva for paralela ao plano horizontal de referência designa-se por CURVA DE NÍVEL relativamente ao plano horizontal de referência.



Superfícies planificáveis – de igual pendente

. Superfícies de igual pendente



Seja d uma recta de maior declive, da superfície regrada* $[\alpha]$, relativamente a δ .

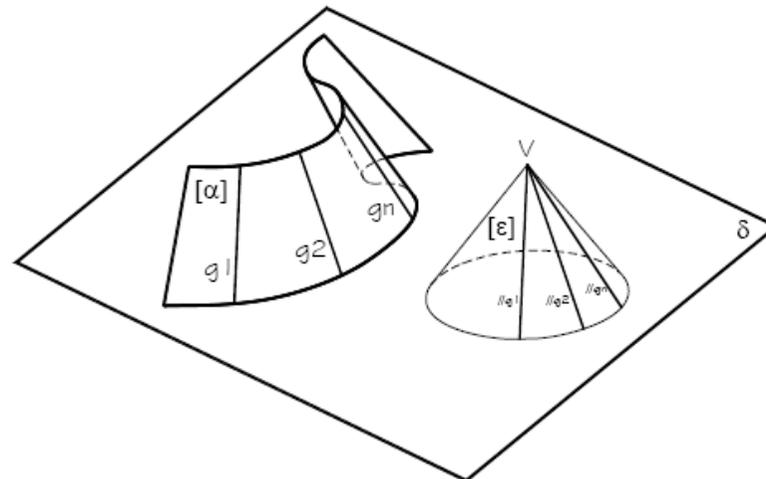


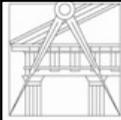
Superfícies planificáveis – de igual pendente

Seja $\pi = K$

Se para qualquer recta $d \in [\alpha]$, $\pi = K$, então $[\alpha]$ é uma superfície de igual p
relativamente a δ .

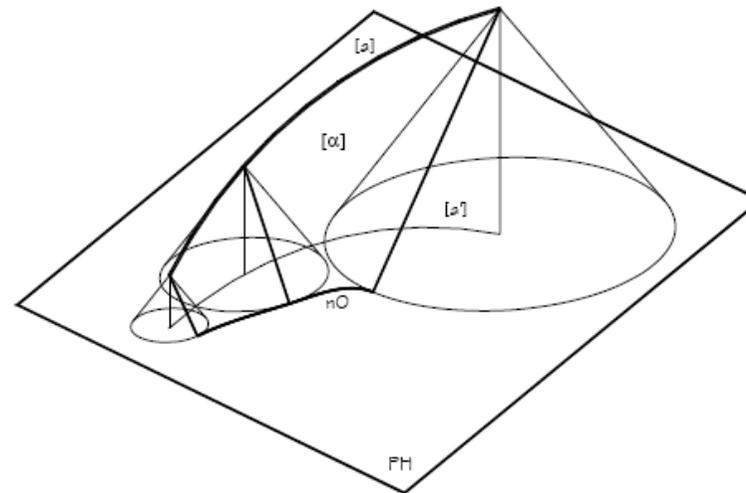
* superfície regradada é toda a superfície gerada pelo movimento de rectas.





Superfícies planificáveis – de igual pendente

Uma superfície de igual pendente é, em geral, uma superfície de “cone director”, isto é, todas as suas geratrizes rectas são paralelas às geratrizes de uma superfície cónica de revolução de eixo perpendicular ao plano a que está a ser referida a pendente.



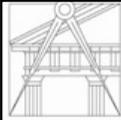
Uma superfície de igual pendente é sempre a superfície envolvente do movimento de uma superfície cónica cujo vértice se apoia na directriz [a].



GDC I – Semana 10

Estudo das superfícies:

- Superfícies de revolução (representação, marcação de pontos e condução de planos tangentes em pontos das superfícies)



Estudo das Superfícies - superfícies de revolução

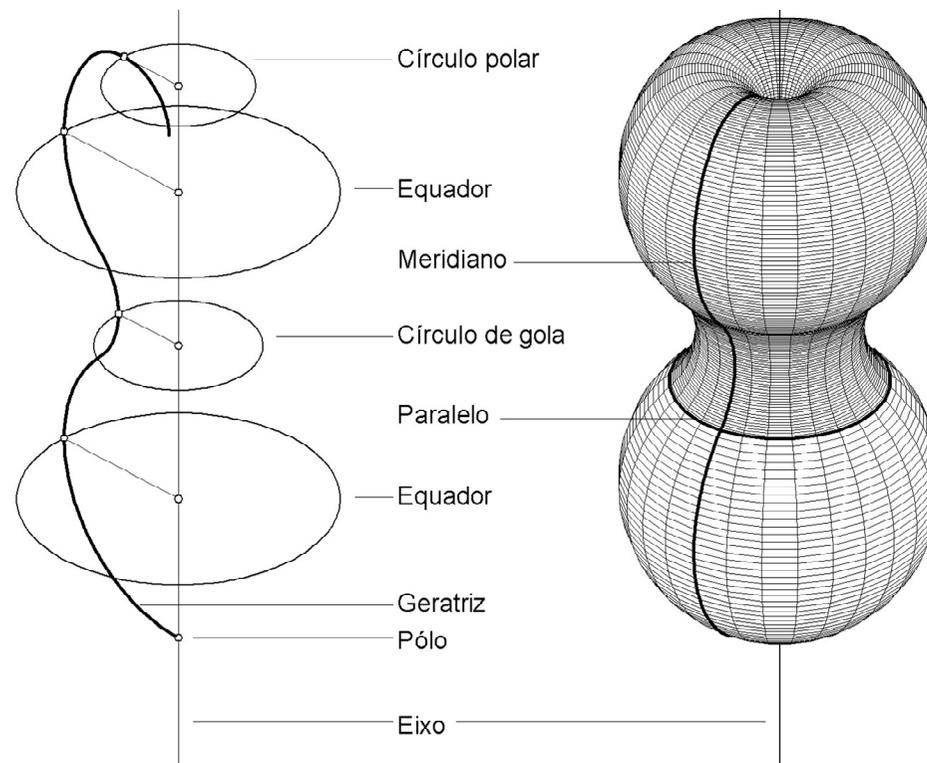
CLASSIFICAÇÃO DE SUPERFÍCIES QUANTO AO TIPO DE GERATRIZ			exemplos
REGRADAS	PLANIFICÁVEIS	SUPERFÍCIES POLIEDRICAS	poliedricas regulares, semi-regulares e irregulares
		SUPERFÍCIE PLANA	plano
		definidas por 1 PONTO e 1 DIRECTRIZ	cônica; cilíndrica; prismática; pirâmida ⁽¹⁾
	definidas por 2 DIRECTRIZES	convolutas; superfícies de igual pendente	
	SUPERFÍCIES TANGENCIAIS	helicoidal tangencial	
	outras		
NÃO PLANIFICÁVEIS	definidas por 3 DIRECTRIZES	parabolóide hiperbólico; hiperbolóide de revolução; cilindróide; conóide; helicoidais regradas; superfícies de arco enviesado ⁽¹⁾	
	outras	superfície regrada de uma só face	
	SUPERFÍCIES DE REVOLUÇÃO ⁽²⁾	esférica; tórica; elipsoidal	
CURVAS	outras	serpentina; superfícies mínimas	

⁽¹⁾ Note-se que há superfícies regradas que são de revolução

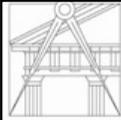
⁽²⁾ Note-se que há superfícies de revolução que são regradas.



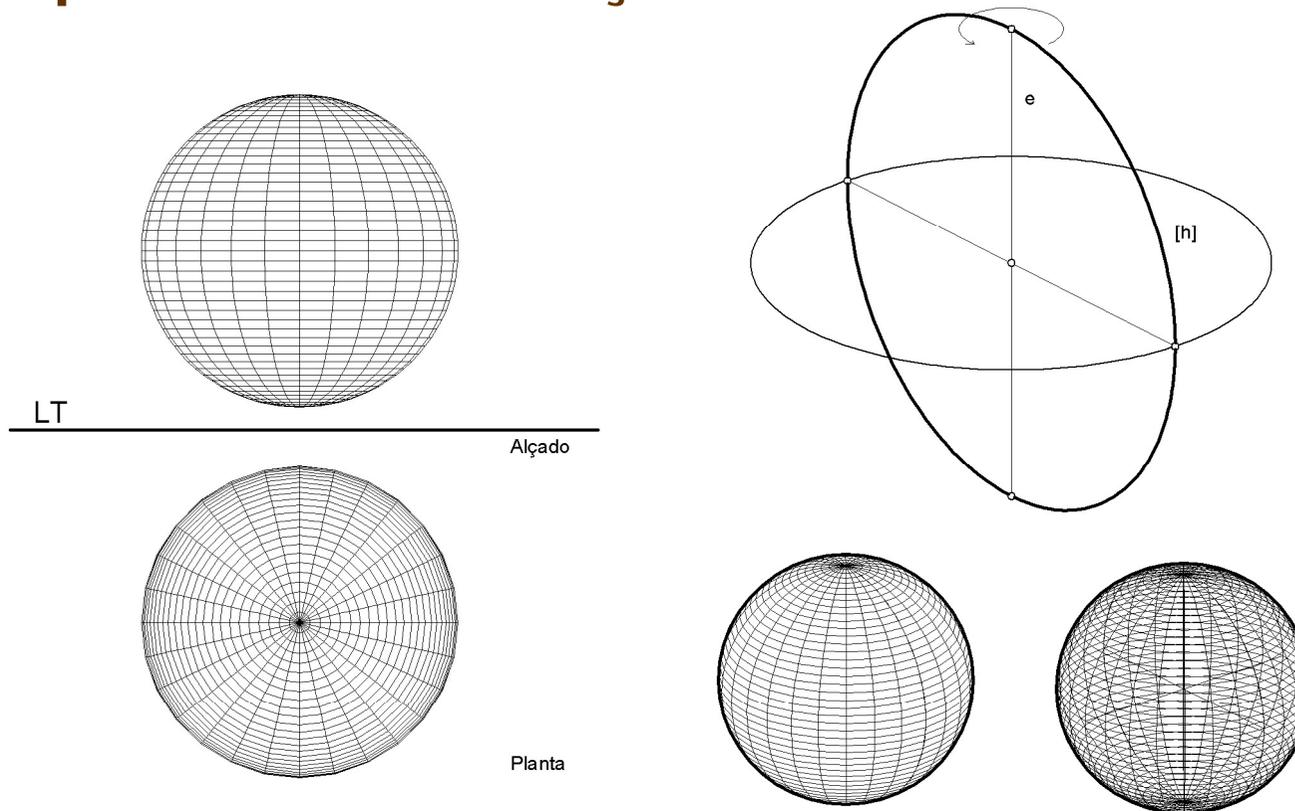
Superfícies de revolução



SUPERFÍCIE DE REVOLUÇÃO



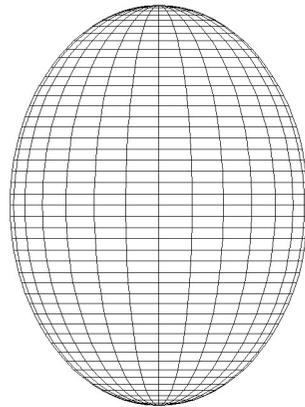
Superfícies de revolução



GERAÇÃO DA ESFERA POR ROTAÇÃO DE UMA CIRCUNFERÊNCIA EM TORNO DE UM DIÂMETRO

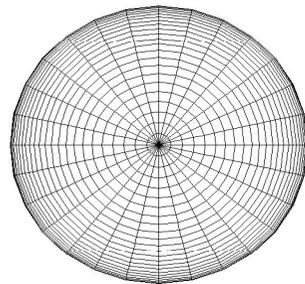
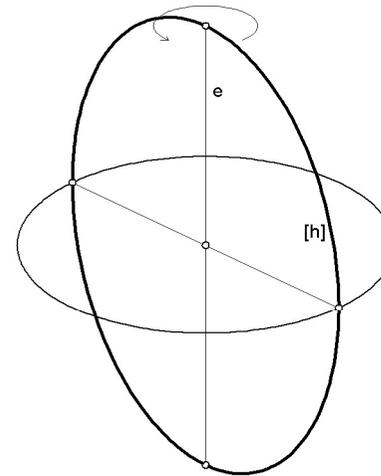


Superfícies de revolução

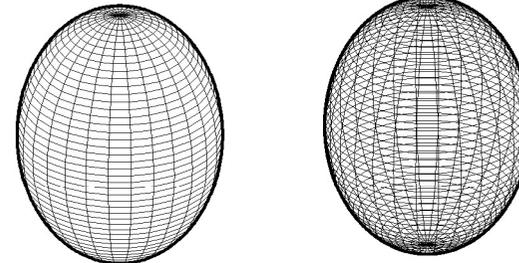


LT

Alçado



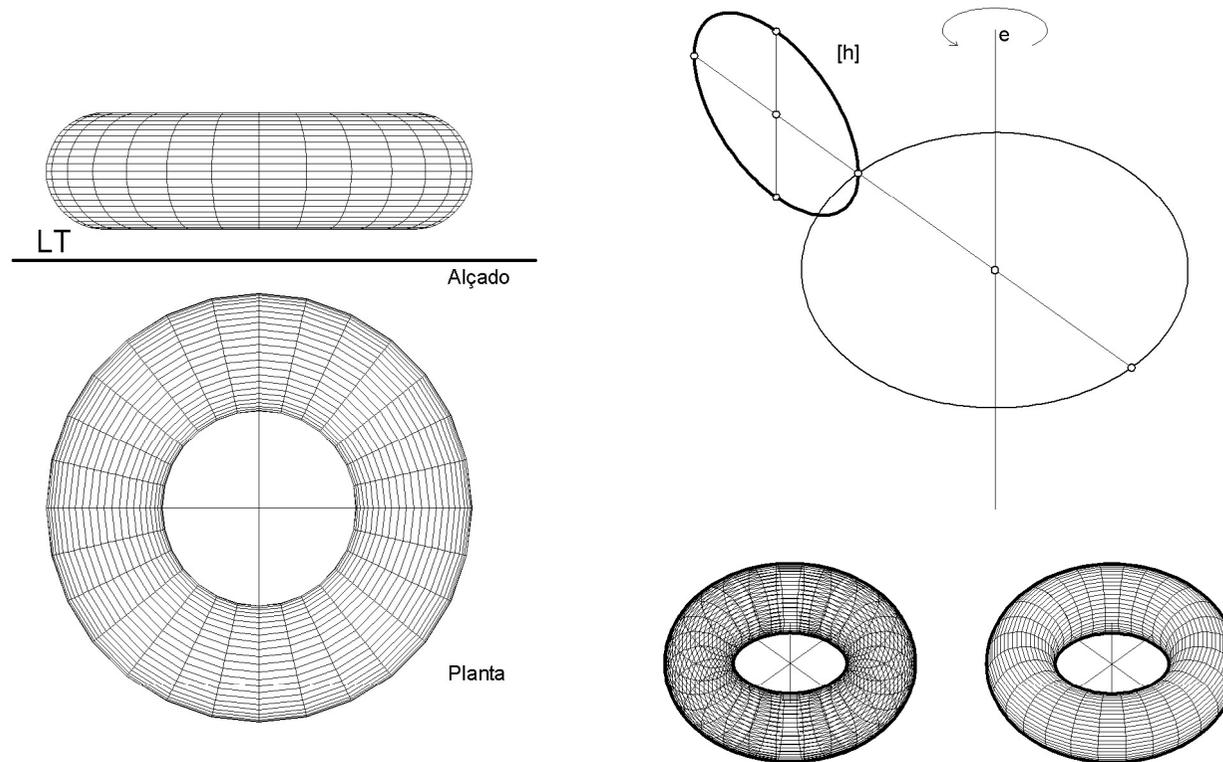
Planta



GERAÇÃO DO ELIPSÓIDE POR ROTAÇÃO DE UMA ELIPSE EM TORNO DE UM EIXO



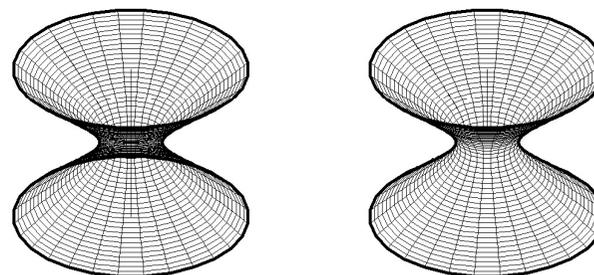
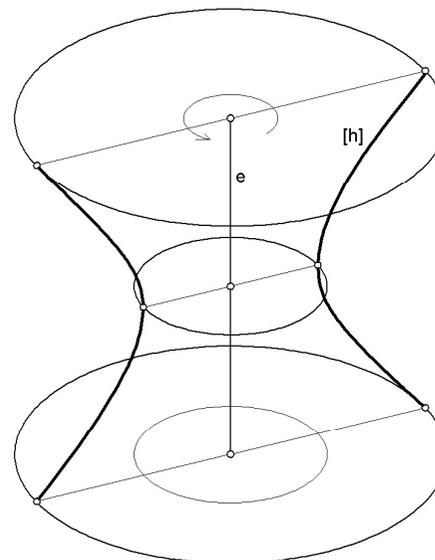
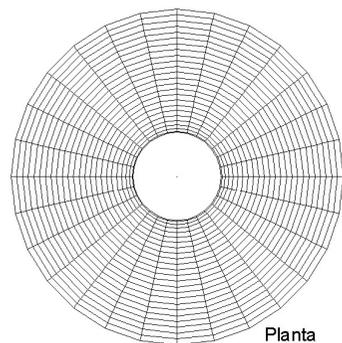
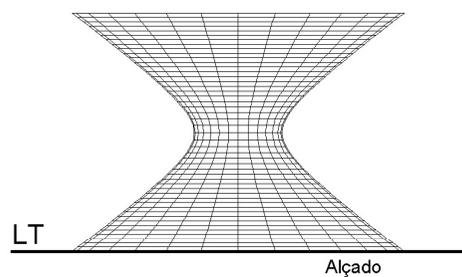
Superfícies de revolução



GERAÇÃO DO TORO POR ROTAÇÃO DE UMA CIRCUNFERÊNCIA EM TORNO DE UM EIXO COMPLANAR



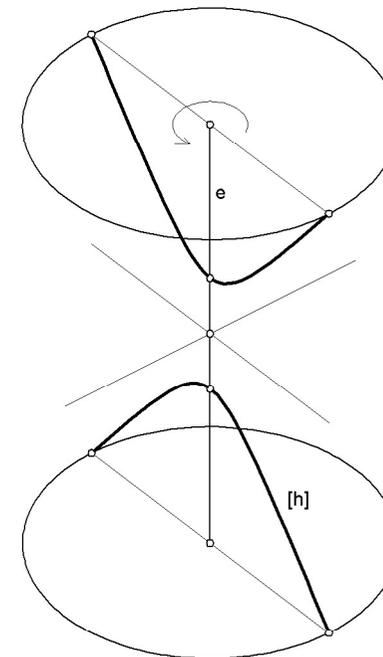
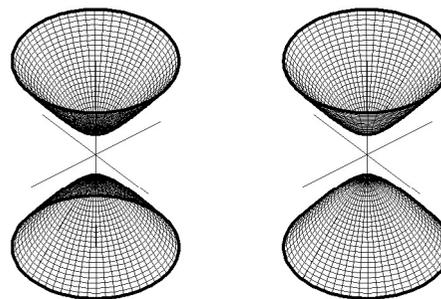
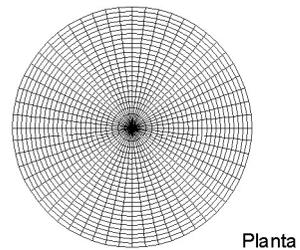
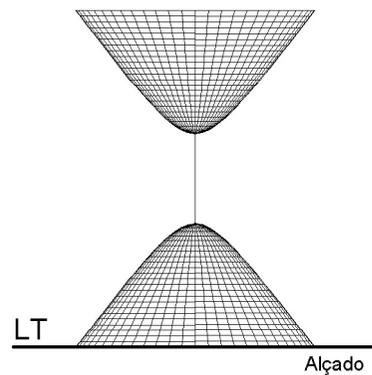
Superfícies de revolução



GERAÇÃO DO HIP. DE REVOLUÇÃO REGRADO POR ROTAÇÃO DA HIPÉRBOLE EM TORNO DO SEU EIXO TRANSVERSO



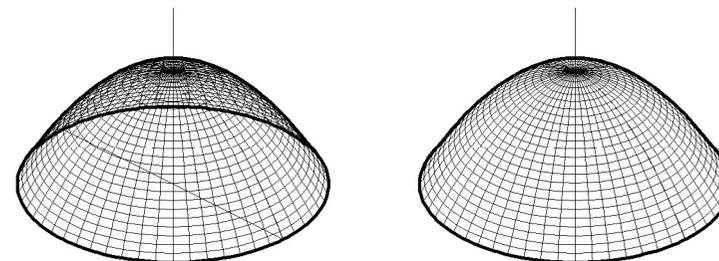
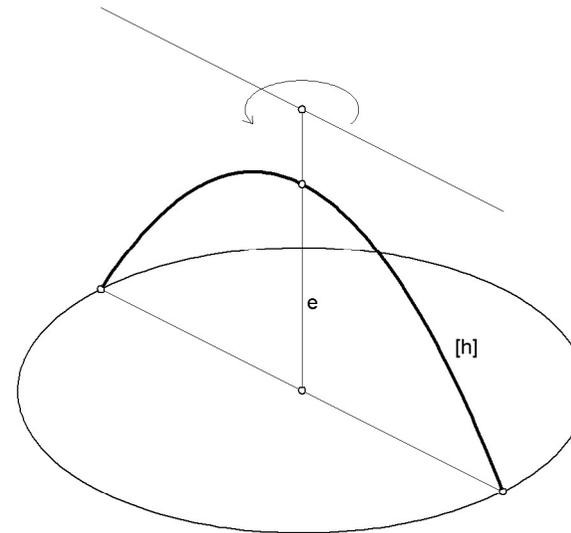
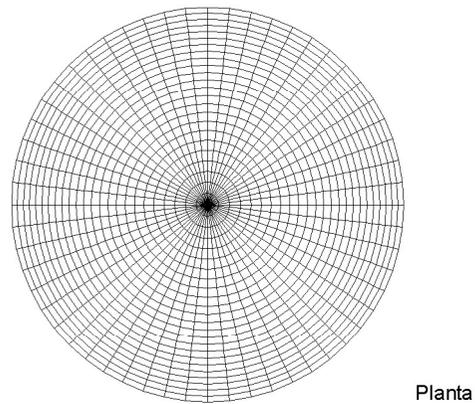
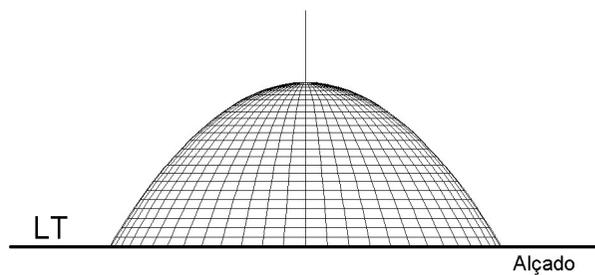
Superfícies de revolução



GERAÇÃO DO HIP. DE REVOLUÇÃO DE 2 FOLHAS POR ROTAÇÃO DA HIPÉRBOLE EM TORNO DO SEU EIXO REAL



Superfícies de revolução



GERAÇÃO DO PARABOLÓIDE DE REVOLUÇÃO POR ROTAÇÃO DA PARÁBOLA EM TORNO DO SEU EIXO



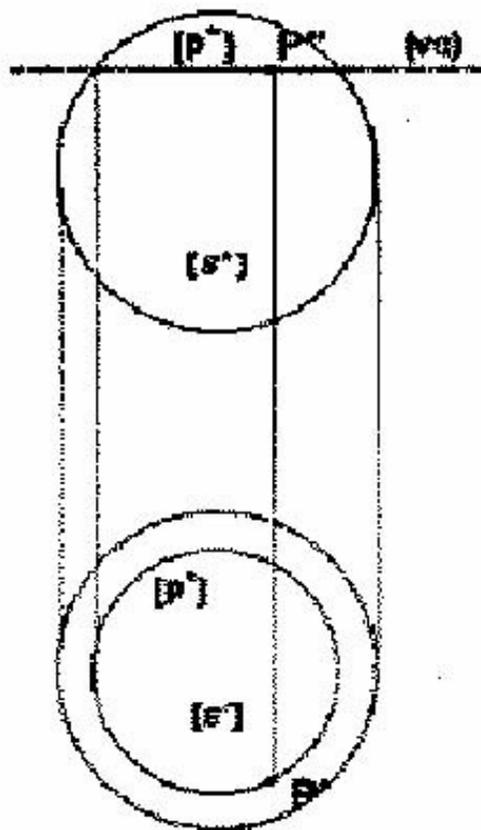
Estudo das Superfícies - superfícies de revolução

A SUPERFÍCIE ESFÉRICA

Desenhos da autoria do Professor Pedro Fialho de Sousa

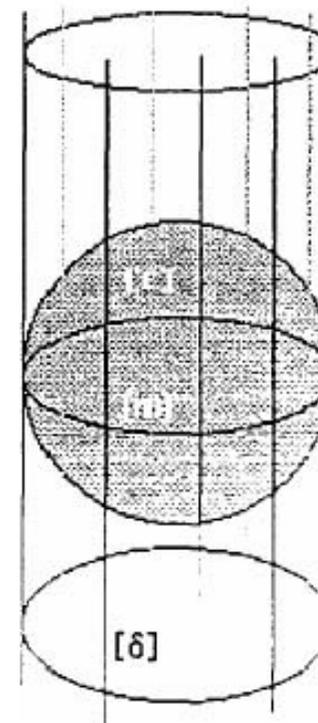
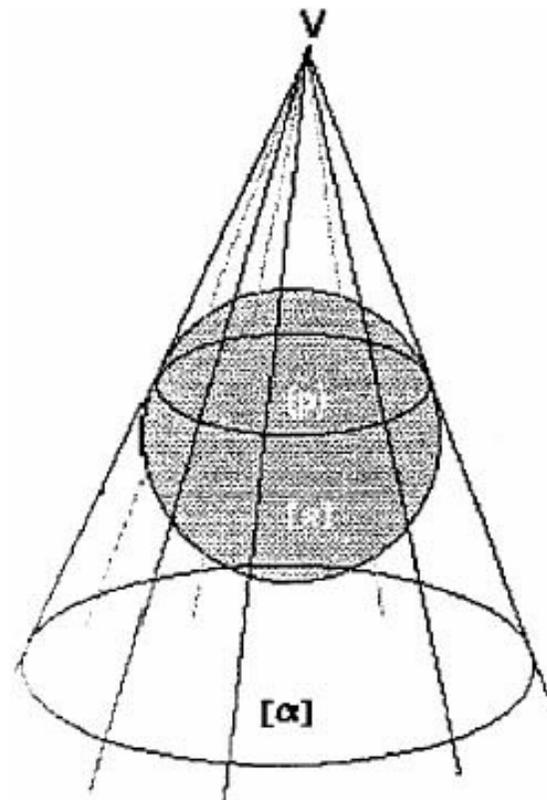


1. Marcação de pontos na superfície



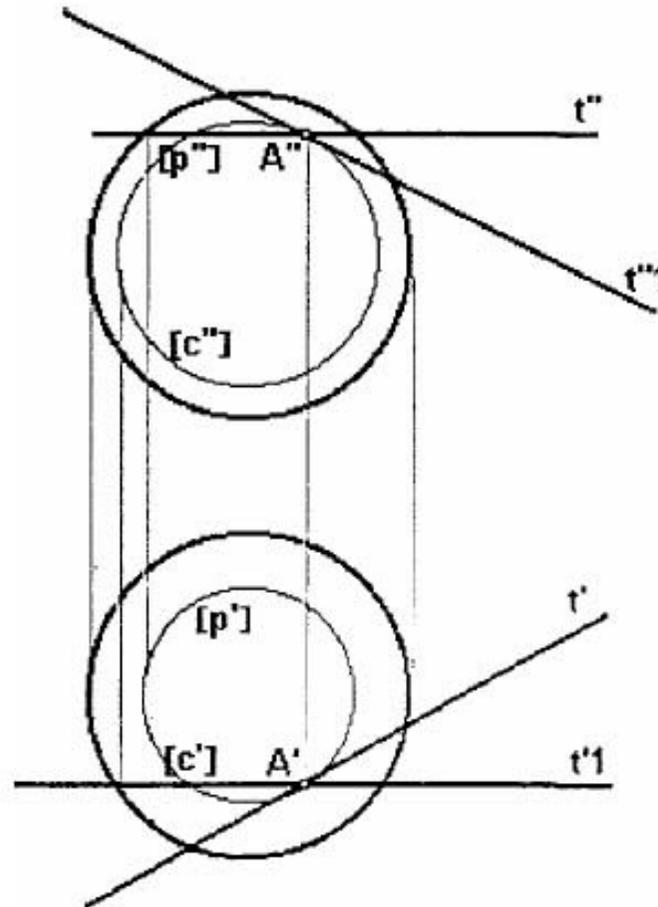


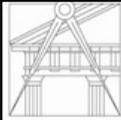
2. Concordância com superf. cónicas e cilíndricas



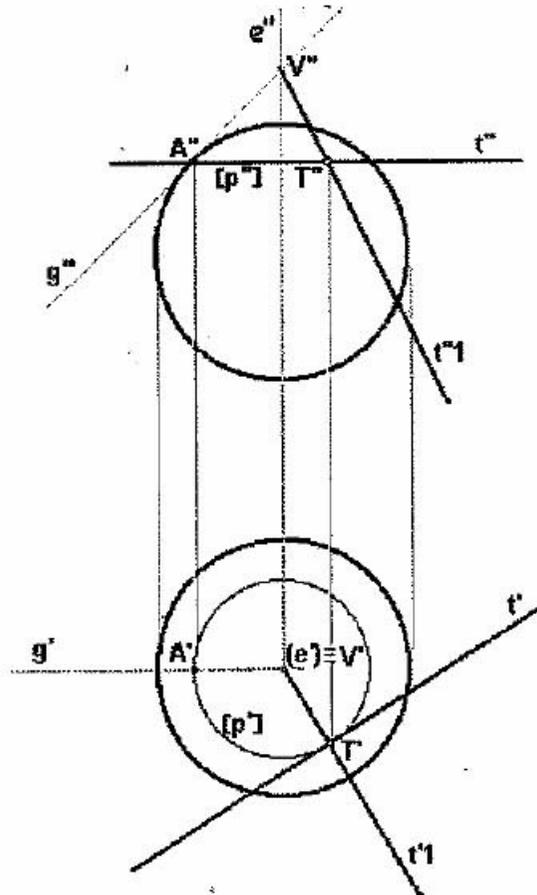


3. Plano tangente conduzido por ponto da superf.



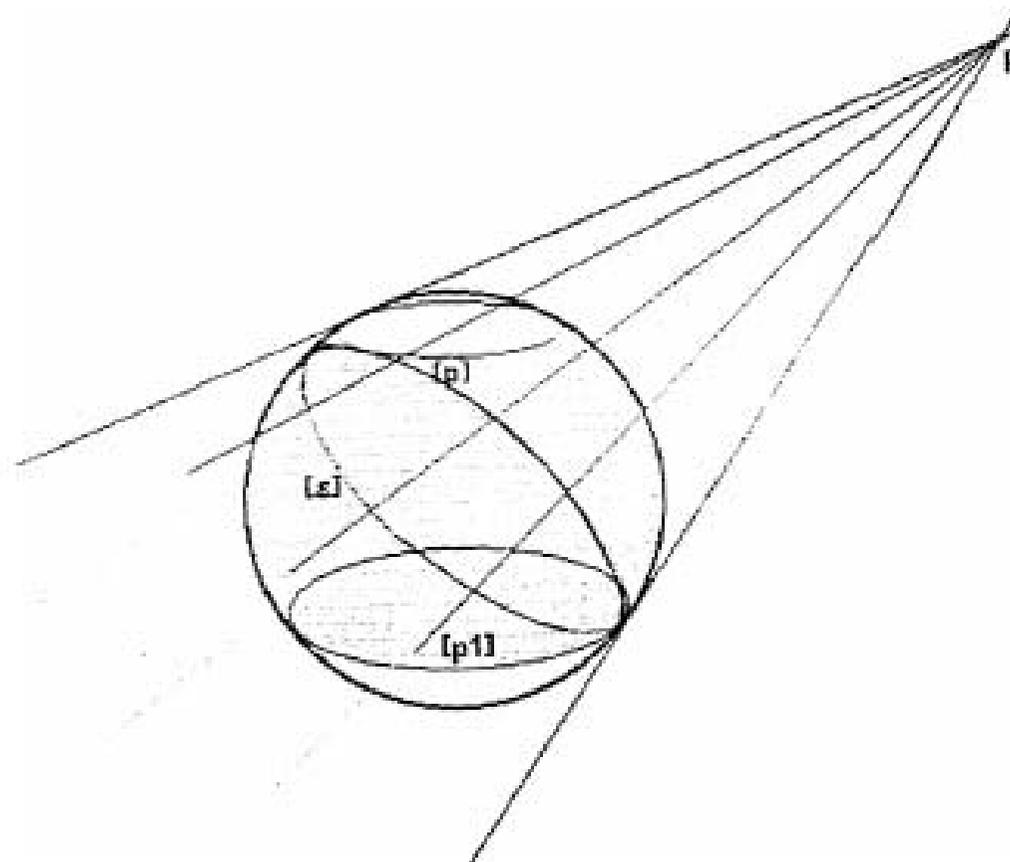


3. Plano tangente conduzido por ponto da superf.



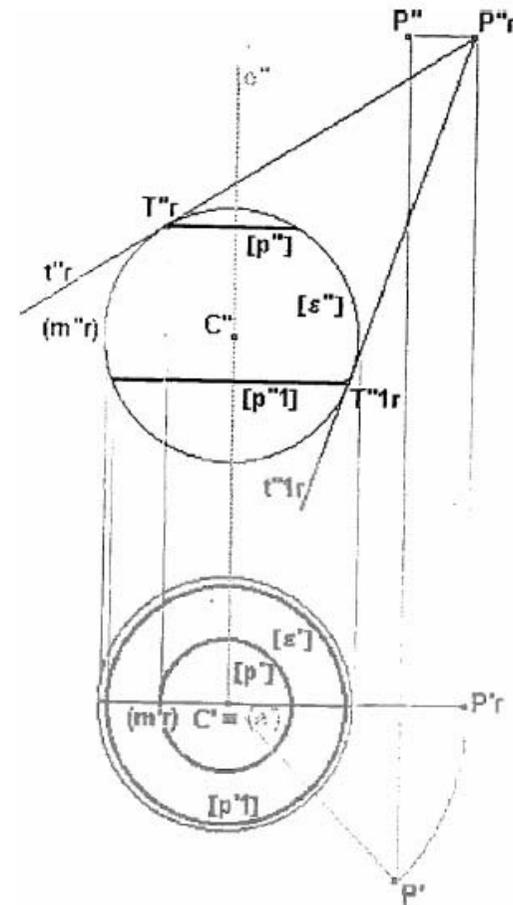
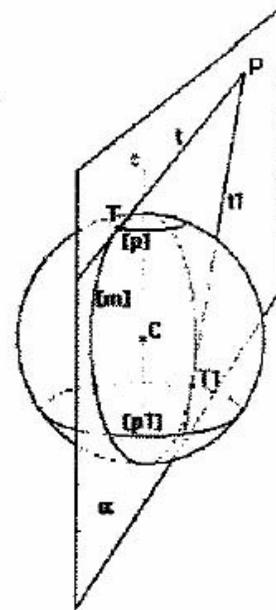


4. Plano tangente conduzido por ponto exterior



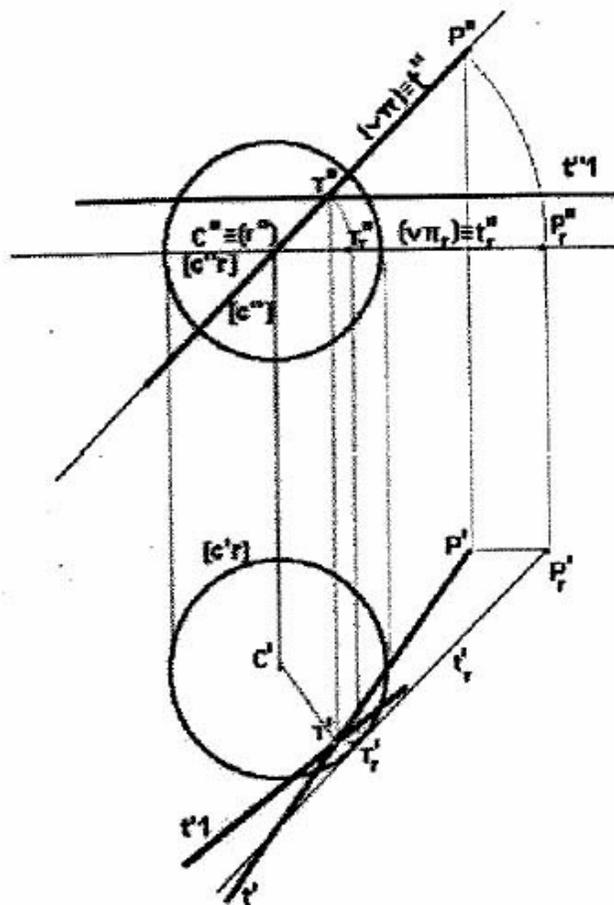


4. Plano tangente conduzido por ponto exterior



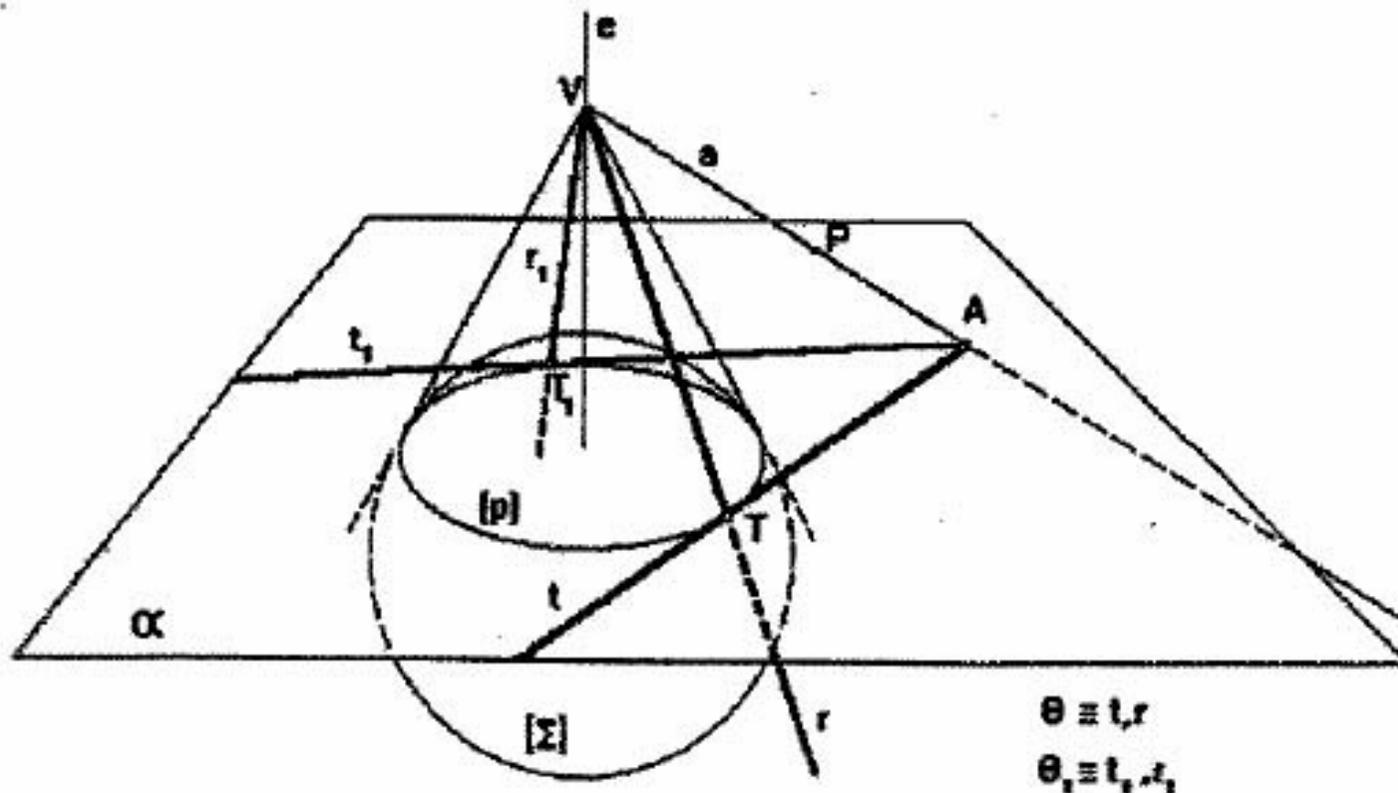


4. Plano tangente conduzido por ponto exterior



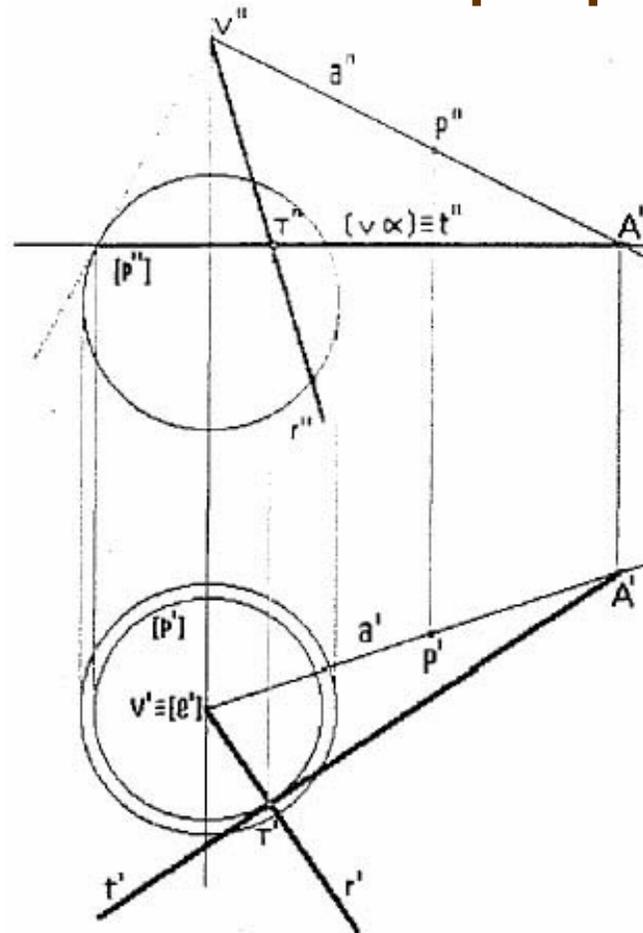


4. Plano tangente conduzido por ponto exterior



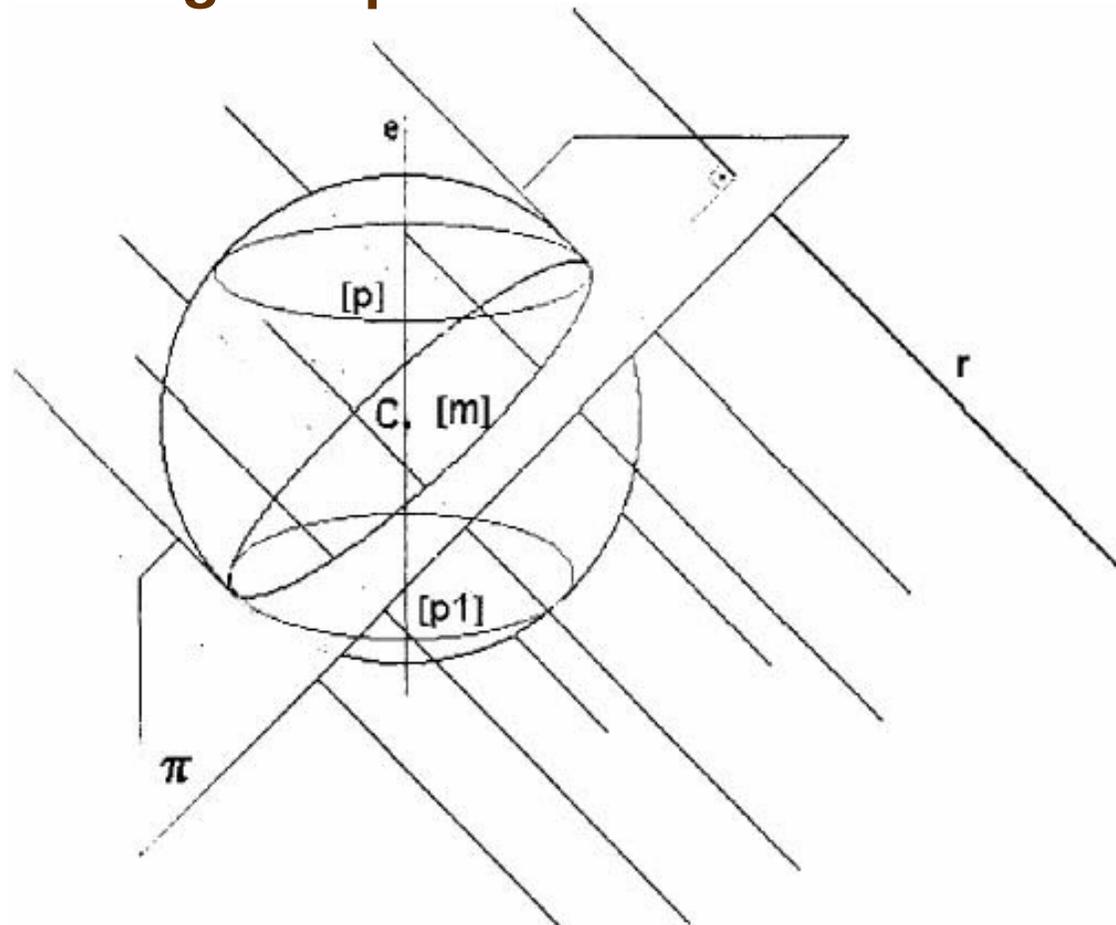


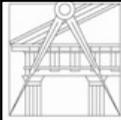
4. Plano tangente conduzido por ponto exterior



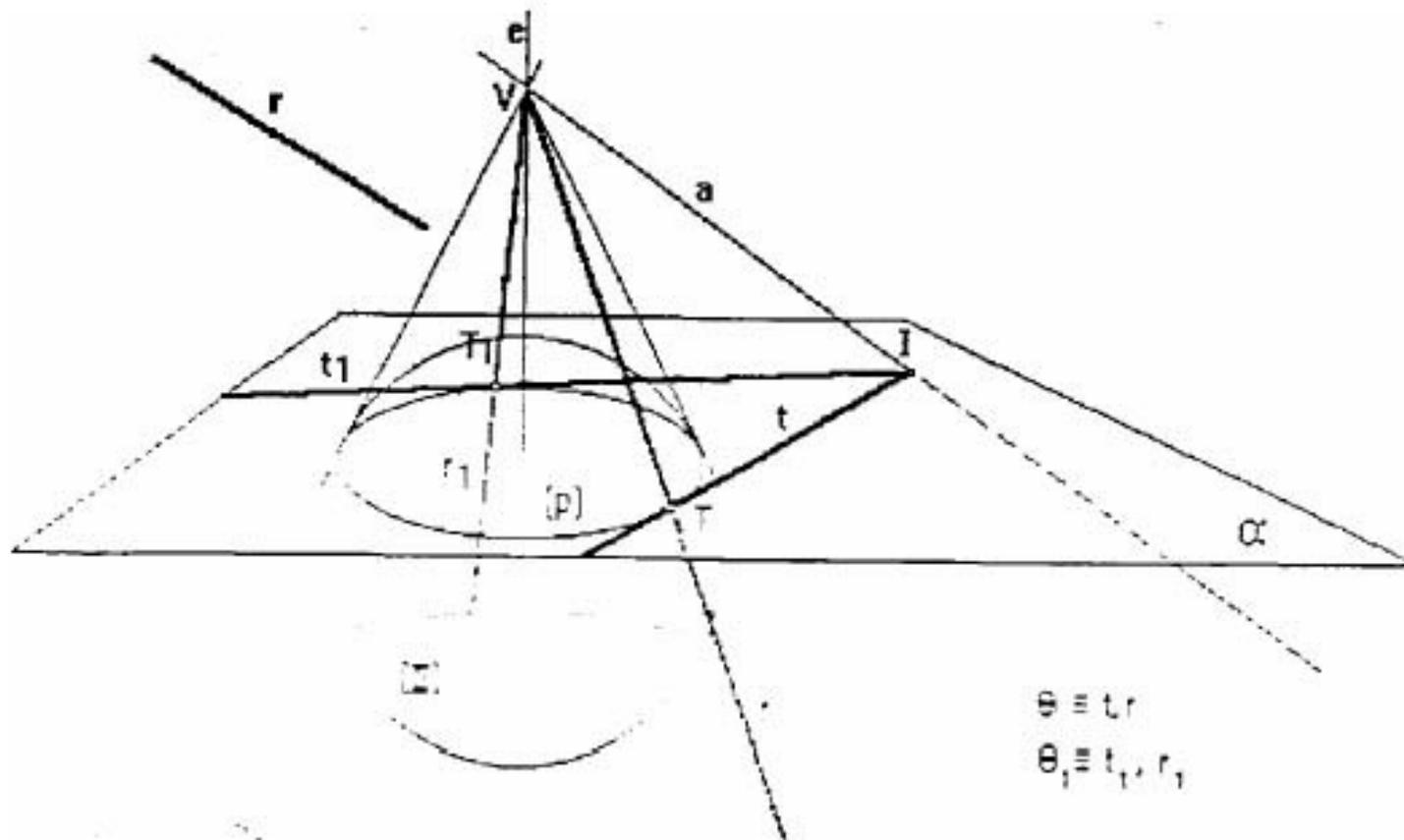


5. Plano tangente paralelo a uma recta dada



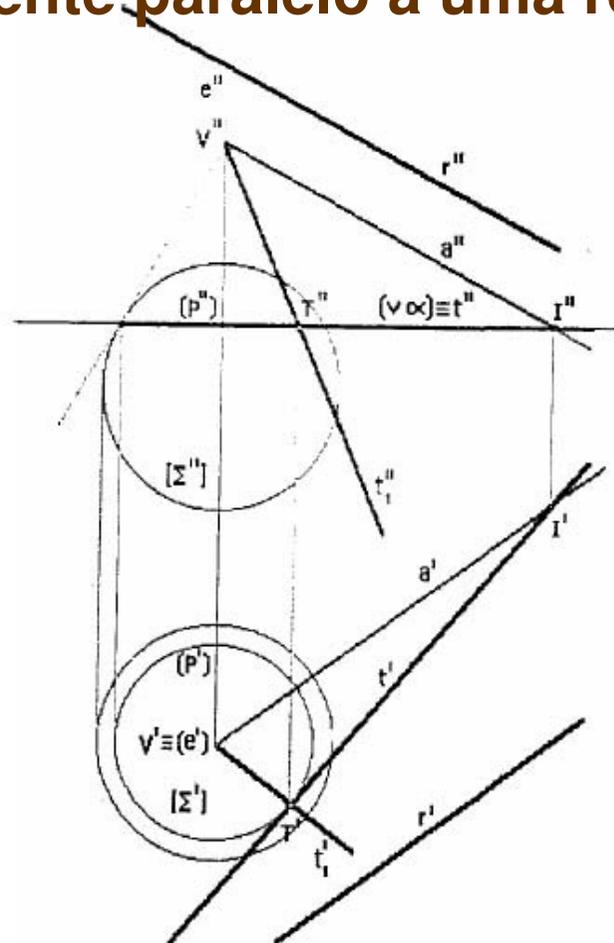


5. Plano tangente paralelo a uma recta dada



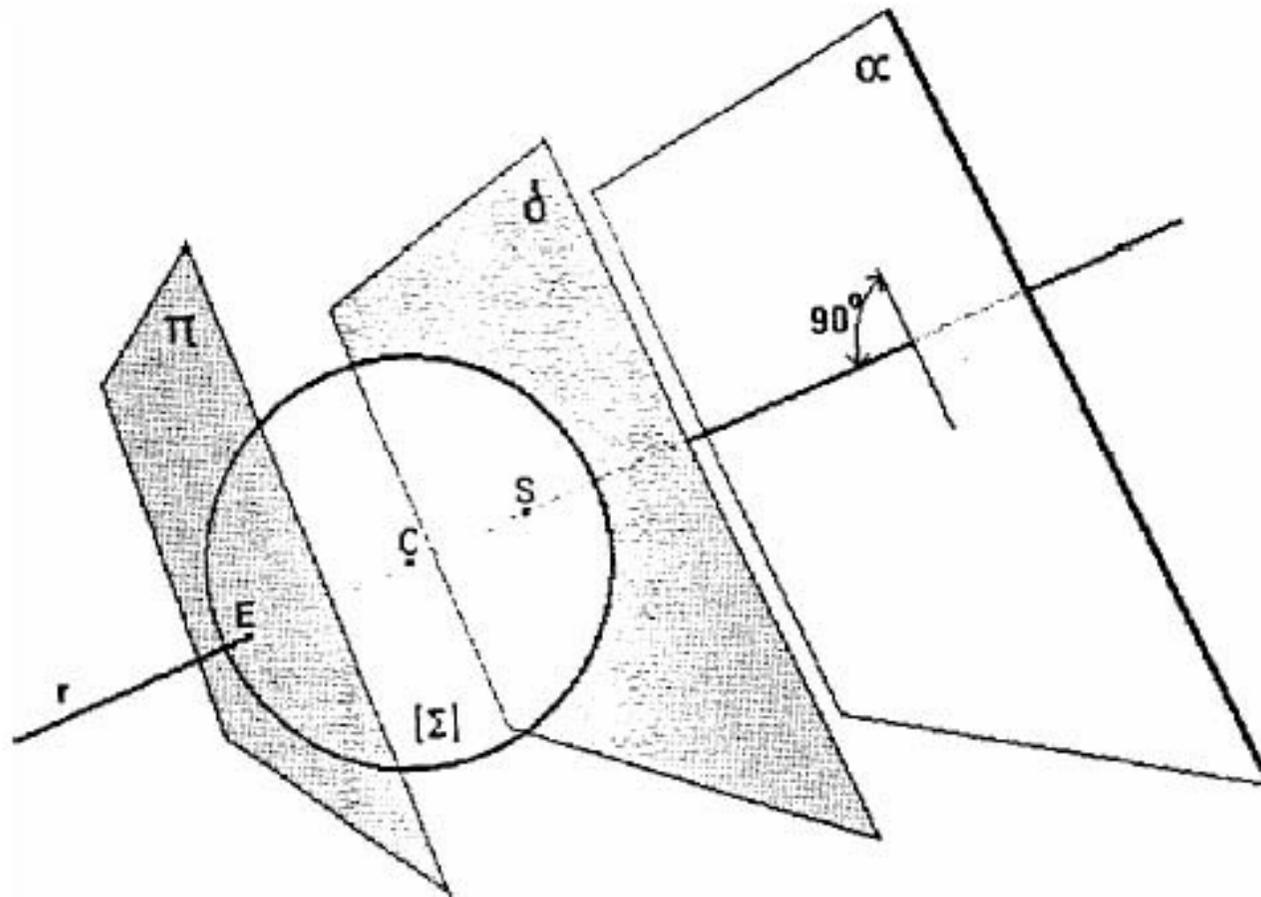


5. Plano tangente paralelo a uma recta dada



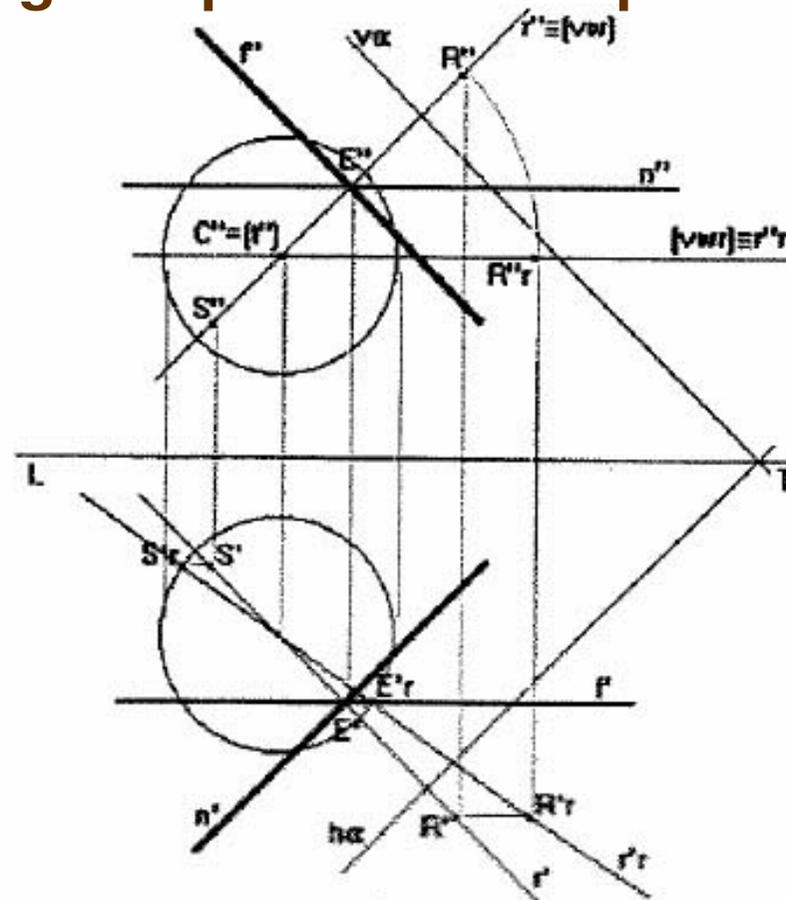


6. Plano tangente paralelo a um plano dado



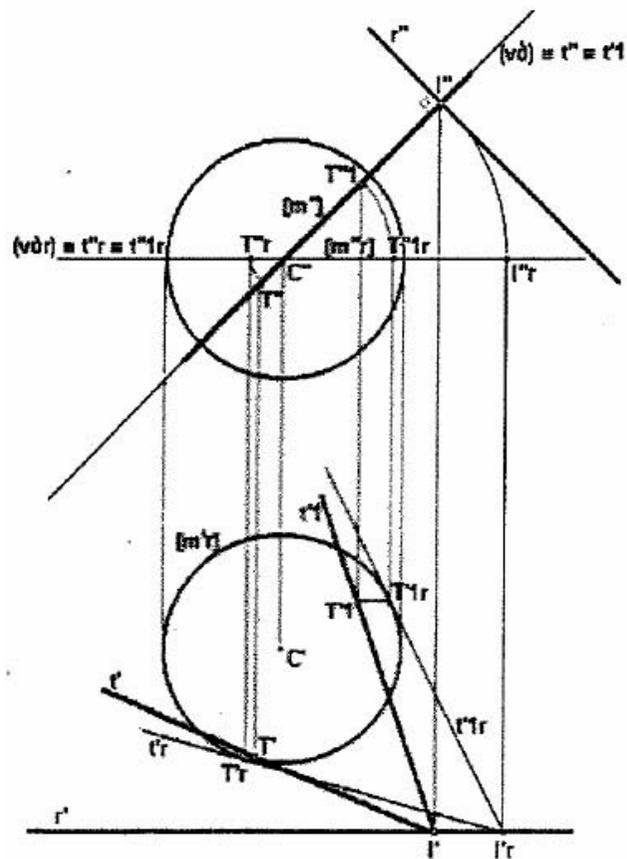


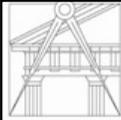
6. Plano tangente paralelo a um plano dado





7. Plano tangente passante por uma recta dada





GDC II – Semana 11

Estudo das superfícies:

- Superfícies regradas não planificáveis (empenadas) (noção de plano director e cone director; marcação de pontos)



Estudo das Superfícies - superfícies empenadas

CLASSIFICAÇÃO DE SUPERFÍCIES QUANTO AO TIPO DE GERATRIZ			exemplos
REGRADAS	PLANIFICÁVEIS	SUPERFÍCIES POLIÉDRICAS	potências regulares, semi-regulares e irregulares
		SUPERFÍCIE PLANA	plano
		definidas por 1 PONTO e 1 DIRECTRIZ	conica; cilíndrica; prismática; piramidal ⁽¹⁾
		definidas por 2 DIRECTRIZES	convolútas; superfícies de guia pendente
		SUPERFÍCIES TANGENCIAIS	helicoidal tangencial
		outras	
	NÃO PLANIFICÁVEIS	definidas por 3 DIRECTRIZES	parabolóide hiperbólico; hiperbolóide de revolução; cilindróide; conóide; helicoidais regradas; superfícies de arco enviesado ⁽¹⁾
		outras	superfície regrada de uma só face
CURVAS		SUPERFÍCIES DE REVOLUÇÃO ⁽²⁾	esfera; torca; elipsoidal
		outras	serpentina; superfícies mínimas

⁽¹⁾ Note-se que há superfícies regradas que são de revolução

⁽²⁾ Note-se que há superfícies de revolução que são regradas.



Estudo das Superfícies - superfícies empenadas

Superfícies regradas não planificáveis (empenadas)

Uma superfície regrada não é planificável se duas geratrizes infinitamente próximas não se intersectarem. Esta condição é em geral cumprida quando a superfície é definida por três directrizes quaisquer. Contudo, há posições específicas que as directrizes podem assumir que não permitem gerar nenhuma superfície regrada ou em que esta degenera numa superfície planificável.



Estudo das Superfícies - superfícies empenadas

Se a superfície $[\delta]$ possuir apenas um sistema de geratrizes rectas g_1, g_2, g_n , então diz-se que é SIMPLEMENTE REGRADA.

Se a superfície $[\delta]$ possuir dois sistemas de geratrizes rectas g_1, g_2, g_n e j_1, j_2, j_n , então diz-se que é DUPLAMENTE REGRADA.

Quando uma superfície é duplamente regrada, todas as geratrizes de um sistema intersectam todas as geratrizes do outro sistema.

Se uma directriz recta for imprópria (situada no infinito) isto equivale a dizer que todas as geratrizes g_1, g_2, g_n são paralelas a uma orientação. Neste caso diz-se que a superfície é de PLANO DIRECTOR.

Se uma directriz curva for imprópria (situada no infinito), isto equivale a dizer que todas as geratrizes g_1, g_2, g_n são paralelas às geratrizes d_1, d_2, d_n de uma superfície cónica. Neste caso, diz-se que a superfície é de CONE DIRECTOR ou de SUPERFÍCIE CÓNICA DIRECTRIZ.



Estudo das Superfícies - superfícies empenadas

TIPO	DIRECTRIZES	exemplos
ORDINÁRIA	R R R	Hiperbolóide escaleno; Hiperbolóide de revolução de uma folha
	R R C	
	R C C	Superfícies de arco enviesado (corno de vaca; arriere-vousure)
	C C C	
	R R S	
	R C S	
	C C S	
	R S S	
	C S S	
	S S S	
DE PLANO DIRECTOR	R_{∞} R R	Parabolóide hiperbólico
	R_{∞} R C	Superfícies de conóide; Superfícies helicoidais
	R_{∞} C C	Superfícies de cilindróide
	R_{∞} R S	Superfícies de conóide com um núcleo
	R_{∞} C S	Superfícies de cilindróide com um núcleo; Superfícies helicoidais com núcleo
	R_{∞} S S	Superfícies de cilindróide com dois núcleos
DE CONE DIRECTOR	C_{∞} R R	Tetraedróide
	C_{∞} C R	Superfícies helicoidais
	C_{∞} C C	
	C_{∞} R S	
	C_{∞} C S	Superfícies helicoidais com núcleo
	C_{∞} S S	

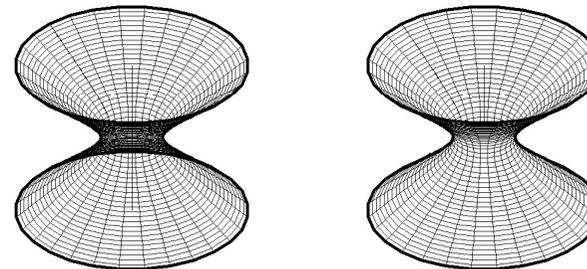
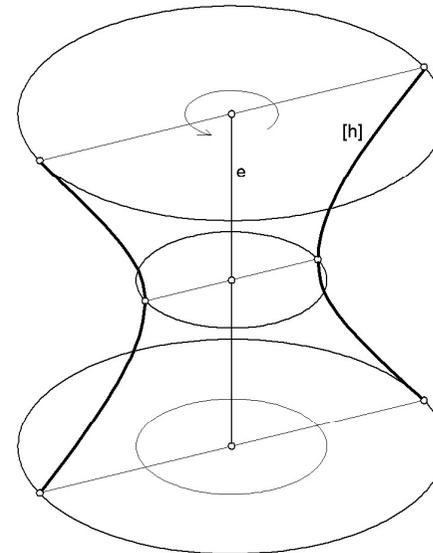
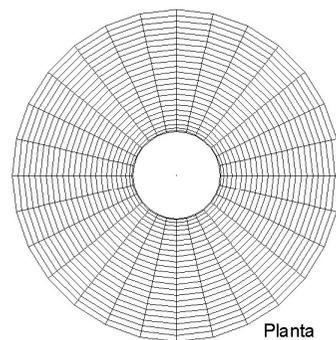
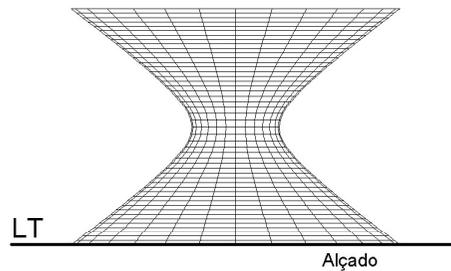
SUPERFÍCIES REGRADAS EMPENADAS DEFINIDAS POR 3 DIRECTRIZES

(linhas e/ou superfícies)

R (recta) ; C (curva) ; S (superfície) ; R_{∞} (recta imprópria) ; C_{∞} (curva imprópria)



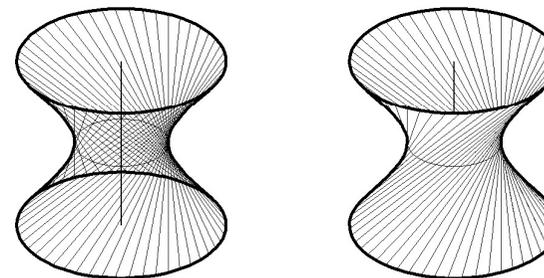
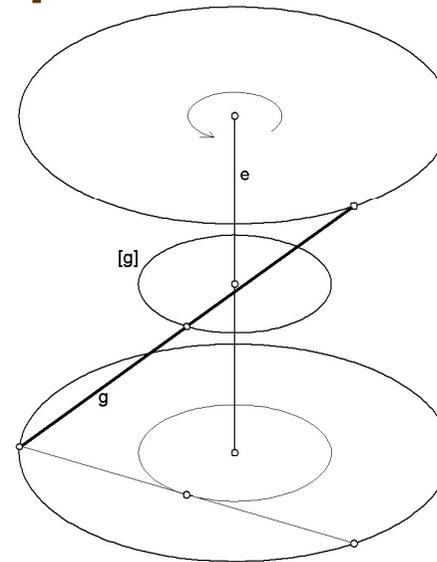
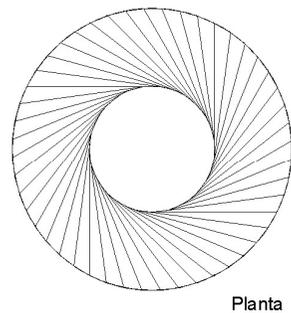
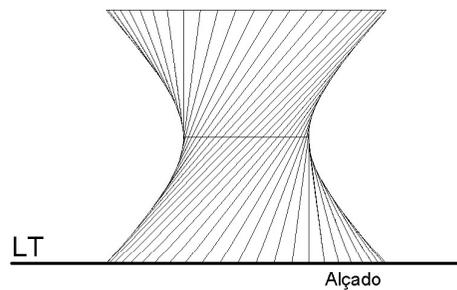
Estudo das Superfícies - hiperbolóide de revolução



GERAÇÃO DA SUPERFÍCIE POR ROTAÇÃO DA HIPÉRBOLE EM TORNO DO SEU EIXO TRANSVERSO



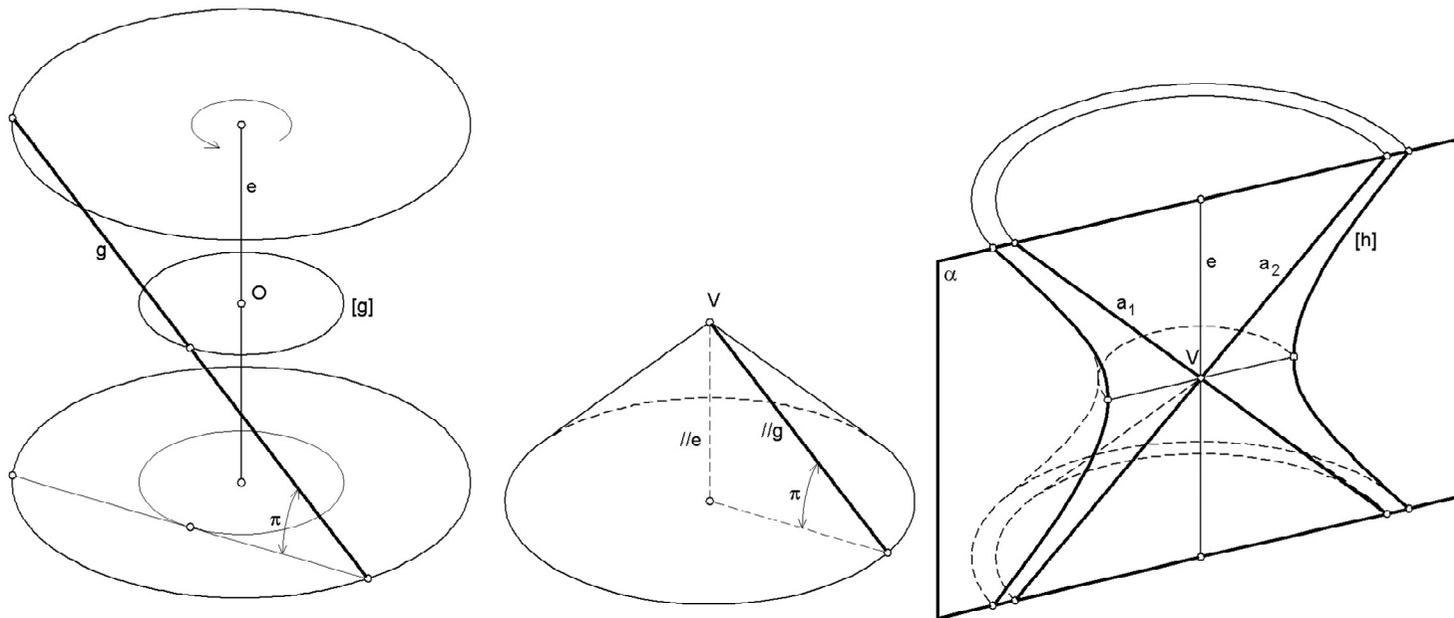
Estudo das Superfícies - hiperbolóide de revolução



GERAÇÃO DA SUPERFÍCIE POR ROTAÇÃO DE UMA RECTA



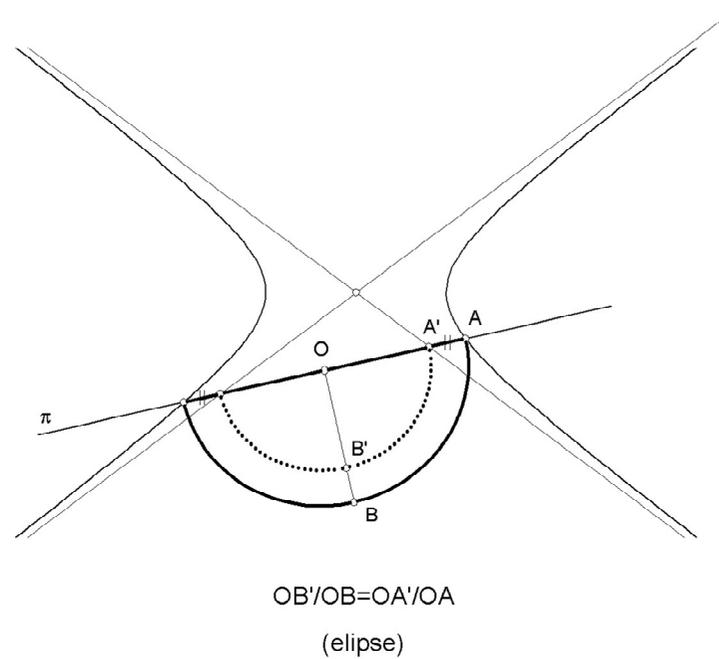
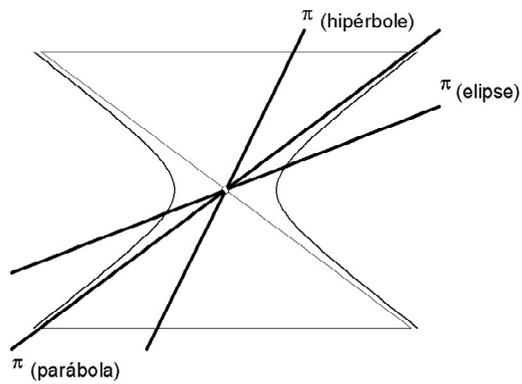
Estudo das Superfícies - hiperbolóide de revolução



CONE DIRECTOR / CONE ASSINTÓTICO / SECÇÕES HIPERBÓLICAS PRINCIPAIS



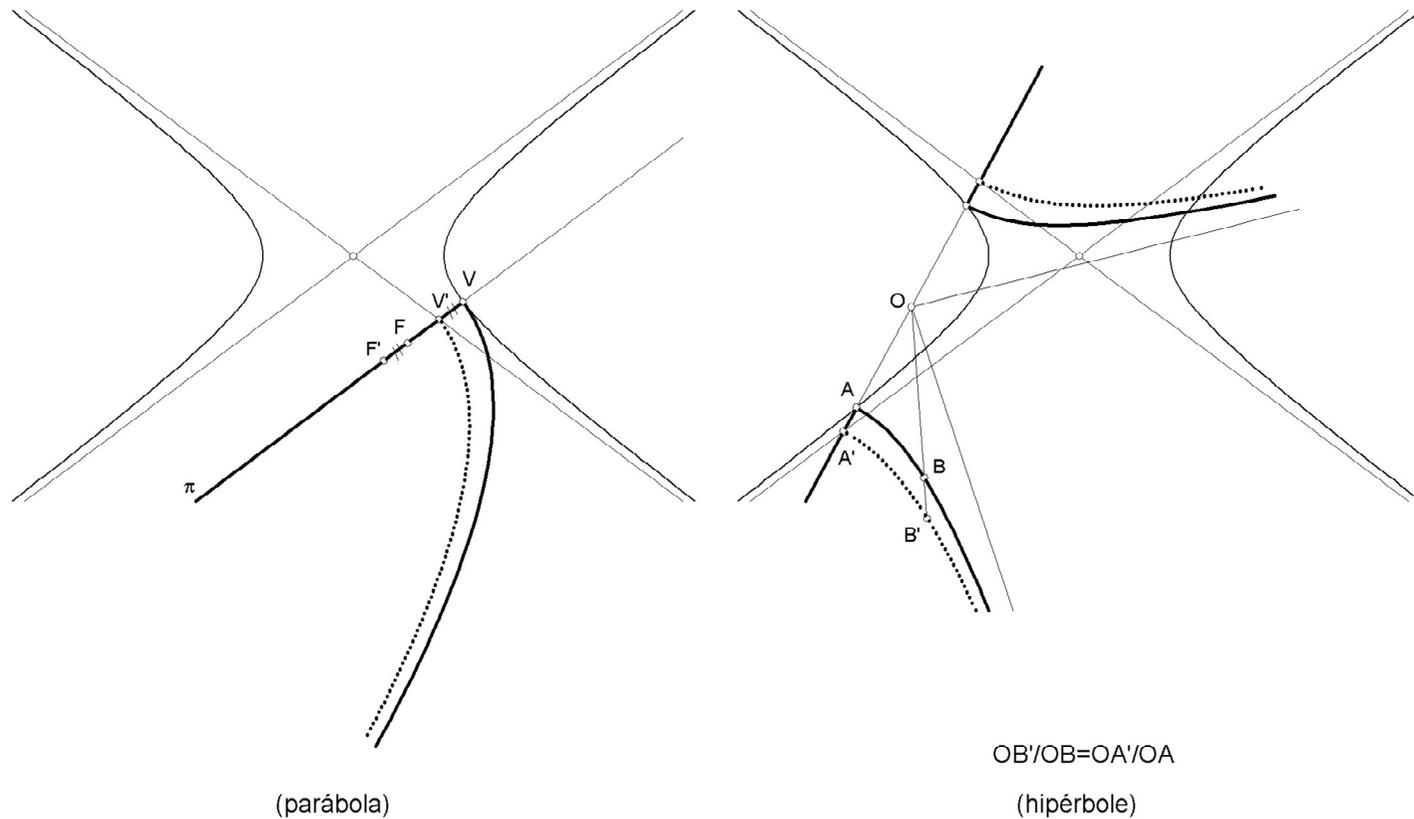
Estudo das Superfícies - hiperbolóide de revolução



INTERSECÇÕES PLANAS



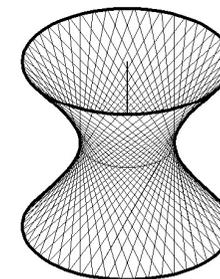
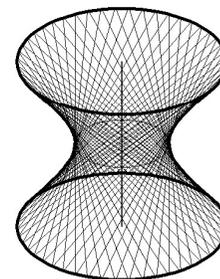
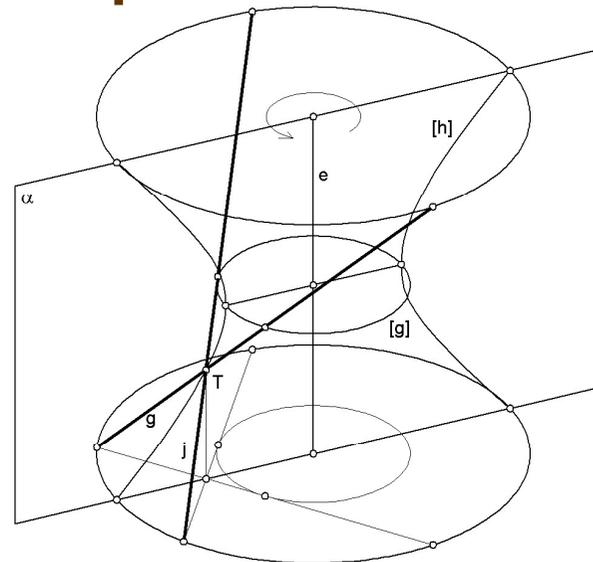
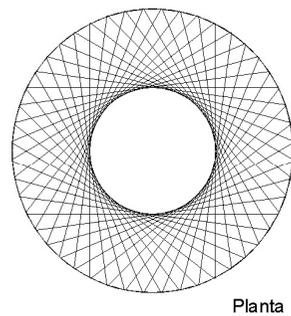
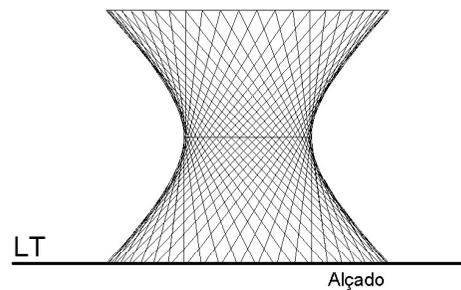
Estudo das Superfícies - hiperbolóide de revolução



INTERSECÇÕES PLANAS



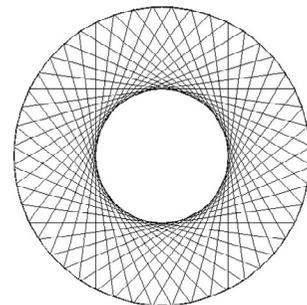
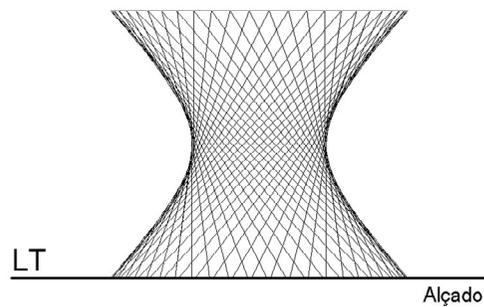
Estudo das Superfícies - hiperbolóide de revolução



DOIS SISTEMAS DE GERATRIZES RECTAS

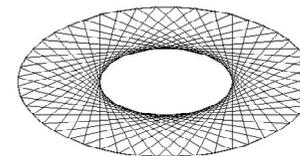
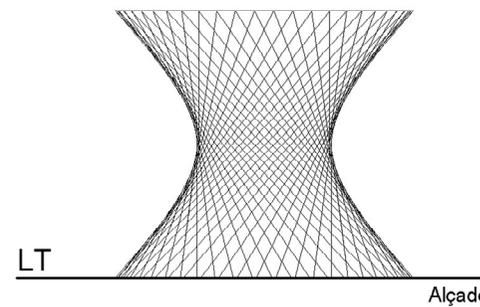


Estudo das Superfícies - hiperbolóide de revolução



Planta

HIPERBOLÓIDE REGRADO DE REVOLUÇÃO

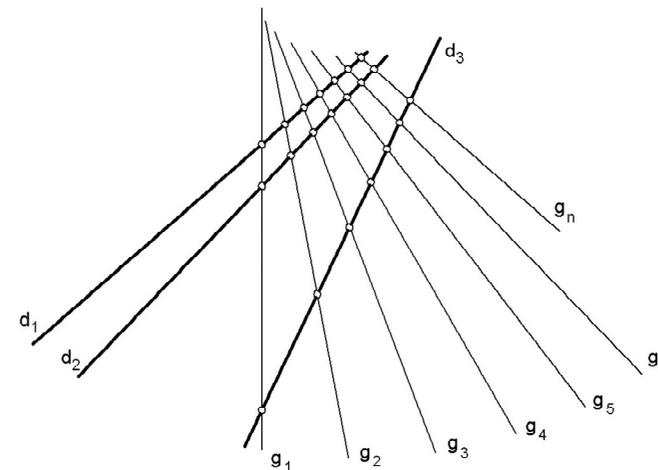
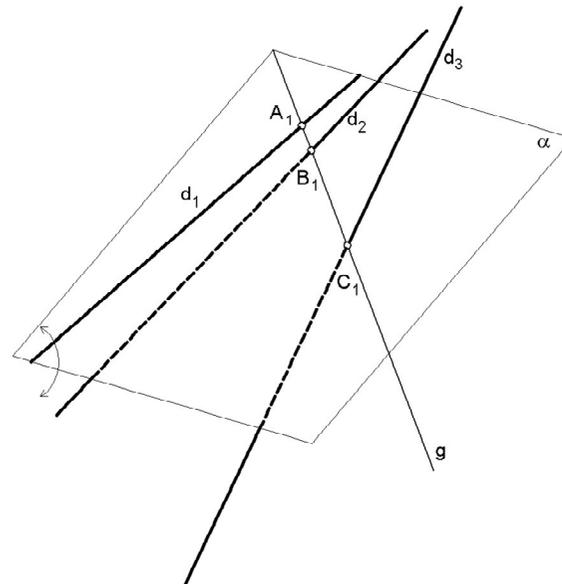


Planta

HIPERBOLÓIDE REGRADO ESCALENO



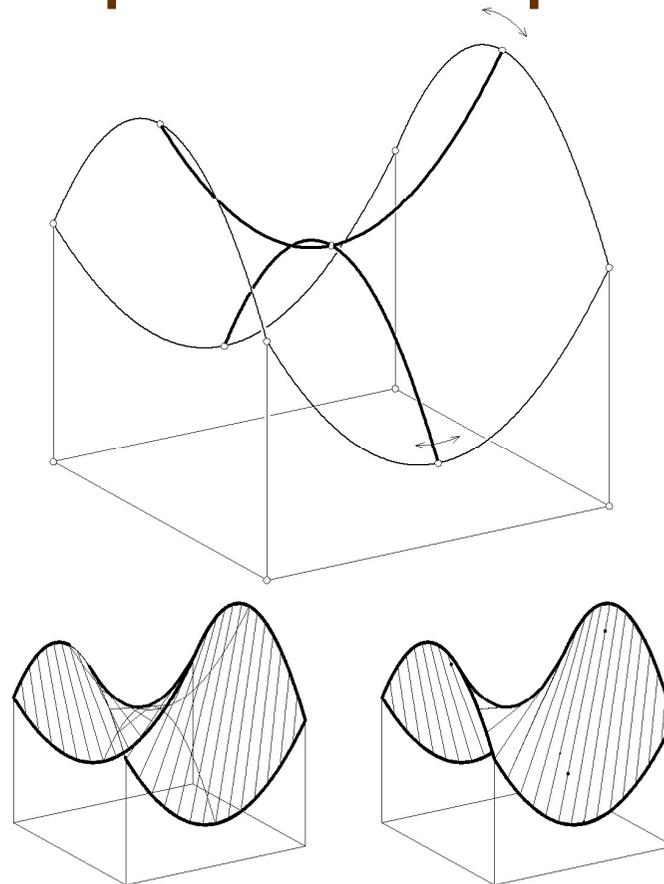
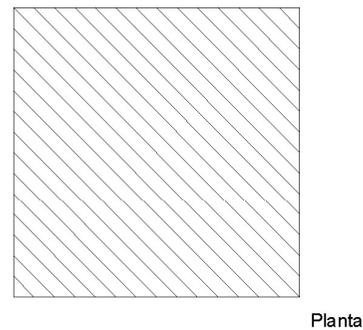
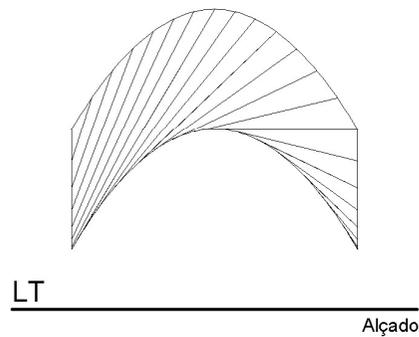
Estudo das Superfícies - hiperbolóide escaleno



DEFINIÇÃO DO HIPERBOLÓIDE REGRADO ESCALENO POR TRÊS RECTAS ENVIESADAS



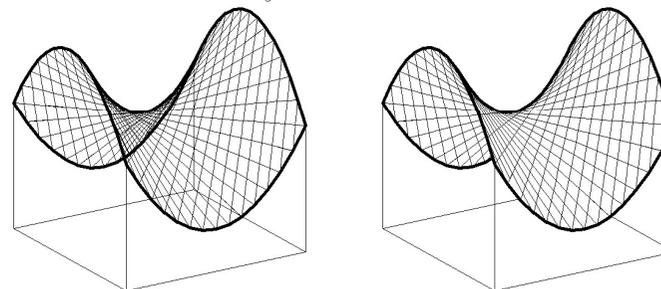
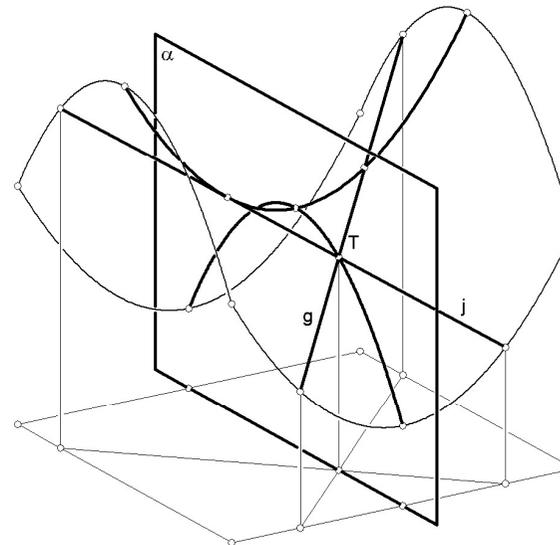
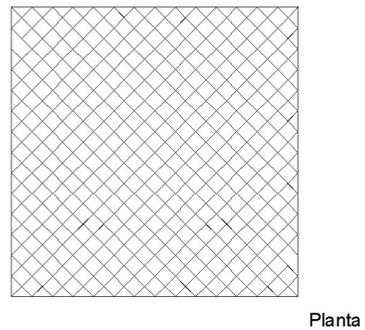
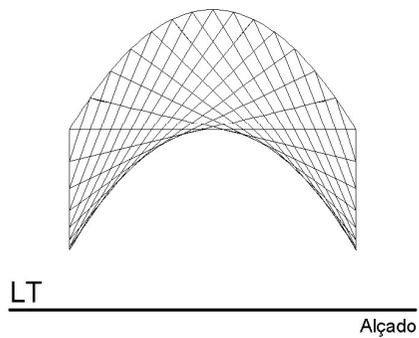
Estudo das Superfícies - parabolóide hiperbólico



GERAÇÃO DA SUPERFÍCIE POR MOVIMENTO DE UMA PARÁBOLA APOIADA NOUTRA PARÁBOLA



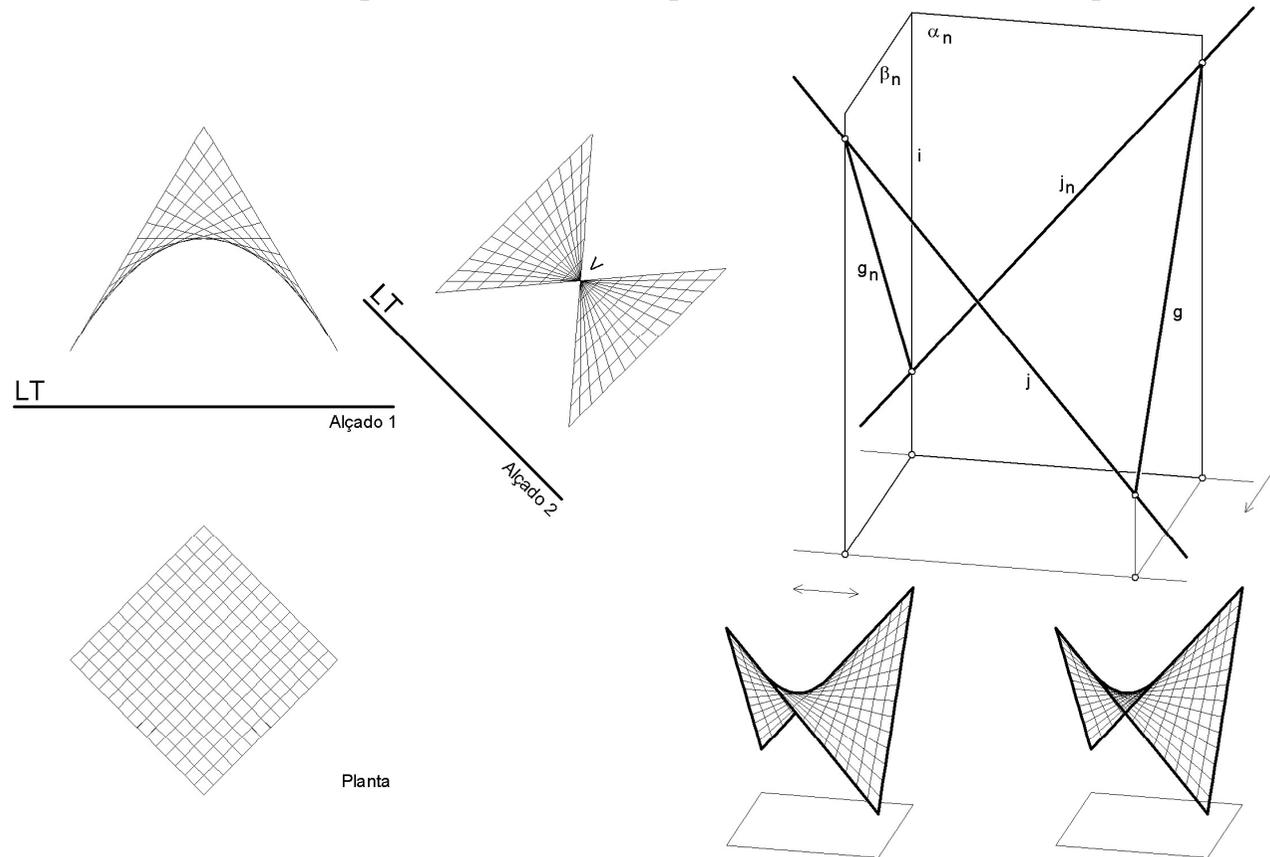
Estudo das Superfícies - parabolóide hiperbólico



DOIS SISTEMAS DE GERATRIZES RECTAS



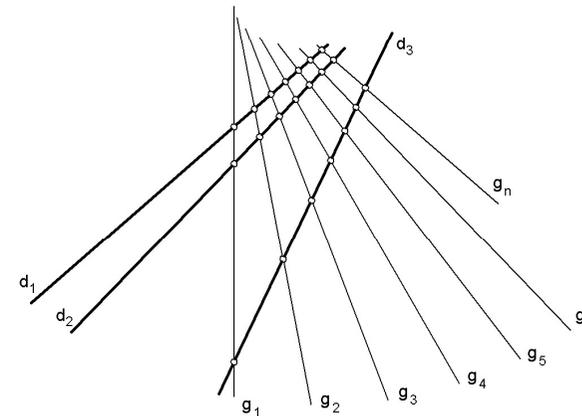
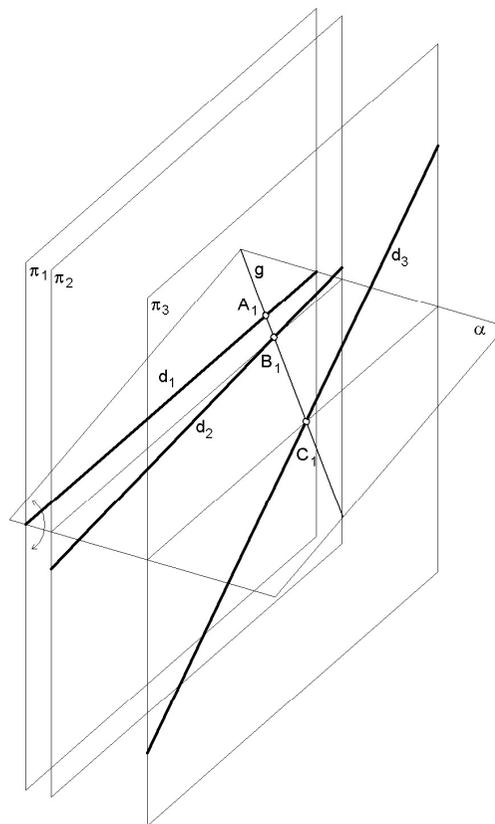
Estudo das Superfícies - parabolóide hiperbólico



GERAÇÃO POR RECTAS / PLANOS DIRECTORES / PONTO DE DIVERGÊNCIA



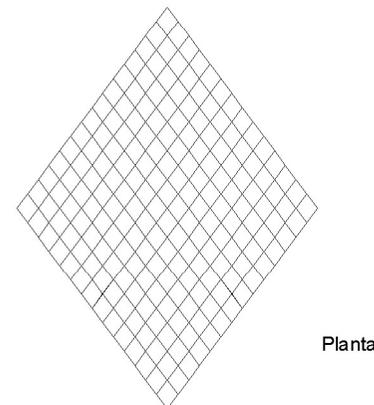
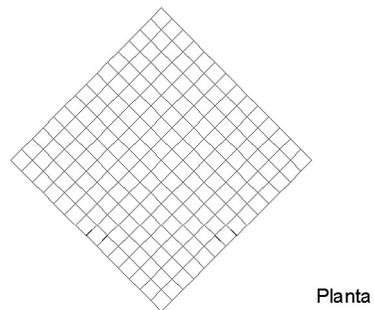
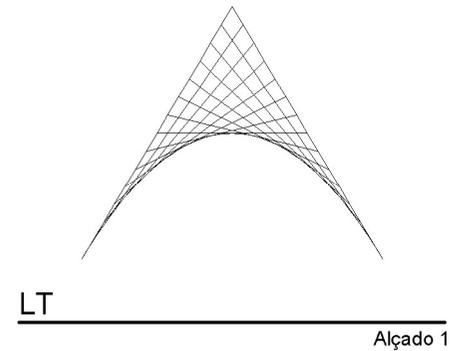
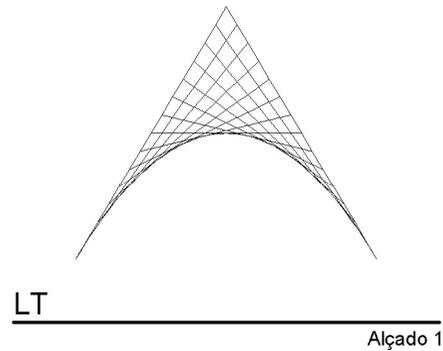
Estudo das Superfícies - parabolóide hiperbólico



DEFINIÇÃO DO PARABOLÓIDE HIPERBÓLICO ESCALENO POR TRÊS RECTAS ENVIESADAS



Estudo das Superfícies - parabolóide hiperbólico



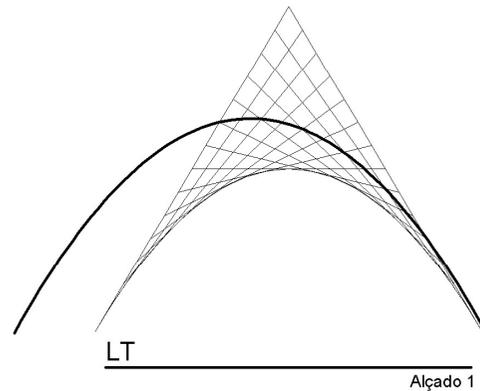
PARABOLÓIDE HIPERBÓLICO ISÓSCELES

PARABOLÓIDE HIPERBÓLICO ESCALENO

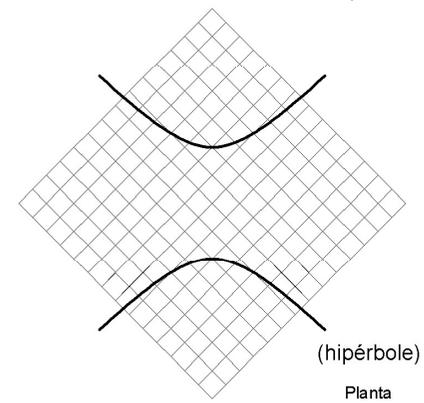
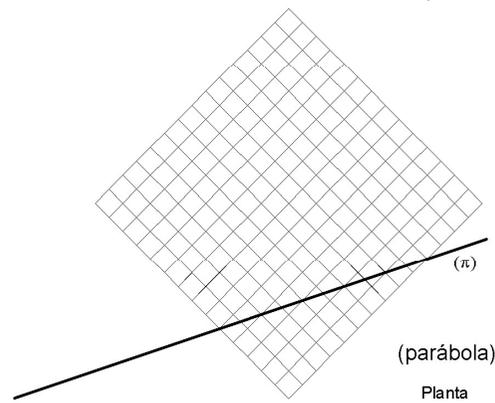
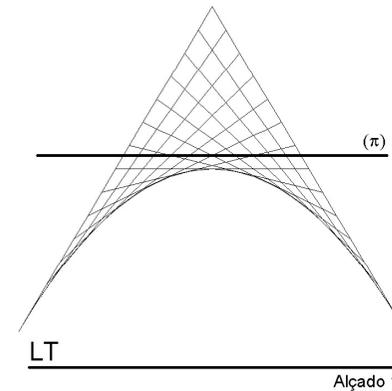


Estudo das Superfícies - parabolóide hiperbólico

planos paralelos à direcção comum
aos dois planos directores



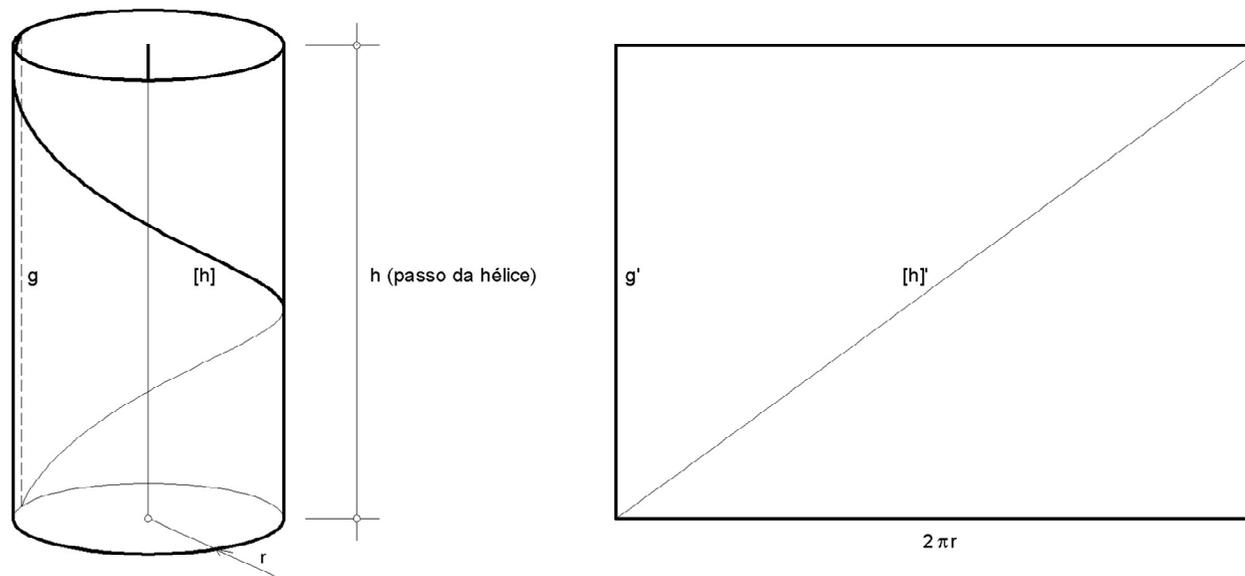
planos não paralelos à direcção comum
aos dois planos directores



INTERSECÇÕES PLANAS



Estudo das Superfícies - helicoidais empenados



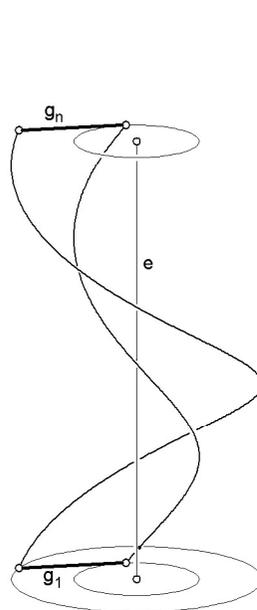
HÉLICE CILÍNDRICA



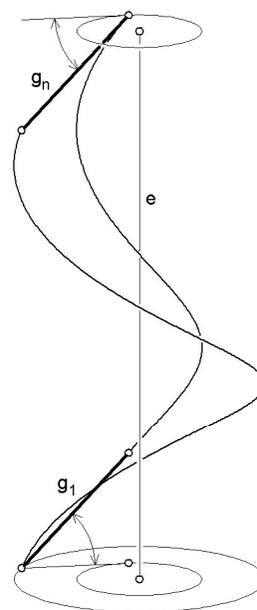
Estudo das Superfícies - helicoidais empenadas

COM NÚCLEO CILÍNDRICO

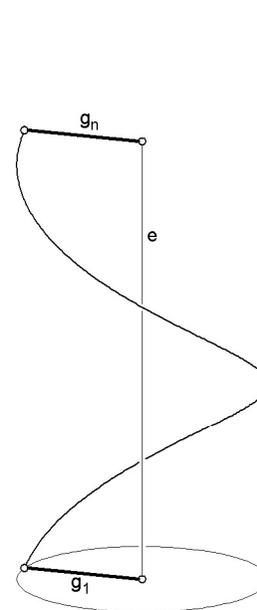
SEM NÚCLEO CILÍNDRICO



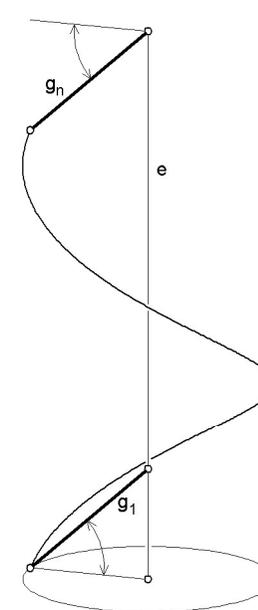
PLANO DIRECTOR



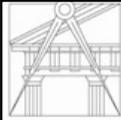
CONE DIRECTOR



PLANO DIRECTOR



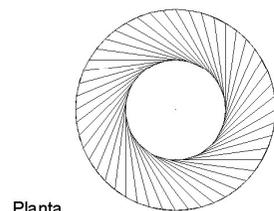
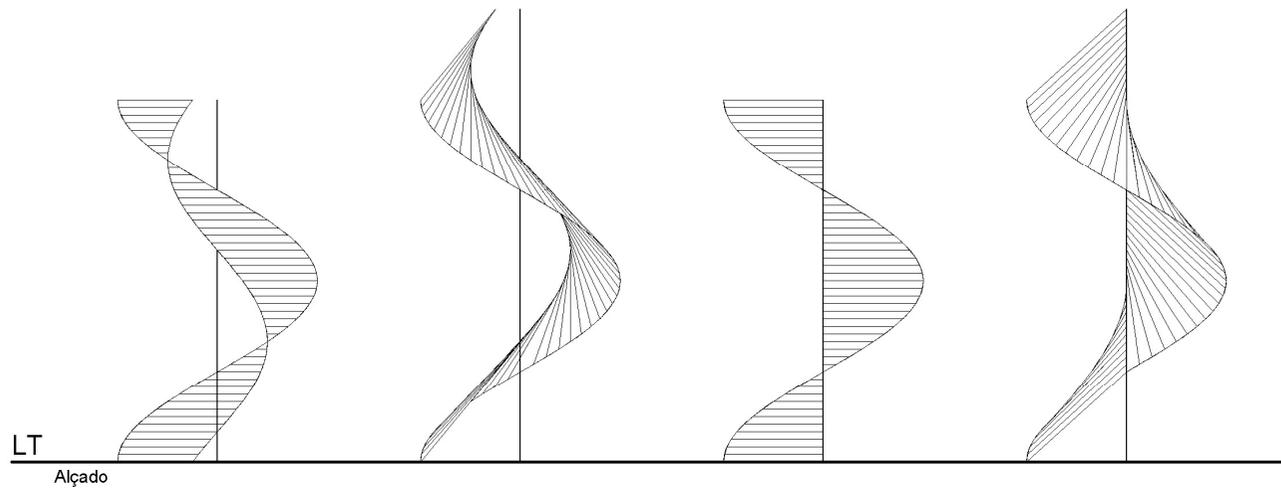
CONE DIRECTOR



Estudo das Superfícies - helicoidais empenadas

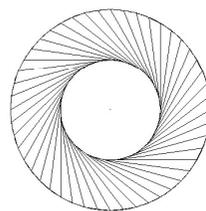
COM NUCLEO CILINDRICO

SEM NUCLEO CILINDRICO

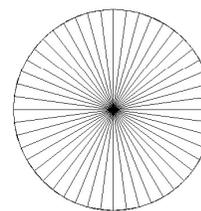


Planta

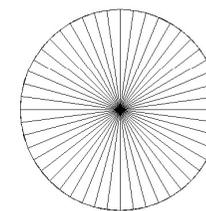
PLANO DIRECTOR



CONE DIRECTOR



PLANO DIRECTOR



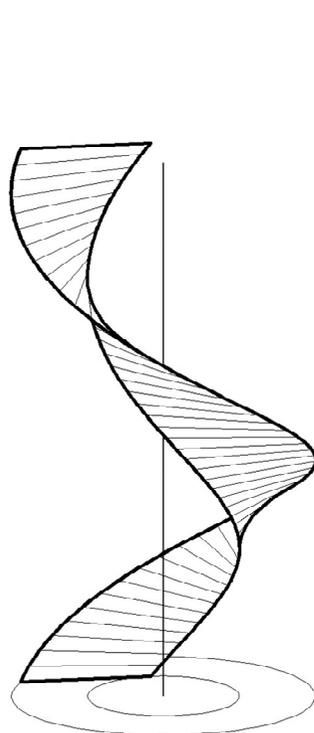
CONE DIRECTOR



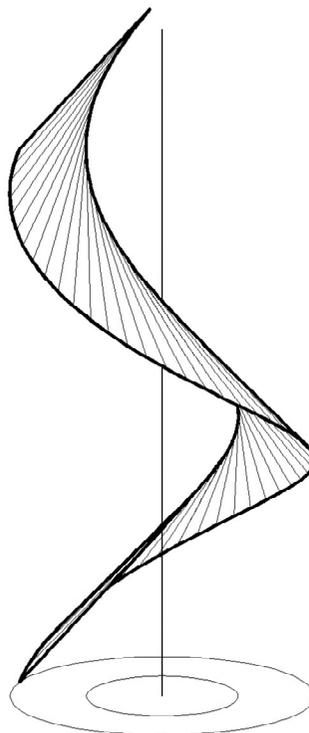
Estudo das Superfícies - helicoidais empenados

COM NÚCLEO CILÍNDRICO

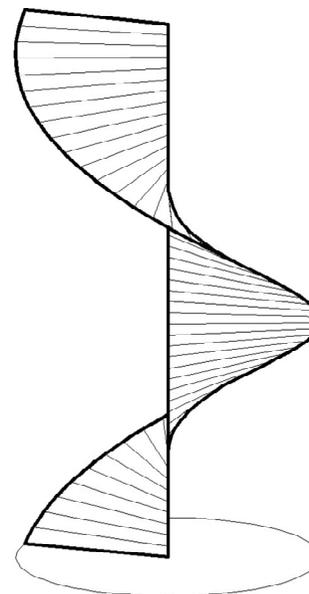
SEM NÚCLEO CILÍNDRICO



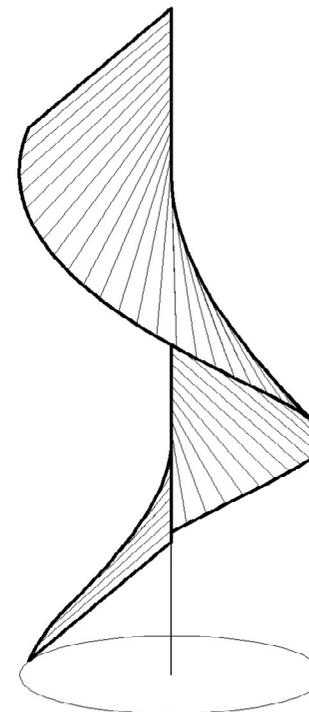
PLANO DIRECTOR



CONE DIRECTOR



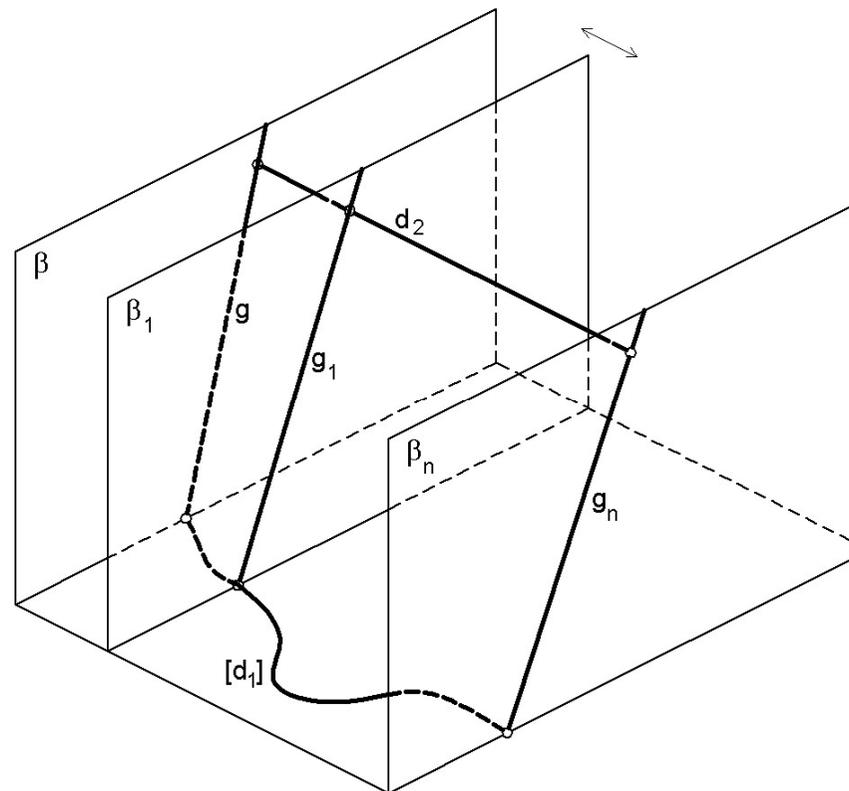
PLANO DIRECTOR



CONE DIRECTOR

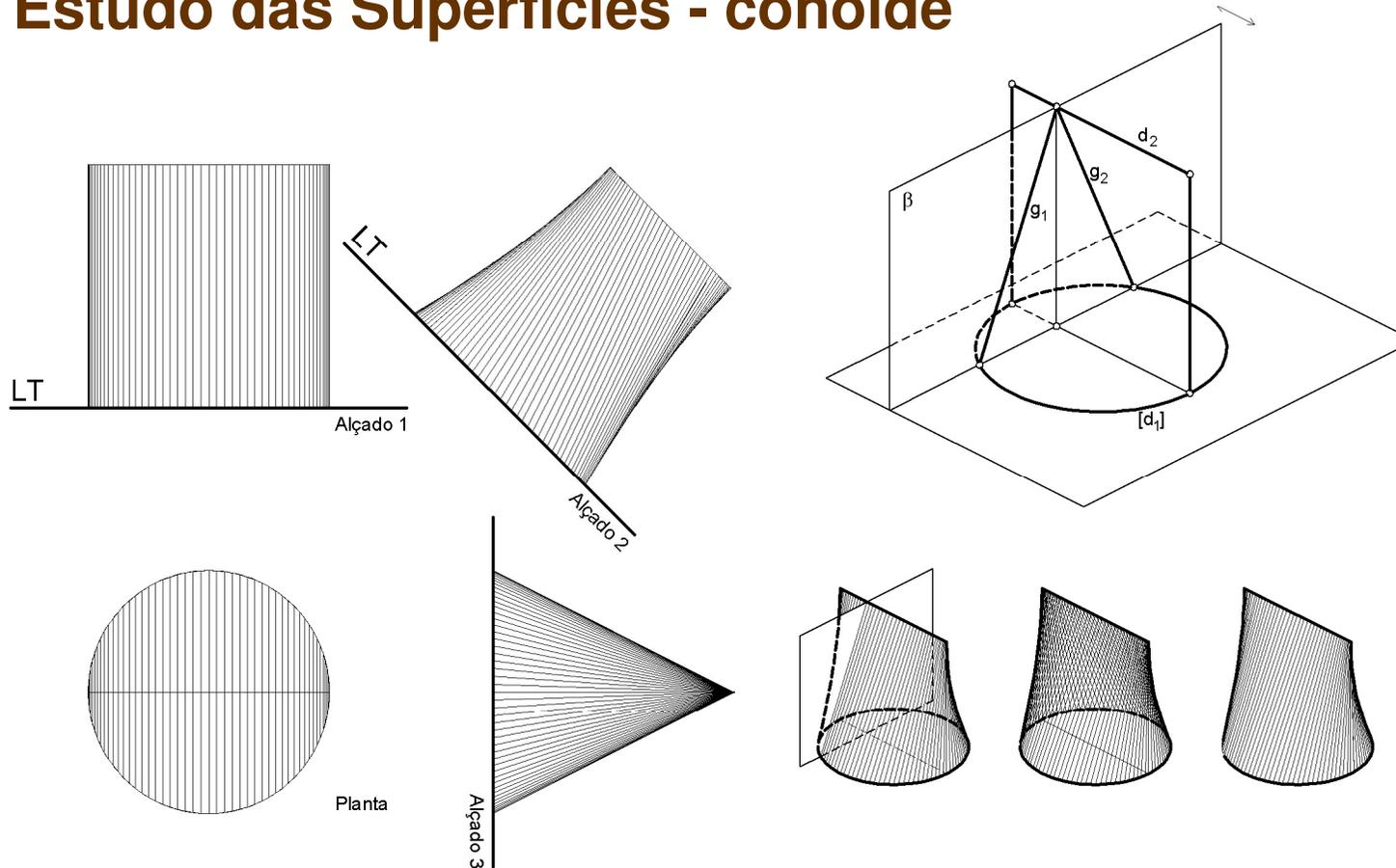


Estudo das Superfícies - conóide





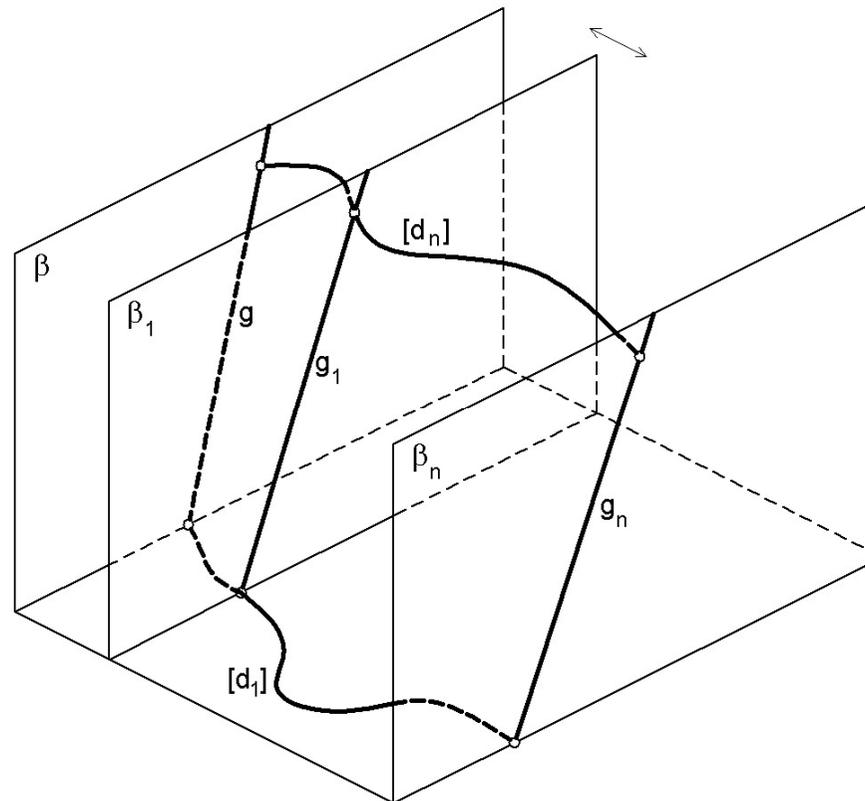
Estudo das Superfícies - conóide



SUPERFÍCIE DE CONÓIDE RECTO DE DIRECTRIZ CIRCUNFERENCIAL

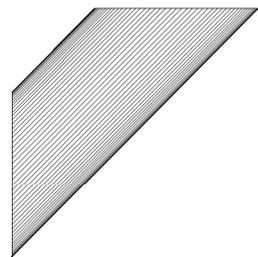
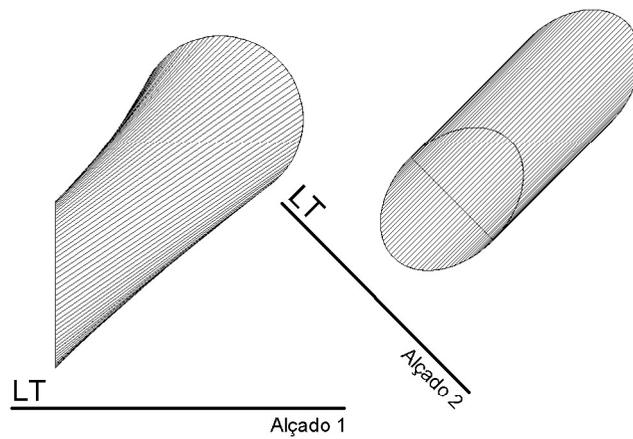


Estudo das Superfícies - cilindróide

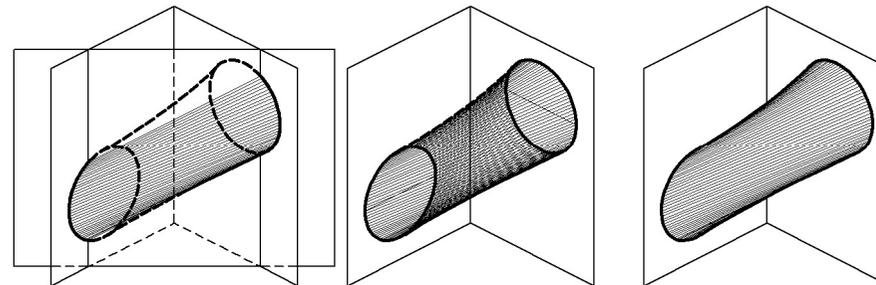
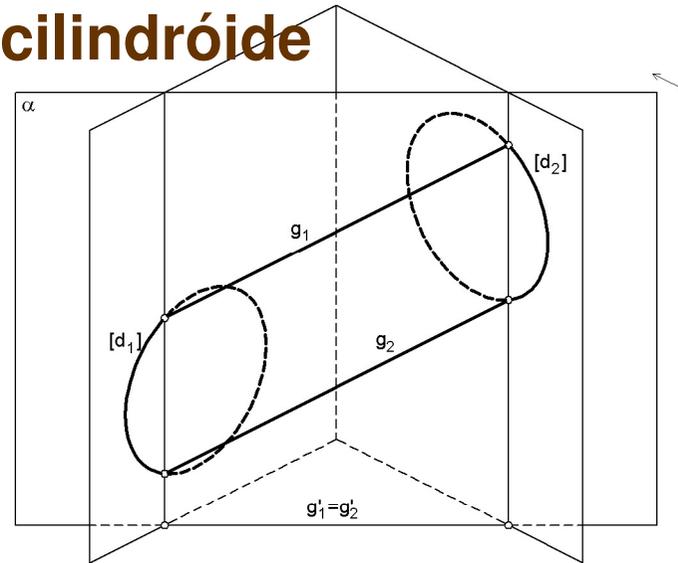




Estudo das Superfícies - cilindróide



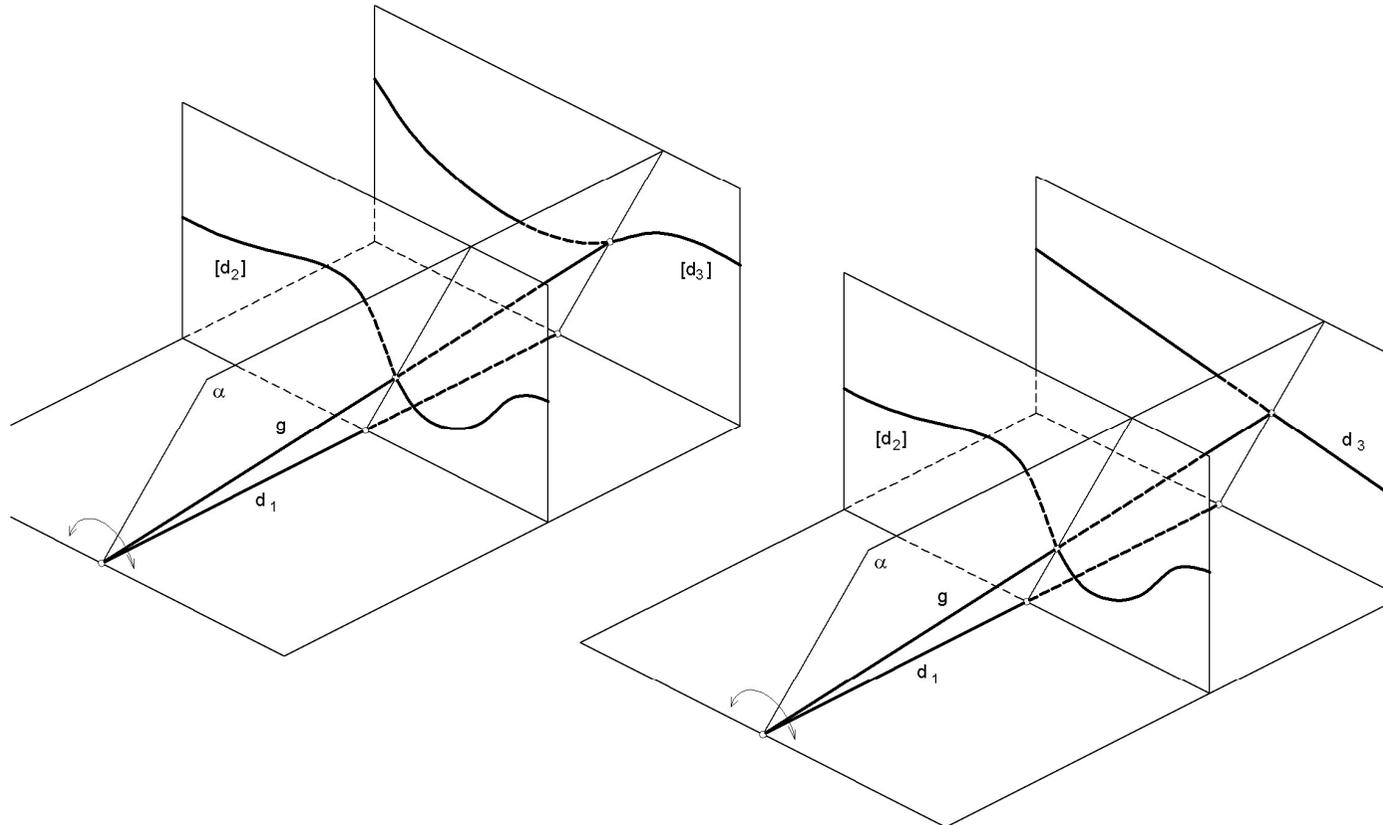
Planta



SUPERFÍCIE DE CILINDRÓIDE DE DIRECTRIZES CIRCUNFERENCIAIS



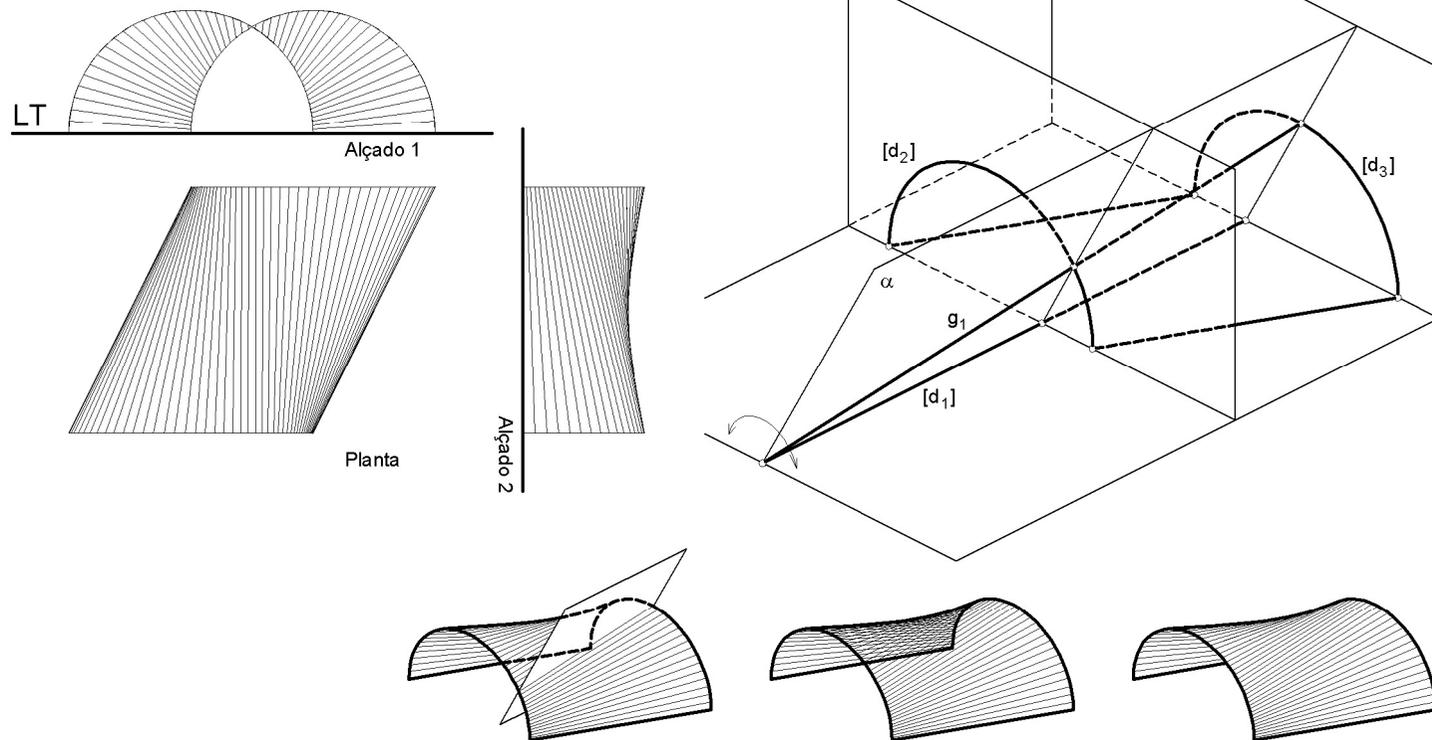
Estudo das Superfícies - arco enviesado



SUPERFÍCIES DE ARCO ENVIESADO



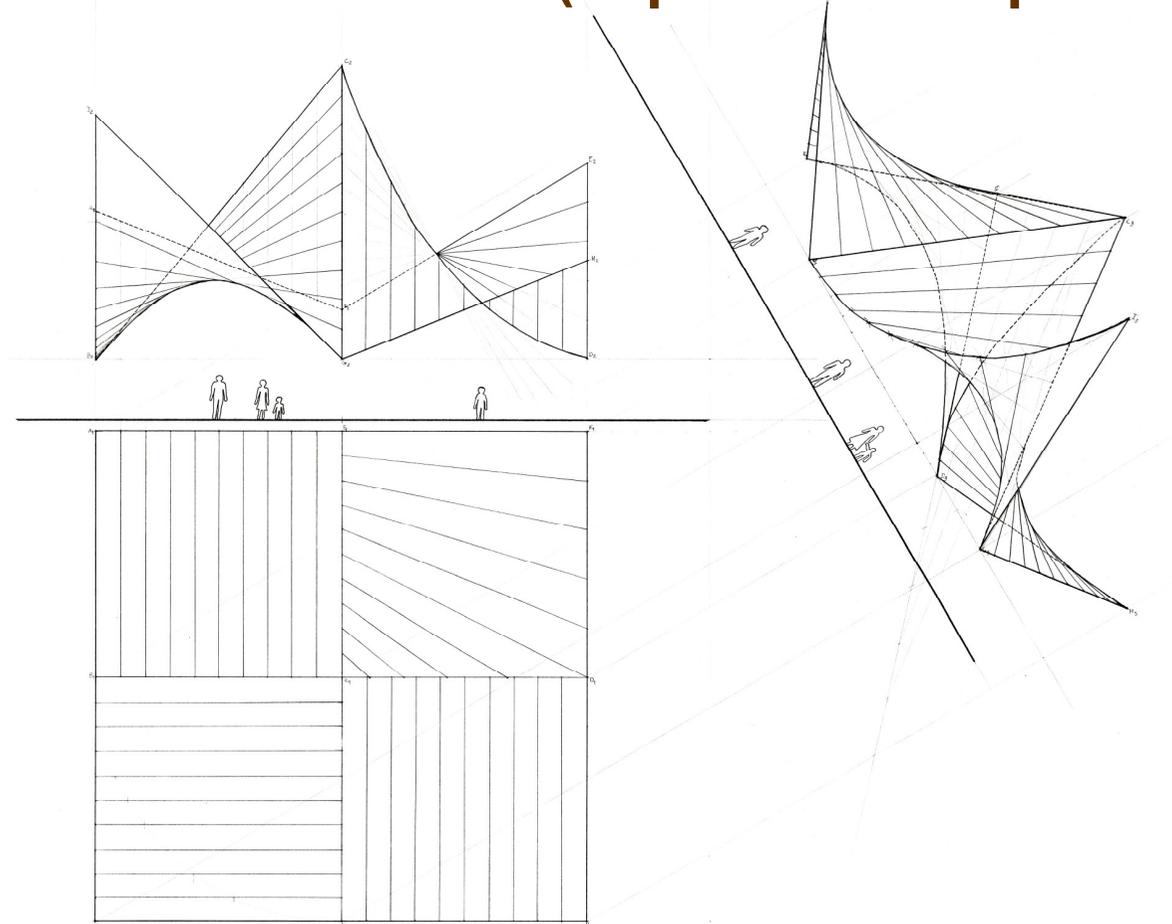
Estudo das Superfícies - arco enviesado



SUPERFÍCIE DE ARCO ENVIESADO - "CORNO DE VACA"

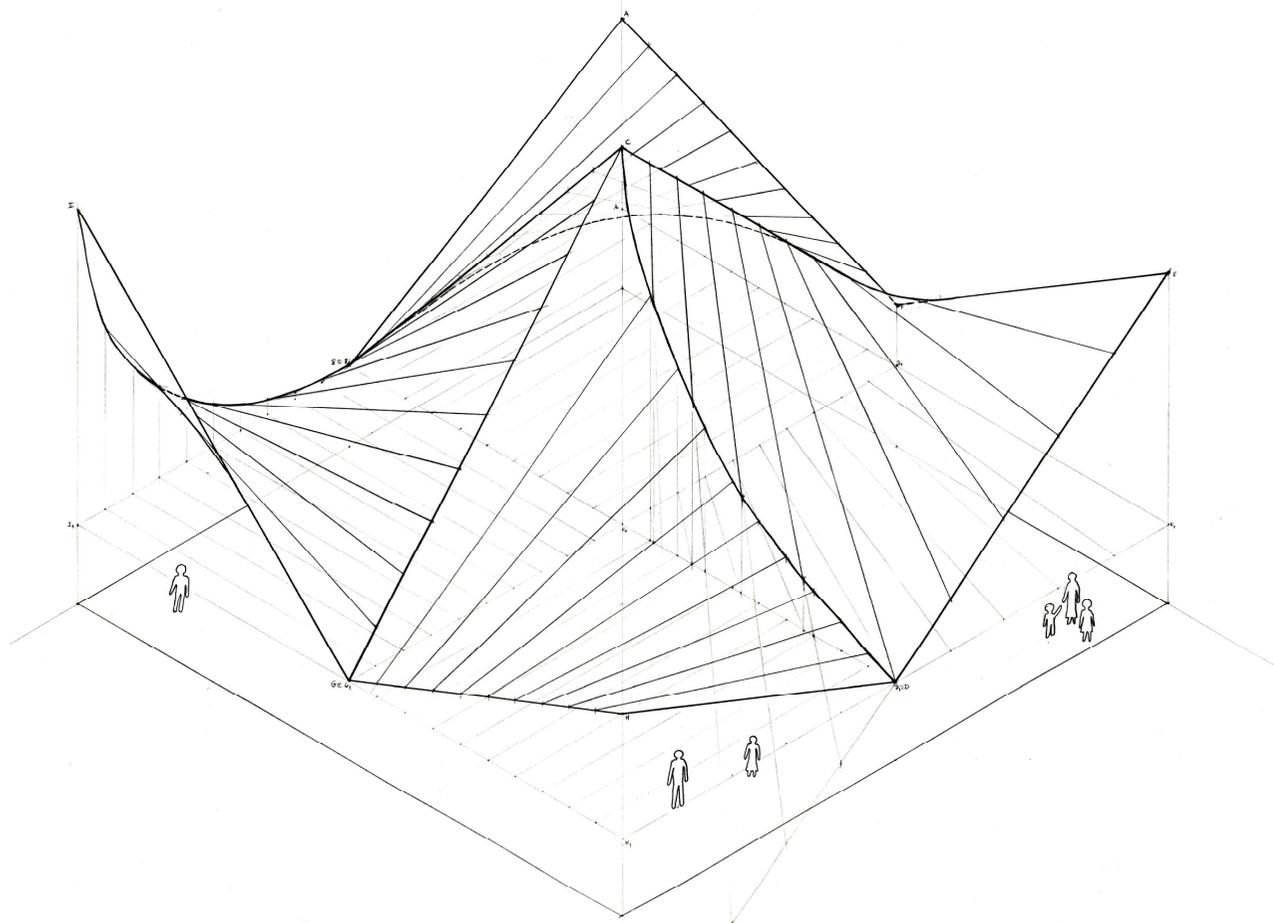


Exercícios resolvidos (superfícies empenadas)





Exercícios resolvidos (superfícies empenadas)





GDC II – Semana 12

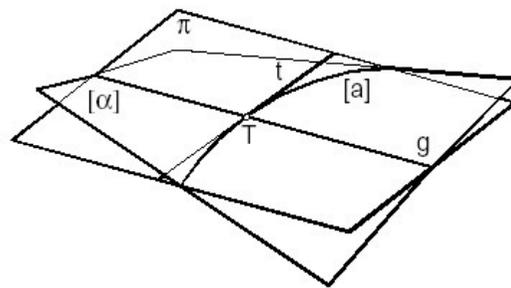
Estudo das superfícies:

- Superfícies regradas não planificáveis (empenadas) – planos tangentes e concordâncias.



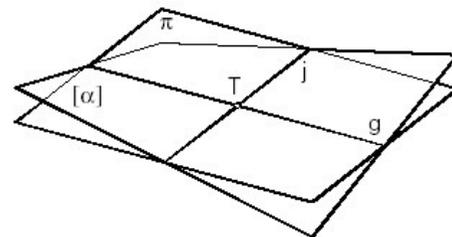
Superfícies empenadas - Planos tangentes

Plano tangente a uma superfície simplesmente regrada



Numa superfície empenada simplesmente regrada $[\alpha]$ o plano π , tangente a $[\alpha]$ num ponto T , contém a geratriz recta g que por ele passa. Este plano intersecta a superfície segundo a recta g e segundo uma linha $[a]$. O plano π contém a recta t tangente à linha $[a]$ no ponto T .

Plano tangente a uma superfície duplamente regrada

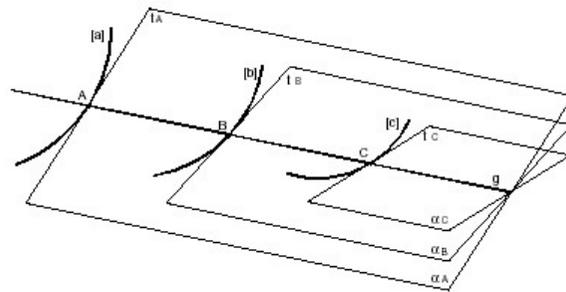


Numa superfície empenada duplamente regrada, $[\alpha]$, o plano π , tangente a $[\alpha]$ num ponto T , fica definido pelas duas geratrizes rectas, g e j , que nele se intersectam. É o caso do parabolóide hiperbólico, do hiperbolóide escaleno e do hiperbolóide de revolução de uma folha.



Superfícies empenadas - Planos tangentes

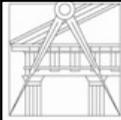
Feixe de planos tangentes ao longo de uma geratriz



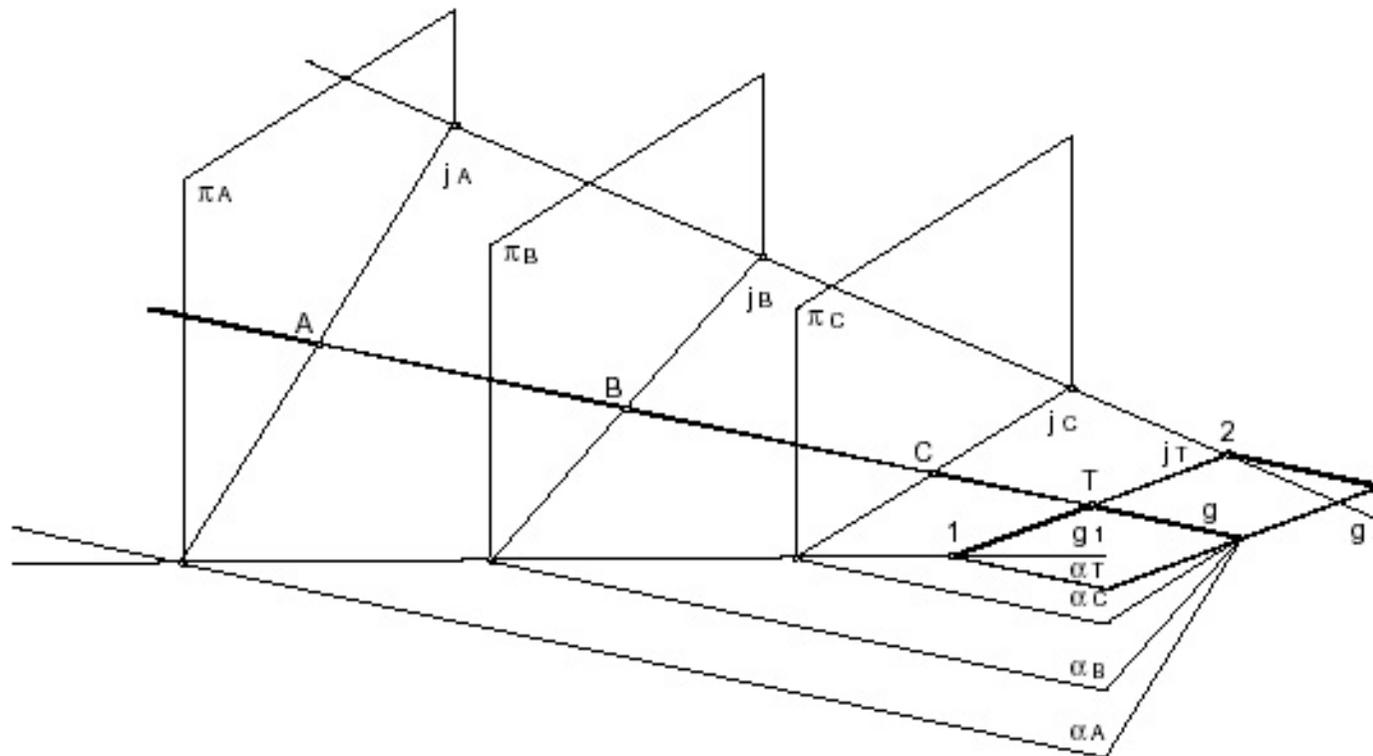
Considere-se a superfície empenada regrada $[\delta]$ definida pelas directrizes $[a]$, $[b]$ e $[c]$.

Seja g uma geratriz recta, da superfície $[\delta]$, que contém os pontos A , B e C pertencentes às directrizes $[a]$, $[b]$ e $[c]$, respectivamente.

Os planos α_A , α_B e α_C tangentes à superfície $[\delta]$ nos pontos A , B e C , respectivamente, ficam definidos pela geratriz g e pelas rectas t_A , t_B e t_C , respectivamente tangentes a $[a]$ em A , a $[b]$ em B e a $[c]$ em C .



Superfícies empenadas - Planos tangentes





Superfícies empenadas - Planos tangentes

Se se intersectar o plano α_A com um plano π_A qualquer (passante pelo ponto A), o plano α_B com um plano π_B qualquer (passante pelo ponto B), e o plano α_C com um plano π_C qualquer (passante pelo ponto C), obtêm-se, respectivamente, as rectas j_A , j_B e j_C tangentes à superfície regrada empenada $[\delta]$ nos pontos A , B e C , respectivamente.

As três rectas definem um hiperbolóide escaleno de concordância com a superfície $[\delta]$ ao longo da geratriz g .

Como os planos π_A , π_B e π_C podem assumir uma infinidade de orientações, existe uma infinidade de hiperbolóides escalenos concordantes com a superfície $[\delta]$ ao longo da geratriz g .

Se os três planos π_A , π_B e π_C forem paralelos entre si, a superfície de concordância é um parabolóide hiperbólico.



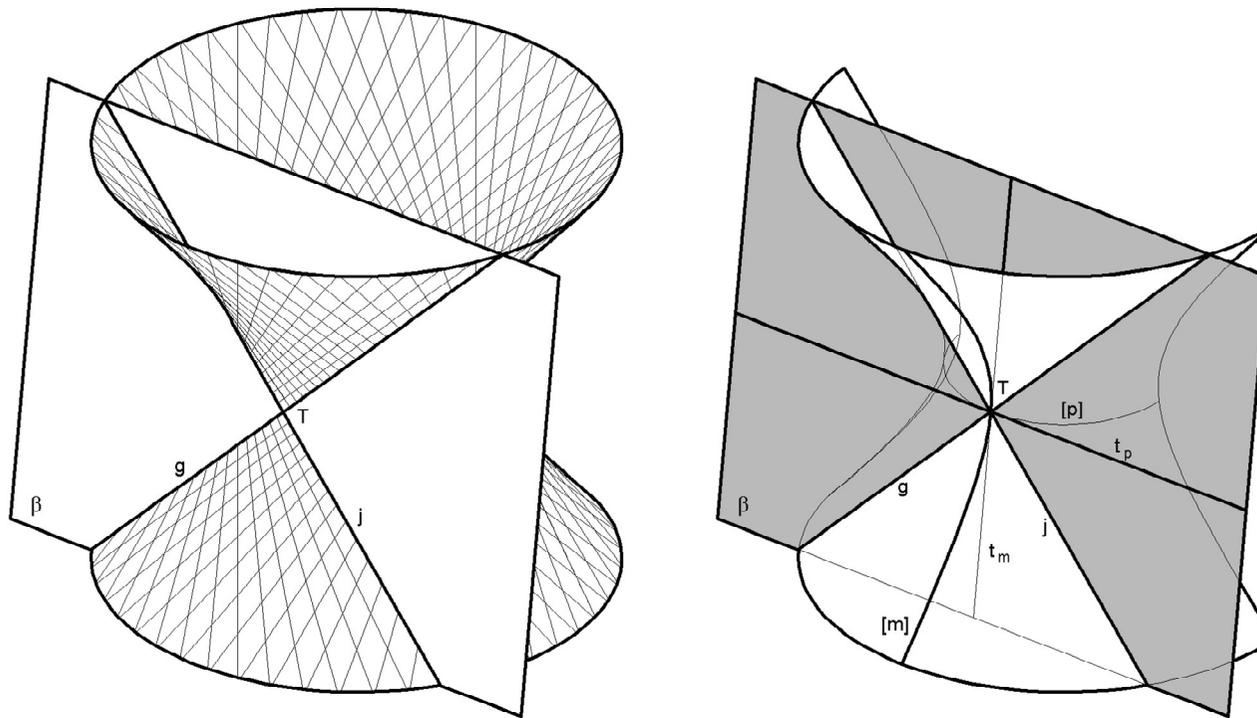
Superfícies empenadas - Planos tangentes

Mais uma vez, existe uma infinidade de parabolóides hiperbólicos concordantes com a superfície $[\delta]$ ao longo da geratriz g .

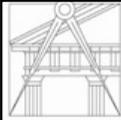
Determinar o plano α_T , tangente à superfície $[\delta]$ num ponto T qualquer da geratriz g , consiste em determinar a geratriz j_T (do sistema contrário ao de g e concorrente com g no ponto T) do hiperbolóide escaleno ou do parabolóide hiperbólico, consoante o caso.



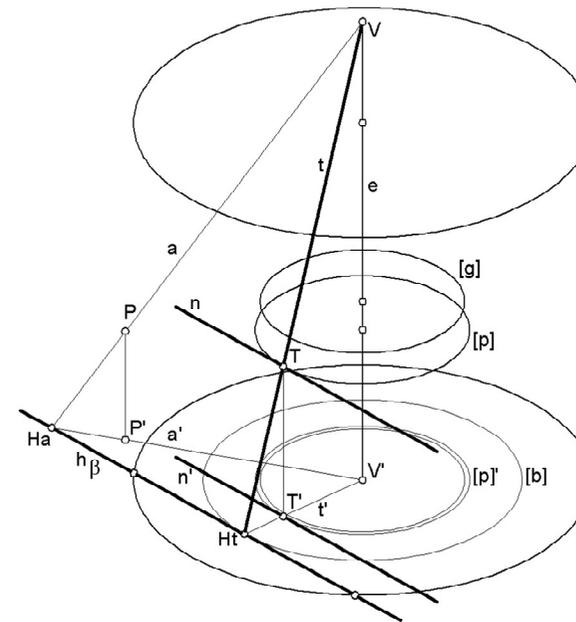
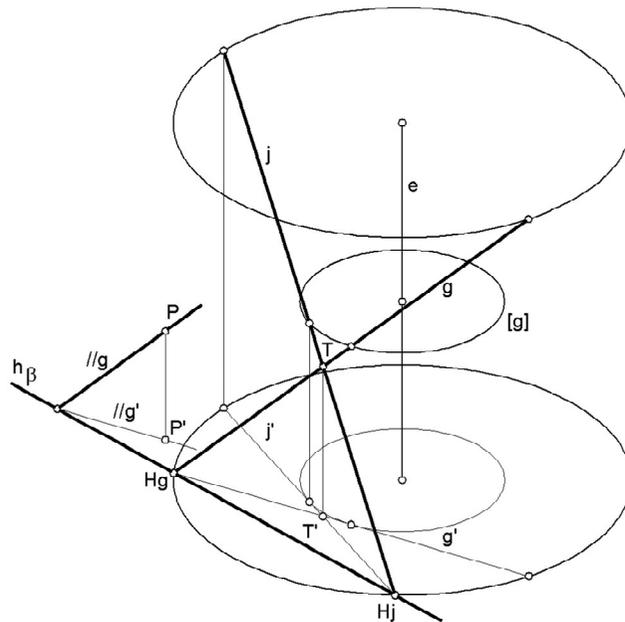
Hiperbolóide de revolução - Planos tangentes



PLANO TANGENTE CONDUZIDO POR UM PONTO DA SUPERFÍCIE



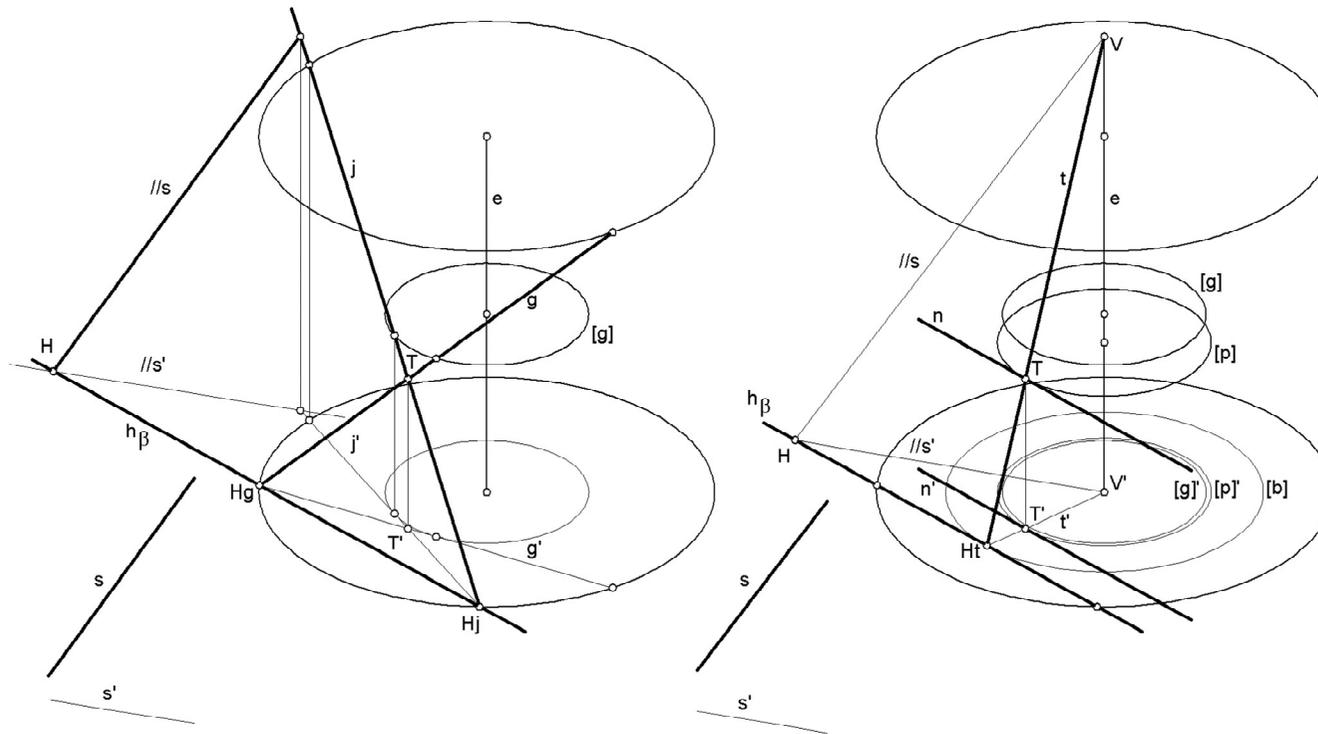
Hiperbolóide de revolução - Planos tangentes



PLANO TANGENTE CONDUZIDO POR PONTO EXTERIOR



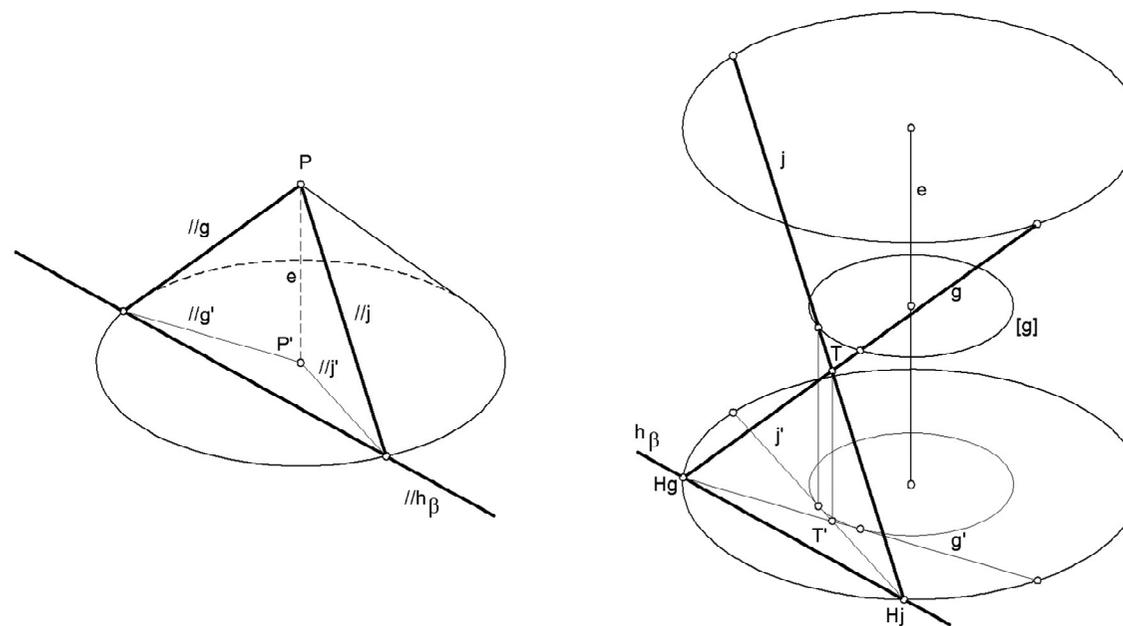
Hiperbolóide de revolução - Planos tangentes



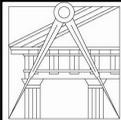
PLANO TANGENTE PARALELO A UMA RECTA DADA



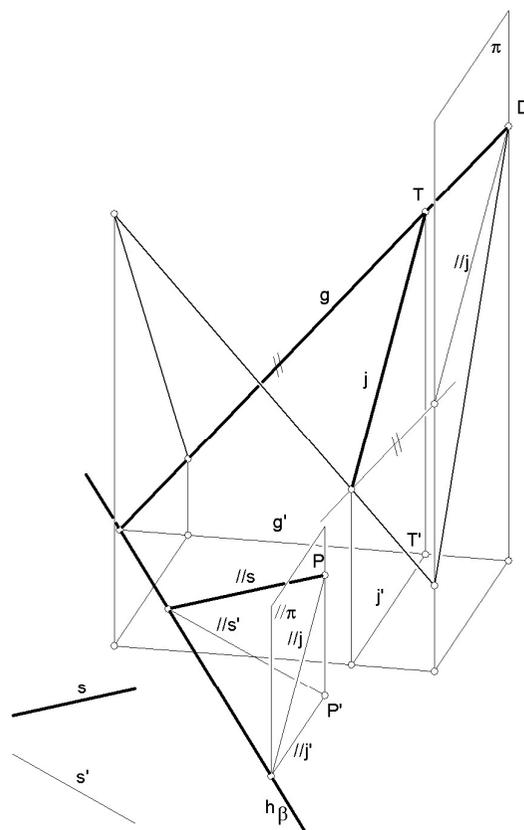
Hiperbolóide de revolução - Planos tangentes



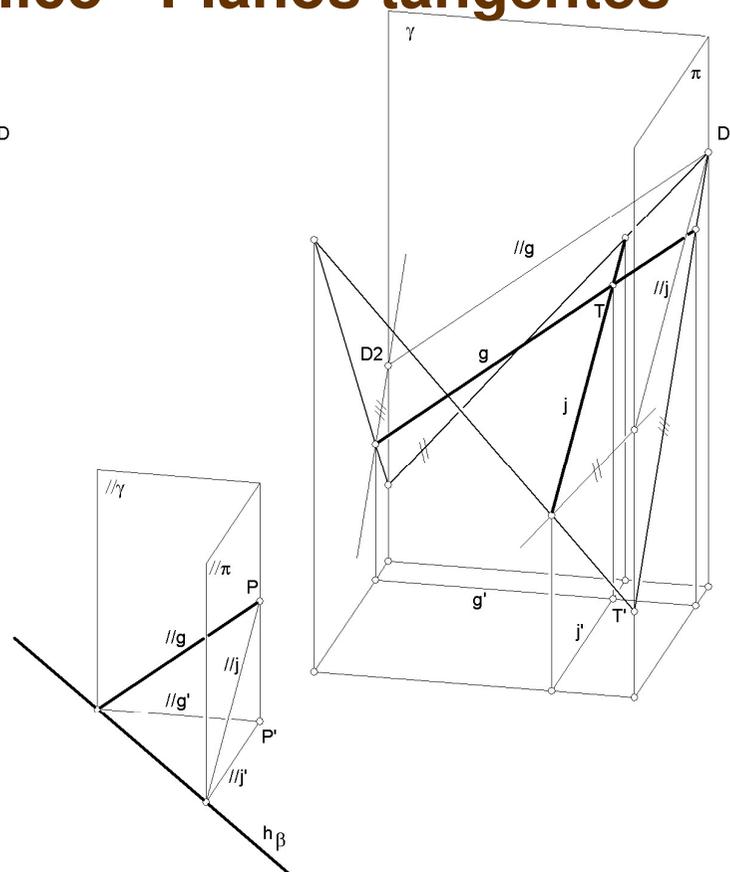
PLANO TANGENTE PARALELO A UM PLANO DADO



Parabolóide hiperbólico - Planos tangentes



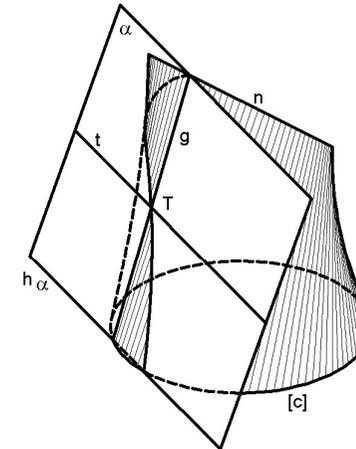
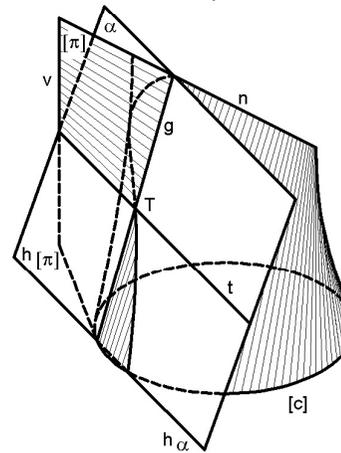
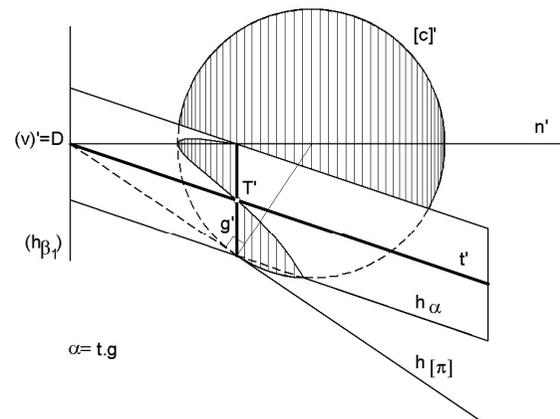
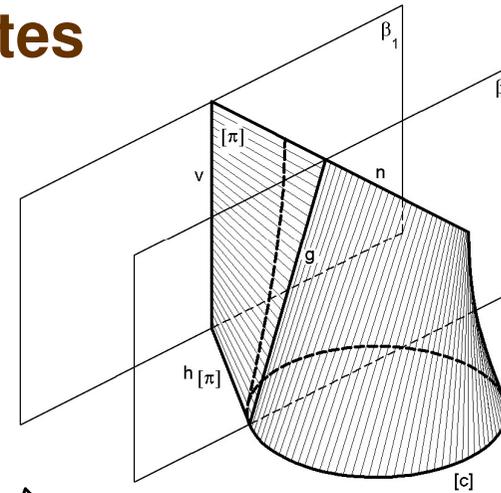
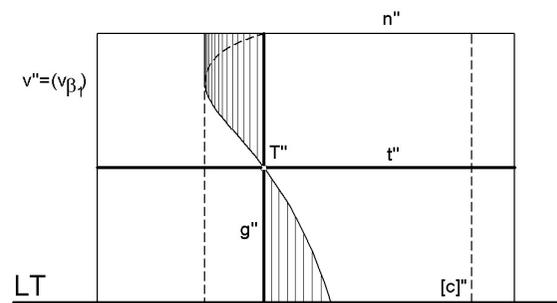
PLANO TANGENTE PARALELO A UMA RECTA DADA



PLANO TANGENTE PARALELO A UM PLANO DADO



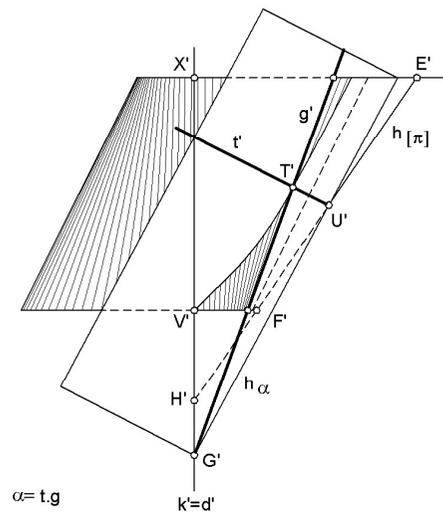
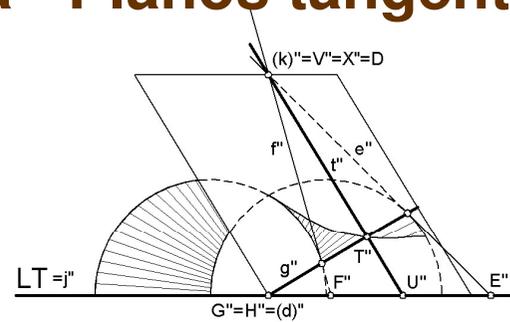
Conóide - Planos tangentes



PLANO TANGENTE À SUPERFÍCIE DE CONÓIDE RECTO DE DIRETRIZ CIRCUNFERENCIAL



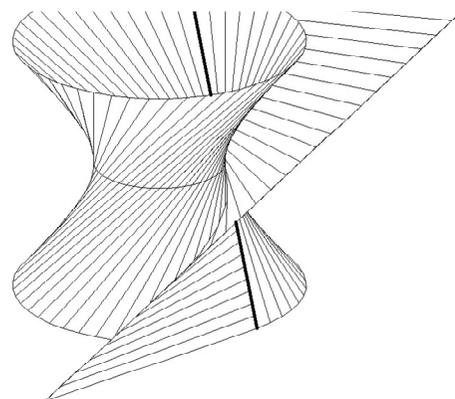
Corno de vaca - Planos tangentes



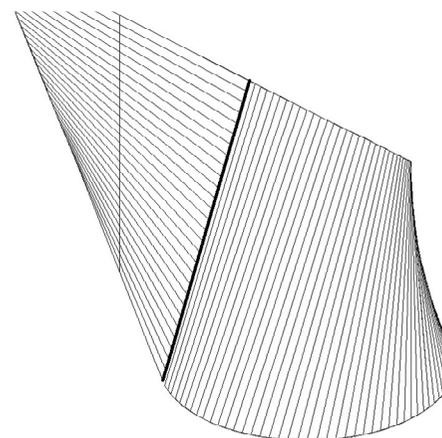
PLANO TANGENTE À SUPERFÍCIE DO "CORNO DE VACA"



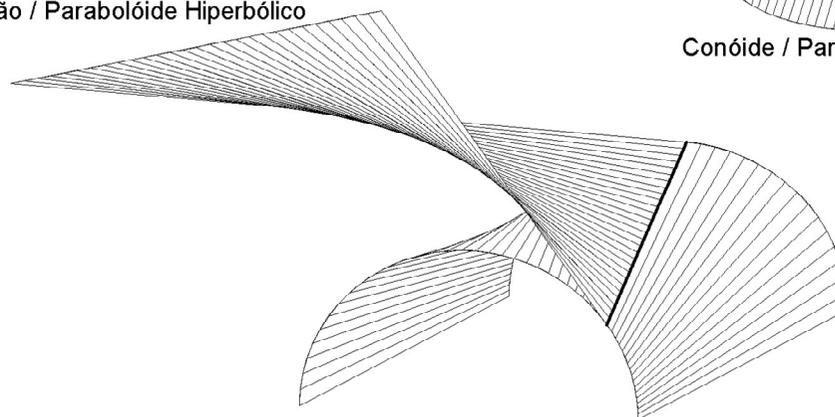
Superfícies empenadas - Concordâncias



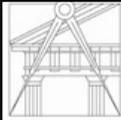
Hiperbolóide de Revolução / Parabolóide Hiperbólico



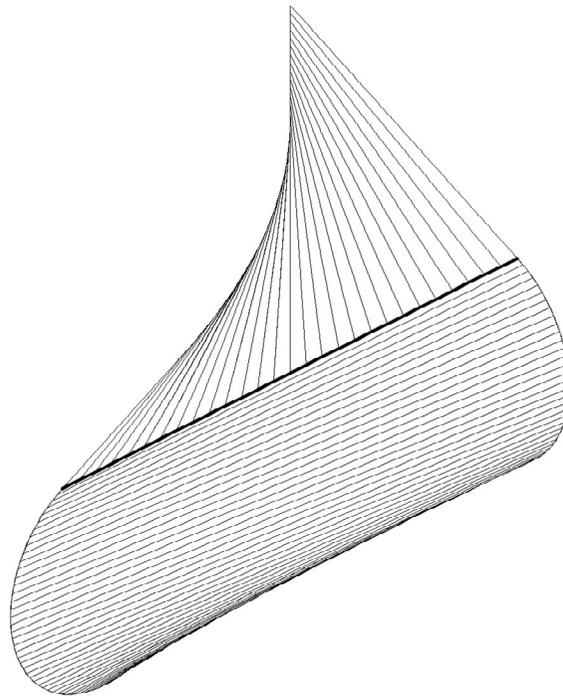
Conóide / Parabolóide Hiperbólico



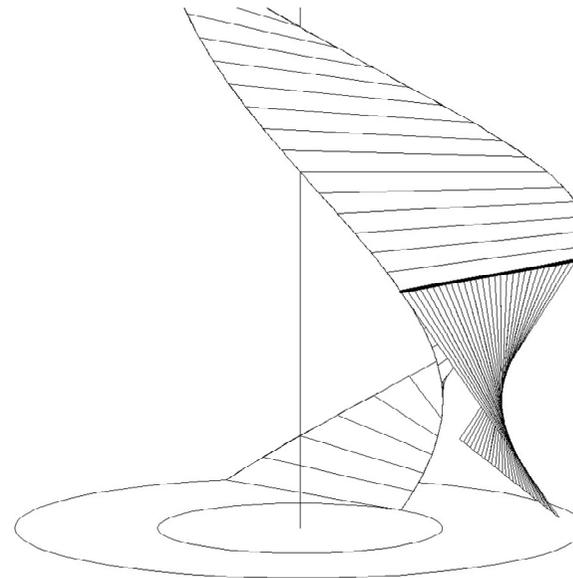
Corno de Vaca / Parabolóide Hiperbólico



Superfícies empenadas - Concordâncias



Cilindróide / Parabolóide Hiperbólico



Helicoidal Regrado / Parabolóide Hiperbólico