



GDC I – AULA TEÓRICA 6

Introdução ao estudo das superfícies. As superfícies na arquitectura.

- Noções gerais.

Estudo das superfícies:

- Critérios de classificação.

- Poliedros.

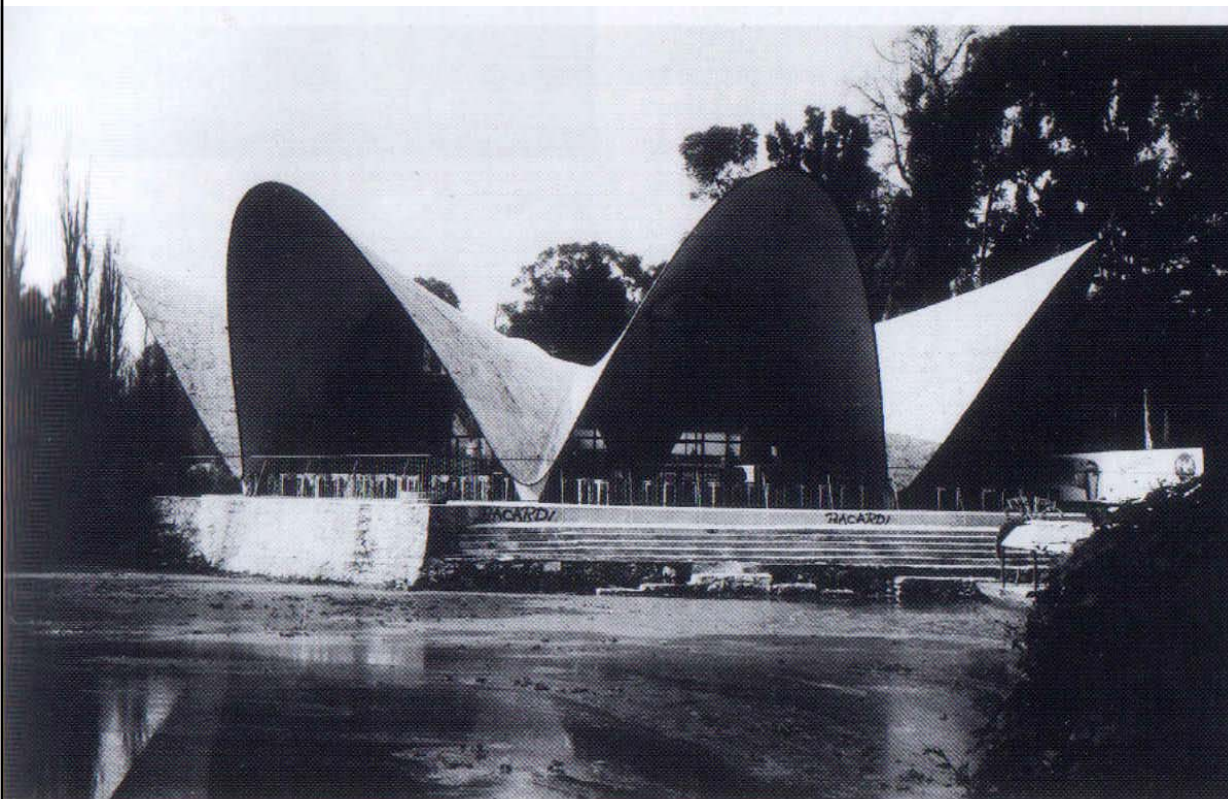


>> SUPERFÍCIES NA ARQUITECTURA





>> SUPERFÍCIES NA ARQUITECTURA

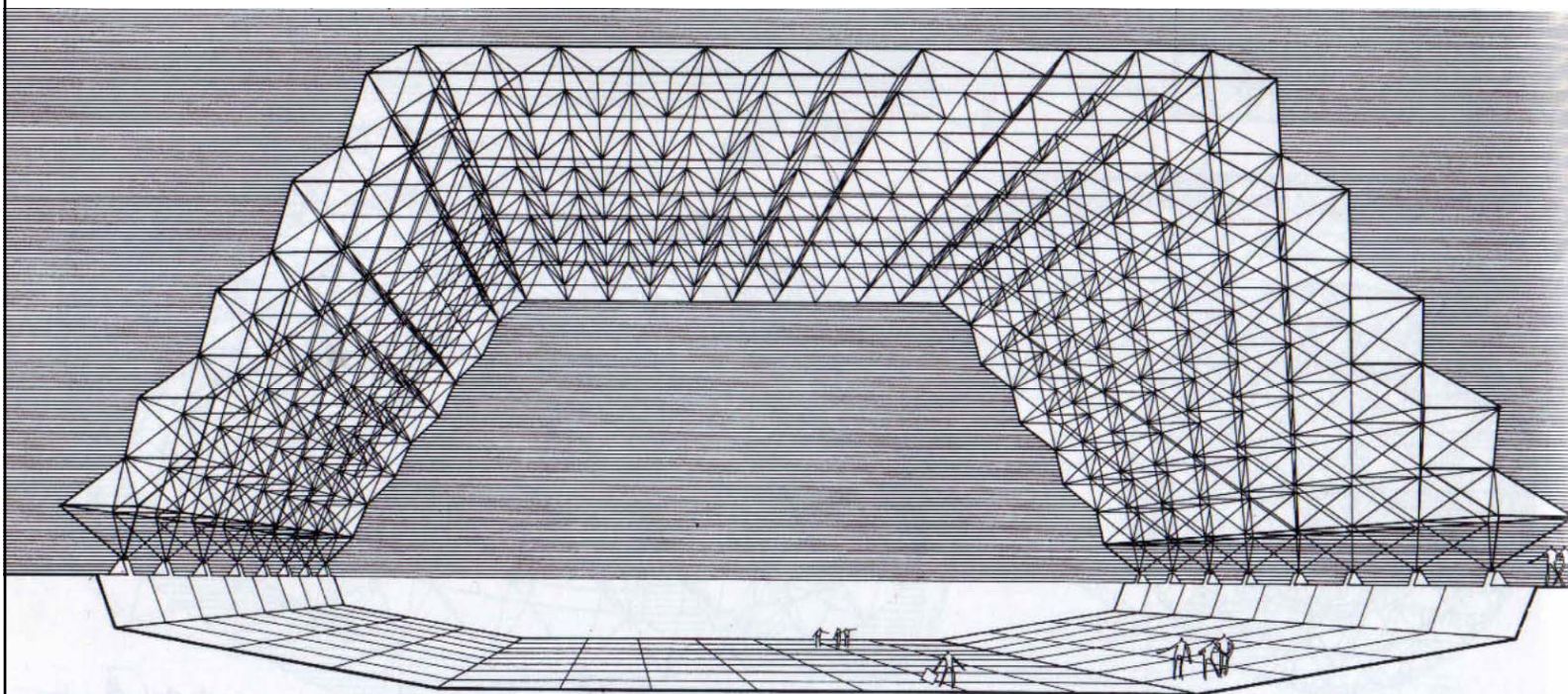


Felix Candela's delightful hyperboloid concrete shell structure for a restaurant in Xochimilco, Mexico, 1958. The concrete is only 10 cm (4in.) thick, and its strength depends entirely on its curvature. [2.19]

In
BERGER H: Light structures – structures of light. 1996. Birkhauser. ISBN 3-7643-5352-X



>> SUPERFÍCIES NA ARQUITECTURA



Malla espacial en un plano para cerramiento superior y lateral

Treliça espacial plana para estrutura de cobertura/parede interior

In
ENGEL H: Sistemas estruturais. 1997. Gustavo Gili. ISBN 84-252-1800-4



>> SUPERFÍCIES NA ARQUITECTURA





Estudo das Superfícies - Noções gerais

Cada linha recta tem uma DIRECÇÃO; direcção é a propriedade comum a uma família de rectas paralelas entre si.

Cada linha recta contém um PONTO IMPRÓPRIO, isto é, um ponto situado no infinito.

A cada direcção de rectas corresponde apenas um ponto impróprio, isto é, todas as rectas paralelas entre si têm o mesmo ponto do infinito, daí dizer-se que rectas paralelas são rectas concorrentes no infinito.

Cada plano tem uma ORIENTAÇÃO; orientação é a propriedade comum a uma família de planos paralelos entre si.

Cada plano contém uma RECTA IMPRÓPRIA, isto é, uma recta situada no infinito.

A cada orientação de planos corresponde apenas uma recta imprópria, isto é, todos os planos paralelos entre si têm a mesma recta do infinito, daí dizer-se que planos paralelos se intersectam no infinito.

Uma orientação contém uma infinidade de direcções.

O lugar geométrico de todos os pontos impróprios e de todas as rectas impróprias é o PLANO IMPRÓPRIO, isto é, o plano do infinito.

A SUPERFÍCIE é uma entidade bidimensional gerada pelo movimento contínuo da linha.

A GERATRIZ é a linha, deformável ou indeformável, que se move no espaço para gerar a superfície.

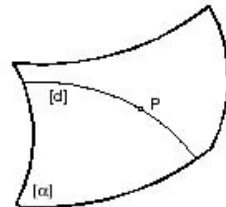
A DIRECTRIZ é a linha ou superfície em que se apoia a geratriz no seu movimento.

Se a directriz for uma superfície, então a superfície gerada diz-se de NÚCLEO.



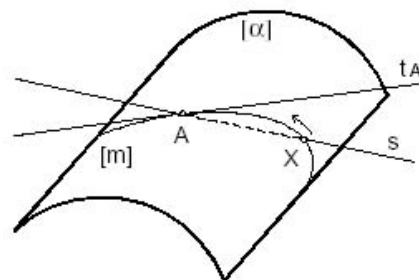
Estudo das Superfícies - Noções gerais

Condições de pertença



Se o ponto P pertencer à linha $[d]$ e a linha $[d]$ pertencer à superfície $[\alpha]$, então o ponto P pertence à superfície $[\alpha]$.

Recta tangente



O ponto A pertence à linha $[m]$ e a linha $[m]$ pertence à superfície $[\alpha]$.

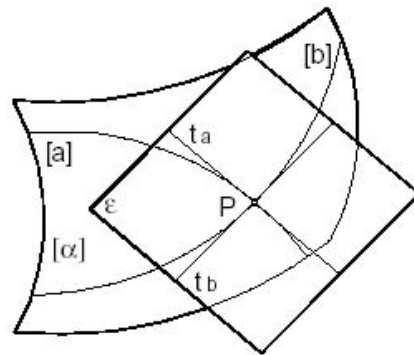
A recta t_A , tangente à linha $[m]$ no ponto A , é a posição limite da recta secante s , quando o ponto X tende para o ponto A .

Se a recta t_A é tangente à linha $[m]$, é também tangente à superfície $[\alpha]$.



Estudo das Superfícies - Noções gerais

Plano tangente



Sejam $[a]$ e $[b]$ duas linhas, pertencentes à superfície $[\alpha]$, concorrentes no ponto P .

Sejam t_a e t_b as rectas tangentes às linhas $[a]$ e $[b]$, respectivamente, no ponto P .

O plano ε , definido pelas rectas t_a e t_b , é o plano tangente à superfície $[\alpha]$ no ponto P .

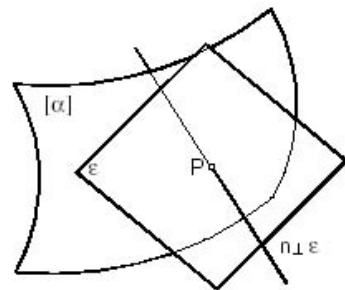
O plano ε é o lugar geométrico de todas as rectas tangentes à superfície $[\alpha]$ no ponto P .

Do plano tangente a uma superfície diz-se que é OSCULANTE.



Estudo das Superfícies - Noções gerais

Recta normal e plano normal



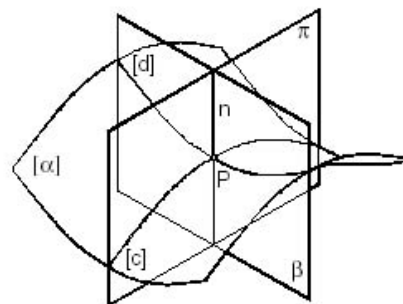
Seja ε o plano tangente à superfície $[\alpha]$ no ponto P .

Seja n uma recta perpendicular ao plano ε no ponto P .

A recta n diz-se NORMAL à superfície $[\alpha]$ no ponto P .

De um plano que contenha a recta n diz-se que é normal à superfície $[\alpha]$ no ponto P .

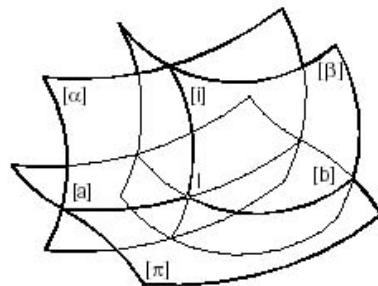
Curvatura de uma superfície



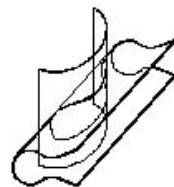


Estudo das Superfícies - Noções gerais

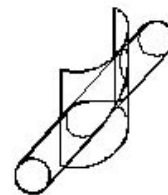
Intersecção de superfícies



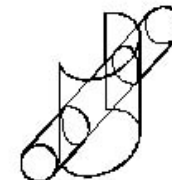
Se duas superfícies $[\alpha]$ e $[\beta]$ se intersectam segundo uma linha $[i]$, então existe pelo menos uma superfície $[\pi]$ que intersecta a superfície $[\alpha]$ segundo uma linha $[a]$, intersecta a superfície $[\beta]$ segundo uma linha $[b]$, de tal modo que a linha $[a]$ intersecta a linha $[b]$ num ponto I da linha $[i]$.



Se a linha de intersecção for única e fechada tem-se um ARRANCAMENTO.



Se a linha de intersecção tiver um ponto duplo tem-se um BEIJAMENTO.

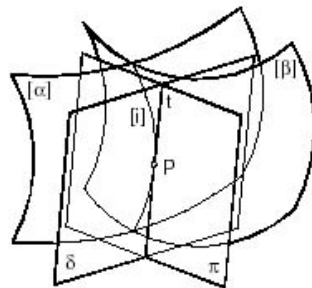


Se existir uma linha de entrada e uma linha de saída distintas tem-se uma PENETRAÇÃO.



Estudo das Superfícies - Noções gerais

Recta tangente à linha de intersecção



Seja $[i]$ a linha de intersecção entre as superfícies $[\alpha]$ e $[\beta]$.

Seja P um ponto da linha $[i]$, logo ponto comum $[\alpha]$ e $[\beta]$.

Seja δ o plano tangente à superfície $[\alpha]$ no ponto P .

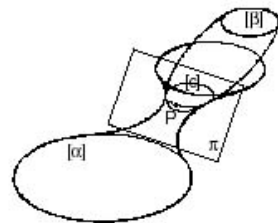
Seja π o plano tangente à superfície $[\beta]$ no ponto P .

A recta t , de intersecção entre os planos δ e π , é a recta tangente à linha $[i]$ no ponto P .

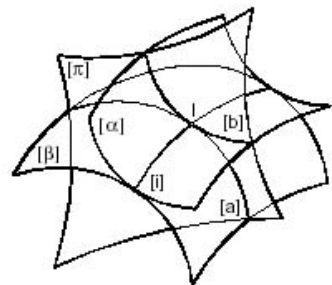


Estudo das Superfícies - Noções gerais

Concordância entre superfícies



Se duas superfícies $[\alpha]$ e $[\beta]$ admitirem os mesmos planos tangentes π em todos os pontos P da linha $[c]$ comum a ambas, então as duas superfícies dizem-se concordantes segundo a linha $[c]$.

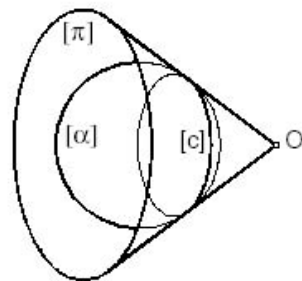


Se duas superfícies $[\alpha]$ e $[\beta]$ forem concordantes segundo uma linha $[i]$, então existe pelo menos uma superfície $[\pi]$ que intersecta as superfícies $[\alpha]$ e $[\beta]$ segundo as linhas $[b]$ e $[a]$, respectivamente, de tal modo que as linhas $[b]$ e $[a]$ são tangentes entre si num ponto I da linha $[i]$.



Estudo das Superfícies - Noções gerais

Contorno aparente



O contorno aparente de uma superfície $[\alpha]$ para um “observador” (centro de projecções) O é a linha $[c]$ de concordância entre a superfície $[\alpha]$ e uma superfície cónica $[\pi]$ de vértice O , que projectada a partir de O sobre uma superfície $[\beta]$ qualquer determina nesta uma linha $[c']$ que delimita a projecção de $[\alpha]$.

Se o observador estiver no infinito, então $[\pi]$ é uma superfície cilíndrica.

Distinção entre superfície e sólido

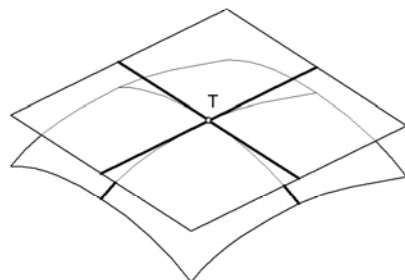
Uma superfície é a entidade que delimita o volume do sólido.



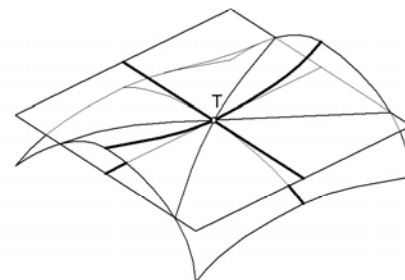
Estudo das Superfícies - critérios de classificação

1. Quanto ao tipo de geratriz (regradas - geradas pelo movimento de uma recta; e curvas - não regradas)
2. Quanto à ordem (número máximo de pontos que uma recta pode ter em comum com a superfície)
3. Quanto à curvatura

DUPLA CURVATURA EM T

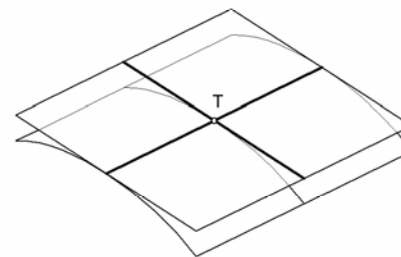


com o mesmo sentido



com sentidos opostos

SIMPLES CURVATURA EM T





Estudo das Superfícies - critérios de classificação

CLASSIFICAÇÃO DE SUPERFÍCIES QUANTO AO TIPO DE GERATRIZ			exemplos
		SUPERFÍCIES POLIÉDRICAS	poliédricas regulares, semi-regulares e irregulares
REGRADAS	PLANIFICÁVEIS	SUPERFÍCIE PLANA	plano
		definidas por 1 PONTO e 1 DIRECTRIZ	cónica; cilíndrica; prismática; piramidal ⁽¹⁾
		definidas por 2 DIRECTRIZES	convolutas; superfícies de igual pendente
		SUPERFÍCIES TANGENCIAIS	helicoidal tangencial
		outras	
	NÃO PLANIFICÁVEIS	definidas por 3 DIRECTRIZES	parabolóide hiperbólico; hiperbolóide de revolução; cilindróide; conóide; helicoidais regradas; superfícies de arco enviesado ⁽¹⁾
		outras	superfície regrada de uma só face
CURVAS		SUPERFÍCIES DE REVOLUÇÃO ⁽²⁾	esférica; tónica; elipsoidal
		outras	serpentina; superfícies mínimas

⁽¹⁾ Note-se que há superfícies regradas que são de revolução

⁽²⁾ Note-se que há superfícies de revolução que são regradas.



Estudo das Superfícies - poliedros

CLASSIFICAÇÃO DE SUPERFÍCIES QUANTO AO TIPO DE GERATRIZ			exemplos
		SUPERFÍCIES POLIÉDRICAS	poliédricas regulares, semi-regulares e irregulares
REGRADAS	PLANIFICÁVEIS	SUPERFÍCIE PLANA	plano
		definidas por 1 PONTO e 1 DIRECTRIZ	cônica; cilíndrica; prismática; piramidal ⁽¹⁾
		definidas por 2 DIRECTRIZES	convolutas; superfícies de igual pendente
	SUPERFÍCIES TANGENCIAIS	helicoidal tangencial	
	outras		
NÃO PLANIFICÁVEIS	definidas por 3 DIRECTRIZES	parabolóide hiperbólico; hiperbolóide de revolução; cilindróide; conóide; helicoidais regradas; superfícies de arco enviesado ⁽¹⁾	
	outras	superfície regradada de uma só face	
CURVAS	SUPERFÍCIES DE REVOLUÇÃO ⁽²⁾	esférica; torca; elipsoidal	
	outras	serpentina; superfícies mínimas	

⁽¹⁾ Note-se que há superfícies regradas que são de revolução

⁽²⁾ Note-se que há superfícies de revolução que são regradas.



Estudo das Superfícies - poliedros

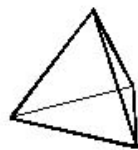
Superfícies Poliédricas

(Apenas serão considerados poliedros convexos topologicamente equivalentes à esfera)

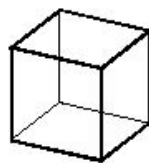
A relação entre o número de arestas (**A**), vértices (**V**) e faces (**F**) de qualquer poliedro topologicamente equivalente a uma esfera vem dada pela fórmula de Euler:

$$A + 2 = V + F$$

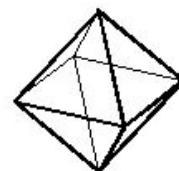
Poliedros regulares: Todas as faces são polígonos regulares de apenas um tipo; todos os vértices pertencem a uma superfície esférica; são os "Sólidos platónicos".



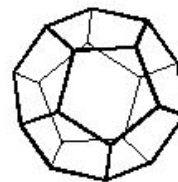
Tetraedro



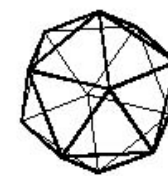
Cubo



Octaedro



Dodecaedro



Icosaedro

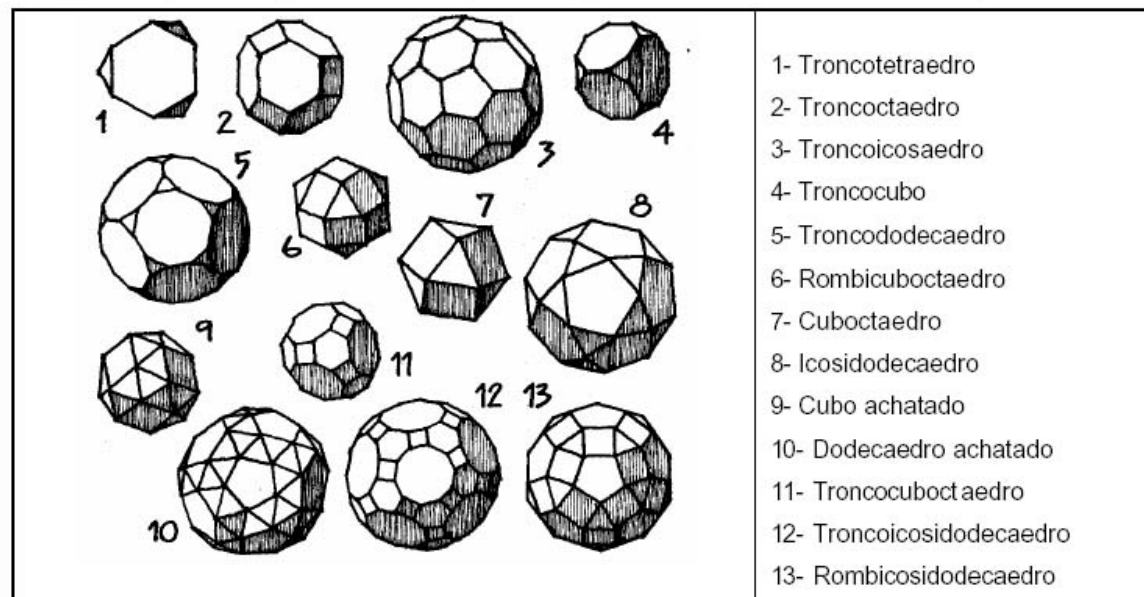


Estudo das Superfícies - poliedros

Poliedros semi-regulares:

- **poliedros de Arquimedes**

Todas as faces são polígonos regulares de dois ou mais tipos sendo o comprimento da aresta uma constante; todos os vértices pertencem a uma superfície esférica; são os “Sólidos Arquimedianos”; todas as arestas e vértices são congruentes e podem obter-se dos poliedros regulares por algum processo de transformação geométrica. Também podem considerar-se nesta categoria os prismas regulares e os antiprismas regulares embora normalmente não seja comum.



in "EDROS"



Estudo das Superfícies - poliedros

Poliedros irregulares:

Todas as faces são polígonos de vários tipos; os vértices podem ou não pertencer a uma superfície esférica; o comprimento da aresta não é constante.

- pirâmides, bipirâmides, troncos de pirâmide, prismas, troncos de prisma

Uma bipirâmide é um sólido gerado pela "soma" de uma pirâmide com a sua simétrica relativamente ao plano da base.

- sólidos de Johnson

São poliedros em que todas as faces são regulares de mais que um tipo, não sendo, no entanto, poliedros regulares, semi-regulares, prismas regulares ou antiprismas regulares. Existem 92 ao todo.

Um poliedro que tenha por vértices os centros das faces de um outro poliedro diz-se DUAL daquele.

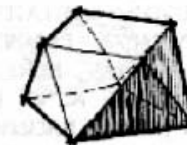
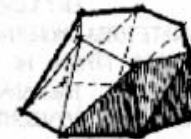
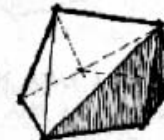
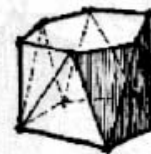


Estudo das Superfícies - poliedros

- antiprismas, antipiramóides, tronco-antiprismas, antiprismóides, *outros*

QUANDO LIGAMOS OS VÉRTICES DE DOIS POLÍGONOS NÃO COPLANARES, DE MODO A DEFINIR TRIÂNGULOS ENTRE ELES, FORMAM-SE POLIEDROS CONHECIDOS POR:

- 1-ANTIPRISMÓIDES - QUANDO OS POLÍGONOS NÃO TÊM MESMO NÚMERO DE LADOS.
- 2-ANTIPIRAMÓIDES - QUANDO UM DOS POLÍGONOS É SUBSTITUÍDO POR UM SEGMENTO DE RETA.
- 3-TRONCO-ANTIPRISMAS - QUANDO OS POLÍGONOS TÊM MESMO NÚMERO DE LADOS E NÃO SÃO DE PLANOS PARALELOS.
- 4-ANTIPRISMAS - QUANDO OS POLÍGONOS TÊM MESMO NÚMERO DE LADOS E ESTÃO EM PLANOS PARALELOS.



in "EDROS"