

# GDC I – AULA TEÓRICA 6

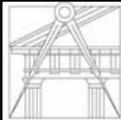
Introdução ao estudo das superfícies. As superfícies na arquitectura.

- Noções gerais.

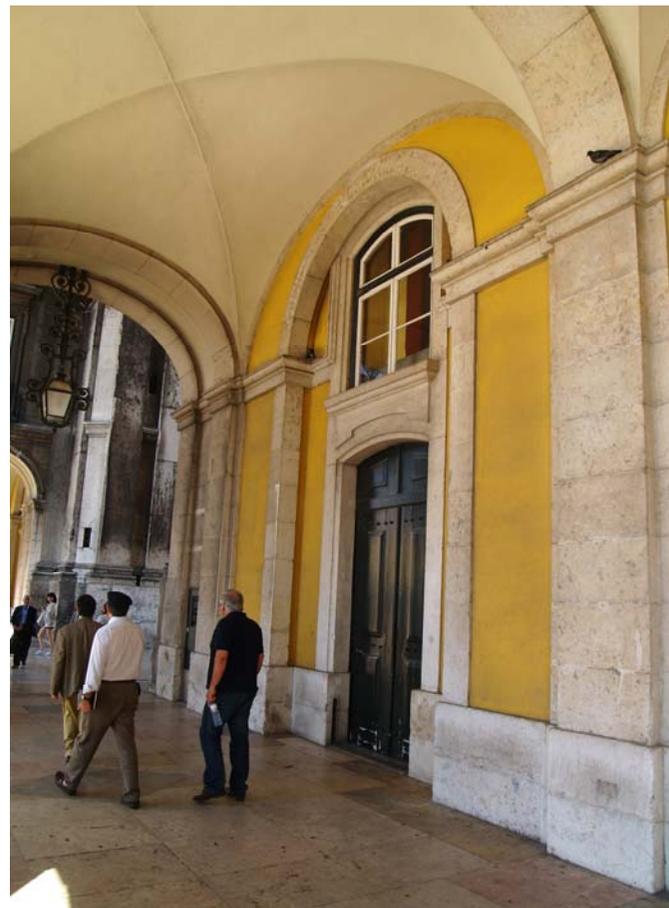
Estudo das superfícies:

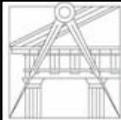
- Critérios de classificação.

- Poliedros.

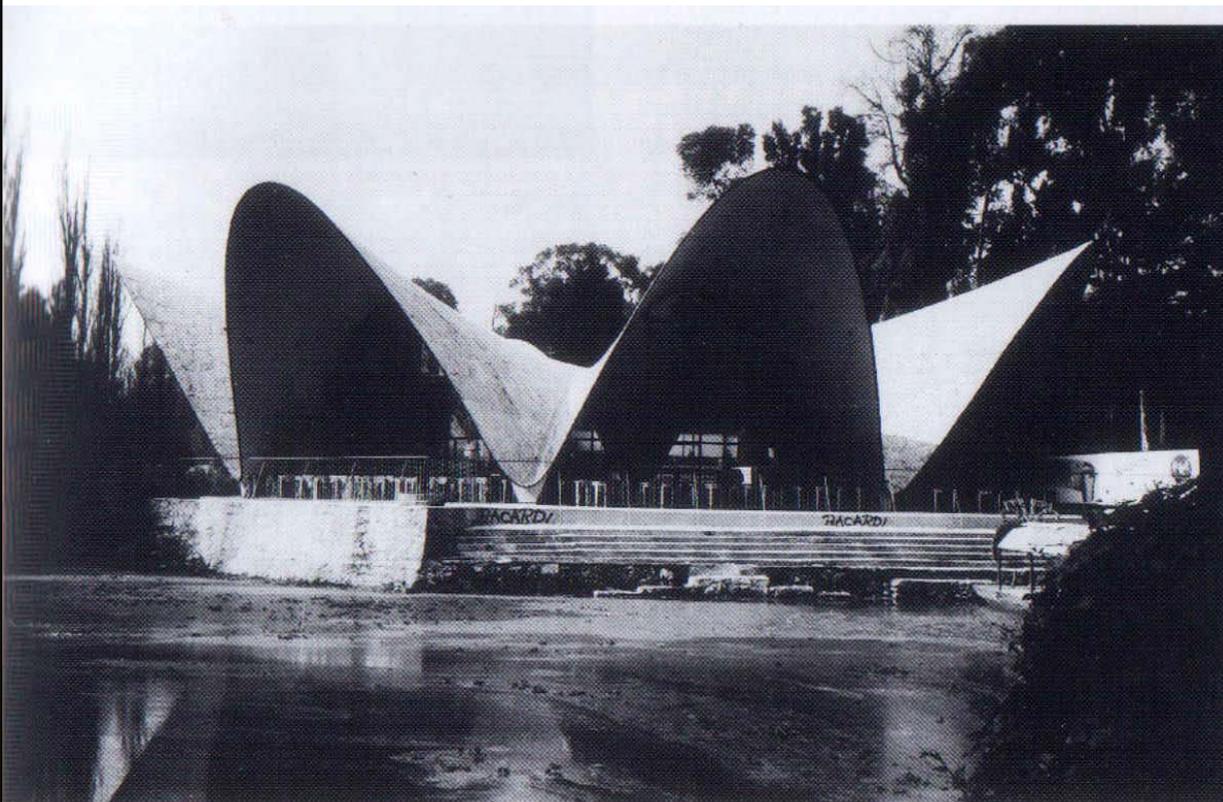


>> SUPERFÍCIES NA ARQUITECTURA



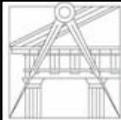


## >> SUPERFÍCIES NA ARQUITECTURA

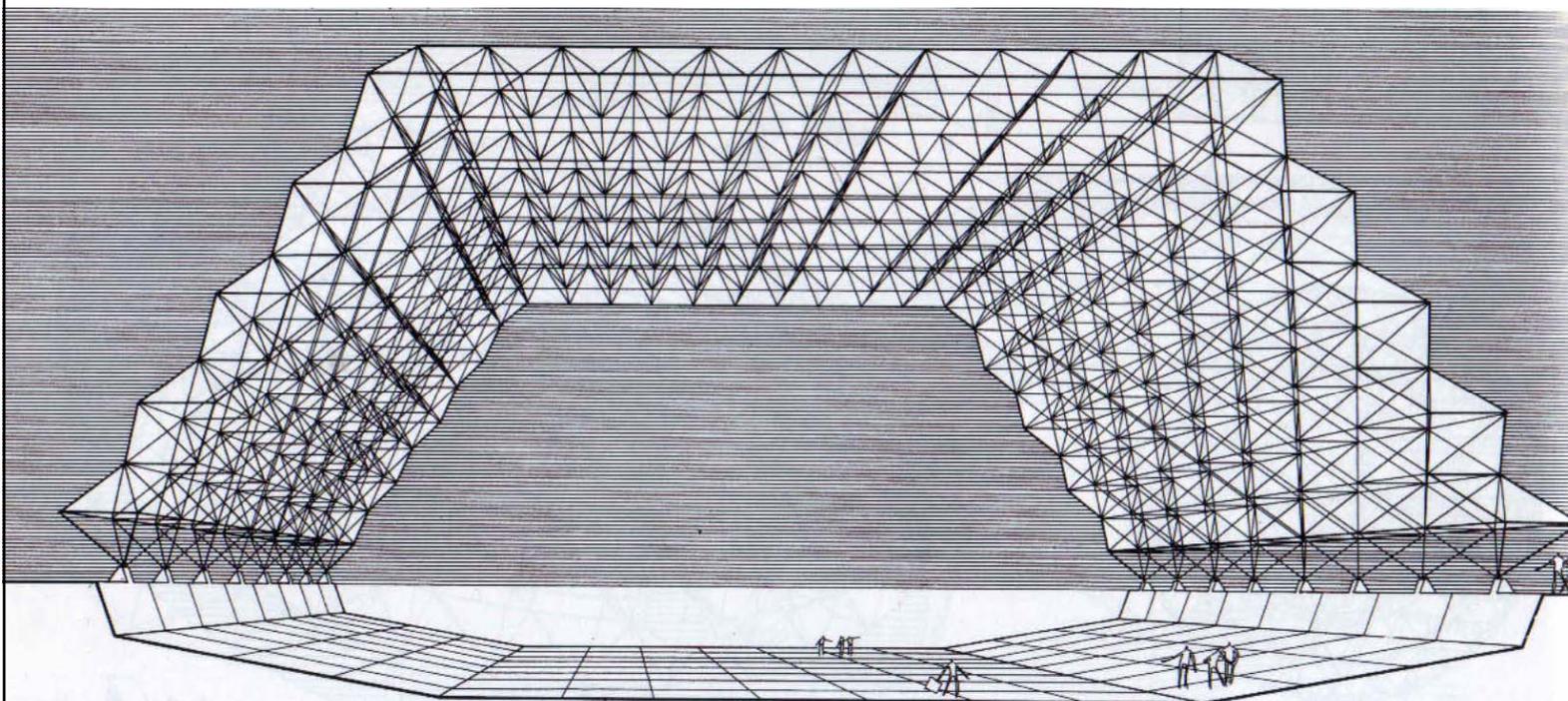


Felix Candela's delightful hyperboloid concrete shell structure for a restaurant in Xochimilco, Mexico, 1958. The concrete is only 10 cm (4in.) thick, and its strength depends entirely on its curvature. [2.19]

In  
BERGER H: Light structures – structures of light. 1996. Birkhauser. ISBN 3-7643-5352-X



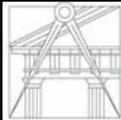
## >> SUPERFÍCIES NA ARQUITECTURA



Malla espacial en un plano para cerramiento superior y lateral

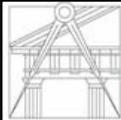
Trelça espacial plana para estrutura de cobertura/parede lateral

In  
ENGEL H: Sistemas estruturais. 1997. Gustavo Gili. ISBN 84-252-1800-4



>> SUPERFÍCIES NA ARQUITECTURA





## Estudo das Superfícies - Noções gerais

Cada linha recta tem uma DIRECÇÃO; direcção é a propriedade comum a uma família de rectas paralelas entre si.

Cada linha recta contém um PONTO IMPRÓPRIO, isto é, um ponto situado no infinito.

A cada direcção de rectas corresponde apenas um ponto impróprio, isto é, todas as rectas paralelas entre si têm o mesmo ponto do infinito, daí dizer-se que rectas paralelas são rectas concorrentes no infinito.

Cada plano tem uma ORIENTAÇÃO; orientação é a propriedade comum a uma família de planos paralelos entre si.

Cada plano contém uma RECTA IMPRÓPRIA, isto é, uma recta situada no infinito.

A cada orientação de planos corresponde apenas uma recta imprópria, isto é, todos os planos paralelos entre si têm a mesma recta do infinito, daí dizer-se que planos paralelos se intersectam no infinito.

Uma orientação contém uma infinidade de direcções.

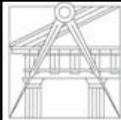
O lugar geométrico de todos os pontos impróprios e de todas as rectas impróprias é o PLANO IMPRÓPRIO, isto é, o plano do infinito.

A SUPERFÍCIE é uma entidade bidimensional gerada pelo movimento contínuo da linha.

A GERATRIZ é a linha, deformável ou indeformável, que se move no espaço para gerar a superfície.

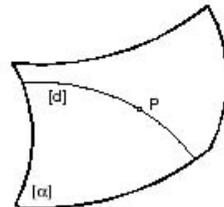
A DIRECTRIZ é a linha ou superfície em que se apoia a geratriz no seu movimento.

Se a directriz for uma superfície, então a superfície gerada diz-se de NÚCLEO.



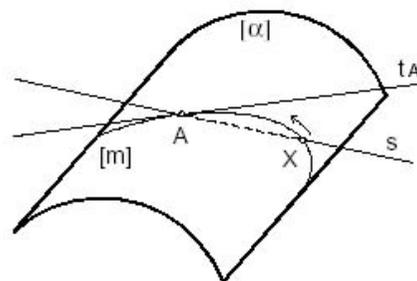
## Estudo das Superfícies - Noções gerais

### Condições de pertença



Se o ponto  $P$  pertencer à linha  $[d]$  e a linha  $[d]$  pertencer à superfície  $[\alpha]$ , então o ponto  $P$  pertence à superfície  $[\alpha]$ .

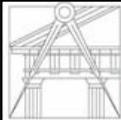
### Recta tangente



O ponto  $A$  pertence à linha  $[m]$  e a linha  $[m]$  pertence à superfície  $[\alpha]$ .

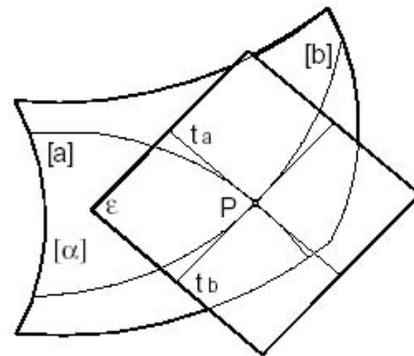
A recta  $t_A$ , tangente à linha  $[m]$  no ponto  $A$ , é a posição limite da recta secante  $s$ , quando o ponto  $X$  tende para o ponto  $A$ .

Se a recta  $t_A$  é tangente à linha  $[m]$ , é também tangente à superfície  $[\alpha]$ .



## Estudo das Superfícies - Noções gerais

### Plano tangente



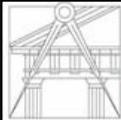
Sejam  $[a]$  e  $[b]$  duas linhas, pertencentes à superfície  $[\alpha]$ , concorrentes no ponto  $P$ .

Sejam  $t_a$  e  $t_b$  as rectas tangentes às linhas  $[a]$  e  $[b]$ , respectivamente, no ponto  $P$ .

O plano  $\varepsilon$ , definido pelas rectas  $t_a$  e  $t_b$ , é o plano tangente à superfície  $[\alpha]$  no ponto  $P$ .

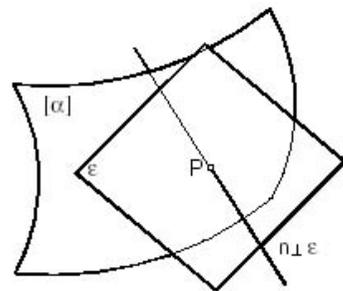
O plano  $\varepsilon$  é o lugar geométrico de todas as rectas tangentes à superfície  $[\alpha]$  no ponto  $P$ .

Do plano tangente a uma superfície diz-se que é OSCULANTE.



## Estudo das Superfícies - Noções gerais

### Recta normal e plano normal



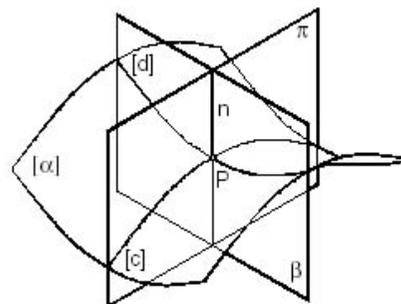
Seja  $\varepsilon$  o plano tangente à superfície  $[\alpha]$  no ponto  $P$ .

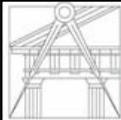
Seja  $n$  uma recta perpendicular ao plano  $\varepsilon$  no ponto  $P$ .

A recta  $n$  diz-se NORMAL à superfície  $[\alpha]$  no ponto  $P$ .

De um plano que contenha a recta  $n$  diz-se que é normal à superfície  $[\alpha]$  no ponto  $P$ .

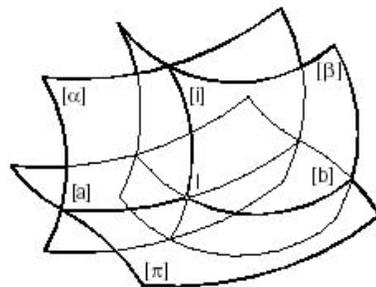
### Curvatura de uma superfície



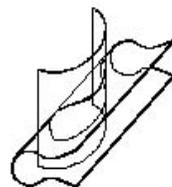


## Estudo das Superfícies - Noções gerais

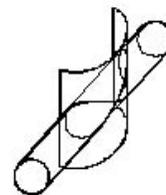
### Intersecção de superfícies



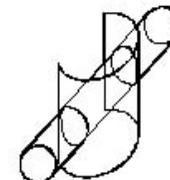
Se duas superfícies  $[\alpha]$  e  $[\beta]$  se intersectam segundo uma linha  $[i]$ , então existe pelo menos uma superfície  $[\pi]$  que intersecta a superfície  $[\alpha]$  segundo uma linha  $[a]$ , intersecta a superfície  $[\beta]$  segundo uma linha  $[b]$ , de tal modo que a linha  $[a]$  intersecta a linha  $[b]$  num ponto  $I$  da linha  $[i]$ .



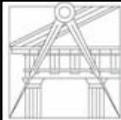
Se a linha de intersecção for única e fechada tem-se um ARRANCAMENTO.



Se a linha de intersecção tiver um ponto duplo tem-se um BEIJAMENTO.

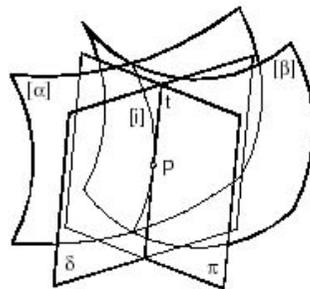


Se existir uma linha de entrada e uma linha de saída distintas tem-se uma PENETRAÇÃO.



## Estudo das Superfícies - Noções gerais

### Recta tangente à linha de intersecção



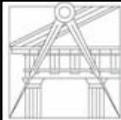
Seja  $[i]$  a linha de intersecção entre as superfícies  $[\alpha]$  e  $[\beta]$ .

Seja  $P$  um ponto da linha  $[i]$ , logo ponto comum  $[\alpha]$  e  $[\beta]$ .

Seja  $\delta$  o plano tangente à superfície  $[\alpha]$  no ponto  $P$ .

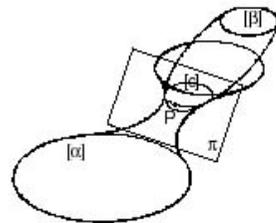
Seja  $\pi$  o plano tangente à superfície  $[\beta]$  no ponto  $P$ .

A recta  $t$ , de intersecção entre os planos  $\delta$  e  $\pi$ , é a recta tangente à linha  $[i]$  no ponto  $P$ .

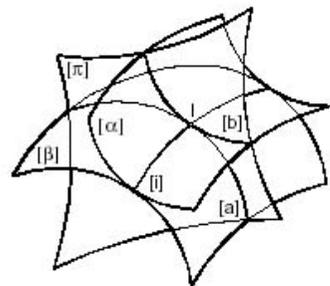


## Estudo das Superfícies - Noções gerais

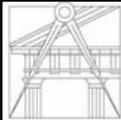
### Concordância entre superfícies



Se duas superfícies  $[\alpha]$  e  $[\beta]$  admitirem os mesmos planos tangentes  $\pi$  em todos os pontos  $P$  da linha  $[c]$  comum a ambas, então as duas superfícies dizem-se concordantes segundo a linha  $[c]$ .

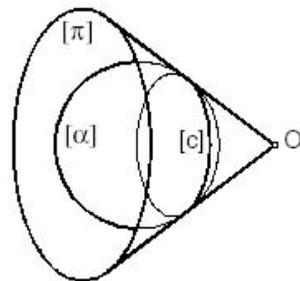


Se duas superfícies  $[\alpha]$  e  $[\beta]$  forem concordantes segundo uma linha  $[i]$ , então existe pelo menos uma superfície  $[\pi]$  que intersecta as superfícies  $[\alpha]$  e  $[\beta]$  segundo as linhas  $[b]$  e  $[a]$ , respectivamente, de tal modo que as linhas  $[b]$  e  $[a]$  são tangentes entre si num ponto  $I$  da linha  $[i]$ .



## Estudo das Superfícies - Noções gerais

### Contorno aparente

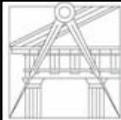


O contorno aparente de uma superfície  $[\alpha]$  para um “observador” (centro de projecções)  $O$  é a linha  $[c]$  de concordância entre a superfície  $[\alpha]$  e uma superfície cónica  $[\pi]$  de vértice  $O$ , que projectada a partir de  $O$  sobre uma superfície  $[\beta]$  qualquer determina nesta uma linha  $[c']$  que delimita a projecção de  $[\alpha]$ .

Se o observador estiver no infinito, então  $[\pi]$  é uma superfície cilíndrica.

### Distinção entre superfície e sólido

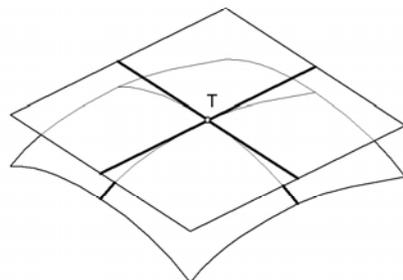
Uma superfície é a entidade que delimita o volume do sólido.



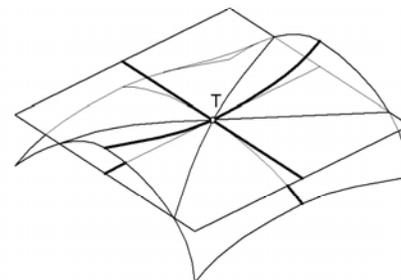
## Estudo das Superfícies - critérios de classificação

1. Quanto ao tipo de geratriz (regradas - geradas pelo movimento de uma recta; e curvas - não regradas)
2. Quanto à ordem (número máximo de pontos que uma recta pode ter em comum com a superfície)
3. Quanto à curvatura

DUPLA CURVATURA EM T

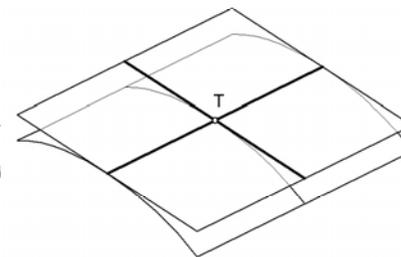


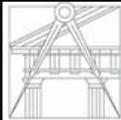
com o mesmo sentido



com sentidos opostos

SIMPLES CURVATURA EM T



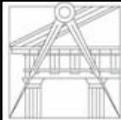


## Estudo das Superfícies - critérios de classificação

CLASSIFICAÇÃO DE SUPERFÍCIES QUANTO AO TIPO DE GERATRIZ			exemplos
		SUPERFÍCIES POLIÉDRICAS	poliédricas regulares, semi-regulares e irregulares
REGRADAS	PLANIFICÁVEIS	SUPERFÍCIE PLANA	plano
		definidas por 1 PONTO e 1 DIRECTRIZ	cónica; cilíndrica; prismática; piramidal <sup>(1)</sup>
		definidas por 2 DIRECTRIZES	convolutas; superfícies de igual pendente
		SUPERFÍCIES TANGENCIAIS	helicoidal tangencial
	outras		
	NÃO PLANIFICÁVEIS	definidas por 3 DIRECTRIZES	parabolóide hiperbólico; hiperbolóide de revolução; cilindróide; conóide; helicoidais regradas; superfícies de arco enviesado <sup>(1)</sup>
	outras	superfície regradada de uma só face	
CURVAS		SUPERFÍCIES DE REVOLUÇÃO <sup>(2)</sup>	esférica; tónica; elipsoidal
		outras	serpentina; superfícies mínimas

<sup>(1)</sup> Note-se que há superfícies regradas que são de revolução

<sup>(2)</sup> Note-se que há superfícies de revolução que são regradas.

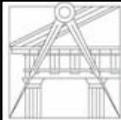


## Estudo das Superfícies - poliedros

CLASSIFICAÇÃO DE SUPERFÍCIES QUANTO AO TIPO DE GERATRIZ			exemplos
		SUPERFÍCIES POLIÉDRICAS	poliédricas regulares, semi-regulares e irregulares
REGRADAS	PLANIFICÁVEIS	SUPERFÍCIE PLANA	plano
		definidas por 1 PONTO e 1 DIRECTRIZ	cônica; cilíndrica; prismática; piramidal <sup>(1)</sup>
		definidas por 2 DIRECTRIZES	convolutas; superfícies de igual pendente
	SUPERFÍCIES TANGENCIAIS	helicoidal tangencial	
	outras		
NÃO PLANIFICÁVEIS	definidas por 3 DIRECTRIZES	paraboloide hiperbólico; hiperboloide de revolução; cilindroide; conóide; helicoidais regradas; superfícies de arco enviesado <sup>(1)</sup>	
	outras	superfície regradada de uma só face	
CURVAS	SUPERFÍCIES DE REVOLUÇÃO <sup>(2)</sup>	esférica; torca; elipsoidal	
	outras	serpentina; superfícies mínimas	

<sup>(1)</sup> Note-se que há superfícies regradas que são de revolução

<sup>(2)</sup> Note-se que há superfícies de revolução que são regradas.



## Estudo das Superfícies - poliedros

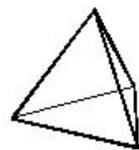
### Superfícies Poliédricas

( Apenas serão considerados poliedros convexos topologicamente equivalentes à esfera)

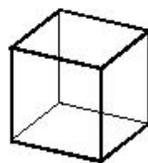
A relação entre o número de arestas ( **A** ), vértices ( **V** ) e faces ( **F** ) de qualquer poliedro topologicamente equivalente a uma esfera vem dada pela fórmula de Euler:

$$A + 2 = V + F$$

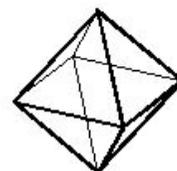
**Poliedros regulares:** Todas as faces são polígonos regulares de apenas um tipo; todos os vértices pertencem a uma superfície esférica; são os "Sólidos platónicos".



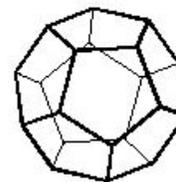
Tetraedro



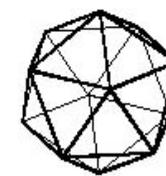
Cubo



Octaedro



Dodecaedro



Icosaedro

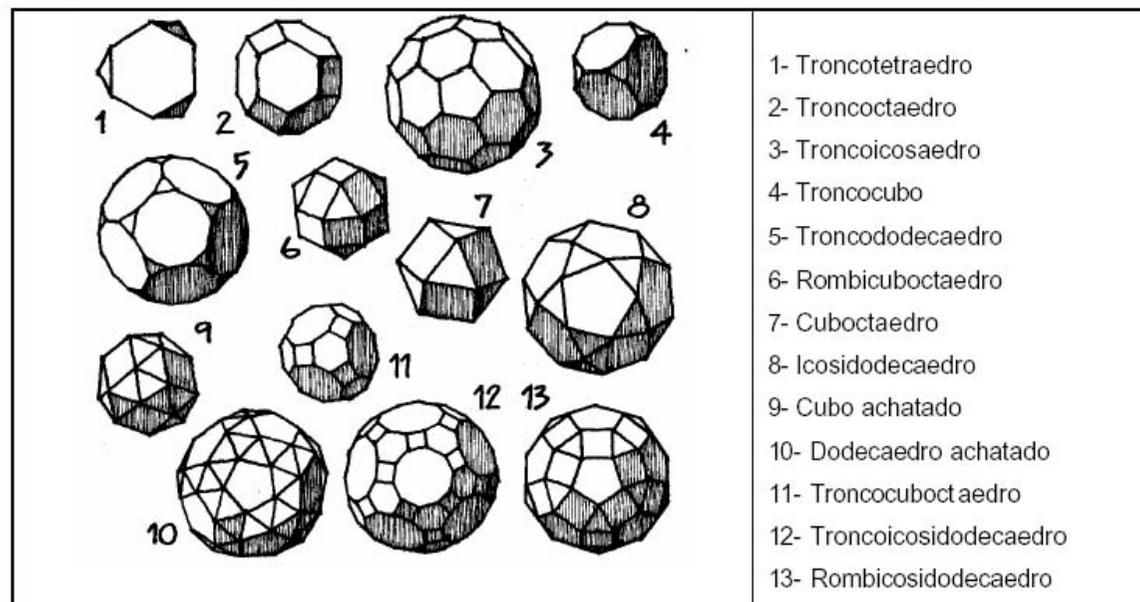


## Estudo das Superfícies - poliedros

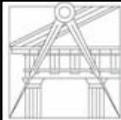
**Poliedros semi-regulares:**

- **poliedros de Arquimedes**

Todas as faces são polígonos regulares de dois ou mais tipos sendo o comprimento da aresta uma constante; todos os vértices pertencem a uma superfície esférica; são os “Sólidos Arquimedianos”; todas as arestas e vértices são congruentes e podem obter-se dos poliedros regulares por algum processo de transformação geométrica. Também podem considerar-se nesta categoria os prismas regulares e os antiprismas regulares embora normalmente não seja comum.



in "EDROS"



## Estudo das Superfícies - poliedros

### **Poliedros irregulares:**

Todas as faces são polígonos de vários tipos; os vértices podem ou não pertencer a uma superfície esférica; o comprimento da aresta não é constante.

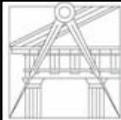
#### **- pirâmides, bipirâmides, troncos de pirâmide, prismas, troncos de prisma**

Uma bipirâmide é um sólido gerado pela "soma" de uma pirâmide com a sua simétrica relativamente ao plano da base.

#### **- sólidos de Johnson**

São poliedros em que todas as faces são regulares de mais que um tipo, não sendo, no entanto, poliedros regulares, semi-regulares, prismas regulares ou antiprismas regulares. Existem 92 ao todo.

Um poliedro que tenha por vértices os centros das faces de um outro poliedro diz-se DUAL daquele.



## Estudo das Superfícies - poliedros

- antiprismas, antipiramóides, tronco-antiprismas, antiprismóides, *outros*

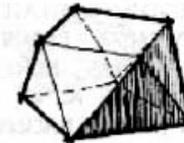
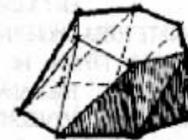
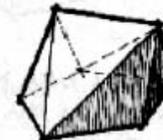
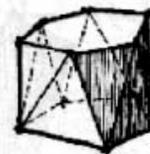
QUANDO LIGAMOS OS VÉRTICES DE DOIS POLÍGONOS NÃO COPLANARES, DE MODO A DEFINIR TRIÂNGULOS ENTRE ELES, FORMAM-SE POLIEDROS CONHECIDOS POR:

1-ANTIPRISMÓIDES - QUANDO OS POLÍGONOS NÃO TÊM MESMO NÚMERO DE LADOS.

2-ANTIPIRAMÓIDES - QUANDO UM DOS POLÍGONOS É SUBSTITUÍDO POR UM SEGMENTO DE RETA.

3-TRONCO-ANTIPRISMAS - QUANDO OS POLÍGONOS TÊM MESMO NÚMERO DE LADOS E NÃO SÃO DE PLANOS PARALELOS.

4-ANTIPRISMAS - QUANDO OS POLÍGONOS TÊM MESMO NÚMERO DE LADOS E ESTÃO EM PLANOS PARALELOS.



in "EDROS"