Ass. Luís Mateus, lmmateus@fa.utl.pt / http://www.fa.utl.pt/~lmmateus

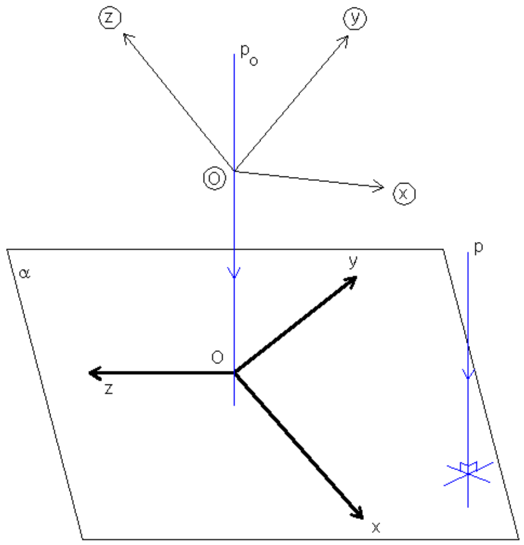
GDC I – AULA TEÓRICA 3

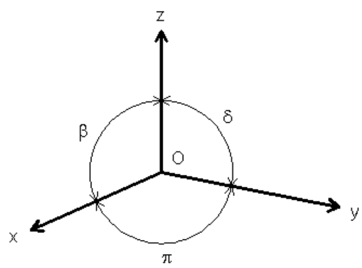
O Sistema axonométrico:
- O caso geral da axonometria ortogonal: o triângulo fundamental e o rebatimento dos planos coordenados.
- Subsistemas axonométricos ortogonais: trimetria ou anisometria, dimetria, isometria ou monometria.

Ass. Luís Mateus, lmmateus@fa.utl.pt / http://www.fa.utl.pt/~lmmateus

>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA ORTOGONAL: noções gerais e subsistemas

No caso geral da representação axonométrica ortogonal, os eixos coordenados são oblíquos ao plano axonométrico com inclinações distintas. Daqui resulta que a cada eixo axonométrico corresponde um coeficiente de redução diferente, sendo todos inferiores a 1 (o que acontece sempre nas axonometrias ortogonais), e todos os ÂNGULOS AXONOMÉTRICOS são diferentes, sendo todos superiores a 90º (o que acontece sempre nas axonometrias ortogonais). Quando assim é, o subsistema axonométrico designa-se por TRIMETRIA ou ANISOMETRIA, como se ilustra na figura.





$\beta \neq \delta \neq \pi$

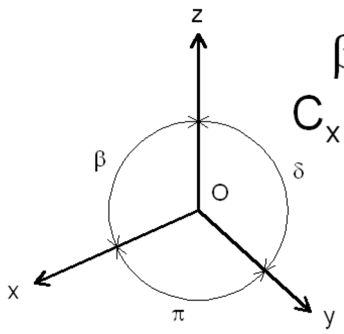
$C_x \neq C_y \neq C_z$

Trimetria

Ass. Luís Mateus, lmmateus@fa.utl.pt / http://www.fa.utl.pt/~lmmateus

>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA ORTOGONAL: noções gerais e subsistemas

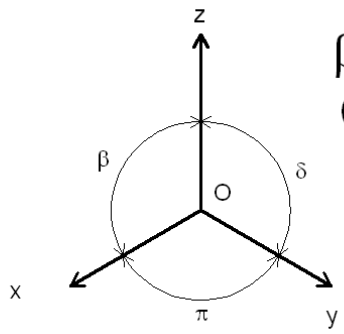
Dois outros casos podem ser considerados.
O caso da DIMETRIA, em que dois eixos coordenados apresentam igual inclinação em relação ao plano axonométrico, com a consequência de haver dois coeficientes de redução e dois ângulos axonométricos iguais.
O caso da ISOMETRIA ou MONOMETRIA, em que os três eixos coordenados apresentam igual inclinação em relação ao plano axonométrico com a natural consequência da igualdade dos três coeficientes de redução e dos três ângulos axonométricos.
Na figura seguinte ilustram-se estes dois casos.



$\beta=\pi\neq\delta$

$C_x \neq C_y = C_z$

Dimetria



$\beta=\pi=\delta=120^\circ$

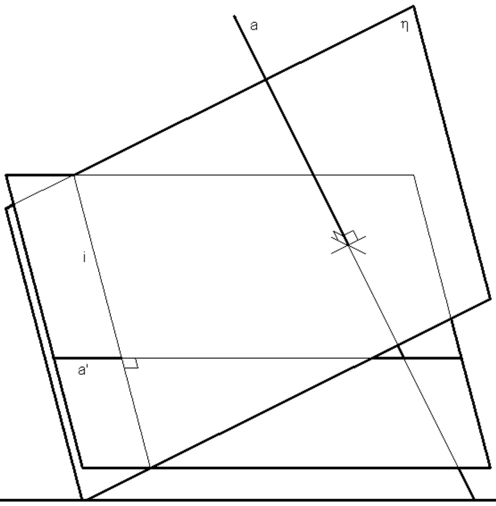
$C_x = C_y = C_z$

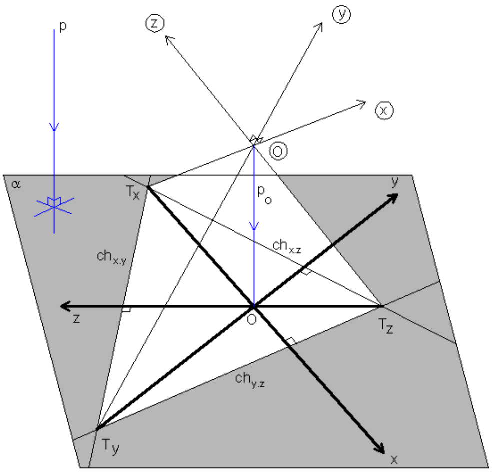
Isometria

Ass. Luís Mateus, lmmateus@fa.utl.pt / http://www.fa.utl.pt/~lmmateus

>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA ORTOGONAL: triângulo fundamental

Cada um dos eixos coordenados, intersecta o plano axonométrico num ponto. O conjunto dos três pontos (na figura são os pontos T_x, T_y e T_z) define um triângulo. Esse triângulo designa-se TRIÂNGULO FUNDAMENTAL ou TRIÂNGULO PRINCIPAL da axonometria. Cada lado do triângulo está contido na recta de intersecção de um plano coordenado com o plano axonométrico e é perpendicular à projecção do outro eixo coordenado. Este facto relaciona-se com o teorema da geometria no espaço segundo o qual "quando uma recta *a* é perpendicular a um plano η, a sua projecção ortogonal num plano ω, digamos *a'*, é perpendicular à recta *i* comum aos planos η e ω". Na figura à esquerda ilustramos o teorema, e à direita a sua consequência na relação dos lados do triângulo fundamental com os eixos axonométricos.

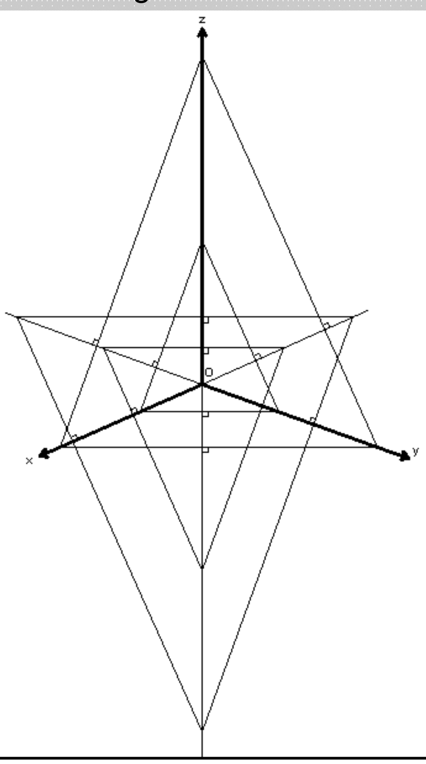




Ass. Luís Mateus, lmmateus@fa.utl.pt / http://www.fa.utl.pt/~lmmateus

>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA ORTOGONAL: triângulo fundamental

Desta relação resulta que a projecção da origem do referencial no plano axonométrico é sempre o ORTOCENTRO do triângulo fundamental.
Qualquer plano paralelo ao plano axonométrico intersecta os eixos coordenados em pontos que definem um triângulo semelhante ao triângulo fundamental, como se ilustra na figura. Assumindo a direcção e sentido do eixo coordenado z conforme a figura, se o plano se encontrar “abaixo” da origem, o triângulo encontra-se “virado para baixo no desenho” e se o plano se encontrar “acima” da origem, o triângulo encontra-se “virado para cima no desenho”. Se o plano passar pela origem, o triângulo é nulo.
Qualquer um destes triângulos tem as mesmas propriedades que o triângulo fundamental e pode ser usado como tal, podendo nós assumir a designação de FAMÍLIA DE TRIÂNGULOS FUNDAMENTAIS (nossa designação).
Com efeito, na representação axonométrica o plano axonométrico permanece indeterminado, sendo apenas conhecida a sua orientação. Essa orientação reduz-se à “orientação da folha de desenho”. Isto significa que para resolver os problemas da representação axonométrica ortogonal pode utilizar-se indistintamente qualquer um destes triângulos e tomá-lo por triângulo fundamental. Ao fazê-lo fixamos uma posição para o plano axonométrico.



Ass. Luís Mateus, lmmateus@fa.utl.pt / http://www.fa.utl.pt/~lmmateus

>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA ORTOGONAL: axonometrias gráficas

Nas axonometria ortogonais as escalas axonométricas e os coeficientes de redução não podem ser livremente arbitrados. Com efeito, como veremos, os coeficientes de redução ficam implicitamente determinados ao arbitrar uma qualquer disposição de eixos axonométricos válida (os ângulos axonométricos devem ser maiores que 90º e menores que 180º) e são directamente dependentes dessa disposição. Note-se que ao fixar uma tal disposição de eixos axonométricos, fica automaticamente definida a família de triângulos fundamentais, e com isso ficam fixas as direcções dos eixos coordenados, ou seja, as inclinações dos eixos coordenados em relação ao plano axonométrico, das quais os coeficientes de redução são função. Para efectuar uma representação axonométrica ortogonal não é necessário conhecer o valor numérico do coeficiente de redução. A representação pode ser feita por processos exclusivamente gráficos (AXONOMETRIAS GRÁFICAS). Estes processos implicam o rebatimento dos planos coordenados para o plano axonométrico (aqui considerado como o plano da folha de desenho). Através deste processo de rebatimento é possível relacionar medidas em "verdadeira grandeza" com as suas projecções "axonométricas". Em geral as medidas que se relacionam deste modo são as coordenadas cartesianas dos vértices das figuras a representar (MÉTODO DAS COORDENADAS RECTANGULARES).

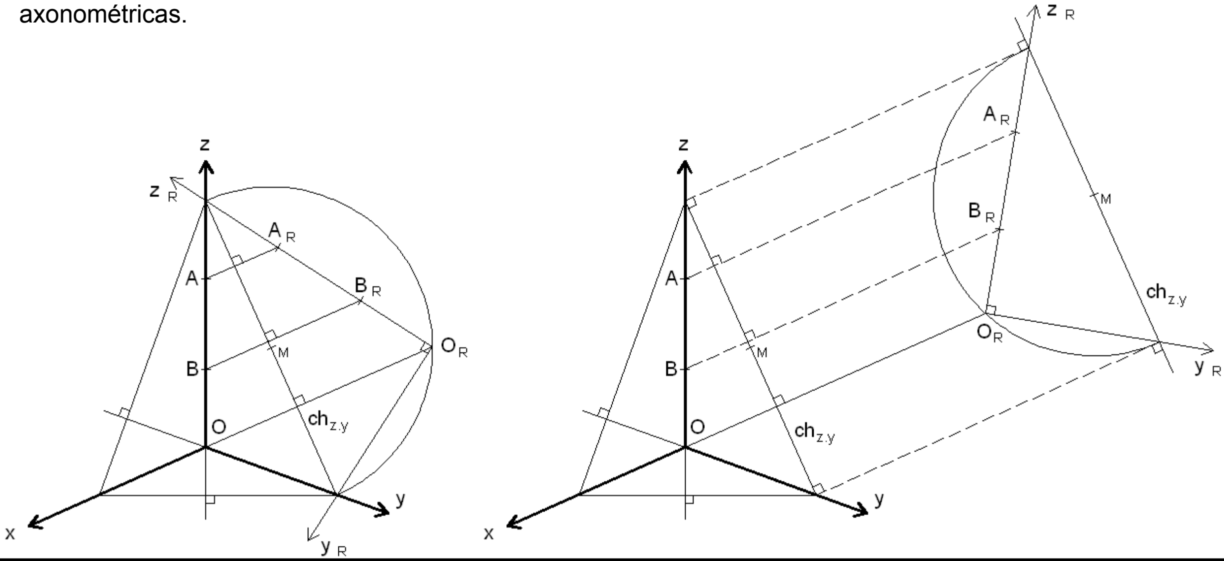
Embora se possa rebater qualquer plano, com qualquer orientação, para o plano axonométrico, nós apenas trataremos o caso do rebatimento dos planos coordenados.

Na figura do slide seguinte ilustramos o processo do rebatimento de um plano coordenado. Para os outros o procedimento é idêntico. Note-se que há sempre dois sentidos possíveis para o rebatimento.

Note-se ainda que o processo do rebatimento graficamente não é mais que uma afinidade em que o eixo da transformação é a charneira do rebatimento.

>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA ORTOGONAL: rabatimentos

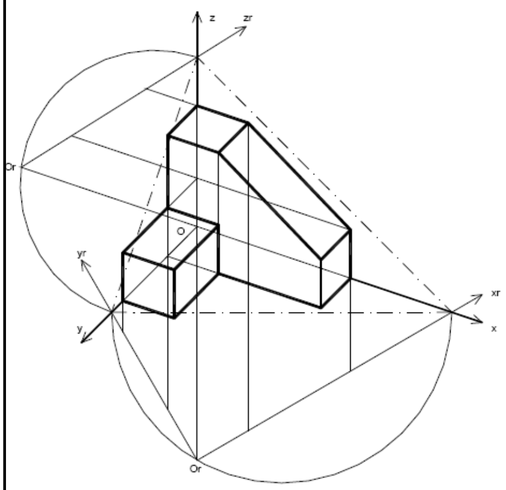
Neta figura ilustra-se o rebatimento do plano coordenado y.z. O procedimento para qualquer outro plano coordenado é idêntico.
Em geral, por motivo de maior facilidade de visualização, considera-se a origem do referencial “abaixo” do plano axonométrico, o que implica um triângulo fundamental “virado para cima”. Como referimos, o rebatimento pode ter dois sentidos. No caso da direita considerámos uma translação do rebatimento. Este procedimento utiliza-se para evitar sobreposições entre figuras rebatidas e as respectivas representações axonométricas.

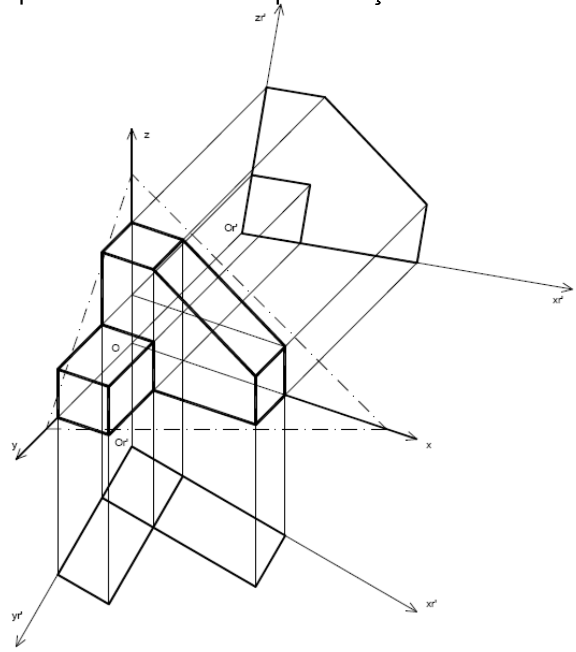


Ass. Luís Mateus, lmmateus@fa.utl.pt / http://www.fa.utl.pt/~lmmateus

>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA ORTOGONAL: método dos cortes

Nesta figura ilustra-se a representação de um objecto a partir das operações de rebatimento notadas no slide anterior. No exemplo da direita estão omissos alguns traçados (ver figura do slide anterior). A disposição de vistas e axonometria da figura direita corresponde ao método de representação conhecido como o MÉTODO DOS CORTES.

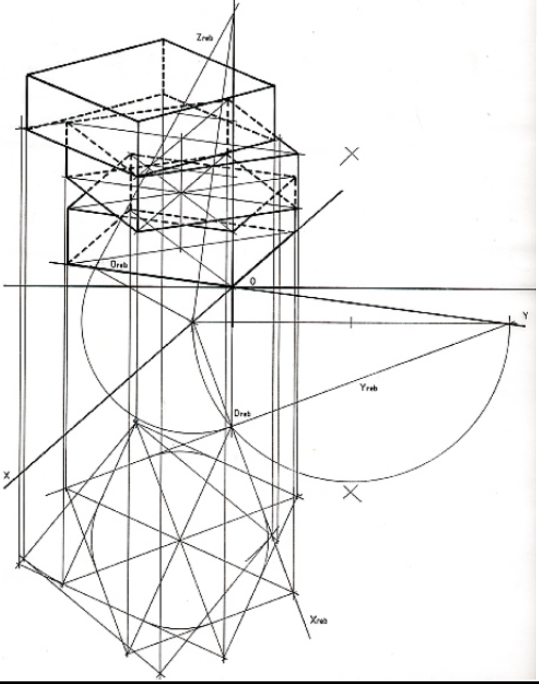


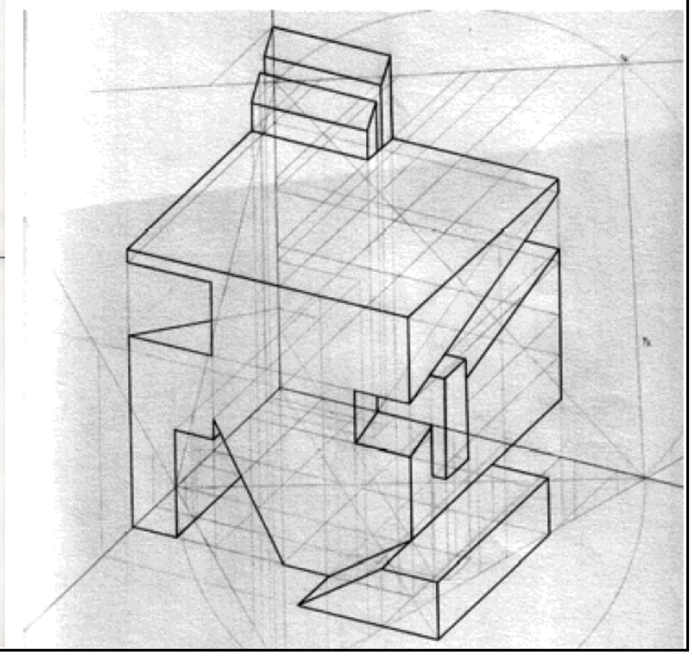


Ass. Luís Mateus, lmmateus@fa.utl.pt / http://www.fa.utl.pt/~lmmateus

>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA ORTOGONAL: trabalhos de alunos

No exemplo da esquerda está representada uma “pilha” de prismas com rotações relativas entre eles.
No exemplo da direita está representado um sólido a partir de subtracções e adições a um cubo base.





Ass. Luís Mateus, lmmateus@fa.utl.pt / http://www.fa.utl.pt/~lmmateus

>> REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA ORTOGONAL: trabalhos de alunos

Neste exemplo determinaram-se as sombras do objecto.