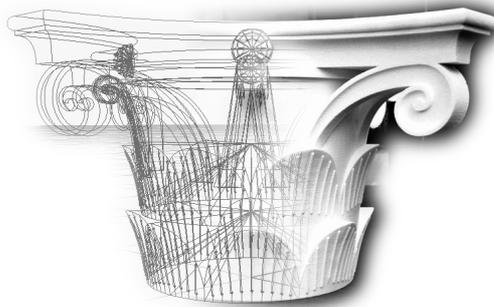


UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA  
Faculdade de Arquitectura

**Modelação computacional e materialização digital de  
elementos clássicos de arquitectura  
- Sistematizando a coluna de Alberti -**



**Eduardo Raposo de Castro e Costa**  
(Licenciado)

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em Arquitectura,  
Especialização em Arquitectura

Orientador Científico: **Professor Doutor José Pinto Duarte**  
Co-orientadores: **Professora Doutora Maria Calado**  
**Professor Doutor Mário Krüger**

Júri

Presidente: **Professor Doutor João Sousa Morais**  
Arguente: **Professor Doutor José Pedro Sousa**  
Vogal: **Professor Doutor José Pinto Duarte**  
Vogal: **Professora Doutora Maria Calado**  
Vogal: **Professor Doutor Mário Krüger**

Lisboa, FAUTL, Março 2012

## Agradecimentos

---

Quero aqui deixar uma palavra de agradecimento a quem, de uma maneira ou de outra, tornou esta dissertação possível.

Ao orientador científico desta dissertação, o Professor José Pinto Duarte, que ao longo dos anos me tem acompanhado, guiado e aconselhado no encontro da arquitectura com a ciência.

Aos co-orientadores Professora Maria Calado e Professor Mário Krüger, pela disponibilidade, contribuições e comentários à investigação que aqui se relata.

À equipa da Mármoreos Pardal, especialmente ao Jaime Pardal, por todo o apoio e informação sobre como transformar a pedra, desde os meios tradicionais à aplicação de tecnologias avançadas, bem como um agradecimento especial pela oportunidade de produzir um capitel em pedra.

À equipa do projecto Alberti Digital, com quem tive o prazer de trabalhar no meu primeiro projecto de investigação.

Ao David Rutten, pelo esforço contínuo no aperfeiçoamento do Grasshopper e pela contribuição para a elaboração dos modelos computacionais.

À equipa do Fablab EDP, pelo apoio na produção dos modelos físicos.

Ao Professor António Leitão, pelas suas contribuições para uma melhor compreensão da computação.

Ao Professor José Esteves e aos mestres Avelino Baleia e Eduardo Morezo, pela “visita guiada” pelos meandros da cantaria.

Aos meus pais, a quem devo a minha educação e os meus valores, sem os quais não me seria possível dissertar.

---

Este trabalho é parte do projecto “Alberti Digital” (PTDC/AUR-AQI/108274/2008), financiado pela Fundação para a Ciência e a Tecnologia (FCT), COMPETE/FEDER, Portugal, sediado no Centro de Estudos Sociais (CES) da Universidade de Coimbra, e coordenado por Mário Krüger.



---

# Índice

---

Agradecimentos .....	2
Índice.....	3
Índice de figuras.....	8
Índice de tabelas .....	11
Resumo.....	12
Abstract.....	13
1. Introdução.....	14
Contexto.....	14
Projecto Alberti Digital .....	14
Indústria da transformação da pedra em Portugal.....	16
Problema / Objectivo.....	17
Solução.....	17
Competitividade, inovação e exportação.....	18
Metodologia .....	19
Implementação informática dos modelos computacionais .....	19
Produção dos modelos físicos.....	21
Pertinência do tema e contributos da dissertação.....	22
2. Estado da arte.....	23
O tratado de Alberti .....	23
Um tratado sem ilustrações .....	23
O desenho na transição entre a Idade Média e o Renascimento.....	24
A arte da cantaria .....	26
Mark Burry e a Sagrada Família.....	28
A obra inacabada .....	28

---

Engenharia inversa: modelação paramétrica e prototipagem rápida.....	29
Tipologia de modelos .....	31
Desenho.....	31
Modelo físico.....	32
Modelo digital ou icónico.....	32
Modelo computacional ou simbólico.....	33
Modelo virtual ou análogo .....	33
Modelação no âmbito do projecto .....	34
Linguagens de programação.....	35
Extensão de funcionalidades através de <i>scripting</i> .....	35
Programação visual .....	36
Seleção de linguagem para a implementação dos modelos computacionais.....	37
Programação orientada a objectos e abstracção .....	39
Geometria aplicada às novas tecnologias.....	40
Curvas livres .....	40
Superfícies livres .....	41
Prototipagem rápida e fabricação digital.....	43
Terminologia.....	43
Tecnologias.....	43
Modelo conceptual da personalização em série .....	45
3. Implementação informática dos modelos computacionais .....	47
Análise do tratado.....	47
Hierarquia dos sistemas de coluna albertianos .....	47
Leitura e anotação das regras.....	49
Estruturação das regras .....	50
Sistematização das regras .....	52
Convenções das tabelas de regras.....	53
Variáveis iniciais independentes.....	55

---

Tipos de regras.....	55
Implementação em Grasshopper.....	56
Base dórica: tabelas de regras, esquema de modelação e programa GH.....	58
Implementação de classes e otimização do sistema.....	60
Conceito de coxel.....	61
Geometria associada.....	62
Dimensões do coxel.....	63
Visualização de coxels.....	65
Subdivisão de coxels.....	68
Métodos de manipulação de propriedades.....	71
Métodos auxiliares.....	73
Vantagens e desvantagens do uso do coxel.....	74
Preenchimento da informação em falta.....	75
Base dórica: larguras.....	77
Base dórica: toros e escócia.....	78
Coluna: reentrância do imoscapo.....	80
Capitel coríntio: caulículos.....	82
Capitel coríntio: folhas de acanto.....	85
4. Produção de modelos físicos.....	87
Materialização digital.....	87
Colecção de miniaturas.....	89
Fused Deposition Modeling.....	89
Preparação de modelos para tecnologias aditivas.....	90
Elementos da colecção produzidos.....	92
Interligação entre as partes.....	92
Prototipagem do capitel coríntio.....	94
Escala pequena.....	94
Quebra das folhas de acanto e anisotropia.....	96

---

Escala média.....	97
3D Printing.....	99
Quebra dos caulículos pequenos .....	100
Análise comparativa de tecnologias aditivas .....	101
Fabricação digital em pedra.....	103
Equipamento CNC .....	103
Leões de Versailles .....	106
Digitalização .....	108
Maquinação .....	110
Acabamento manual .....	114
Áreas em sombra.....	114
Cópia por compasso .....	115
Fabricação do capitel coríntio.....	119
Pré-produção.....	119
Estratégias de maquinação.....	120
Processo de maquinação .....	122
5. Conclusão .....	128
Desenvolvimentos futuros .....	128
Modelos computacionais.....	128
Modelos físicos .....	128
Comentários finais .....	129
Referências bibliográficas.....	130
Anexo 1 Sistematização das regras de Alberti .....	132
Molduras de Alberti.....	132
Base dórica .....	134
Base jónica.....	136
Capitel dórico .....	138
Capitel jónico.....	140

---

Capitel coríntio.....	142
Capitel compósito ou itálico.....	145
Entablamento dórico.....	146
Arquitrave.....	146
Friso.....	147
Cornija.....	148
Entablamento jónico.....	150
Arquitrave 1.....	150
Arquitrave 2.....	151
Friso.....	151
Cornija.....	152
Entablamento coríntio.....	153
Coluna.....	155
Imoscapo.....	155
Barriga.....	155
Sumoscapo.....	156
Caneluras.....	156
Anexo 2 Código VB.NET da classe COXEL.....	158

# Índice de figuras

Figura 1 - Tratado de Alberti. Capitel coríntio na loggia Rucellai (Tavernor 1998). Fachada de São Vicente de Fora (IGESPAR s.d.).....	14
Figura 2 - Equipamento de fresagem automática de pedra. Capitel jónico de canto produzido por fresagem automática.....	16
Figura 3 - Metodologia geral.....	19
Figura 4 - Metodologia da implementação informática dos modelos computacionais.....	20
Figura 5 - Tipos de modelos necessários à produção de modelos físicos.....	21
Figura 6 - Instrumentos de cópia em cantaria: a cruzeta e os compassos.....	26
Figura 7 - Cópia de obra de arte pelas mãos do canteiro (Mármore Parda). .....	27
Figura 8 - Igreja da Sagrada Família: estado actual; projecto de Antoni Gaudí; projecto de Francesc del Villar (Burry 1993).....	28
Figura 9 - Superfícies regradas usadas por Gaudí: parabolóide hiperbólico, helicóide e hiperbolóide de revolução.....	29
Figura 10 - Janelas da Sagrada Família: modelo de Gaudí e elementos produzidos a partir de engenharia inversa (Burry 1993).....	30
Figura 11 - Tipologia de modelos, adaptado de (Duarte, Celani e Pupo 2011). .....	31
Figura 12 - Desenho (Morolli e Guzzon 1994). Maquete (modelo físico) da basílica de São Pedro (Carpo 2001). Modelo digital tridimensional (elaborado por alunos).....	32
Figura 13 - Modelos computacionais (linguagens de programação textual e visual). Modelo análogo elaborado para a igreja da Sagrada Família (Burry 1993). .....	33
Figura 14 - Ferramentas utilizadas na implementação dos modelos computacionais.....	36
Figura 15 - Linguagens de programação: textual (VB.NET) e visual (Grasshopper).....	37
Figura 16 - Exemplo de implementação se uma classe. ....	39
Figura 17 - Diferentes tipos de curvas livres. Curvas do tipo B-spline com diferentes graus (n). .....	41
Figura 18 - Superfícies geradas por diferentes operações geométricas.....	42
Figura 19 - Aplicação de superfícies regradas na construção da igreja da Sagrada Família. ....	42
Figura 20 - Modelo conceptual de personalização em série: adaptado de (Duarte 2008). .....	45
Figura 21 - Nomenclatura interna do sistema de coluna; desenhos: (Morolli e Guzzon 1994).....	48
Figura 22 - Leitura e anotação do tratado de Alberti.....	49
Figura 23 - Estruturação de regras em base de dados relacional. ....	50
Figura 24 - Modelação da estrutura de regras numa folha de cálculo e subsequente programação visual em Grasshopper.....	51
Figura 25 - Ligação entre base dórica e coluna: sem e com continuidade posicional. ....	53
Figura 26 - Dimensões dos elementos do sistema de coluna.....	54
Figura 27 - Esquema de modelação e modelo computacional da base dórica. ....	59
Figura 28 - Repetição de componentes na implementação do entablamento dórico. ....	60
Figura 29 - Coxels associados à base dórica.....	62
Figura 30 - O mesmo coxel associado a diferentes geometrias. ....	62
Figura 31 - Propriedades dimensionais do coxel.....	63
Figura 32 - Larguras absolutas e relativas da base dórica.....	64
Figura 33 - Geometrias possíveis de um coxel, em corte. ....	66
Figura 34 - Exemplo de utilização do método renderCoxel na definição do capitel dórico.....	67
Figura 35 - Exemplo de utilização do método subdivCoxel na definição do entablamento dórico.....	69
Figura 36 - Exemplo de utilização do método subdivCoxel na definição do capitel coríntio. ....	69
Figura 37 - Molduras através da combinação de coxels.....	70
Figura 38 - Exemplo de combinação de molduras na definição do entablamento coríntio. ....	70

Figura 39 - Comparação entre modelos computacionais do capitel coríntio, antes e depois da implementação do coxel.....	74
Figura 40 - Lista priorizada de fontes de informação.....	75
Figura 41 - Elementos com informação em falta.....	76
Figura 42 - Base dórica (Morolli e Guzzon 1994).....	77
Figura 43 - Discrepância de larguras entre base dórica e coluna.....	77
Figura 44 - Alternativas para a geometria do toro.....	78
Figura 45 - Escócia da base dórica.....	79
Figura 46 - Imoscapo da coluna (Morolli e Guzzon 1994).....	80
Figura 47 - Reentrância do imoscapo da coluna.....	81
Figura 48 - Capitel coríntio (Morolli e Guzzon 1994).....	82
Figura 49 - Directriz dos caulículos grandes: projecção horizontal e vertical.....	83
Figura 50 - Desenho do perfil dos caulículos.....	84
Figura 51 - Folhas de acanto estilizadas: aplicação no vaso do capitel e na flôr conspícua; possível aplicação em capitel jónico; construção geométrica em superfície NURBS.....	86
Figura 52 - Escalas dos modelos físicos produzidos.....	87
Figura 53 - Elementos da colecção de miniaturas de partes do sistema de coluna, produzidas por FDM.....	89
Figura 54 - Textura dos modelos FDM. Exemplo de modelo FDM pintado (trabalho académico: Castro e Costa/Ferreira).....	90
Figura 55 - Preparação dos modelos digitais: modelo como sólido; coerência das normais.....	91
Figura 56 - Modelo da coluna canelada dividido em dois.....	92
Figura 57 - Interligação de peças: sistema de encaixe; encaixe partido; sistema de ímanes.....	93
Figura 58 - Fases de materialização digital do capitel coríntio.....	94
Figura 59 - Produção de capitel coríntio por FDM.....	95
Figura 60 - Quebra das folhas de acanto.....	96
Figura 61 - Corte horizontais e transversal do capitel.....	96
Figura 62 - Alteração formal das folhas de acanto.....	97
Figura 63 - Modelo digital do capitel coríntio.....	98
Figura 64 - Folhas de acanto estilizadas: modelo digital e obra construída de Alberti, loja Rucellai (foto: (Tavernor 1998)).....	98
Figura 65 - Produção do capitel coríntio por 3DPrinting.....	99
Figura 66 - Caulículo quebrado e posteriormente colado.....	100
Figura 67 - Capitel coríntio, produzido por 3D Printing.....	101
Figura 68 - Instalações da Mármore Pardal.....	103
Figura 69 - Equipamento de fresagem CNC da Mármore Pardal.....	104
Figura 70 - Leões de Versailles e capitel coríntio produzidos por fresagem CNC.....	105
Figura 71 - Modelos originais dos leões em gesso. Base em mármore Port-Laurent.....	106
Figura 72 - Fases e subfases de produção dos leões de Versailles.....	107
Figura 73 - Modelo digitalizado do tardez de um leão. Cubos apostos ao modelo original em gesso.....	108
Figura 74 - Reflexão dos leões.....	109
Figura 75 - Modelos digitais do tardez do leão.....	110
Figura 76 - Fase de discagem.....	111
Figura 77 - Fase de desbaste.....	112
Figura 78 - Fase de acabamento.....	113
Figura 79 - Fase de acabamento manual.....	114
Figura 80 - Áreas em sombra: entre patas e focinho.....	115
Figura 81 - Ferramentas necessárias à cópia por compasso.....	115
Figura 82 - Método de determinação de um ponto por trilateração.....	116
Figura 83 - Procedimento de cópia por compasso.....	117
Figura 84 - Testes com exportação do modelo digital em diferentes formatos.....	119
Figura 85 - Estratégias de maquinação, de acordo com as simetrias do capitel coríntio.....	120

---

Figura 86 - Pré-produção do capitel coríntio e sua tradução em instruções CNC. ....	121
Figura 87 - Discagem do capitel coríntio.....	122
Figura 88 - Primeira fase de fresagem do capitel coríntio (desbaste).....	123
Figura 89 - Resultado das fases de discagem e desbaste. ....	125
Figura 90 - Esquema de modelação e modelo computacional da base dórica. ....	135
Figura 91 - Esquema de modelação e modelo computacional da base jónica.....	137
Figura 92 - Esquemas de modelação e modelos computacionais dos capitéis dóricos.....	139
Figura 93 - Esquema de modelação e modelo computacional do capitel jónico. ....	141
Figura 94 - Esquema de modelação e modelo computacional do capitel coríntio. ....	144
Figura 95 - Esquema de modelação do capitel composto ou itálico, a partir dos capitéis coríntio e jónico. .....	145
Figura 96 - Esquema de modelação e modelo computacional do entablamento dórico. ....	149
Figura 97 - Esquema de modelação e modelo computacional dos entablamentos jónico e coríntio.....	154
Figura 98- Esquema de modelação e modelo computacional da coluna.....	157

# Índice de tabelas

Tabela 1 - Legenda e exemplo de entrada das tabelas de regras.....	52
Tabela 2 - Cálculo da razão entre Dimo e Dsumo.....	55
Tabela 3 - Cálculo da altura da coluna.....	55
Tabela 4 - Exemplo de operações de subdivisão.....	56
Tabela 5 - Exemplo de uma operação de proporção.....	56
Tabela 6 - Exemplo de uma operação de pormenorização.....	56
Tabela 7 – Regras referentes à base dórica.....	58
Tabela 8 - Molduras desenhadas por Alberti (Alberti 2011, 452-453).....	66
Tabela 9 - Exemplo de regra de subdivisão.....	68
Tabela 10 - Exemplo de regra de subdivisão em volta.....	69
Tabela 11 - Exemplo de regra de proporção.....	72
Tabela 12 - Regras referentes às larguras da base dórica.....	77
Tabela 13 - Regras referentes a toros e escócias.....	78
Tabela 14 - Regras referentes à reentrância do imoscapo.....	80
Tabela 15 - Regras referentes aos caulículos.....	82
Tabela 16 - Regras referentes às folhas de acanto.....	85
Tabela 17 - Dados de produção por tecnologias aditivas de materialização digital.....	102
Tabela 18 – Regras referentes às molduras simples e compostas.....	132
Tabela 19 – Regras referentes aos ornamentos das molduras.....	133
Tabela 20 – Regras referentes à base dórica.....	134
Tabela 21 – Regras referentes à base jónica.....	136
Tabela 22 – Regras referentes ao capitel dórico.....	138
Tabela 23 – Regras referentes ao capitel jónico.....	140
Tabela 24 - Regras referentes ao capitel jónico (continuação).....	141
Tabela 25 – Regras referentes ao capitel coríntio.....	142
Tabela 26 - Regras referente ao capitel coríntio (continuação).....	143
Tabela 27 – Regras referentes ao capitel composto ou itálico.....	145
Tabela 28 – Regras referentes ao entablamento dórico: arquitrave.....	146
Tabela 29 – Regras referentes ao entablamento dórico: friso.....	147
Tabela 30 – Regras referentes ao entablamento dórico: cornija.....	148
Tabela 31 - Cálculo da altura da arquitrave jónica (Alberti 2011, 464).....	150
Tabela 32 - Regras referentes ao entablamento jónico: arquitrave 1.....	150
Tabela 33 - Regras referentes ao entablamento jónico: arquitrave 2.....	151
Tabela 34 - Regras referentes ao entablamento jónico: friso.....	151
Tabela 35 – Regras referentes ao entablamento jónico: cornija.....	152
Tabela 36 - Regras referentes ao entablamento jónico: cornija (continuação).....	153
Tabela 37 – Regras referentes ao entablamento coríntio.....	153
Tabela 38 - Regras referentes à coluna: imoscapo.....	155
Tabela 39 - Regras referentes à coluna: barriga.....	155
Tabela 40 - Regras referentes à coluna: sumoscapo.....	156
Tabela 41 – Regras referentes à coluna: caneluras.....	156

# Resumo

---

Título: **Modelação computacional e materialização digital de elementos clássicos de arquitectura**  
Sub-título: **Sistematizando a coluna de Alberti**

Aluno: Eduardo Raposo de Castro e Costa  
Orientador: Professor Doutor José Pinto Duarte  
Mestrado Integrado em Arquitectura  
Data: Março de 2012

Esta dissertação tem por finalidade testemunhar o potencial existente na articulação de campos aparentemente antagónicos, versando-se sobre uma investigação que pendula entre o saber clássico e as novas tecnologias, entre o meio académico e o sector da indústria.

O saber clássico é representado pela teoria de arquitectura de Leon Battista Alberti, exposta no seu tratado *De re aedificatoria*. Mais concretamente, a investigação aqui apresentada debruça-se sobre as regras que o autor prescreve para o delineamento das colunas, elementos clássicos de arquitectura.

Através das novas tecnologias, traduziram-se estas regras para programas de computador como modelos computacionais, que permitem gerar automaticamente modelos digitais tridimensionais dessas mesmas colunas. A partir dos modelos digitais e recorrendo a tecnologias de materialização digital, é possível produzir automaticamente os correspondentes modelos físicos.

A automatização destas tarefas revela-se útil para o sector industrial, pois permite aumentar a produtividade através da redução de custos e aumento da qualidade, seja no caso concreto dos elementos clássicos de arquitectura, quer num âmbito mais vasto, estendendo a metodologia apresentada a outras formas.

No cruzamento destes quatro campos, atesta-se a actualidade do saber clássico de Alberti bem como o potencial das novas tecnologias na arquitectura.

**Palavras-chave:** arquitectura, Leon Battista Alberti, *De re aedificatoria*, novas tecnologias, modelação computacional, materialização digital, sistema de coluna

# Abstract

---

Title: **Computational modelling and digital materialization of classical architectural elements**  
Subtitle: **Systematizing Alberti's column**

Student: Eduardo Raposo de Castro e Costa  
Supervisor: Professor Doutor José Pinto Duarte  
Mestrado Integrado em Arquitectura  
Date: March 2012

This dissertation aims to present the potential existing in the crossing of apparently opposing fields, regarding an investigation that pendulates between the classical knowledge and new technologies, between academic research and industry.

The classical knowledge is represented by the theories on architecture of Leon Battista Alberti, presented in his treatise *De re aedificatoria*. Actually, the research here depicted focuses on the rules prescribed by the author for the lineament of columns as classical architectural elements.

Through the use of new technologies, the rules were translated into computer programs as computational models that generate automatically three-dimensional digital models of those columns. From the digital models, and through the use of digital materialization technologies, the corresponding physical models can be automatically produced.

The automatization of these tasks is proven useful to the industrial sector, improving productivity through cost reduction and quality enhancement, be it in the specific case of classical architectural elements, or in a wider sense, by extending the methodology to other shapes.

The crossing of these four fields vouches for both the actuality of Alberti's classical knowledge as well as for the potential of new technologies in architecture.

**Keywords:** architecture, Leon Battista Alberti, *De re aedificatoria*, new technologies, computational modelling, digital materialization, column system

---

# 1. Introdução

---

## Contexto

### Projecto Alberti Digital

Esta dissertação tem por base um projecto de investigação denominado Alberti Digital. Este projecto visa determinar a influência da teoria do arquitecto renascentista Leon Battista Alberti na arquitectura portuguesa. Este assunto tem dado azo a controvérsia, havendo autores que sugerem não ter havido influência do Renascimento e outros que argumentam o contrário (Krüger, Duarte e Coutinho 2011). Com o projecto Alberti Digital tenta-se trazer novos dados relevantes a esta discussão, através da descodificação do tratado de arquitectura de Alberti, *De re aedificatoria* (Alberti 2011) (Figura 1).

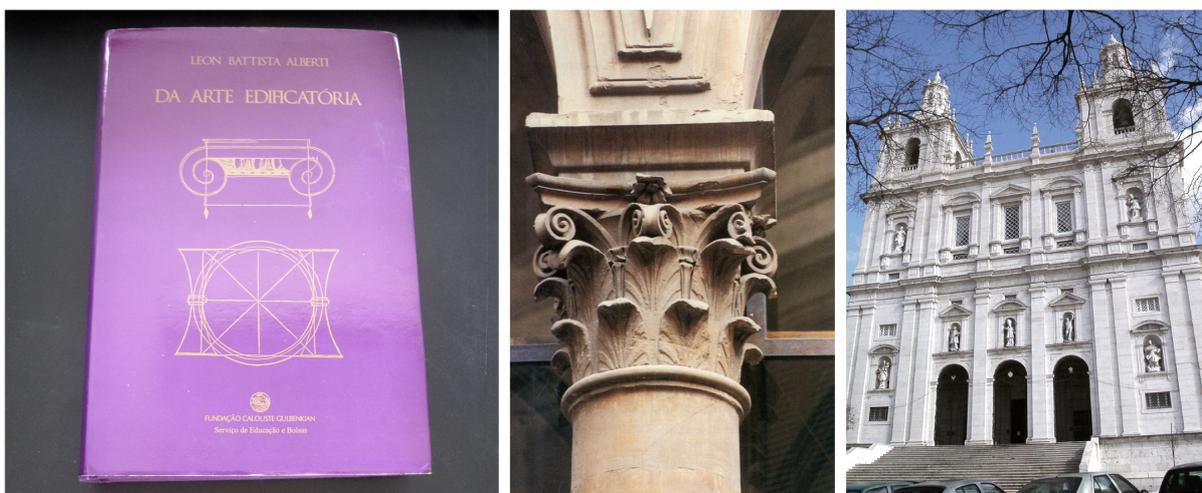


Figura 1 - Tratado de Alberti. Capitel coríntio na loggia Rucellai (Tavernor 1998). Fachada de São Vicente de Fora (IGESPAR s.d.).

Nesse sentido e mediante o uso de novas tecnologias, são criados diversos tipos de modelos, desde desenhos bidimensionais a maquetes tridimensionais, passando por programas de computador e gramáticas da forma, sendo que cada tipo contribui de maneira diferente para uma melhor compreensão da teoria albertiana. Na posse destas ferramentas, é possível fazer estudos comparativos, nomeadamente análises de transformação das gramáticas da forma, entre as geometrias prescritas por Alberti e as patentes em edifícios religiosos em Portugal, bem como no Brasil e na Índia, colónias portuguesas na época do

Renascimento. Com esses estudos comparativos pode ser quantificado o grau de proximidade destas obras com a teoria de Alberti, determinando assim a sua influência.

Parte do tratado de Alberti centra-se no sistema da coluna, normalmente referido por outros tratadistas como “ordens arquitectónicas” (Figura 1). Alberti sugere um sistema generativo composto por sete partes (‘pedestal, base, coluna, capitel, traves ou friso e cornija’) que se organizam de forma a reproduzir as ordens arquitectónicas, permitindo assim maior variação no desenho de colunas (Alberti 2011, 78). Dado o grau de detalhe que Alberti confere a esta temática, é-lhe dedicada especial atenção no âmbito do projecto Alberti Digital. De facto, uma das componentes do projecto tem por objectivo a elaboração de modelos do sistema albertiano da coluna, e sobre essa tarefa versa a dissertação que aqui se introduz.

A elaboração dos referidos modelos permite uma melhor compreensão das instruções prescritas por Alberti no seu tratado, nomeadamente no que respeita à composição e forma do sistema da coluna, no sentido de clarificar as regras inerentes à formulação de gramáticas da forma, ferramentas computacionais necessárias à persecução dos objectivos do projecto Alberti Digital, bem como de produzir material para uma exposição que assinalará o final do projecto, planeada para o ano de 2013. Nesse sentido, foi necessário codificar a respectiva informação do tratado em programas de computador, também denominados de modelos computacionais, gerar automaticamente os modelos digitais tridimensionais dos elementos das colunas a partir dos programas e, posteriormente, produzir automaticamente os elementos a várias escalas a partir dos modelos digitais, utilizando tecnologias avançadas como a prototipagem rápida e a fabricação automática, gerando assim modelos físicos.

O objectivo primário da elaboração dos modelos é contribuir para o desenvolvimento de gramáticas da forma, ferramentas úteis para a aferição da influência da teoria albertiana na arquitectura portuguesa, em Portugal, Brasil e Índia (Figura 1). No entanto, no âmbito do trabalho realizado geraram-se sinergias com áreas como a indústria da transformação da pedra. A produção dos modelos físicos implicou uma fase de experimentação de várias técnicas e materiais, no sentido de aferir quais os mais adequados. No decorrer desta fase surgiu o interesse de produzir uma coluna albertiana à escala natural em pedra, material por excelência destes elementos arquitectónicos. Nesse sentido, contactaram-se empresas em Portugal, na área da transformação da pedra, que utilizassem tecnologias de fabricação automática (Figura 2). Destes contactos descobriu-se uma ligação inesperada ao tema do projecto.

## Indústria da transformação da pedra em Portugal

De facto, concluiu-se que parte da actividade das empresas contactadas corresponde à produção de elementos arquitectónicos clássicos, inclusive colunas (Figura 2). A produção destes elementos visa principalmente mercados estrangeiros, nomeadamente o norte-americano ou o árabe. Curiosamente, verificou-se também que estes elementos são desenhados ou modelados de acordo com os tratados de arquitectura. No caso do mercado norte-americano, por exemplo, cuja arquitectura tem uma grande influência da herança colonial inglesa, o tratado de Paládio é o mais referenciado, reflectindo a preferência dos ingleses por esta obra (Tavernor, Palladio and Palladianism 1991).



Figura 2 - Equipamento de fresagem automática de pedra. Capitel jónico de canto produzido por fresagem automática.

A ligação entre o projecto Alberti Digital à indústria de transformação da pedra ganha assim contornos que vão para além da mera prestação de um serviço. Por um lado, permite comprovar que os tratados constituem ferramentas de trabalho contemporâneas, não sendo apenas objecto de estudo meramente teórico. Deste modo, demonstra-se ainda a eficácia dos tratados como instrumentos de transmissão de informação ao longo dos séculos. Por outro lado, surge a hipótese de uma potencial colaboração mútua, no sentido em que o estudo e as ferramentas elaboradas no âmbito do projecto podem ser úteis à indústria. De facto, a utilização de modelos computacionais para a geração automática de elementos de colunas permite poupar bastante tempo relativamente à respectiva modelação não automática, permitindo assim uma redução de custos. Além disso, a sistematização inerente a um sistema generativo permite garantir maior rigor no desenho dos elementos e consequentemente uma maior qualidade. Combinados, estes dois factores contribuem ainda para uma maior flexibilização da empresa, permitindo melhorar a sua resposta a encomendas de elementos de colunas.

## Problema / Objectivo

Estabelecido o contacto com as empresas de transformação da pedra<sup>1</sup>, desenvolveu-se um esforço de compreensão dos processos associados à actividade de transformação da pedra, nomeadamente no que respeita à fabricação automática, no sentido de produzir os elementos físicos necessários ao projecto Alberti Digital.

Salvo para geometrias bastante simples, a fabricação automática, em pedra ou em qualquer outro material, implica a elaboração prévia de um modelo digital em computador, seja ele um desenho bidimensional ou um modelo tridimensional. O modelo digital é posteriormente processado e transmitido ao equipamento que, por sua vez, o reproduz num determinado material, neste caso a pedra. Conforme esperado, no caso da fabricação automática em pedra, o processo é semelhante.

Verificou-se que a empresa transformadora fica muitas vezes encarregue de elaborar o modelo digital tridimensional. No caso de elementos clássicos, cuja complexidade geométrica é considerável, esta tarefa pode ser bastante morosa e repetitiva, tornando-a propensa a erros. Mesmo havendo já uma biblioteca de modelos previamente elaborados, a edição destes modelos pode ser tão trabalhosa que justifique criar o modelo de raiz.

No caso dos elementos de arquitectura clássicos, como foi referido, estes são modelados de acordo com os cânones patentes nos tratados de arquitectura, como por exemplo o de Paládio, o que implica a sua consulta de cada vez que é modelado um novo elemento. Verifica-se assim a necessidade de criar uma ferramenta que agilize o processo de modelação destes elementos.

## Solução

Assim, propõe-se a implementação do sistema de modelação automática de elementos de arquitectura clássicos, desenvolvido a partir da codificação das regras do tratado e no âmbito do projecto Alberti Digital, tornando a sua modelação mais rápida e mais precisa e garantindo ainda uma coerência formal entre todos os elementos modelados. A implementação deste sistema permite ainda uma maior personalização dos elementos de acordo com o cliente, em tempo real.

Aliando este sistema ao processo de fabricação automática já implementado mecaniza-se todo o processo de produção daqueles elementos, podendo consistir uma vantagem competitiva para estas empresas.

---

<sup>1</sup> Das empresas contactadas destacam-se a EMTA, em Vila Viçosa, e a Mármore Parda, na zona de Pero Pinheiro, com quem se estabeleceu uma colaboração para a produção de um capitel à escala natural em pedra.

## Competitividade, inovação e exportação

Em 1994, o economista norte-americano Michael Porter coordenou um estudo sobre a competitividade em Portugal (Porter 1994), no qual se estabeleceram linhas mestras no sentido de potenciar a competitividade nacional. De acordo com este estudo, durante muitos anos foi o custo de factores, nomeadamente da mão-de-obra, que determinara a competitividade em Portugal. No mesmo estudo vaticinava-se, no entanto, que para o desenvolvimento da competitividade do nosso país seria necessário mudar de paradigma e concentrar esforços no aumento da produtividade das empresas.

Também de acordo com o referido estudo, o aumento de produtividade advém da sofisticação com que as empresas competem entre si, nomeadamente da sua sofisticação tecnológica. No entanto, não quer isso dizer que uma elevada produtividade seja exclusiva de indústrias ditas de “alta tecnologia”, podendo ser obtida também em sectores tradicionais em que as empresas portuguesas têm já competências adquiridas.

As empresas da área da transformação da pedra contactadas no âmbito do projecto Alberti Digital são disso exemplo. De facto, estas empresas apostaram na inovação tecnológica, através da aquisição de equipamento especializado, bem como na formação necessária à sua utilização. Por conseguinte ganharam uma vantagem competitiva em relação aos seus concorrentes, através da diferenciação do serviço que fornecem.

Poder-se-á assim argumentar que a implementação do sistema de modelação proposto é positiva para o desenvolvimento da economia portuguesa, por ser uma solução tecnologicamente inovadora que contribui para a competitividade da indústria de transformação da pedra, através da redução de custos e do aumento da qualidade do produto.

À luz da actual conjuntura económica portuguesa, é ainda pertinente chamar a atenção para dois factores: por um lado, as empresas contactadas transformam maioritariamente matérias-primas nacionais, tanto que estão sedeadas em locais de extracção de rochas ornamentais, como Pero Pinheiro ou Vila Viçosa. Assim beneficiam das vantagens da integração em *clusters* industriais, como sejam as colaborações mútuas no sentido de uma maior eficiência, decorrentes de uma proximidade espacial, vantagens essas também vaticinadas no estudo referido anteriormente. Por outro lado e como anteriormente referido, estas empresas encontram-se já posicionadas em mercados estrangeiros, exportando os seus produtos. Estas empresas podem assim contribuir para a inversão da balança comercial portuguesa, actualmente deficitária, que é aliás um dos propósitos dos esforços para a resolução da actual crise económica em Portugal.

## Metodologia

Como referido anteriormente, no âmbito do projecto Alberti Digital e, particularmente, no desta dissertação, são gerados diversos tipos de modelos, no sentido de melhor compreender a teoria albertiana. Nesta investigação, a metodologia conduzida consiste de duas tarefas principais (Figura 3):

1. tradução do tratado de Alberti em modelos computacionais, sob a forma de programas de computador, e
2. produção de maquetes, ou modelos físicos, a partir dos modelos computacionais.

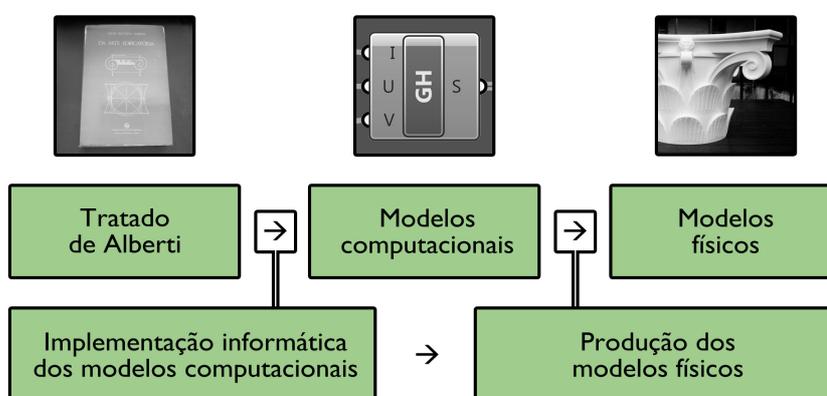


Figura 3 - Metodologia geral.

A fase de implementação informática dos modelos computacionais não é cronologicamente separada da fase de produção dos modelos físicos, uma vez que os resultados desta vão influenciar o modelo computacional, sendo reintroduzidos no sentido de incorporar as conclusões (Figura 4). Na produção dos modelos físicos, por exemplo, surgiram problemas cuja resolução implicou melhoramentos no modelo computacional, nomeadamente em relação a questões de geometria. Assim, assiste-se a um diálogo constante entre as fases de implementação e produção, beneficiando-se mutuamente.

### Implementação informática dos modelos computacionais

A elaboração dos modelos computacionais teve como principal referência bibliográfica o tratado *De re aedificatoria* de Leon Battista Alberti. Publicado pela primeira vez em 1485, o tratado de Alberti apresenta, de forma inteligível e eloquente, o ordenamento da *ars aedificatoria*. Da leitura deste documento rapidamente se identifica uma forma muito peculiar de prescrever regras sobre arquitectura, sob a forma de algoritmos. À luz da classificação de modelos referida anteriormente, podemos considerar as passagens

do tratado referentes ao delineamento dos sistemas de coluna como modelos computacionais, capazes de gerar os elementos arquitectónicos do sistema da coluna, uma vez que contêm a informação necessária ao seu correcto delineamento.

Assim, o tratado e os modelos computacionais implementados não serão considerados diferentes tipos de modelo, mas sim uma tradução do mesmo tipo de modelo entre duas linguagens – uma essencialmente sob a forma discursiva, outra sob a forma computacional. Neste caso, partiu-se da tradução portuguesa do tratado, elaborada em 2011 por Mário Júlio Teixeira Krüger e Arnaldo Monteiro do Espírito Santo, para uma linguagem de programação, o Grasshopper. A implementação informática dos modelos computacionais passa por diversas fases, em que cada uma vai alimentar a implementação do modelo informático (Figura 4):

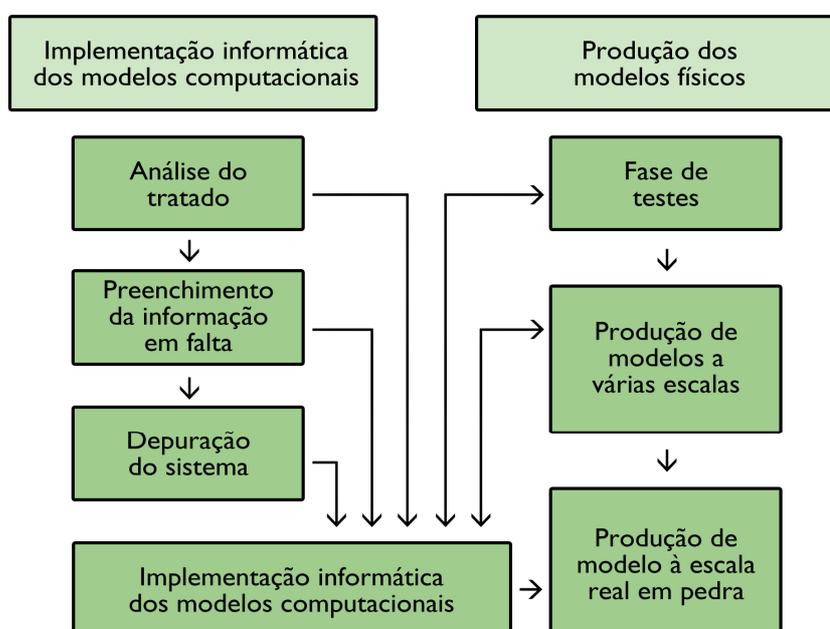


Figura 4 - Metodologia da implementação informática dos modelos computacionais.

- **Análise do tratado** – Esta primeira fase consiste na leitura analítica do tratado, em que se identificaram e sistematizam as regras nele contidas.
- **Preenchimento da informação em falta** – Nesta fase são colmatadas falhas nas instruções de Alberti, por omissão ou contradição, recorrendo a outras fontes. Estas falhas foram identificadas durante a implementação informática decorrente da análise do tratado.
- **Depuração do sistema** – Após algumas iterações da implementação do sistema generativo informático, surge a necessidade de o otimizar, através de operações de depuração.

- **Programação visual** – Posteriormente a cada uma das subfases anteriores, procedeu-se à sua implementação num programa informático, no sentido de testar as conclusões.

Os modelos computacionais codificam assim as prescrições de Alberti em programas de computador que geram automaticamente o sistema de coluna, permitindo inclusivamente fazer variar, em tempo real, as suas características, efectuando transformações que vão desde o redimensionamento geral à especificação formal de pormenores.

## Produção dos modelos físicos

Os modelos computacionais permitem a produção automática de modelos físicos correspondentes, através de técnicas de prototipagem rápida e fabricação automatizada. Especificamente, a partir de um modelo computacional gera-se um modelo digital do que se pretende produzir. Esse modelo digital é depois traduzido, através de ferramentas próprias, em instruções próprias utilizadas pelo equipamento de fabricação automática para produzir o modelo físico. Assim, esta fase implica a utilização de três modelos: computacional (ou simbólico), digital (ou icónico) e físico (Figura 5).

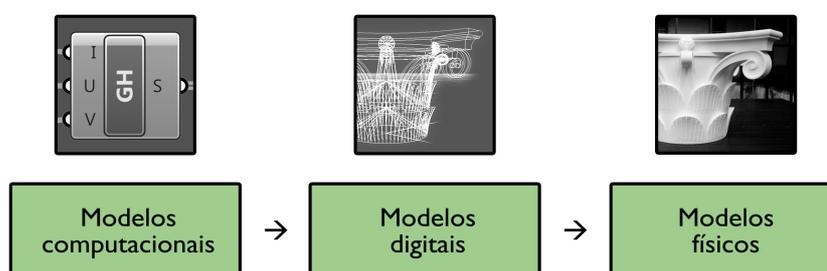


Figura 5 - Tipos de modelos necessários à produção de modelos físicos.

A produção dos modelos físicos começou por uma fase de testes, em que se experimentaram várias técnicas de prototipagem rápida, no sentido de aferir quais as que melhor se adequavam às necessidades da investigação. Posteriormente, produziram-se modelos a várias escalas, culminando na produção de um modelo à escala real em pedra, por fresagem CNC (Controlo Numérico por Computador). Das várias fases retiraram-se conclusões que foram alimentar os modelos computacionais, ajustando-os às necessidades de produção (Figura 4).

Os modelos físicos materializam a teoria albertiana aplicada ao desenho dos vários elementos das colunas, vindo a servir tanto como ferramentas de investigação, bem como de testemunho dessa mesma investigação, a apresentar na exposição que marcará o encerramento do projecto Alberti Digital.

## Pertinência do tema e contributos da dissertação

A investigação aqui relatada surge numa altura em que a arquitectura se encontra ainda atrasada relativamente a outras áreas, como por exemplo as indústrias automóvel, naval ou aeronáutica, no que toca à utilização de novas tecnologias. Assim, será pertinente desenvolver a sua aplicação no sentido de produzir resultados que realcem o seu potencial. O recurso à computação e à produção automatizada na exploração do tratado renascentista de Alberti poderá parecer um anacronismo. No entanto, pretende-se que tal paradoxo sirva como um testemunho de que novas tecnologias não têm de ser aplicadas somente a novos problemas.

Em termos científicos, esta dissertação pretende contribuir para o avanço do conhecimento na área da arquitectura segundo vários vectores. Por um lado, o recurso à teoria de Alberti para o desenvolvimento de ferramentas necessárias a um projecto de investigação português atesta tanto a sua actualidade como a universalidade. Especificamente, contribui ainda para a percepção do seu tratado *De re aedificatoria* como um documento discursivo generativo.

Por outro lado, reforça-se a pertinência da utilização novas tecnologias em arquitectura e forçam-se os seus limites, através da elaboração de modelos computacionais que se aproximam do raciocínio do arquitecto, apresentando-se como ferramentas mais intuitivas e eficientes para a resolução de problemas específicos e permitindo melhor compreensão desse mesmo raciocínio. Pretende-se também que as experiências com tecnologias de produção automatizada contribuam para uma melhor compreensão do seu papel na arquitectura, nomeadamente na produção de elementos de construção.

Em termos socioeconómicos, pretende-se que esta investigação sirva como testemunho do potencial de colaboração entre o meio da investigação académica e o sector empresarial industrial, contribuindo para o desenvolvimento de sistemas de optimização e automatização no desenvolvimento e produção de elementos de construção. Estes sistemas permitirão reduzir custos, mantendo ou melhorando a qualidade, catalisando assim a produtividade e consequentemente a competitividade de empresas nacionais, contribuindo para o avanço da economia portuguesa, numa altura em que se assiste a um esforço colectivo nesse sentido.

## 2. Estado da arte

---

### O tratado de Alberti

O tratado *De re aedificatoria* de Leon Battista Alberti é a principal referência bibliográfica desta investigação. Esta obra contém as considerações do autor sobre a arte edificatória, tendo sido publicada pela primeira vez em 1485, nos alvares do Renascimento, em latim.

Em 2011, assiste-se à sua edição traduzida para português pelas mãos de Mário Júlio Teixeira Krüger e Arnaldo Monteiro do Espírito Santo, a primeira desde a tradução encomendada por D. João III a André Resende, mas cuja existência não pode ser comprovada (Alberti 2011, 15), o que faz da nova edição um documento único. Chame-se ainda a atenção para a importância de uma tradução para a língua portuguesa, dado esta ser considerada a quinta mais falada na internet (Argaez 2011).

### Um tratado sem ilustrações

Importa referir que o tratado de Alberti foi publicado originalmente sem ilustrações, vindo no entanto a ser posteriormente ilustrado por outros autores em reedições e traduções. A inexistência de ilustrações exige, conseqüentemente, do autor um esforço adicional quando descreve a forma de elementos arquitectónicos como sucede, por exemplo, com o sistema da coluna. Assim, os modelos gerados no âmbito do projecto Alberti Digital servirão também como ilustrações do tratado, nomeadamente para a exposição de encerramento do projecto.

Para compreender a opção de Alberti de não ilustrar o seu tratado, deve ter-se em conta que este tratado é escrito na transição entre o gótico tardio e o renascimento, ainda na era do manuscrito (Carpo 2001). De facto, a invenção da imprensa ocorre neste período, o que sugere que mesmo que o autor tenha tido conhecimento deste evento, provavelmente ainda contava que a sua obra viesse a ser copiada à mão, como era a prática corrente. Tanto que, no próprio tratado, quando começa a prescrever as proporções que caracterizam os elementos da coluna, Alberti toma certas precauções no sentido de minimizar erros de cópia:

*“Aqui peço àqueles que copiarem esta minha obra, que refiram os números que serão mencionados, não com símbolos, mas com os nomes latinos com todas as letras, assim: doze, vinte, quarenta, etc. e não XII, XX, XL.”*  
(Alberti 2011, 446)

*“Aqui de novo peço aos que copiarem este texto, e peço-lhes uma e outra vez, que refiram os números, que forem utilizados, não pelos símbolos, mas pelas suas palavras completas, para que não sejam deturpados pelos erros.”*  
(Alberti 2011, 461)

Tais precauções sugerem que uma das razões pelas quais Alberti não ilustrou o *De re aedificatoria* foi por esperar que, caso o tivesse feito, essas ilustrações sofreriam demasiados erros de cópia. O seu receio não seria infundado, dada a complexidade dos desenhos arquitectónicos quando em comparação com símbolos de numeração romana.

Mas não terá sido só devido a constrangimentos tecnológicos que Alberti optou por não ilustrar o seu tratado. Na altura da sua escrita, a técnica da ilustração gozaria ainda de pouca credibilidade no âmbito científico ou literário, sendo usada em aplicações mais mundanas como cartas de jogar e estampagem de tecidos (Carpo 2001). Sublinhe-se, também, que Alberti dirige o seu tratado de arquitectura a um público culto, com conhecimentos da morfologia arquitectónica passada e presente (Kostof 1984, 114), preferindo assim recorrer exclusivamente ao texto para expor a sua teoria e, particularmente, descrever os elementos arquitectónicos clássicos.

## O desenho na transição entre a Idade Média e o Renascimento

No entanto, esta opção de Alberti vai contra a corrente verificada no início do Renascimento, na Itália do século XV. De facto, com a redescoberta dos ensinamentos da Antiguidade Clássica e a sua aplicação no desenho de novos edifícios, o desenho arquitectónico ganha o valor que lhe atribuímos nos dias de hoje. A construção de obras arquitectónicas com uma morfologia e um sistema de proporções desconhecidos da maioria dos construtores fazia dos desenhos uma ferramenta indispensável ao sucesso da empreitada. Paralelamente, os arquitectos que os desenhavam deparavam-se com questões sobre a construção dos “novos” elementos arquitectónicos, necessitando da ajuda dos construtores. Assim, assiste-se a uma separação entre os papéis dos arquitectos e dos construtores, separação essa que caracteriza a produção arquitectónica, desde o Renascimento até hoje (Kostof 1984).

Se na Antiguidade Clássica, nomeadamente no império romano, o ofício de arquitecto gozava de um reconhecimento próprio, com a entrada na Idade Média o seu estatuto perde força, uma vez que as funções do arquitecto se fundem com as do construtor. O termo “arquitecto” cai mesmo em desuso, dando lugar ao conceito de mestre-construtor (Kostof 1984).

No sentido de conservar algum do estatuto perdido, os mestres-construtores formaram associações fechadas, as guildas ou corporações profissionais que, com o intuito de se protegerem enquanto classe, mantinham secretos os seus conhecimentos da arte de construir. Nesse sentido, a informação

arquitectónica era passada aos artesãos e pedreiros oralmente, sem que essa informação recorresse a suportes físicos, controlando assim a quem essa informação era transmitida (Carpo 2001, 33).

Com o crescente estatuto do arquitecto no seio do Renascimento, assim como com a necessidade de transmitir novas formas arquitectónicas, o desenho vem assumir o seu lugar no processo de construção. É ainda de sublinhar que é nesta altura que começam a surgir tratados de arquitectura, actuando como meio de divulgação das artes da construção, contrariando ainda mais a tendência secretista das corporações profissionais da Idade Média.

## A arte da cantaria



Figura 6 - Instrumentos de cópia em cantaria: a cruzeta e os compassos.

Quer na Antiguidade Clássica, quer nos seus vários revivalismos a que a história tem assistido, as colunas arquitectónicas são construídas quase exclusivamente em pedra por vários especialistas, culminando nos canteiros que lhes conferem as suas formas características (Alberti 2011, 377, nota 993). Se considerarmos que na elaboração dos modelos dos elementos dos sistemas de coluna estamos, de certo modo, a reproduzir esse processo, faria sentido procurar informação sobre o mesmo. Tal investigação remeteu para o ofício da cantaria e para a zona de extracção de mármore em Pero Pinheiro, onde ao mesmo tempo se procuravam empresas de transformação de pedra.

A procura por canteiros não foi fácil, em grande parte por a cantaria ser, hoje em dia, uma arte que caiu em desuso e que conta com muito poucos praticantes em Portugal. Além disso, o conhecimento não é transmitido, por não haver gente interessada. Corre-se assim o risco de se perder uma arte tradicional. Descobriu-se porém um mestre de cantaria, Avelino Baleia, na área de Pero Pinheiro, que amavelmente se disponibilizou a esclarecer algumas questões sobre o ofício, nomeadamente sobre quais as funções do canteiro, que ferramentas e técnicas são utilizadas, assim como a fraca expressão da cantaria no Portugal de hoje. Esta introdução ao ofício foi bastante elucidativa e permitiu uma compreensão do contexto e dos processos associados.

O termo **cantaria** é normalmente associado ao trabalho da pedra com vista à aplicação em construção civil. Na construção corrente, o uso de pedra cinge-se normalmente às ombreiras e vergas das portas e janelas, como forma de enobrecer estas aberturas. É aliás comum empregar o termo cantaria a estes

elementos. Em obras de maior importância a pedra é mais utilizada para outros elementos, como escadarias, pavimentos e mesmo em elementos estruturais, como pilares ou colunas. Em ambos os casos, é competência dos canteiros executar os elementos a integrar no edifício.

Existe ainda outro tipo de canteiro, o canteiro de escultura que, a partir de um dado modelo, normalmente em gesso, esculpe uma cópia em pedra (Figura 7). Muitas vezes, as obras finais de escultura em pedra são executadas pelos canteiros, cabendo ao escultor a concepção e desenvolvimento da forma final, normalmente em materiais mais fáceis de modelar que a pedra.



Figura 7 - Cópia de obra de arte pelas mãos do canteiro (Mármore Pardal).

Na cantaria utilizam-se técnicas próprias, como a cópia com cruzeta ou com compasso (Figura 6), algumas que remontam ao Renascimento. No decurso da investigação, houve a oportunidade de presenciar e documentar a utilização da técnica do compasso, na empresa Mármore Pardal, sendo esta experiência documentada mais à frente. O objecto copiado foi a figura de um leão, tendo parte do processo sido realizado através de técnicas de fabricação digital. É assim pertinente fazer um paralelo entre as técnicas tradicionais e as novas tecnologias.

## Mark Burry e a Sagrada Família

Encontram-se alguns paralelos entre a investigação realizada no âmbito do projecto Alberti Digital e a investigação que Mark Burry tem vindo a desenvolver no sentido de completar a construção da igreja da Sagrada Família, em Barcelona. Burry mune-se de tecnologia de ponta para recriar o raciocínio formal do arquitecto Antoni Gaudí de modo a colmatar falhas no seu projecto inacabado.

### A obra inacabada

A igreja da Sagrada Família em Barcelona, obra derradeira do arquitecto catalão Antoni Gaudí, testemunha a simbologia e complexidade geométrica da sua arquitectura. No entanto, até à data, apenas parte desta catedral se encontra construída (Figura 8).

A sua construção inicia-se em 1882 de acordo com um projecto do arquitecto Francesc del Villar (Figura 8), que propõe uma catedral ao estilo de Revivalismo Gótico. Gaudí herda a obra um ano depois, sendo-lhe incumbida a tarefa de continuar a construção, quase de raiz. Até à data da sua morte, em 1926, Gaudí trabalha na Sagrada Família, redesenhando-a e imprimindo-lhe o seu cunho pessoal e inconfundível (Figura 8). No entanto, muito ficou por fazer. Após a sua morte, a construção da igreja continuou com base no seu projecto.

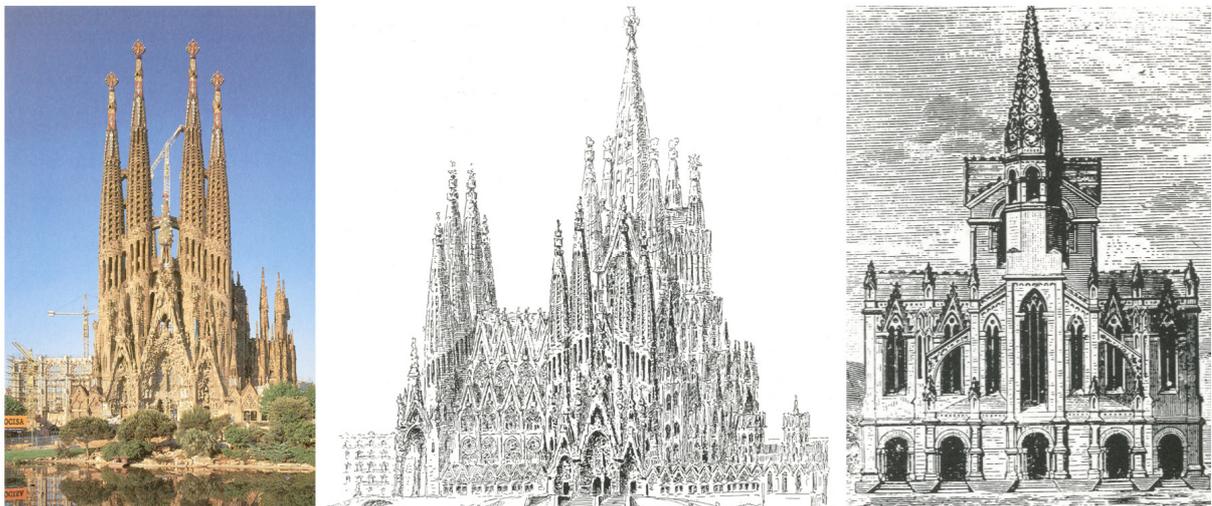


Figura 8 - Igreja da Sagrada Família: estado actual; projecto de Antoni Gaudí; projecto de Francesc del Villar (Burry 1993).

Tal se verificou até à Guerra Civil Espanhola, nos anos 30, no decurso da qual são vandalizados os desenhos e modelos elaborados pelo arquitecto para a Sagrada Família. Tal ocorrência, bem como o facto de Gaudí não ter registado por escrito as suas teorias (Burry, Expiatory Church of the Sagrada Família 1993), compromete a subsequente construção da catedral, deixando inúmeras interrogações sobre como a continuar. É no sentido de dar resposta a estas interrogações que Mark Burry tem vindo a trabalhar desde 1979 (RMIT 2007).

### Engenharia inversa: modelação paramétrica e prototipagem rápida

A obra de Gaudí é reconhecível pelo carácter plástico das suas obras, o que remete para uma geometria complexa e difícil de replicar. No entanto, o arquitecto, voluntariamente ou não, deixou pistas que permitem fazê-lo. A partir da observação e análise quer dos modelos recuperados no atelier de Gaudí, quer dos elementos construídos quando em vida, quer de outros projectos de sua autoria, é possível reconstituir, pelo menos parcialmente, o raciocínio formal do arquitecto, através da extracção de regras de modelação dos elementos a construir. De facto, de entre estas verificou-se um uso extensivo de superfícies regradas, que se revelaram ser elementos chave na construção de uma lógica formal, necessária à continuação da Sagrada Família.

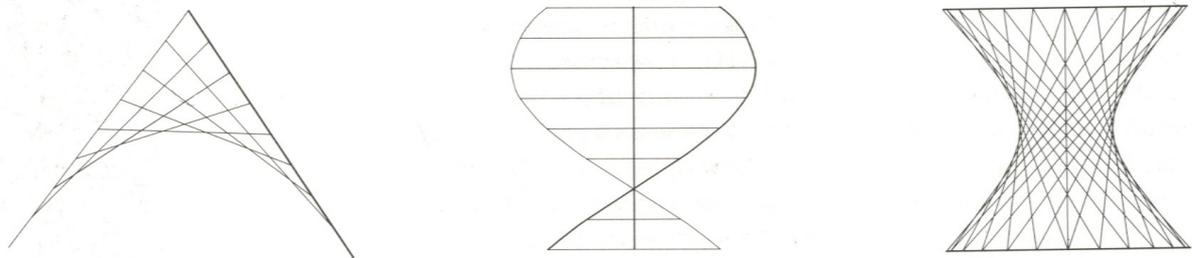


Figura 9 - Superfícies regradas usadas por Gaudí: parabolóide hiperbólico, helicóide e hiperbolóide de revolução.

É sabido que Gaudí teria conhecimentos de geometria avançada, particularmente sobre superfícies regradas, como parabolóides hiperbólicos, helicóides e hiperbolóides de revolução (Figura 9). As superfícies regradas apresentam propriedades geométricas que as tornam adequadas à aplicação da estereotomia da pedra, por permitirem o corte da pedra numa direcção perpendicular aos planos tangentes à geratriz da superfície (Pillet 1887). Além disso, Gaudí atribuir-lhes-ia uma especial qualidade estética, por surgirem recorrentemente na natureza (Burry 1993).

A utilização de novas tecnologias digitais foi a maneira encontrada para lidar com geometrias desta complexidade. Os computadores foram ferramentas cruciais no cálculo de intersecções de superfícies, volumes e centros de massa. Permitiram também a modelação paramétrica de elementos como a rosácea do transepto poente, assim como a utilização de prototipagem rápida para testar concordâncias entre as várias peças que compõe a janela (Burry, Burry e Faulí 2001).

À semelhança do trabalho na Sagrada Família, também no âmbito do projecto Alberti Digital as novas tecnologias têm um papel preponderante na reconstituição de um raciocínio arquitectónico e formal. A grande diferença entre os dois projectos residirá no facto de, contrariamente a Antoni Gaudí, Alberti ter deixado uma obra escrita em que descreve pormenorizadamente a sua teoria. Gaudí deixou, no entanto, exemplos construídos que permitem adivinhar as suas regras formais.

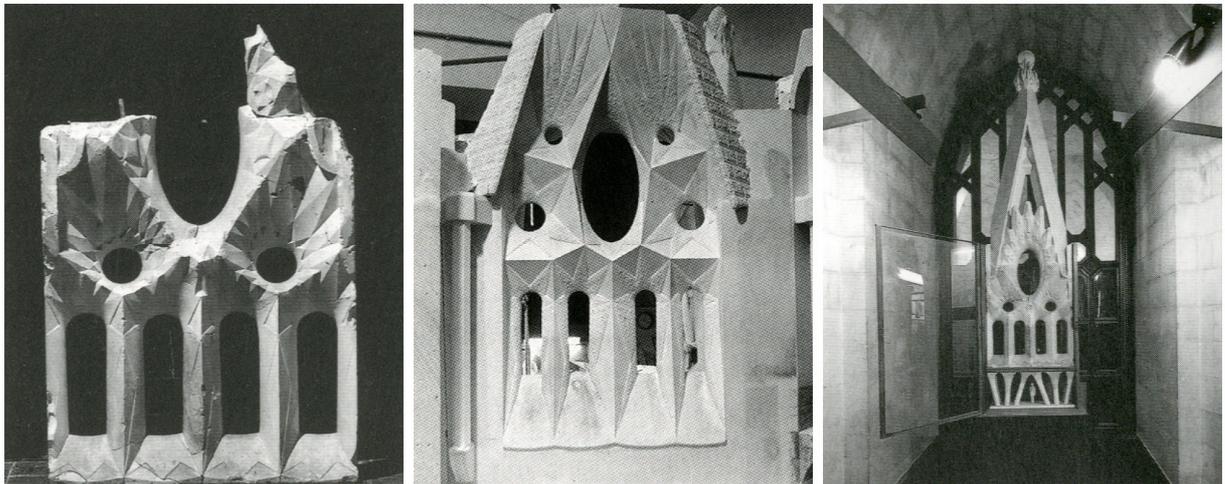


Figura 10 – Janelas da Sagrada Família: modelo de Gaudí e elementos produzidos a partir de engenharia inversa (Burry 1993).

## Tipologia de modelos

Os vários tipos de modelos produzidos no decorrer da investigação são representações de uma mesma entidade – neste caso, uma coluna de um sistema albertiano específico –, resultantes de operações que lhe são aplicadas. Este raciocínio pode traduzir-se no seguinte diagrama (Figura 11), que adapta e traduz a interpretação dos diagramas de Mitchell e McCullough sobre o uso de modelos em arquitectura (Duarte, Celani e Pupo 2011). Neste diagrama enumeram-se os diferentes tipos de modelos e as relações existentes entre si e a entidade principal, bem como as operações que formalizam essas relações. Seguidamente, analisa-se em mais detalhe esta tipologia de modelos.

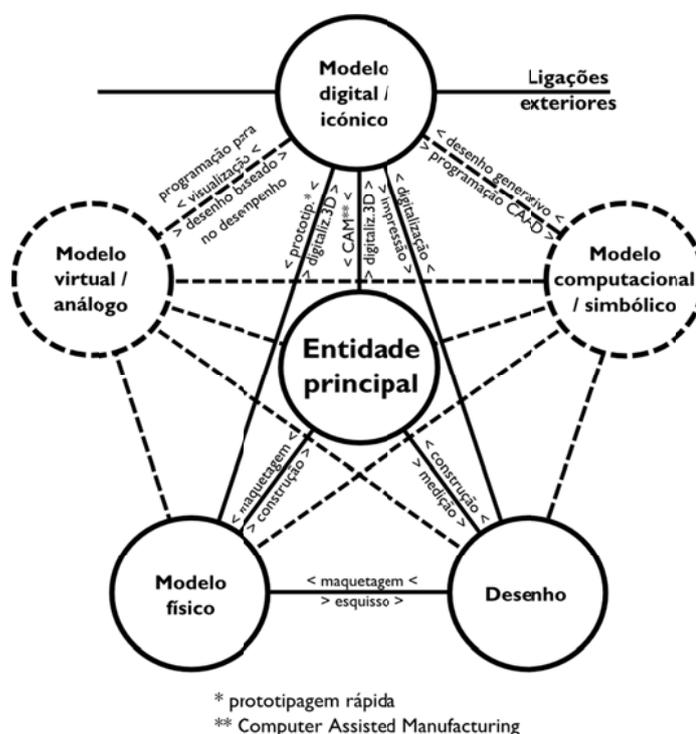


Figura 11 - Tipologia de modelos, adaptado de (Duarte, Celani e Pupo 2011).

## Desenho

O desenho é, a par com a maquete, ou modelo físico, o meio de representação em arquitectura por excelência. Sendo uma representação bidimensional, não pode exprimir na totalidade a entidade principal, sendo sempre uma projecção desta. No entanto, o acto de projecção permite simplificar informação complexa, o que ajuda a uma análise mais aprofundada do objecto representado (Figura 12). Pode ser

produzido por esquiço, retratando a entidade principal ou a maquete correspondente, ou automaticamente, a partir do modelo digital, através de impressão.

## Modelo físico

O modelo físico, ou maquete, permite representar a entidade principal no seu todo, tirando partido das três dimensões espaciais. Há muito um elemento indispensável na comunicação da arquitectura, o modelo físico informa inequivocamente sobre a geometria de um edifício ou de um seu elemento construtivo (Figura 12). Pode ser produzido manualmente, a partir do desenho ou directamente da entidade principal, ou automaticamente, a partir do modelo digital, através de prototipagem rápida e fabricação digital.

## Modelo digital ou icónico

O modelo digital, ou icónico, consiste na representação integral da entidade principal em ambiente informático, descrevendo a sua geometria, texturas e iluminação (Duarte, Celani e Pupo 2011) (Figura 12). Hoje em dia, com o desenvolvimento de tecnologias de Building Information Modelling (BIM), os modelos digitais na área da arquitectura contém informação extremamente detalhada, particularmente ao nível da composição dos diversos elementos que compõem o edifício. O modelo digital pode ser obtido através de várias técnicas: a partir da digitalização bidimensional do desenho, ou da digitalização tridimensional da maquete ou da entidade principal em si. Pode também ser obtido por desenho generativo, a partir do modelo computacional, ou ainda a partir do modelo análogo, através de modelação baseada no desempenho.

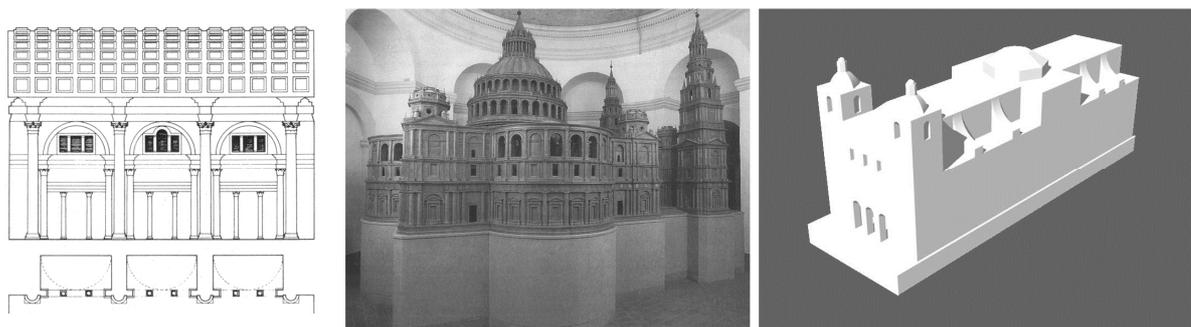


Figura 12 – Desenho (Morolli e Guzzon 1994). Maquete (modelo físico) da basílica de São Pedro (Carpo 2001). Modelo digital tridimensional (elaborado por alunos).

## Modelo computacional ou simbólico

O modelo computacional, ou simbólico, contém informação, normalmente sob a forma de um programa de computador (Figura 13), que permite gerar um modelo digital da entidade principal (Duarte, Celani e Pupo 2011). Compreendendo essa informação e manipulando os parâmetros de entrada do programa, podemos obter variações do objecto modelado, sem comprometer a coerência dos resultados. Apesar da denominação “modelo computacional”, este tipo de modelos não implica a utilização dos computadores para ser implementado. No entanto, o poder de processamento dos computadores actuais faz deles ferramentas ideais para testar modelos computacionais, como aliás acontece no projecto Alberti Digital. É normalmente obtido por programação em linguagens apropriadas para as áreas de CAD.

## Modelo virtual ou análogo

O modelo virtual, ou análogo, permite simular o comportamento da entidade principal. São exemplos de modelos análogos as simulações em realidade virtual de edifícios, ou animações geradas por computador para os apresentar. Podem também ser considerados modelos análogos modelos que simulam o comportamento dos edifícios em termos de performance ambiental ou estrutural, como o modelo da Sagrada Família que Antoní Gaudí construiu com cordas e sacos de areia sobre um espelho (Figura 13). O modelo análogo pode ser elaborado através de ferramentas informáticas especializadas, ou analogicamente, como o modelo de Gaudí..

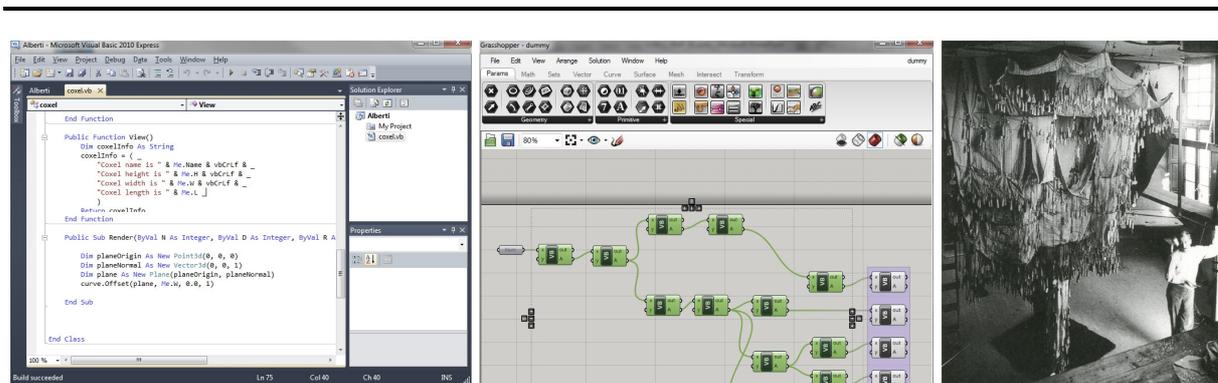


Figura 13 - Modelos computacionais (linguagens de programação textual e visual). Modelo análogo elaborado para a igreja da Sagrada Família (Burry 1993).

## Modelação no âmbito do projecto

No âmbito do projecto Alberti Digital, são gerados modelos dos cinco tipos descritos. Cada tipo de modelo tem o seu papel como ferramenta para auxiliar a uma melhor compreensão da influência do *De re aedificatoria* na arquitectura portuguesa. Estas ferramentas serão apresentadas numa exposição de encerramento do projecto, nomeadamente:

- esquemas explicativos das várias secções do tratado, assim como desenhos de obras arquitectónicas cuja influência albertiana o projecto terá ajudado a determinar;
- programas de computador, resultado da implementação dos modelos computacionais que incorporam as regras prescritas por Alberti no tratado, de modo a gerarem modelos digitais dos sistemas de colunas e dos edifícios sagrados. O próprio tratado pode ser também considerado um modelo computacional (Krüger, Duarte e Coutinho 2011);
- modelos digitais tridimensionais, gerados a partir dos modelos computacionais, que representam detalhadamente os elementos analisados, a partir dos quais podem ser geradas quer maquetes, quer imagens bidimensionais, ou desenhos;
- maquetes, ou modelos físicos, produzidos por técnicas prototipagem rápida e fabricação digital a partir dos modelos digitais elaborados;
- instalações de realidade virtual imersivas, como implementações do modelo análogo, que proporcionam uma experiência imersiva no mundo de Alberti.

Esta dissertação debruça-se concretamente sobre os modelos computacionais e os modelos físicos elaborados para o projecto.

## Linguagens de programação

Conforme referido, os modelos computacionais podem ser traduzidos num ou mais programas de computador. Um programa de computador pode ser visto como uma caixa negra (Abelson e Sussman 1996), na qual algo é introduzido (*input*) e da qual algo é devolvido (*output*). Dentro da caixa negra, o programa de computador executa um conjunto de instruções, ou algoritmo, que permite obter um resultado a partir de um ou mais parâmetros introduzidos. Os modelos computacionais elaborados no âmbito da investigação são programas cujos *inputs* são os parâmetros deduzidos das regras albertianas, sendo os *outputs* modelos digitais do sistema de coluna.

As instruções definidas num programa são executadas por uma máquina, o computador. Para que a máquina execute estas instruções, elas deverão ser-lhe comunicadas, o que implica a existência de uma linguagem. A única linguagem que a máquina conhece chama-se, apropriadamente, linguagem-máquina, sendo composta por sequências de bits (Scott 2006), ou seja, estados determinados pela ocorrência ou não de impulsos eléctricos. Esta linguagem é o nível mais baixo de programação e não é adequada para descrever algoritmos.

No nível imediatamente superior encontramos as linguagens Assembly. As instruções nestas linguagens são já descritas por abreviaturas um pouco mais intuitivas, mas que remetem para operações ao nível do processador. Um programa em Assembly é traduzido literalmente, ou assemblado, para linguagem máquina, de modo a ser executado pelo computador.

Os programas de computador que usamos no dia-a-dia, comumente designados de aplicações, são escritos em linguagens de programação mais complexas, normalmente designadas de alto nível, como por exemplo o C. Estas linguagens precisam de ser compiladas ou interpretadas para que o computador as entenda e execute. No entanto, estão muito mais próximas das linguagens utilizadas pelos humanos, sendo assim mais fáceis de utilizar (Scott 2006).

Actualmente existe uma grande diversidade de linguagens de programação de alto nível, de acordo com os domínios de aplicação a que melhor se adequam. São exemplo de linguagens conhecidas o Fortran, o C++ ou o VisualBasic. Como exemplo de uma aplicação CAD, o Rhinoceros é escrito em C++.

## Extensão de funcionalidades através de scripting

Hoje em dia, no sentido de permitir uma maior flexibilidade, muitas aplicações informáticas, nomeadamente na área do CAD, vêm munidas de linguagens de *scripting*. Estas são linguagens de programação que permitem aos utilizadores desenvolver programas que são executados pelas próprias aplicações, estendendo assim as suas funcionalidades à medida das suas necessidades (Figura 14). Temos

como exemplos de linguagens de scripting o VBA para o Excel, o RhinoScript para Rhinoceros, o AutoLISP para AutoCAD, o MEL para o Maya ou o MaxScript para 3dStudio Max.

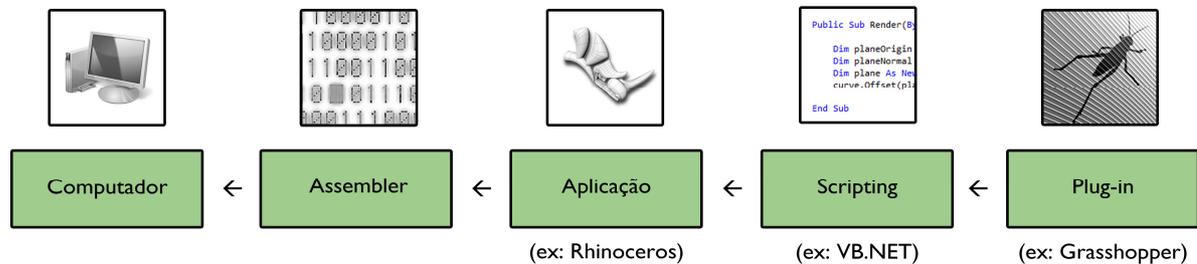


Figura 14 - Ferramentas utilizadas na implementação dos modelos computacionais.

Também no sentido de prolongar as suas potencialidades, a muitas aplicações podem ser acrescentados **plug-ins**, programas normalmente da autoria de entidades terceiras. Alguns são desenvolvidos por utilizadores à medida da sua necessidade e que, verificando que essa necessidade não lhes era exclusiva, optaram por partilhá-los ou comercializá-los. Outros são criados por programadores, não necessariamente envolvidos no desenvolvimento da aplicação. O Grasshopper é um exemplo de um plug-in para o Rhinoceros. Em termos de personalização, os plug-ins estão algures entre a aplicação e o scripting, sendo inclusivamente que os próprios plug-ins permitem por vezes a aplicação de scripts.

## Programação visual

No vasto espectro das linguagens de programação existentes, podemos distinguir dois tipos: as linguagens de programação visual e as linguagens de programação textual (Figura 15).

Nas linguagens de programação visual, os programas são descritos através da manipulação e interligação de elementos icónicos, ao passo que nas linguagens de programação tradicionais, o programa é descrito através de linhas de texto, daí podermos designá-las de linguagens de programação textuais. São exemplos de linguagens de programação visual o VisualBasic e o Grasshopper.

A programação visual apresenta algumas vantagens sobre a programação textual, nomeadamente:

- a programação visual não requiere um conhecimento prévio tão aprofundado sobre programação;
- algumas linguagens de programação visual proporcionam a visualização instantânea dos resultados do programa, o que facilita a sua depuração.

No entanto, quando utilizadas na descrição de problemas complexos, a programação textual tende a levar a melhor, pois permite a elaboração de estruturas que simplificam os respectivos programas (Leitão e Santos 2011).

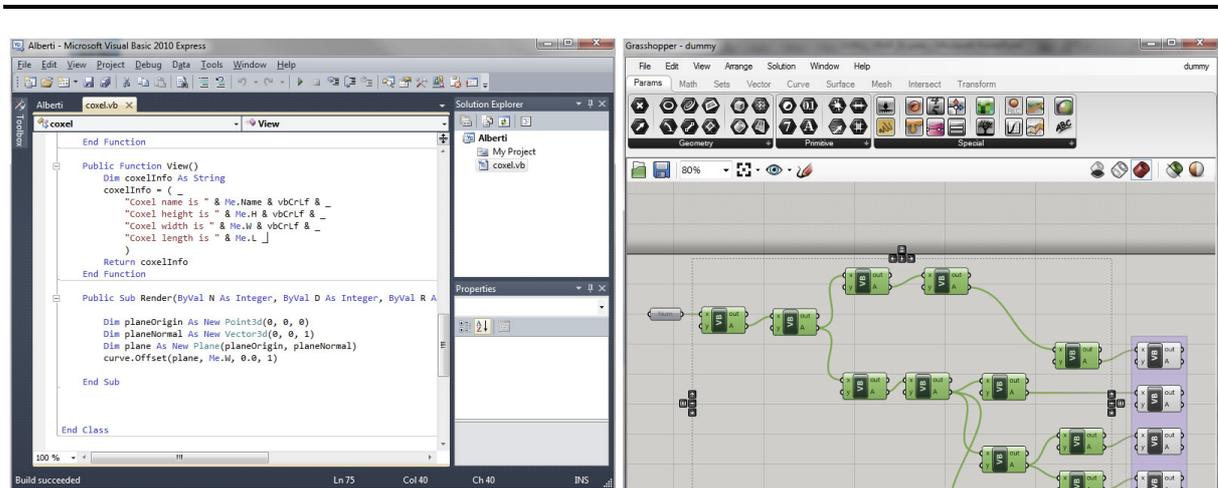


Figura 15 - Linguagens de programação: textual (VB.NET) e visual (Grasshopper).

## Seleção de linguagem para a implementação dos modelos computacionais

Com vista à elaboração dos modelos computacionais do sistema de coluna foi necessário seleccionar uma linguagem de programação que satisfizesse alguns requisitos:

- deveria controlar uma aplicação CAD capaz de gerar modelos tridimensionais digitais;
- deveria ser conhecida dos programadores ou de fácil aprendizagem;
- deveria ser barata.

A ferramenta seleccionada para a implementação dos modelos computacionais foi o Grasshopper (GH), um interface de programação visual que interage com a aplicação de modelação tridimensional Rhinoceros (Rhino). Na qualidade de plug-in do Rhino, o GH é especialmente indicado para construir programas que geram modelos geométricos digitais, sejam eles bi- ou tridimensionais. Podemos assim designar estes programas por algoritmos de desenho generativo. Sendo que o GH gera modelos de acordo com os parâmetros introduzidos pelo utilizador, podemos falar de modelos generativos paramétricos (Leitão e Santos 2011).

### Vantagens da linguagem seleccionada

Uma das grandes vantagens do Grasshopper é ser um interface de programação visual, o que o torna bastante intuitivo. Caracteriza-se por uma aprendizagem relativamente rápida, inclusivamente para arquitectos, que estão, por inerência da profissão, habituados a lidar com aplicações informáticas com uma componente visual e gráfica predominante, nomeadamente aplicações de desenho assistido por computador. O GH também se demonstra adequado para arquitectos por não requer conhecimentos prévios de programação.

Outra grande vantagem do Grasshopper, decorrente da facilidade de aprendizagem, é a dimensão da comunidade de utilizadores que se gerou à volta do programa. Esta comunidade é muito activa, tirando partido da internet para partilha quer de conhecimentos sobre o sistema quer de programas nele elaborados. Os próprios programadores são membros activos desta comunidade, perscrutando as necessidades dos utilizadores e procedendo a alterações sugeridas por eles.

Uma terceira vantagem deste software é permitir a criação de scripts e plug-ins, estendendo assim as potencialidades do programa. Consequentemente, existe neste momento uma galeria de extensões sob a forma de scripts ou plug-ins, desenvolvidas e partilhadas gratuitamente por utilizadores da comunidade GH, que permitem executar variadas funções, desde simulação de forças físicas a controlo de braços robóticos.

Uma outra vantagem, mas que poderá ser temporária, é o facto de o GH ser gratuito. Mesmo que num futuro próximo, este *software* deixe de ser gratuito, é de prever que, à semelhança do Rhinoceros, o preço não seja muito elevado.

### Desvantagens da linguagem seleccionada

Uma desvantagem actual do Grasshopper é estar ainda em desenvolvimento. Apesar de, provavelmente, ser por isso que é gratuito, o programa apresenta ainda muitas lacunas que podem ser por vezes impeditivas para determinadas utilizações, obrigando o programador a contornar o problema, por vezes subvertendo-o.

Outra característica que pode ser vista como uma desvantagem é a sua natureza de *data flow*, que impede a implementação de algoritmos recursivos<sup>2</sup>, estruturas computacionais necessárias para gerar fractais, por exemplo. No entanto, até agora esta lacuna não tem repercussão no âmbito desta investigação.

---

<sup>2</sup> Registam-se iniciativas que alegam implementar a recursividade no GH, mas parecem recorrer a artifícios que subvertem a própria natureza do programa.

## Programação orientada a objectos e abstracção

Finalmente, existe ainda um tipo de linguagens de programação que importa referir: as linguagens de programação orientadas a objectos. A programação orientada para objectos permite a implementação de classes. Conceptualmente, uma classe pode ser vista como a descrição de um conjunto de objectos, que partilham um conjunto de características, ou propriedades, e de comportamentos, ou métodos. Um objecto é uma instância, ou exemplar, de uma classe.

Consideremos, por exemplo, a classe “humanos”. “Ana”, “Pedro” ou “João” são instâncias da classe “humanos”. Podemos definir “ADN” como uma propriedade comum a todos eles. No entanto, cada instância, ou objecto, tem um valor de ADN diferente. No entanto, se definirmos outra propriedade, como “cor dos olhos”, os três objectos podem ter como valor “castanho”. Podemos também definir métodos que se aplicam aos humanos, como por exemplo “ensinar”. Assim, ao João e à Ana pode ser ensinada Programação, Matemática e História, mas ao Pedro ser ensinada apenas Arquitectura e Matemática. Estamos assim a utilizar o mesmo método para cada instância, apenas com parâmetros diferentes (Figura 16).

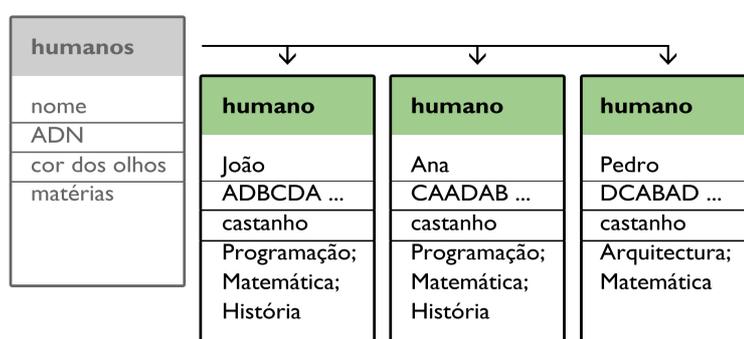


Figura 16 – Exemplo de implementação de uma classe.

As classes são uma forma de abstracção de dados e, como tal, têm especial interesse na resolução de problemas complexos. A abstracção permite ao programador abstrair-se de informação irrelevante e concentrar-se em secções específicas do programa. Do mesmo modo, a criação de sub-rotinas em programação pode ser considerada como abstracção de controlo (Scott 2006). As classes vão ser utilizadas numa fase avançada da modelação computacional dos sistemas de coluna albertianos, através da escrita de scripts em VB.NET, uma linguagem orientada a objectos. A introdução do VB.NET vem colmatar algumas falhas encontradas no GH, quando surge a necessidade de otimizar os modelos computacionais através da sua simplificação, dada a complexidade da teoria albertiana.

## Geometria aplicada às novas tecnologias

A elaboração dos vários modelos, computacionais, digitais e físicos, implica a utilização de *software* especializado de modelação geométrica. Os vários programas de modelação utilizam uma terminologia, nem sempre convergente, derivada dos vários ramos da geometria, desde a mais simples à mais avançada. No que toca à geometria, a terminologia utilizada nesta dissertação terá sido influenciada pela utilização do Rhinoceros, programa amplamente utilizado no âmbito do projecto Alberti Digital. No sentido de clarificar alguns termos utilizados, faz-se aqui um resumo de alguns conceitos da geometria que servem de fundamento a esta investigação.

### Curvas livres

Na terminologia dos softwares de modelação tridimensional, é frequente encontrarmos o termo inglês *curve* aplicado no sentido lato, ou seja, aplicado tanto a curvas como a rectas como a polígonos. Optou-se por adoptar esta terminologia nas descrições geométricas desta dissertação. Assim, o termo “**curva**” corresponde a um elemento linear contínuo. Na elaboração dos modelos no âmbito desta dissertação, utiliza-se frequentemente um tipo específico de curvas que denominaremos de **curvas livres**, expressão decorrente do equivalente inglês *freeform curves*. Este termo aplicar-se-á àquelas curvas que não são rectas, nem são compostas por arcos de circunferência ou das várias cónicas (Pottman, et al. 2007). É possível gerar este tipo de curvas em várias ferramentas de CAD: no AutoCAD existe o comando spline, no Illustrator existe a ferramenta Pen, em alguns programas de desenho vectorial existe o comando Bézier.

Todas estas ferramentas têm algo em comum: utilizam um algoritmo que permite gerá-las e editá-las mediante um número bastante reduzido de pontos, denominados pontos de controlo, o que facilita bastante a sua manipulação. No Grasshopper, programa utilizado na implementação dos modelos computacionais, existe um tipo de curva chamado **NURBS**, um acrónimo da expressão inglesa *Non-Uniform Rational B-Spline*. A ferramenta que gera curvas deste tipo é muito versátil, permitindo gerar curvas cónicas, para além das B-splines e das curvas Bézier, que são casos particulares das NURBS (Pottman, et al. 2007) (Figura 17). Assim, será este o tipo utilizado na modelação geométrica dos vários elementos dos sistemas de colunas. Além da fácil manipulação, as NURBS têm a vantagem de apresentar continuidade a várias ordens: além da continuidade posicional, garantem a continuidade tangencial e de curvatura, permitindo unir várias curvas mantendo uma transição suave entre elas.

Este tipo de curvas surge nos anos 50, no seio da indústria automóvel – as curvas Bézier devem o seu nome a Pierre Bézier, da Renault, apesar de terem sido inventadas primeiro por Paul de Casteljaou, da Citroën (Pottman, et al. 2007). Isto significa que quando Alberti escreveu o seu tratado de arquitectura, esta tecnologia não se encontrava ainda disponível. De facto, na altura as linhas curvas eram normalmente

compostas por arcos de circunferência. Poderá, assim, ser questionável a utilização de NURBS para a descrição geométrica dos elementos da coluna albertiana.

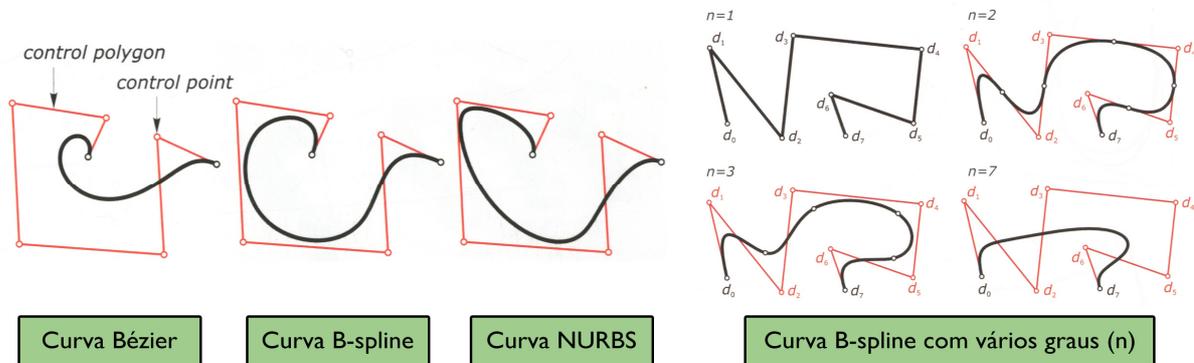


Figura 17 - Diferentes tipos de curvas livres. Curvas do tipo B-spline com diferentes graus (n).

No entanto, justifica-se a utilização deste tipo de curvas pela facilidade de manipulação, decorrente do reduzido número de pontos de controlo, bem como por descreverem matematicamente qualquer curva prescrita por Alberti no tratado, nomeadamente arcos de circunferências, dando assim azo a uma generalização que será particularmente útil numa fase mais avançada da modelação computacional. Esta questão será posteriormente alargada às considerações de Alberti sobre geometria e matemática lúdica, com base na sua obra *Ex ludis rerum mathematicarum*.

## Superfícies livres

O conceito de NURBS estende-se às superfícies. O Rhinoceros e, consequentemente, o Grasshopper fazem uso extensivo deste tipo de geometrias. Estas superfícies, que podemos designar por superfícies livres, regem-se por princípios e algoritmos semelhantes aos das curvas (Pottman, et al. 2007). Os *softwares* de modelação tridimensional permitem gerar superfícies a partir de curvas. Das várias operações possíveis, destacam-se as seguintes (Figura 18), visto a sua compreensão facilitar o entendimento desta investigação:

- a **extrusão** gera uma superfície fazendo deslocar uma curva. Este deslocamento, ou translação pode ser ao longo de uma linha recta, como por exemplo na extrusão de um perfil de alumínio, ou ao longo de outra curva;
- uma superfície de **revolução** é gerada girando uma curva de perfil à volta de um eixo;
- uma superfície gerada por **translação** (ou **lofting**, termo inglês utilizado na construção naval) pode ser descrita como a que melhor se adapta a uma sequência de curvas.

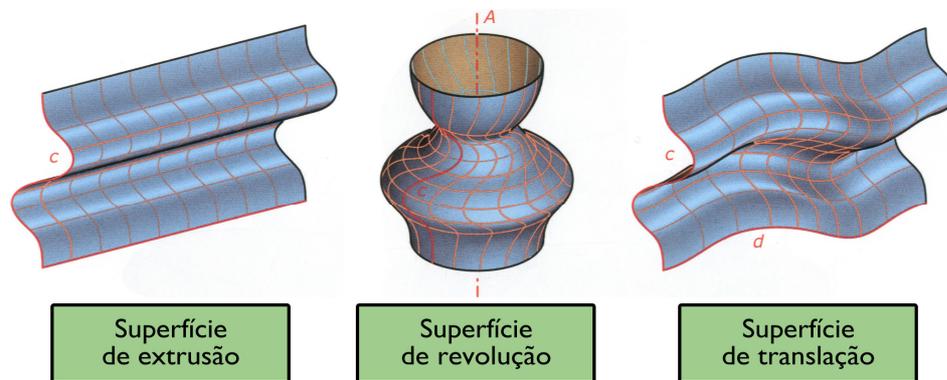


Figura 18 - Superfícies geradas por diferentes operações geométricas.

Algumas superfícies deste tipo podem ser regradas, ou seja, são geradas através da translação de uma linha recta. As superfícies regradas apresentam características geométricas que constituem vantagens na sua construção, seja em betão ou madeira, seja na sua discretização em painéis (Pottman, et al. 2007). Este tipo de superfícies foi também usado por Gaudí e Burry na construção da Sagrada Família, em Barcelona (Figura 19). Muito há a dizer sobre a geometria associada às modernas aplicações de modelação tridimensional. No entanto, não sendo esse o tema desta dissertação, sugere-se a leitura da bibliografia recomendada.

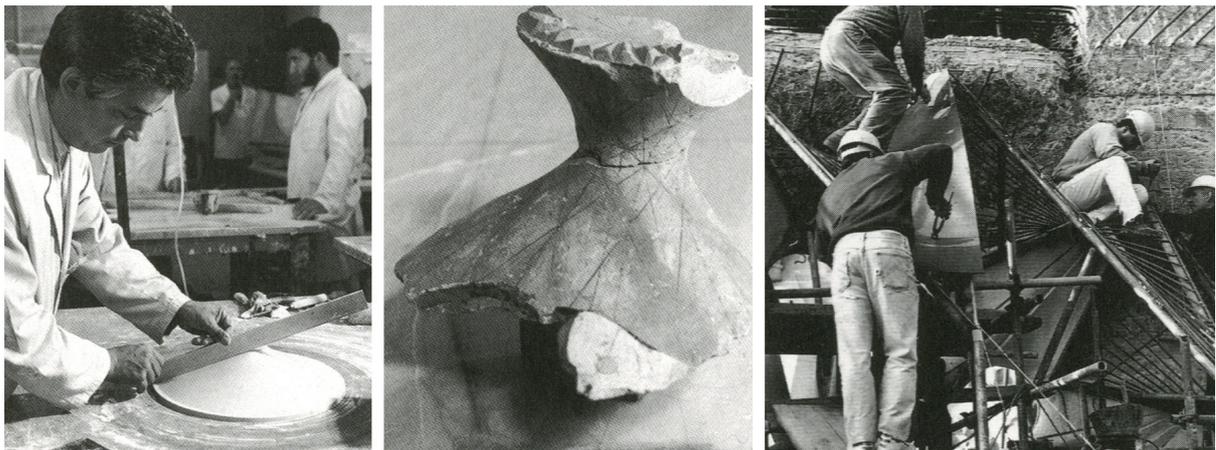


Figura 19 - Aplicação de superfícies regradas na construção da igreja da Sagrada Família.

## Prototipagem rápida e fabricação digital

Recentemente, a arquitectura tem vindo a familiarizar-se com técnicas de produção automática, que permitem produzir modelos físicos automaticamente de modo relativamente rápido e a custos acessíveis. Esta tecnologia pode ser aplicada em vários âmbitos, desde a prática ao ensino da arquitectura, permitindo obter desde maquetes de comunicação de um projecto a elementos de construção de edifícios, registando-se inclusivamente casos em que os próprios edifícios são construídos de forma mais ou menos automática (Pupo, Celani e Duarte 2009).

### Terminologia

Numa área relativamente nova em arquitectura, verifica-se muitas vezes leviandade e confusão no uso de termos apropriados. Expressões como “prototipagem rápida” e “fabricação digital” são muitas vezes usadas sem distinção. Sendo bastante utilizadas ao longo deste documento, será pertinente esclarecer esta distinção. Assim, adopta-se a terminologia sugerida por (Pupo, Celani e Duarte 2009, 440), que define as expressões referidas da seguinte maneira:

**Prototipagem rápida** – produção rápida de um protótipo através de uma técnica de produção automática. Por protótipo entende-se um modelo de trabalho, utilizado para testar hipóteses de projecto. As maquetes são um bom exemplo de um protótipo em arquitectura.

**Fabricação digital** – produção de um produto final através de uma técnica de produção automática. Por produto final considere-se por exemplo um elemento de construção, pronto a ser utilizado em obra, ou mesmo o próprio edifício. Um bom exemplo de aplicação de fabricação digital será o capitel coríntio produzido em escala natural a partir dos modelos computacionais, baseados no tratado de Alberti.

Na terminologia adoptada, propôs-se ainda designar por **materialização digital** ao conjunto de tecnologias de produção de artefactos físicos, onde se integram quer a prototipagem rápida como a fabricação digital.

### Tecnologias

Também de acordo com (Pupo, Celani e Duarte 2009), as várias tecnologias podem categorizar-se consoante o tipo de processo utilizado, dividindo-se assim em **aditivas**, **subtractivas** e **formativas**.

Utilizando tecnologias **aditivas**, os modelos são produzidos por adição de material, que pode ser sólido, líquido, em pó ou por camadas. Entre outras, são consideradas aditivas as tecnologias Fused Deposition Modeling (FDM) e 3D Printing (3DP), ambas utilizadas no âmbito do projecto Alberti Digital. Uma das grandes vantagens das tecnologias aditivas sobre as outras tecnologias é a sua enorme versatilidade formal,

permitindo produzir geometrias extremamente complexas ou mesmo impossíveis de produzir através das suas congéneres.

As tecnologias **subtractivas** permitem obter modelos através da remoção de material. Tecnologias de corte, como o corte por laser ou por jacto de água, são consideradas como um caso particular das subtractivas, normalmente associadas ao corte bidimensional. Em três dimensões, as tecnologias subtractivas são normalmente designadas por maquinação, produzindo modelos por torneamento ou fresagem, ou uma combinação dos dois, conforme os movimentos utilizados na remoção do material. No âmbito do projecto, foi utilizada uma tecnologia subtractiva para a produção de um capitel em pedra.

As tecnologias **formativas** recorrem ao uso de forças para moldar o material. São exemplos de tecnologias formativas a quinagem de chapas, a dobragem de tubos ou o uso de moldes. Encontram-se também tecnologias que fazem uso de forças electromagnéticas. Não foram utilizadas tecnologias formativas na produção de modelos no projecto.

A documentação das experiências com as várias tecnologias, bem como as conclusões decorrentes, são publicadas mais à frente.

## Modelo conceptual da personalização em série

A expressão **personalização em série** é proposta por Duarte como tradução do inglês “mass customization”. Este conceito é um pouco contraditório, visto que a produção em série tem por base uma redução de custos de produção em grandes quantidades, através da repetição de elementos. Por outro lado, a personalização é algo que normalmente encarece um produto. No entanto, a tecnologia actual permite já a produção de grandes quantidades de vários produtos diferenciados entre si, a custos razoáveis (Duarte 2008). Consideremos o exemplo de uma comum impressora doméstica, em que o custo de imprimir um documento de texto com 100 páginas é praticamente o mesmo de imprimir 100 vezes a primeira página de texto do mesmo documento.

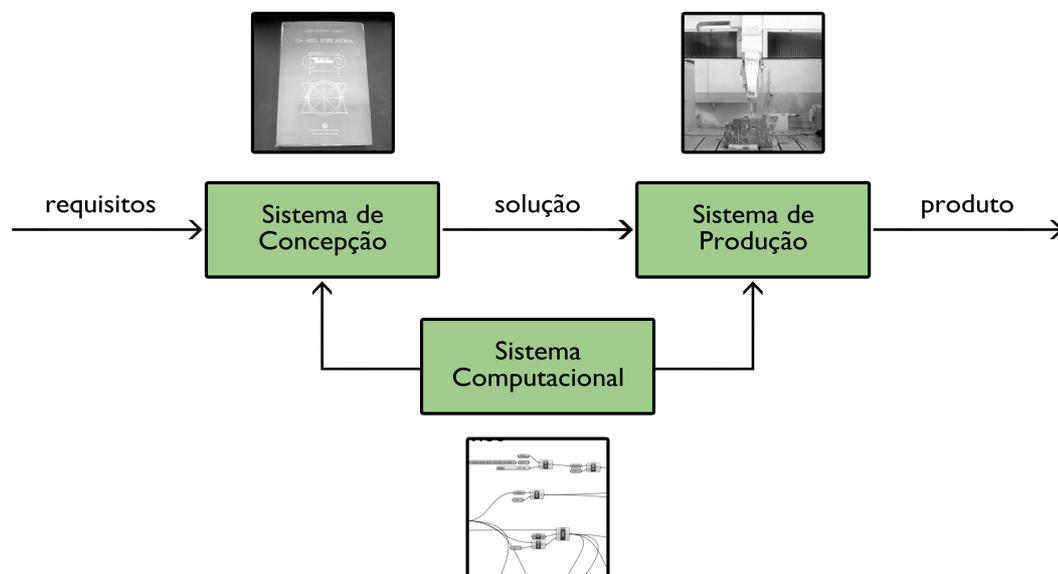


Figura 20 - Modelo conceptual de personalização em série: adaptado de (Duarte 2008).

Para um sistema de personalização em série atingir um nível de personalização satisfatório, poderá ter de lidar com uma quantidade considerável de informação. Se para uma pessoa o processamento de tanta informação é difícil, tal tarefa não constitui um problema para um computador. Esta ferramenta será fundamental quer para gerar múltiplos desenhos alternativos, quer para os avaliar. Verifica-se assim que a tecnologia permite implementar de forma mais eficiente a personalização em série (Duarte 2008).

Podemos considerar como um sistema de personalização em série a produção de modelos físicos de colunas a partir do tratado de Alberti. Por um lado, o seu tratado estabelece regras para o desenho dessas

colunas, mas deixando no entanto margem para variação, à medida das necessidades do utilizador. Por outro, porque são utilizadas técnicas de produção automatizada, que permitem implementar essa mesma variação no processo de produção, sem um acréscimo de custo.

Generalizando o modelo conceptual elaborado por Duarte (Duarte 2008) para a habitação, podemos dizer que a personalização em série se baseia na articulação de três sistemas: um sistema de concepção, ou desenho, um sistema de produção e um sistema computacional (Figura 20). Ao sistema de concepção corresponde o tratado de Alberti, texto generativo que contém instruções para o desenho de colunas arquitectónicas. Ao sistema de produção correspondem as várias técnicas de materialização digital que permitem a produção dos modelos físicos. O sistema computacional permite a transição entre os dois sistemas anteriores, desde a implementação do sistema de concepção através da elaboração dos modelos computacionais até à geração e finalização de modelos digitais para produção.

## 3. Implementação informática dos modelos computacionais

---

### Análise do tratado

O primeiro passo no processo de elaboração dos modelos computacionais foi a leitura analítica do tratado, com especial incidência sobre os Livros Sexto e Sétimo, onde se encontram os capítulos referentes ao sistema da coluna. Nestes capítulos, encontram-se múltiplas definições do delineamento e dimensionamento dos elementos que compõem estes sistemas, que serão denominadas por “regras”. No sentido de melhor compreender essas regras, estudou-se minuciosamente a definição de uma parte específica, a base dórica, patente no início do Capítulo 7 do Livro Sétimo. A mesma metodologia foi posteriormente aplicada aos outros elementos dos sistemas de colunas.

### Hierarquia dos sistemas de coluna albertianos

No seu tratado *De re aedificatoria*, Alberti descreve o sistema de coluna através de várias aproximações sucessivas, dividindo cada parte maior em partes mais pequenas, sugerindo uma estrutura hierárquica. Começa por subdividir o sistema de coluna:

*“As partes dos sistemas de colunas são: o pedestal e sobre ele a base, sobre a base a coluna, depois o capitel, a seguir a arquitrave, sobre a arquitrave as traves ou o friso [...]; no lugar mais alto fica a cornija.”* (Alberti 2011, 446)

Posteriormente, subdivide cada uma das partes resultantes da subdivisão anterior. Descrevendo a base dórica:

*“As partes das bases são as seguintes: o plinto, os toros, as escócias.”* (Alberti 2011, 450)

Algumas destas partes são ainda subdivididas, como no caso da escócia da base dórica:

*“A escócia consta de um canal vazado e de dois filetes que rodeiam os bordos do canal.”* (Alberti 2011, 451)

Para o dimensionamento de cada uma destas partes, Alberti recorre ainda a subdivisões quer das partes mais pequenas quer das maiores, chamando-lhes módulos ou partes.

*“Dividiram a altura da base em três partes, das quais atribuíram uma parte à altura do plinto.”* (Alberti 2011, 450)

Se, como Alberti, chamássemos partes a cada um dos resultados das sucessivas subdivisões, rapidamente chegaríamos a uma grande imprecisão, não distinguindo entre os vários níveis de profundidade da hierarquia. Assim, no sentido de garantir uma maior clareza, optou-se por criar uma nomenclatura apropriada a este estudo. Esta nomenclatura não pretende dar nomes aos membros de todos os níveis hierárquicos do sistema, mas somente daqueles que se julgam necessários à fluida compreensão deste texto. Reitere-se que esta nomenclatura não estará, por motivos operacionais, integralmente de acordo com a nomenclatura que Alberti usa no seu tratado.

Conforme a citação acima, o sistema da coluna é constituído por sete partes (Figura 21). Na nomenclatura proposta, denomina-se cada uma destas partes por **partes**. Sublinhe-se que uma das partes do sistema, o pedestal, não foi estudada no âmbito desta investigação. Tal se deve ao facto de esta parte poder não pertencer ao sistema, sendo por vezes suprimida. Sublinhe-se, também, que o termo “entablamento”, usado para designar o conjunto das três partes arquitrave, friso e cornija, não é referido por Alberti na descrição do sistema de coluna, pelo que não se classificou à luz desta nomenclatura<sup>3</sup>. Finalmente, chama-se a atenção para o termo “coluna”, que tanto serve para designar o sistema composto pelas sete partes, como para designar uma dessas partes, a que é normalmente denominada “fuste”.

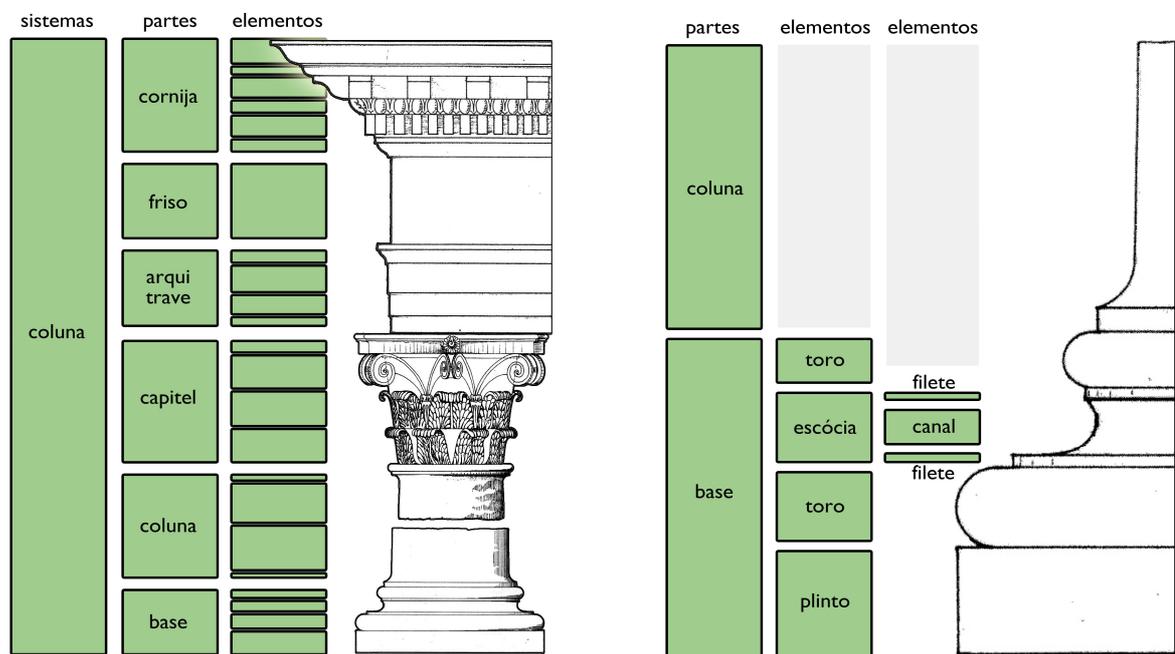


Figura 21 - Nomenclatura interna do sistema de coluna; desenhos: (Morolli e Guzzon 1994).

<sup>3</sup> Ver (Alberti 2011, 461, nota 1281).

Cada parte é composta por **elementos**. Por exemplo, a parte base dórica é composta pelos elementos plinto, toros e escócias (Figura 21). Alguns elementos são ainda decompostos noutros mais pequenos, como é o caso da escócia, composta por dois filetes e um canal. No entanto, para estes níveis não se definiu uma nomenclatura específica, uma vez que não é essencial à compreensão do texto, nem à implementação do sistema computacional. De facto, nos modelos computacionais todos os níveis são tratados do mesmo modo, sendo apenas importante o nível superior relativo.

Estabelecidos os termos utilizados, podemos dar início ao estudo do sistema da coluna e à respectiva implementação em modelos computacionais.

### Leitura e anotação das regras

Como já referido, a descrição da base dórica contém regras referentes quer à forma dos seus diferentes partes, quer às respectivas dimensões, nomeadamente altura, largura e diâmetro. Tomemos como exemplo a seguinte passagem do tratado:

*“Dividiram a altura da base em três partes, das quais atribuíram uma parte à altura do plinto”* (Alberti 2011, 450).

Esta passagem, que define a altura do plinto, poderá traduzir-se matematicamente por  $H_{\text{plinto}} = 1/3 \cdot H_{\text{base}}$ , em que *altura do plinto* corresponde ao lado da equação  $H_{\text{plinto}}$  e o resto da frase ao outro lado. Assim, durante a leitura do texto, assinalaram-se as regras, traduzindo-as nos dois lados da equação. Complementando a análise da base dórica, houve um trabalho de anotação, em que se esboçaram os elementos das colunas, de modo a evidenciar as relações de proporção prescritas pelas regras, em que se escreveram as traduções matemáticas dessas regras, no sentido de as analisar no seu conjunto (Figura 22).

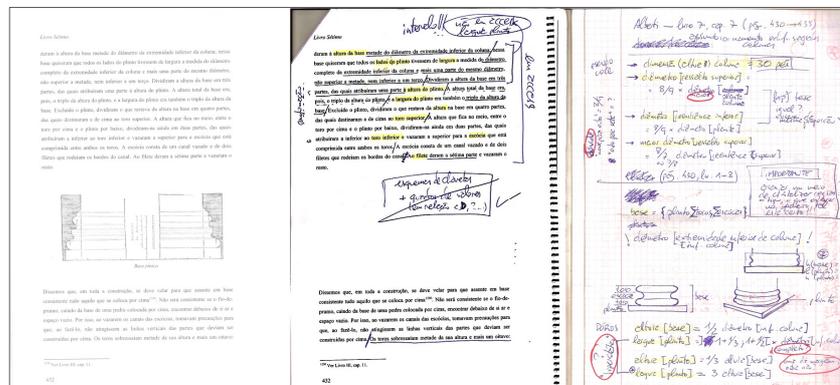


Figura 22 - Leitura e anotação do tratado de Alberti.

Este trabalho foi importante na identificação de uma estrutura comum a algumas regras. De facto, verifica-se que as regras referentes às alturas prescrevem uma subdivisão sucessiva dos elementos da base, sugerindo uma estrutura hierárquica em árvore. Esta estrutura caracteriza-se por ter poucos membros em cada nível hierárquico, tipicamente dois a três, e por pelo menos um deles ser “folha”, isto é, não ter inferiores hierárquicos, ou “filhos”. Identificou-se também um padrão, no sentido em que estas regras têm a forma geral

$$A = k \cdot \text{pai}(A)$$

em que **A** representa um parâmetro de um elemento da parte, correspondente a uma dimensão, **pai(A)** representa o superior hierárquico de **A**, que serve como referência, e **k** representa uma constante, prescrita por Alberti, geralmente sob a forma de fracção. No exemplo dado anteriormente, **A** seria a altura do plinto, **pai(A)** seria a altura da base e **k** um terço. Esta generalização foi o ponto de partida para a elaboração de um modelo computacional da base dórica.

### Estruturação das regras

Surgiu também a necessidade de anotar as regras através de um sistema mais complexo do que escrever num caderno ou num processador de texto. A escolha recaiu sobre uma base de dados relacional, que permite a estruturação necessária a um registo mais informado das regras, permitindo inclusivamente uma abordagem que vai além das duas dimensões da folha de caderno. Na Figura 23 apresenta-se uma tabela da referida base de dados, contendo os parâmetros dos vários elementos da base dórica, prescritos pelas regras de Alberti, cujo texto consta de uma outra tabela relacionada.

idReg	slug	dimensao	parte	sistema	num	den	parente	inv	prc	explicito	citacao
11	(root)									-2	
12	DcolinfD	diam	colinf	dor						-1	
23	HtoroinfJ2	alt	toroinf	jon2			HplintoJ			2	
10	HbaseD	alt	base	dor	1	2	DcolinfD			0	432011
7	HplintoD	alt	plinto	dor	1	3	HbaseD			1	432041
9	HtorosupD	alt	torosup	dor	1	4	HplintoD			2	432071
4	HescociaD	alt	escocia	dor	1	2	HtorosupD			3	432081
8	HtoroinfD	alt	toroinf	dor	1	2	HtorosupD			3	432081
6	HfileteD	alt	fileteinf	dor	1	7	HescociaD			4	432121
13	HbaseJ	alt	base	jon	1	2	DcolinfJ			0	433041
14	HplintoJ	alt	plinto	jon	1	4	HbaseJ			1	433051
15	LplintoJ	larg	plinto	jon	11	4	HbaseJ				433051
16	HtoroinfJ	alt	toroinf	jon	2	7	HplintoJ			2	433081
17	HtorosupJ	alt	torosup	jon	1	3	HtoroinfJ			3	433091
18	HaneisJ	alt	aneis	jon	2	7	HtorosupJ			4	433121
21	HanelinfJ	alt	anelinf	jon	1	2	HaneisJ			5	433131
19	HescociainfJ	alt	escociainf	jon	1	2	HaneisJ			5	433132
20	HfileteinfJ	alt	fileteinf	jon	1	8	HescociainfJ			6	433161
*	(Novo)										

Figura 23 - Estruturação de regras em base de dados relacional.

Esta estruturação foi fundamental para se eliminarem redundâncias e para perceber melhor como se relacionam as regras entre si. Após a sua depuração, esta estrutura foi testada numa folha de cálculo,

tornando possível a codificação da estrutura geral das regras, identificando de forma clara os troncos e as folhas da estrutura em árvore, bem como a sua particularização para a base dórica através da indicação das proporções entre os diferentes elementos que compõe as partes do sistema da coluna. Na Figura 24 apresenta-se a referida folha de cálculo, comparada com a correspondente programação em Grasshopper. Pode estabelecer-se uma correspondência entre os blocos do programa (a roxo) e nós da estrutura em árvore disposta na folha de cálculo.

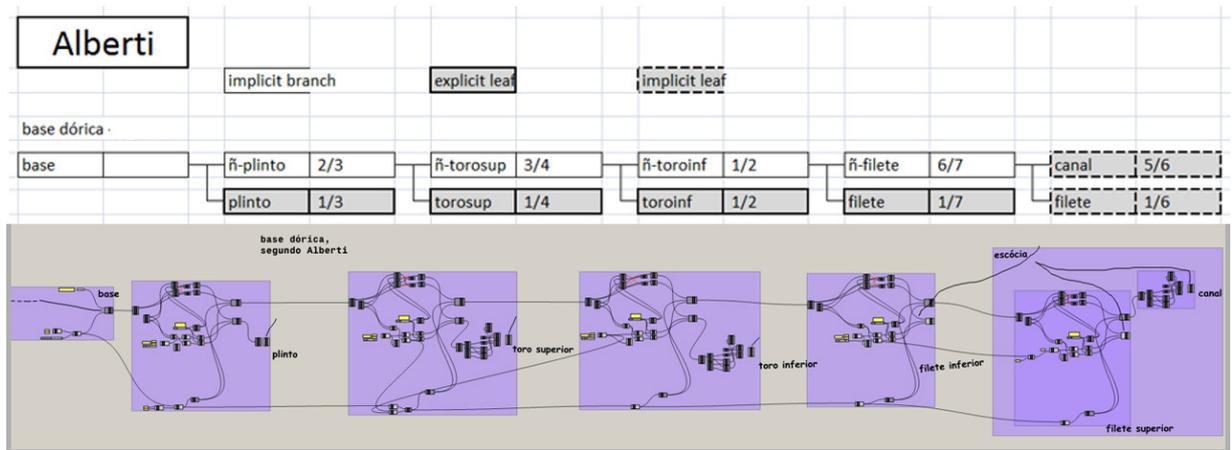


Figura 24 - Modelação da estrutura de regras numa folha de cálculo e subsequente programação visual em Grasshopper.

## Sistematização das regras

Adoptando esta metodologia, foram criados elementos de dois tipos, essenciais para a elaboração do modelo computacional: tabelas de regras e esquemas de modelação.

Cada tabela de regras corresponde a uma parte do sistema de coluna, sendo composta por entradas que correspondem às regras referentes a essa parte. Cada entrada contém a transcrição da respectiva passagem no tratado, a sua localização na obra, a tradução matemática da regra de acordo com a metodologia descrita em “Leitura e anotação das regras” e uma numeração interna para efeitos de correspondência com os esquemas de modelação (Tabela 1). Nas tabelas encontra-se também um campo onde se apresenta o código correspondente. O código em questão é o gerado no âmbito da optimização do sistema que foi implementada posteriormente e será descrita mais adiante.

### legenda

pág.	linha.	regra transcrita do tratado (da página e linha indicadas do lado esquerdo)		numeração interna de regras
		<b>tradução matemática da regra transcrita do tratado</b>	<b>código correspondente (simplificado)</b>	

### exemplo

450	10	Deram à altura da base metade do diâmetro da extremidade inferior da coluna; <b>Hbase= 1/2 · Dimo</b>	<b>editCoxel (base; dH0; [input])</b>	<b>#01</b>
-----	----	--	---------------------------------------	------------

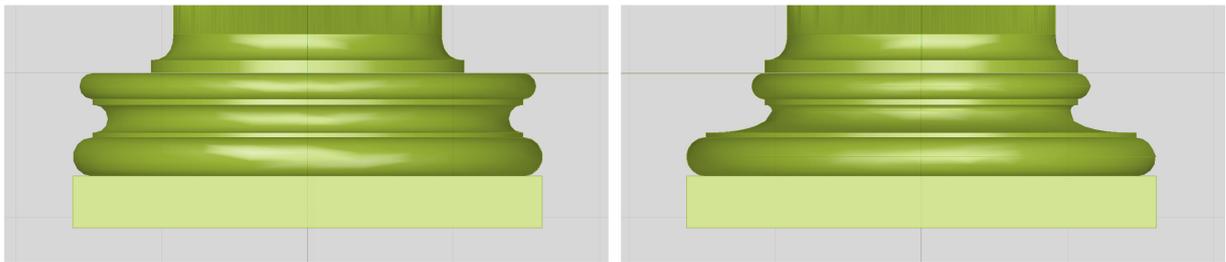
**Tabela 1 - Legenda e exemplo de entrada das tabelas de regras.**

Da mesma forma, para cada parte foi elaborado um esquema de modelação, evidenciando as relações hierárquicas entre os vários elementos da parte modelada. Nestes esquemas encontram-se não só as regras prescritas por Alberti no tratado, mas também outras regras necessárias à implementação do modelo computacional. De facto, verificou-se que as prescrições de Alberti não são suficientes para a completa modelação das várias partes.

Algumas destas regras podem ser deduzidas por serem inerentes às características do próprio sistema. Por exemplo, apesar de não estar explícito no tratado, podemos deduzir que o diâmetro interno do toro superior é igual ao diâmetro do extremo inferior da coluna, uma vez que a superfície da coluna apresenta, por inerência, uma continuidade posicional (Figura 25). Chamamos a estas regras implícitas.

Outras regras não podem ser deduzidas directamente do tratado, pelo que foi necessário recorrer a outras fontes para colmatar essas falhas. Debruçar-nos-emos sobre este assunto mais à frente, no capítulo “Preenchimento da informação em falta”.

De seguida, serão introduzidas as ferramentas necessárias à correcta leitura das tabelas de regras e dos esquemas de modelação. Posteriormente será apresentado um exemplo de cada um destes elementos, nomeadamente referente à base dórica. As tabelas e esquemas referentes às restantes partes do sistema da coluna são publicados em anexo.



---

Figura 25 – Ligação entre base dórica e coluna: sem e com continuidade posicional.

### Convenções das tabelas de regras

Nas tabelas de regras encontram-se as traduções matemáticas das regras prescritas por Alberti, que designaremos por equações. No sentido de garantir a coerência do sistema, procedeu-se a uma uniformização das variáveis destas equações.

Duas variáveis estão representadas em esmagadora maioria: **H** (do inglês *height*), que corresponde à **altura**, e **W** (de *width*) que corresponde à **largura**. Sendo que Alberti restringe a utilização do termo largura aos elementos de forma quadrada, como os plintos nas bases ou os ábacos nos capitéis, para efeitos de simplificação, estendeu-se a definição de largura (**W**) aos diâmetros dos elementos de forma circular, como os toros e as escócias.

Cedo surgiu a necessidade de desdobrar a variável **W** em quatro outras variáveis, nomeadamente **WI/WE** para **largura interior/exterior**, e **WINF/WSUP** para **largura inferior/superior**.

Das restantes variáveis constam:

- **L** para **comprimento**, que surge aquando da modelação dos entablamentos;
- **Z** para **profundidade**, geralmente usada para sulcos e entalhes;
- **P** para **perímetro** e **aW** para **comprimento de arco**, utilizadas nas subdivisões circulares;
- **T** para **número de voltas** (*turns*), utilizada exclusivamente na modelação da coluna.

É também utilizada uma variável **M**, de **módulo**, destinada a armazenar a dimensão do módulo em uso nas várias partes.

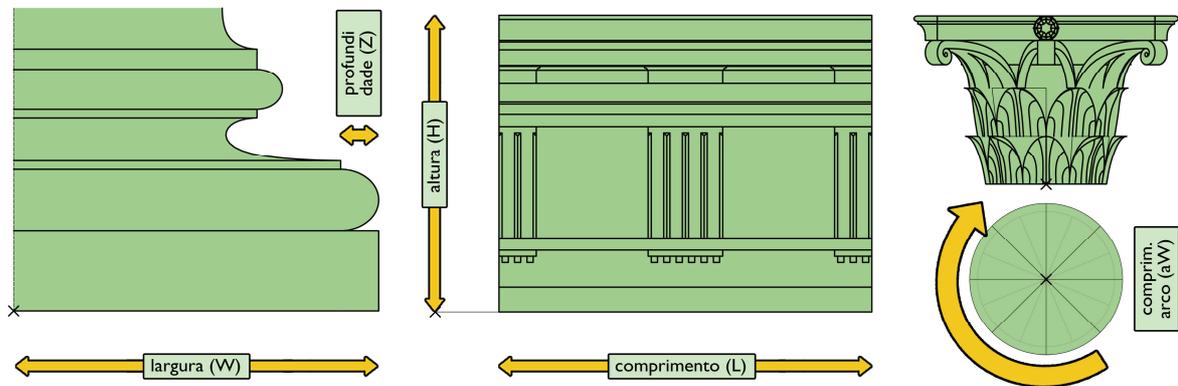


Figura 26 - Dimensões dos elementos do sistema de coluna.

Para efeitos de sistematização, foi introduzido o conceito de **não-parte**, ou **ñ-parte**. Tomemos por exemplo a seguintes passagens e as respectivas traduções matemáticas:

*“Dividiram a altura da base em três partes, das quais atribuíram uma parte à altura do plinto.”*

$$H_{\text{plinto}} = 1/3 \cdot H_{\text{base}} \mid H_{\text{ñ-plinto}} = 2/3 \cdot H_{\text{base}}$$

*“Excluindo o plinto, dividiram o que restava da altura na base em quatro partes, das quais destinaram a de cima ao toro superior.”*

$$H_{\text{torosup}} = 1/4 \cdot H_{\text{ñ-plinto}} \mid H_{\text{ñ-torosup}} = 3/4 \cdot H_{\text{ñ-plinto}}$$

(Alberti 2011, 450)

Nesta situação, **ñ-plinto** corresponde a “o que restava da altura da base excluindo o plinto”. Particularmente na definição das alturas, Alberti recorre bastante a este tipo de operação, pelo que a introdução do conceito de não-parte contribui em muito para a operacionalização da estrutura hierárquica das regras referida no capítulo anterior, bem como, posteriormente, para a implementação do modelo computacional.

## Variáveis iniciais independentes

De modo a que os modelos computacionais implementados funcionem, estes deverão ser alimentados com uma variável inicial independente. De facto, em todas as partes dos sistemas de colunas, Alberti toma como variável inicial o diâmetro da extremidade inferior da coluna, ou imoscapo, seguidamente designada por **Dimo**. Em algumas partes, toma também como variável inicial o diâmetro da extremidade superior da coluna, ou sumoscapo. No entanto, esta variável, chamemos-lhe **Dsumo**, é deduzida a partir de **Dimo** em função da altura da coluna, de acordo com o disposto no fim do Capítulo VI do Livro 7 do tratado (Alberti 2011, 448) e condensado na Tabela 2. **Dimo** é também a variável inicial na definição da altura da coluna, em função do tipo de capitel que lhe é aplicado, e também de acordo com o disposto na página 448 do tratado, condensado na Tabela 3. Na realidade, esta tabela pode ser lida ao contrário, servindo para determinar **Dimo** em função da altura da coluna. No entanto, na implementação dos sistemas computacionais, adoptou-se **Dimo** como variável inicial, por ser aquela que está presente na definição de todas as partes. Após o cálculo das variáveis iniciais, é possível então introduzi-las nos modelos computacionais para que gerem as partes do sistema da coluna.

altura da coluna (pés)	< 15	15-20	20-30	30-40	40-50	> 50
localização da referência (linha)	22	24	27	28	30	31
Dsumo/ (notação fraccional)	5/6	11/13	6/7	13/15	7/8	...
Dimo (notação decimal)	0,833	0,846	0,857	0,867	0,875	...

Tabela 2 - Cálculo da razão entre Dimo e Dsumo.

capitel	Dórico	Jónico	Coríntio
localização da referência (linha)	02	04	05
altura da coluna	7 · Dimo	9 · Dimo	8 · Dimo
diâmetro do imoscapo	Hcoluna / 7	Hcoluna / 9	Hcoluna / 8

Tabela 3 - Cálculo da altura da coluna.

## Tipos de regras

Analisando as tabelas de regras distinguem-se três grandes grupos de operações prescritas: operações de subdivisão, proporção e pormenorização.

Nas operações de **subdivisão**, Alberti define dimensões de elementos em função de outros elementos hierarquicamente superiores. A maioria das subdivisões verifica-se na definição das alturas, patente por exemplo na definição das alturas da base dórica. Encontram-se também operações de subdivisão em torno de elementos, como por exemplo na definição da largura das folhas de acanto no capitel coríntio.

pg.	ln.	transcrição da regra de Alberti / tradução matemática / código simplificado	numeração
451	03	A escócia consta de um canal vazado e dois filetes que rodeiam os bordos do canal. Ao filete deram a sétima parte e vazaram o resto.  $H_{filetesup} = H_{fileteinf} = 1/7 \cdot H_{escócia}$ ; $H_{canal} = 5/7 \cdot H_{escócia}$	#08
458	15	E entre ambos brotam duas séries de folhas; a cada série são atribuídas oito folhas.  $aW_{folha} = 1/8 \cdot P_{folhas}$	#11

Tabela 4 - Exemplo de operações de subdivisão.

Nas operações de **proporção**, Alberti define uma dimensão de um elemento em função de outro. Isto acontece, por exemplo, na base dórica, quando Alberti define a altura da base em função da largura do imoscapo.

pg.	ln.	transcrição da regra de Alberti / tradução matemática / código simplificado	numeração
450	10	Deram à altura da base metade do diâmetro da extremidade inferior da coluna;  $H_{base} = 1/2 \cdot D_{imo}$	#01

Tabela 5 - Exemplo de uma operação de proporção.

Nas operações de **pormenorização**, Alberti determina a forma dos elementos, remetendo para operações auxiliares mais complexas, que serão analisadas posteriormente.

pg.	ln.	transcrição da regra de Alberti / tradução matemática / código simplificado	numeração
455	02	O comprimento do córtex prolongar-se-á para os lados e ficará suspenso, enrolando-se em caracol.  [regra de pormenorização]	#05

Tabela 6 - Exemplo de uma operação de pormenorização.

Nos esquemas de modelação, as operações de subdivisão distinguem-se das operações de proporção e de pormenorização por se apresentarem como ramificações de um troço noutros. Esta categorização de regras será particularmente útil numa fase posterior da investigação, aquando da depuração do sistema de modelação.

## Implementação em Grasshopper

Apesar do nome, um modelo computacional não é necessariamente implementado num computador. No entanto, o facto de o ser tem a vantagem de ser testado mais rapidamente. Assim, os modelos

computacionais até aqui descritos foram implementados em Grasshopper (GH), um interface de programação visual.

O Grasshopper permite construir programas de computador visualmente, através da interligação de componentes que executam determinadas instruções sobre dados que lhes são introduzidos. Os resultados destas instruções podem depois ser introduzidos noutros componentes, criando assim sequências que produzem determinados resultados, ou seja, algoritmos. No caso das partes dos sistemas de colunas, os dados são os parâmetros introduzidos pelo utilizador, como por exemplo as variáveis iniciais, e as acções são comandadas pelas regras já referidas. O resultado final é um modelo digital da parte correspondente, de acordo com os parâmetros inseridos, gerado pelo software de modelação tridimensional Rhinoceros.

Assim, através da articulação dos (muitos) componentes, foram sendo reproduzidas as operações, predominantemente geométricas, que correspondem às várias instruções prescritas por Alberti para a geração das partes dos sistemas de colunas. É de sublinhar que a implementação foi efectuada de modo a permitir que os parâmetros introduzidos não fossem só os prescritos por Alberti, de modo a gerar geometrias alternativas e compará-las com os cânones albertianos.

Os programas resultantes são publicados em anexo, a par das tabelas de regras e dos esquemas de modelação. A título de exemplo, aos elementos referentes à base dórica, apresentados a seguir, anexa-se o respectivo programa em Grasshopper. Chama-se a atenção para a semelhança entre a disposição gráfica dos componentes no programa e o respectivo esquema de modelação.

## Base dórica: tabelas de regras, esquema de modelação e programa GH

Apresentam-se seguidamente as tabelas de regras, esquemas de modelação e modelo computacional em Grasshopper referentes à base dórica, de acordo com Alberti.

pg.	ln.	transcrição da regra de Alberti / tradução matemática / código simplificado	numeração
450	10	Deram à altura da base metade do diâmetro da extremidade inferior da coluna; <b>Hbase = 1/2 · Dimo</b> <span style="float: right;"><b>editCoxel (base; dH0; [input])</b></span>	#01
	11	Quiseram que todos os lados do plinto tivessem de largura a medida do diâmetro completo da extremidade inferior da coluna e mais uma parte do mesmo diâmetro, não superior a metade nem inferior a um terço. <b>Wplinto ∈ [1+1/3 · Dimo, 1+1/2 · Dimo]</b> <span style="float: right;"><b>editCoxel (plinto; W; [input])</b></span>	#02
	14	Dividiram a altura da base em três partes, das quais atribuíram uma parte à altura do plinto. <b>Hplinto = 1/3 · Hbase; Hñ-plinto = 2/3 · Hbase</b> <span style="float: right;"><b>subdivCoxel (base; [1, 2]; - ; -)</b></span>	#03
	15	A altura total da base era, pois, o triplo da altura do plinto <b>Hbase = 3 · Hplinto</b>	[regra redundante de #03] #04
	16	E a largura do plinto era também o triplo da altura da base. <b>Wplinto = 3 · Hbase [= 3 · 1/2 · Dimo = 1+1/2 · Dimo]</b> <span style="float: right;"><b>editCoxel (plinto; W; [input])</b></span>	[regra complementar de #02] #05
	17	Excluindo o plinto, dividiram o que restava da altura na base em quatro partes, das quais destinaram a de cima ao toro superior. <b>Htorosup = 1/4 · Hñ-plinto; Hñ-torosup = 3/4 · Hñ-plinto</b> <span style="float: right;"><b>subdivCoxel (ñ-plinto; [3, 1]; - ; -)</b></span>	#06
	19	A altura que fica no meio, entre o toro por cima e o plinto por baixo, dividiram-na ainda em duas partes, das quais atribuíram a inferior ao toro inferior e vazaram a superior para a escócia <b>Htoroinf = 1/2 · Hñ-torosup; Hescócia = 1/2 · Hñ-torosup</b> <span style="float: right;"><b>subdivCoxel (ñ-torosup; [1, 1]; - ; -)</b></span>	#07
451	03	A escócia consta de um canal vazado e dois filetes que rodeiam os bordos do canal. Ao filete deram a sétima parte e vazaram o resto. <b>Hfiletesup = Hfileteinf = 1/7 · Hescócia; Hcanal = 5/7 · Hescócia</b> <span style="float: right;"><b>subdivCoxel (escócia; [1, 5, 1]; - ; -)</b></span>	#08
	08	Ao vazarem os canais das escócias, tomavam precauções para que, ao fazê-lo, não atingissem as linhas verticais das partes que deviam ser construídas em cima. <b>Wescócia = 6/7 · Dimo</b> <span style="float: right;"><b>editCoxel (canal; W; [input])</b></span>	#09
	10	Os toros sobressaíam metade da sua altura e mais um oitavo <b>Wtorosup = Wtorosup - (1/2+1/8) · Htorosup</b> <span style="float: right;"><b>editCoxel (torosup; dW; [input])</b></span> <b>Wtoroinf = Wtoroinf - (1/2+1/8) · Htoroinf</b> <span style="float: right;"><b>editCoxel (toroinf; dW; [input])</b></span>	[regra para todas as bases] #10
	11	Além disso o círculo maior do toro mais largo correspondia, na vertical, à linha exterior da base do plinto. <b>Wtorosup = Wplinto</b> <span style="float: right;"><b>editCoxel (toroinf; W; [input])</b></span>	#11

Tabela 7 – Regras referentes à base dórica.

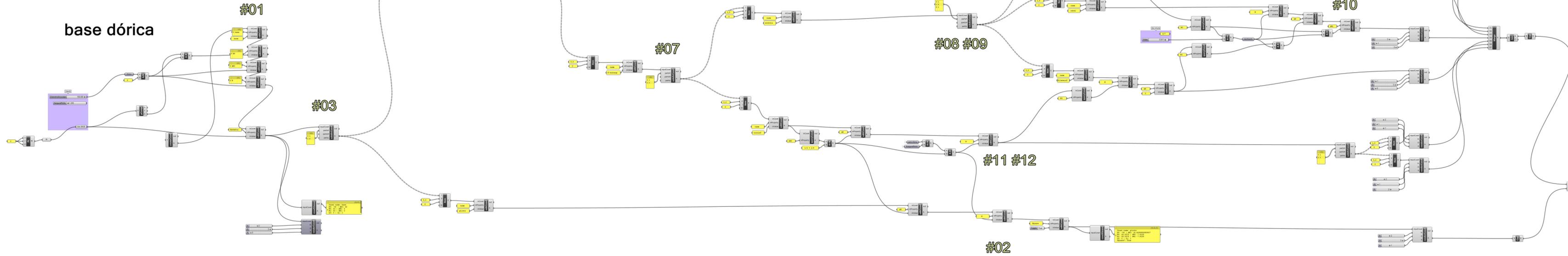
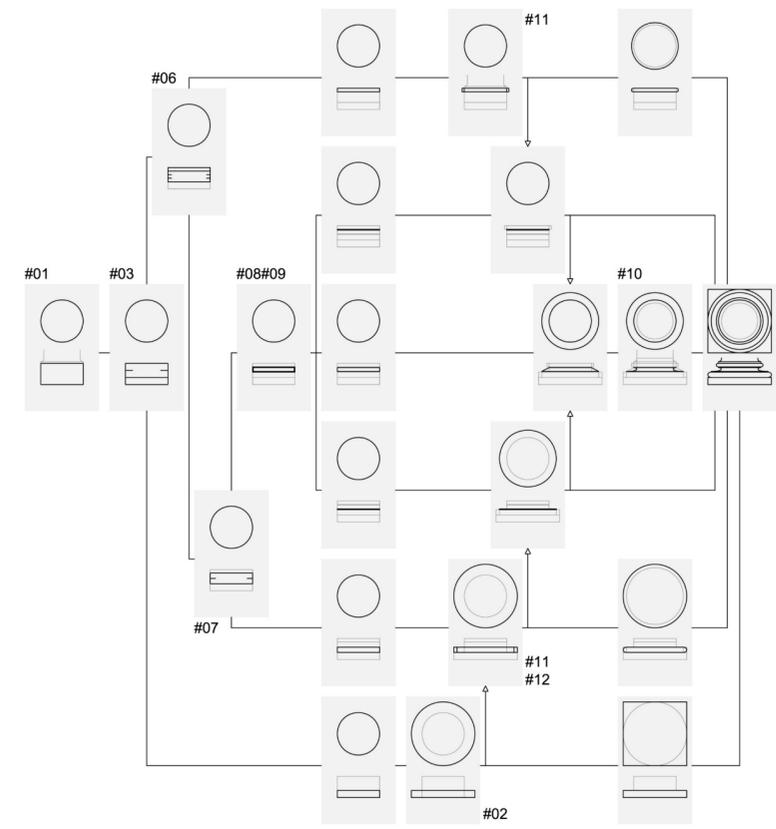


Figura 27 - Esquema de modelação e modelo computacional da base dórica.

Figura 27 - Esquema de modelação e modelo computacional da base dórica.

## Implementação de classes e otimização do sistema

Após a implementação dos primeiros modelos computacionais, nomeadamente da base dórica, coluna, capitel coríntio e, particularmente, no entablamento dórico, foram identificadas situações que apontaram para a necessidade de uma depuração do sistema, a nível conceptual.

Por um lado, verificou-se que os diversos elementos, como por exemplo toros e escócias, assim como as molduras, como por exemplo rudenturas e golas<sup>4</sup>, apresentam propriedades em comum, o que levou a interpretá-los como entidades topologicamente semelhantes. Surge assim a hipótese de os implementar como classes.

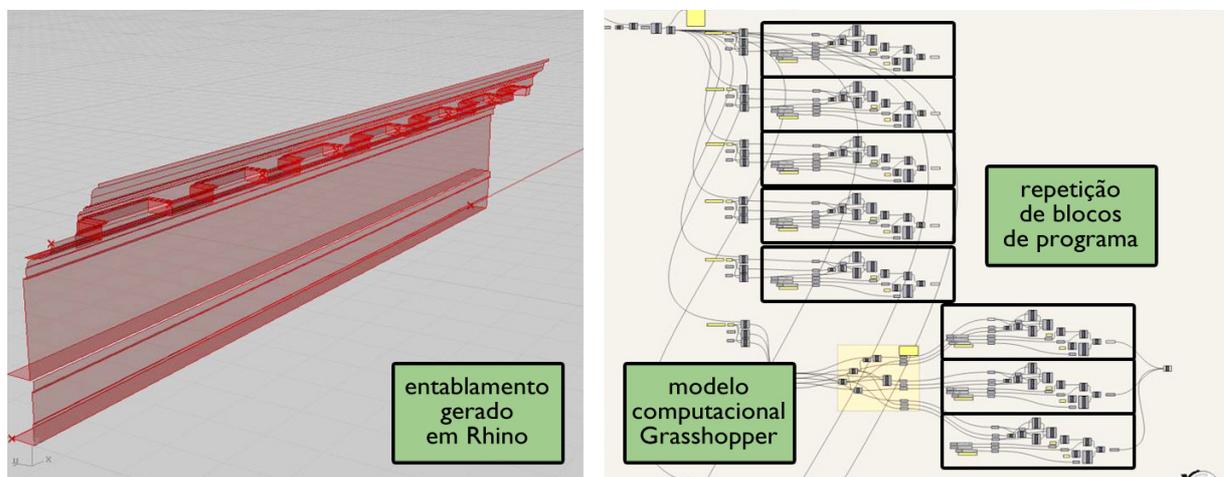


Figura 28 - Repetição de componentes na implementação do entablamento dórico.

Por outro lado, verificou-se uma recorrente repetição de conjuntos de componentes de Grasshopper, especialmente na implementação das molduras no entablamento dórico (Figura 28). Em programação, é boa prática criar blocos de código, denominados sub-rotinas, que implementam sequências de instruções usadas recorrentemente num programa. Assim, a sub-rotina é definida apenas uma vez, e é invocada ao longo do programa de cada vez que for necessário. Esta estratégia é particularmente útil por dois motivos: o código fica mais leve, pois não se repetem as instruções que compõem a sub-rotina, e caso haja necessidade de as alterar, só se faz uma vez, reduzindo-se assim a ocorrência de erros derivados da

<sup>4</sup> “As molduras de ornato são estas: a faixa, o ressalto, a rudentura, o cordão, o caveto, a gola, a onde. Toda a moldura é um delineamento que sobressai e forma uma saliência; mas isso segundo linhas diferentes.” (Alberti 2011, 451).

correção do código. Dado que o GH ainda não permite a implementação de sub-rotinas<sup>5</sup>, houve que recorrer ao *scripting* numa linguagem que o fizesse.

O Grasshopper permite a implementação de *scripts* através de componentes específicos disponibilizados para o efeito. Estes componentes permitem ao utilizador escrever programas executáveis pelo GH, estendendo assim as capacidades do software. Por defeito, estes programas podem ser escritos numa de duas linguagens, VB.NET e C#.NET. Outras linguagens, como o Python, podem ser utilizadas mediante a instalação de plug-ins desenvolvidos para o efeito.

Para a implementação de procedimentos e de classes, optou-se pela utilização do VB.NET, dado haver alguma experiência já adquirida com linguagens antecedentes desta, como o Basic, QBasic, VisualBasic e VBA. O VB.NET é uma linguagem orientada para objectos, apropriada para o desenvolvimento de classes. As sub-rotinas são associadas às classes, sob a designação de métodos, pelo que a implementação deste tipo de estrutura revelou-se duplamente útil, permitindo resolver os dois problemas identificados.

Assim procedeu-se à definição de uma classe que pudesse representar, quer conceptualmente quer através de programação, as geometrias que conformam os vários elementos albertianos. A essa classe atribuiu-se a designação de **coxel**, um acrónimo da expressão *column element*, à semelhança de pixel (*picture element*) ou voxel (*volume element*).

## Conceito de coxel

O conceito de coxel começa a formar-se logo no início da investigação, quando se verifica que as regras prescritas por Alberti podem ser traduzidas através de uma forma geral. É aliás de referir que foi colocada a hipótese de sistematizar as próprias regras através de classes. Assim como as regras, os próprios elementos do sistema de colunas apresentam um conjunto semelhante de características, ou parâmetros.

Em termos de modelação geométrica, cada elemento do sistema de coluna é composto por uma ou mais superfícies. A cada superfície corresponde um coxel. Um coxel é uma entidade abstracta, mas que pode ser interpretada como um envelope que envolve a respectiva superfície. Assim, o coxel não representa a superfície, gera-a.

Analisemos de novo a base dórica. Como já foi visto, esta parte é composta por vários elementos, como o plinto, os toros e a escócia. A escócia é ainda subdividida em três elementos, dois filetes e um canal (Figura 21). Para gerar cada um desses elementos, é criada uma instância da classe coxel que contém as suas características, permitindo gerar a superfície correspondente (Figura 29).

---

<sup>5</sup> O Grasshopper apresenta um tipo de estrutura, os *clusters*, que permite aglomerar componentes, mas de momento não contempla a instanciação dos clusters, o que permitiria alterar um cluster e reflectir essas alterações em todas as suas cópias.

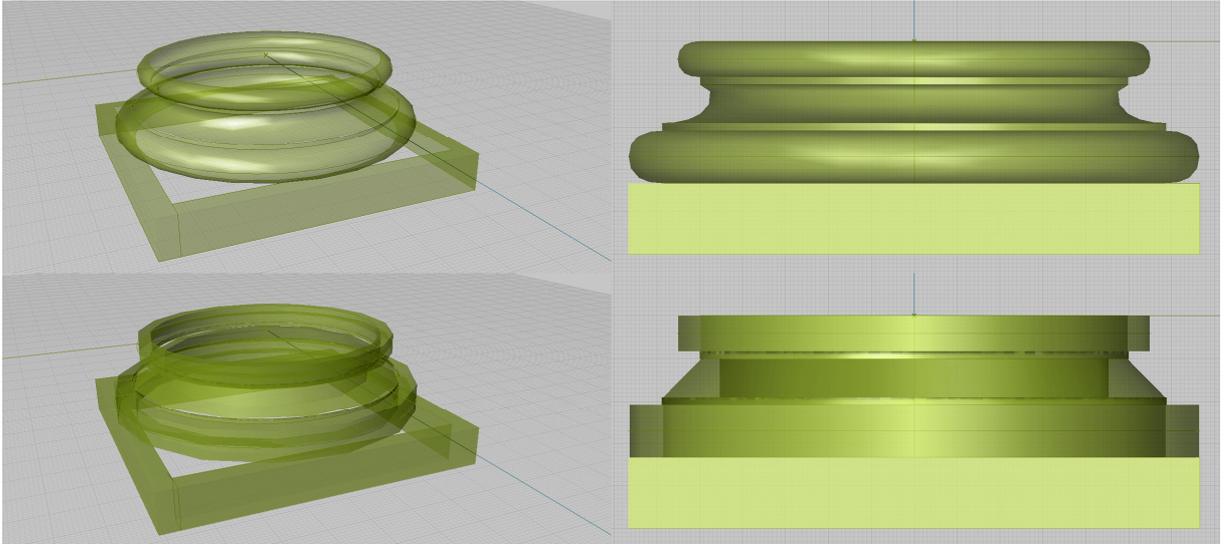


Figura 29 - Coxels associados à base dórica.

Na qualidade de classe, o coxel é definido por um conjunto de propriedades e um conjunto de métodos, correspondendo as propriedades aos parâmetros que caracterizam as suas instâncias, e os métodos às sub-rotinas que lhes podem ser aplicados. Passemos a analisar as propriedades e os métodos da classe **coxel**.

### Geometria associada

Uma das propriedades do coxel é a geometria que lhe está associada. Se no caso das partes da coluna, como a base, a coluna e o capitel, a geometria associada é o ponto de localização da própria peça, no caso dos entablamentos esta geometria é linear. Na Figura 30 representam-se coxels com parâmetros idênticos, fazendo variar apenas a geometria associada.

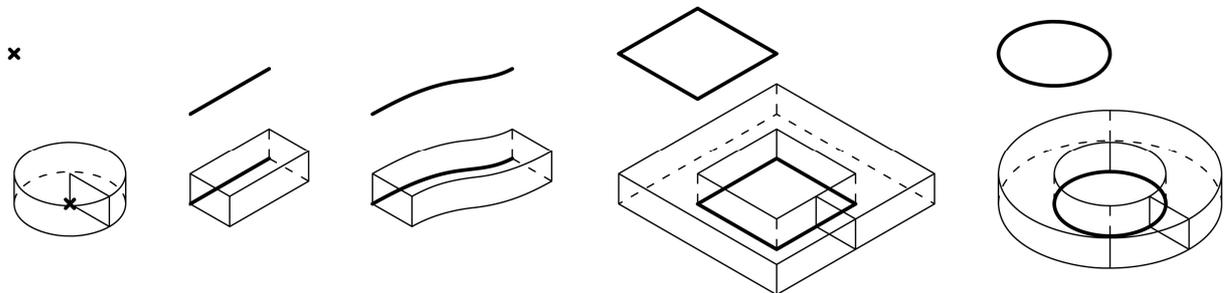


Figura 30 - O mesmo coxel associado a diferentes geometrias.

No caso da geometria associada ser um ponto, o coxel pode gerar superfícies “circulares”, como os toros e as escócias, ou “quadradas”, como os plintos e os ábacos. Para tal, foi necessário acrescentar à definição da classe uma propriedade **square**, que assinala quando um coxel é do tipo “quadrado”.

A geometria associada age assim como a origem de um referencial local, relativamente ao qual vão ser expressas as várias dimensões do coxel, descritas a seguir. Sendo que, normalmente, o conceito de “origem do referencial” está associado a um ponto, no caso do coxel este conceito estende-se a curvas, no sentido lato da palavra<sup>6</sup>.

### Dimensões do coxel

No código da classe coxel, publicado em anexo, encontramos várias propriedades relativas a dimensões, nomeadamente altura, largura e comprimento, representadas respectivamente por H, W e L. Estas dimensões são expressas relativamente ao referencial próprio do coxel, definido pela geometria associada, e por isso se optou por uma designação diferente de X, Y e Z.

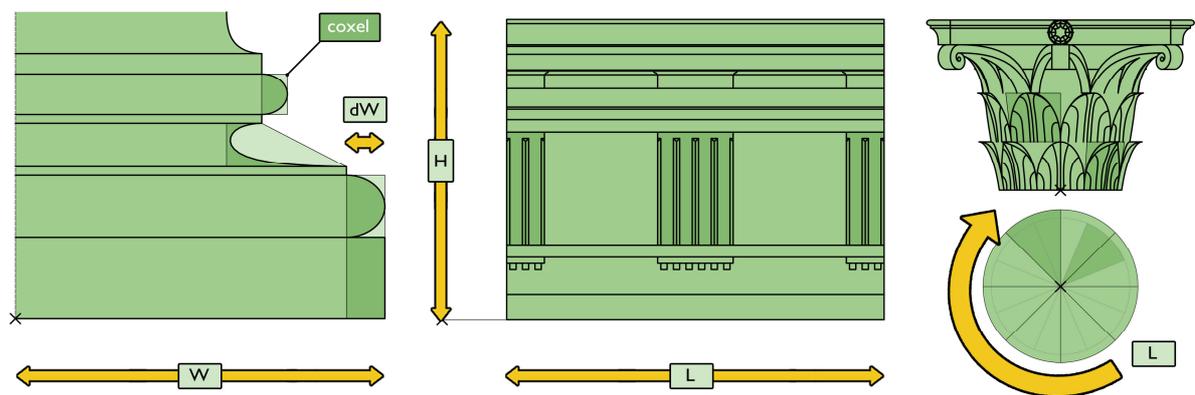


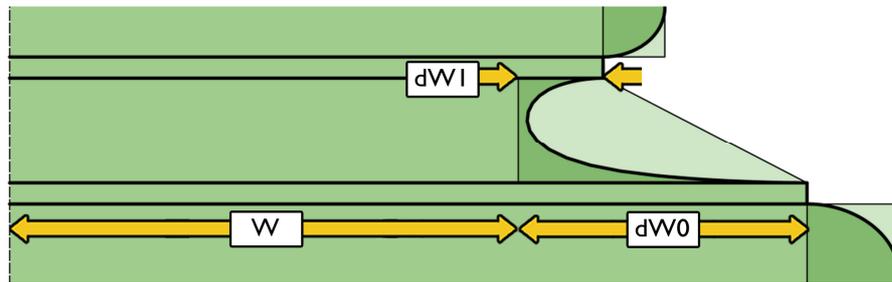
Figura 31 - Propriedades dimensionais do coxel.

A dimensão H, a **altura**, corresponde a uma medição na vertical, em relação ao zero do referencial, à semelhança da dimensão Z no espaço cartesiano. No caso de H, não importa se a geometria associada é um ponto ou uma curva. No caso do **comprimento** L, no entanto, o tipo de geometria associada já importa. No caso de ser uma curva, a dimensão L é medida nessa curva. No caso de a geometria associada ser um ponto, a dimensão L corresponde ao comprimento de um arco de circunferência com centro na

<sup>6</sup> Em geometria computacional é usual designar por “curvas” todas as entidades lineares, sejam elas curvas, rectas, polilinhas, arcos de circunferência, etc.

geometria associada. Finalmente, podemos definir a dimensão **largura**,  $W$ , como a distância à geometria associada, medida na perpendicular a essa geometria.

De entre as propriedades relacionadas com as dimensões, podemos distinguir entre dimensões absolutas e dimensões relativas. As dimensões absolutas referem-se à distância do coxel à origem do referencial, ou seja, à geometria associada, e correspondem a propriedades designadas por  $H$ ,  $W$  e  $L$ . As dimensões relativas referem-se às dimensões próprias do coxel e correspondem às propriedades  $dH$ ,  $dW$  e  $dL$ . As larguras relativas,  $dW$ , podem apresentar valores diferentes para os extremos superior e inferior do coxel, como por exemplo para a geração da escócia (Figura 32).



---

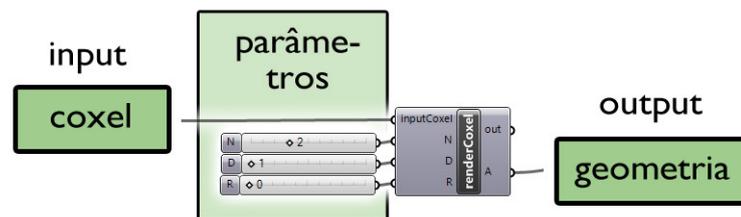
Figura 32 - Larguras absolutas e relativas da base dórica.

Através da manipulação destas dimensões, os vários elementos são ajustados entre si, bem como às prescrições albertianas, mediante a utilização dos métodos definidos para a classe coxel.

## Visualização de coxels

Debrucemo-nos agora sobre os métodos definidos para a classe coxel. Nas tabelas de regras publicadas em anexo, explicitam-se os métodos correspondentes a cada regra.

O primeiro método a ser analisado chama-se **renderCoxel** e é responsável pela representação formal do coxel. Um coxel só é visível quando lhe é aplicado este método.



### Método renderCoxel

**Ação** Gera a visualização de uma geometria equivalente ao coxel, de acordo com os parâmetros N, D e R.

**Sintaxe escrita (tabelas de regras)** renderCoxel (inputCoxel; N; D; R)

#### Inputs

inputCoxel – coxel a visualizar (tipo: coxel)  
 N – um parâmetro de forma (tipo: inteiro)  
 D – um parâmetro de forma (tipo: inteiro)  
 R – um parâmetro de forma (tipo: inteiro)

#### Outputs

geometria em Rhino (tipo: superfície)

A partir do mesmo coxel podem ser geradas diferentes superfícies. O mesmo envelope pode corresponder, por exemplo, a um toro ou uma escócia. As geometrias pretendidas são obtidas fazendo variar os parâmetros de forma, **N**, **D** e **R**, argumentos do método renderCoxel. No sentido de simplificar o sistema, procedeu-se à generalização formal das geometrias possíveis, a que chamamos de molduras simples, traduzindo-as em superfícies NURBS com quatro curvas de controlo, curvas essas que correspondem aos extremos das larguras e alturas do coxel.

Consideremos um coxel com altura e largura unitárias. Para efeitos de simplificação, analisemos esse coxel em corte bidimensional e consideremos apenas as suas propriedades altura e largura. Assim, o corte do coxel será um quadrado com uma unidade de lado. Consideremos os vértices desse quadrado como os pontos de controlo de uma curva NURBS. Fazendo variar algumas propriedades dessa curva, obtemos diferentes geometrias. Deste modo, podem ser inclusivamente geradas as molduras simples que Alberti

traduz como L, C e S (Tabela 8), bem como as respectivas transformações de rotação ou reflexão – na verdade, o S só é conseguido através de uma combinação de duas molduras simples, como iremos ver mais à frente.

<b>Rudentura</b>	O delineamento da sua saliência [da rudentura] é como a letra C ligada a seguir à letra L, assim	
<b>Caveto</b>	Esta letra C, quando se liga em posição invertida à letra L, assim formará um caveto.	
<b>Gola</b>	Mas se se ligar um S a seguir à letra L, assim chama-se gola: pois imita a gola de um homem	
<b>Onda</b>	Se, porém, a seguir à letra L se acrescenta um S deitado e em posição invertida, assim chamar-se-á onda, devido à semelhança da inflexão.	

Tabela 8 - Molduras desenhadas por Alberti (Alberti 2011, 452-453).

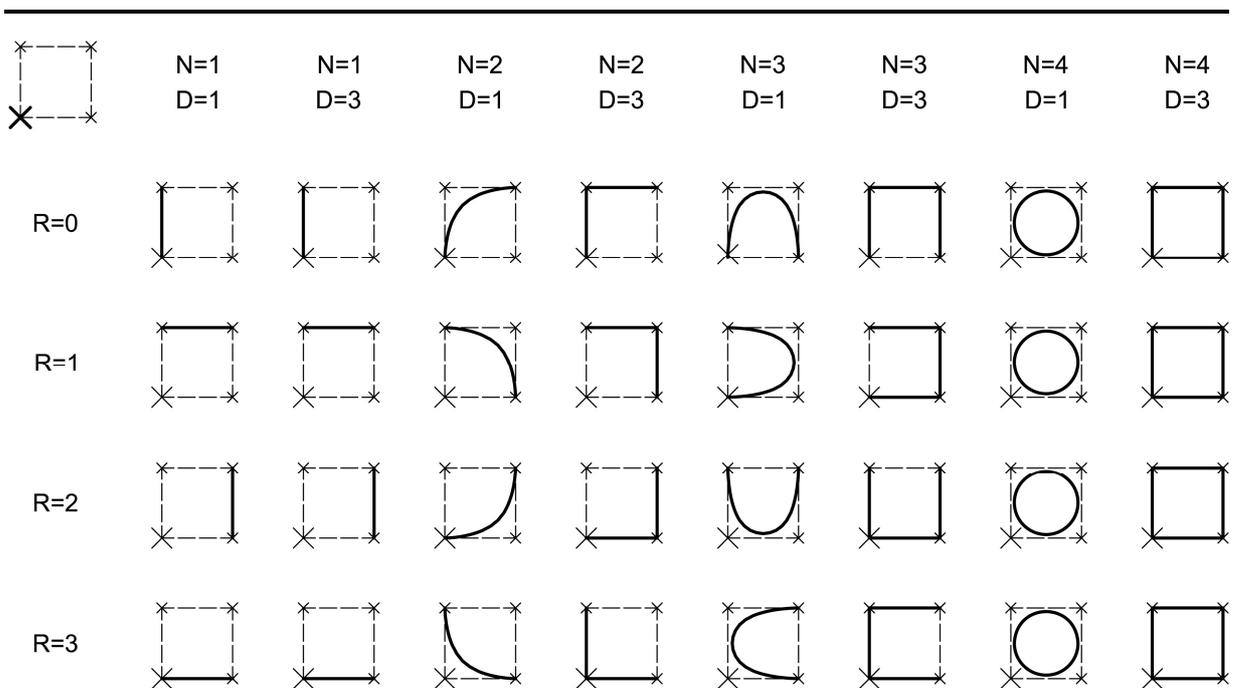


Figura 33 - Geometrias possíveis de um coxel, em corte.

No Figura 33 apresentam-se todas as curvas possíveis, fazendo variar o número de segmentos de controlo (N), o tipo de geometria (D) e a ordem pela qual os pontos controlam a curva (R, de rotação).

O número de segmentos de controlo (N) pode variar entre 1 e 4. Para definir o que é o segmento de controlo, olhemos para uma curva NURBS, que é definida por pontos de controlo ordenados. Se unirmos

os pontos de controlo pela ordem atribuída, obtemos uma geometria auxiliar denominada de polígono de controlo. Conforme o polígono de controlo seja aberto ou fechado, também o será a curva correspondente. Considera-se então como segmentos de controlo os vários segmentos de recta que compõem o polígono de controlo, que neste caso coincidem com os lados do quadrado que representa o coxel.

O tipo de geometria (D) pode variar entre 1 ou 3, sendo que a curva de tipo 3 corresponde a uma polilinha, formada por segmentos de recta, e a curva de tipo 1 corresponde a uma curva, no sentido estrito da palavra.

O parâmetro de rotação (R) pode variar entre 0 e 3, remetendo para um dos quatro pontos do quadrado que corresponde ao primeiro dos pontos de controlo da curva.

Quando estendemos esta lógica para a tridimensionalidade, substituem-se os segmentos de controlo por um sólido de controlo, que corresponde ao envelope do coxel, e a curva por uma superfície, obtendo-se assim a visualização tridimensional do coxel.

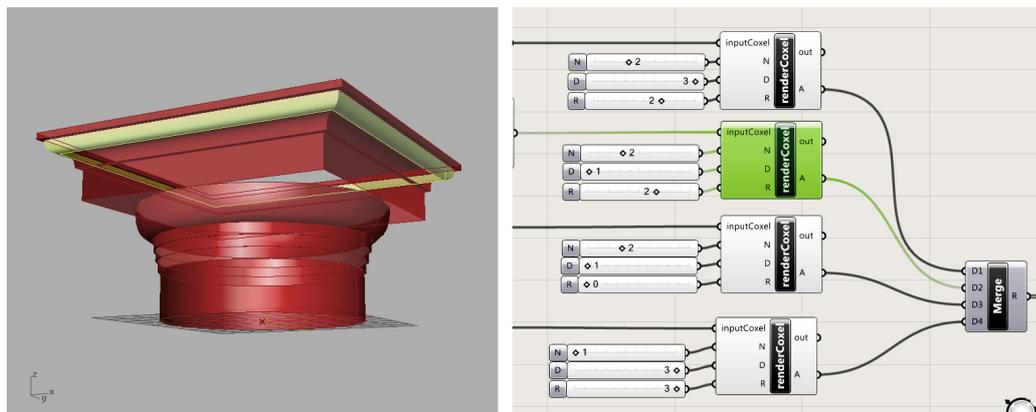
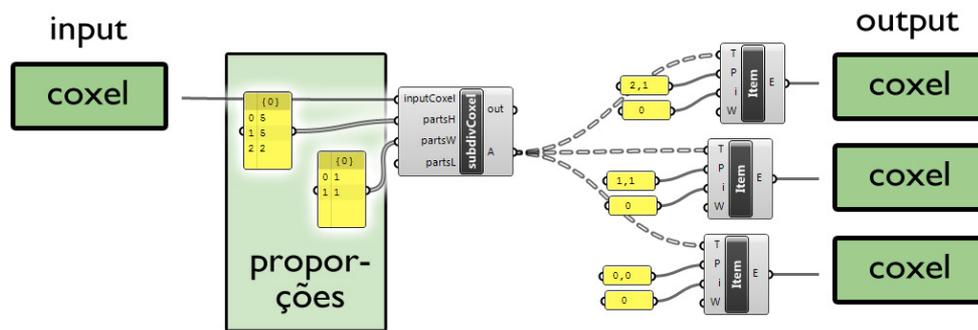


Figura 34 - Exemplo de utilização do método `renderCoxel` na definição do capitel dórico.

## Subdivisão de coxels

Uma operação recorrente na modelação dos elementos albertianos é a subdivisão. Esta operação é executada pelo método **subdivCoxel**.



**Método** subdivCoxel (subdivide coxel)

**Acção** Devolve uma matriz de coxels resultantes de uma subdivisão nas dimensões H, W e L.

**Sintaxe escrita (tabelas de regras)** subdivCoxel (inputCoxel; partsH; partsW; partsL)

### Inputs

inputCoxel – coxel a subdividir (tipo: coxel)

partsH – uma lista de proporções (tipo: lista de reais)

partsW – uma lista de proporções (tipo: lista de reais)

partsL – uma lista de proporções (tipo: lista de reais)

### Outputs

matriz tridimensional (HWL) de coxels  
(tipo: lista de coxels)

Este método recebe um coxel para subdividir e, de acordo com listas de proporções provenientes das regras de Alberti, devolve um conjunto de coxels redimensionados e relativamente posicionados. No caso de uma subdivisão em altura, a mais comum, os coxels resultantes estão posicionados verticalmente de acordo com a ordem da lista de proporções. Tomemos como exemplo a divisão em altura da arquitrave.

pg.	ln.	transcrição da regra de Alberti / tradução matemática / código simplificado	numeração
462	04	Dividiram a altura total da arquitrave em doze módulos, à primeira faixa inferior atribuíram quatro módulos; à faixa mais próxima desta, que é a do meio, atribuíram seis; para a superior restaram dois módulos.  $H_{faixainf} = 4 \cdot M$ ; $H_{faixameio} = 4 \cdot M$ ; $H_{faixasup} = 4 \cdot M$ subdivCoxel (arquitrave; [4, 6, 2]; -;-)	#05

Tabela 9 - Exemplo de regra de subdivisão.

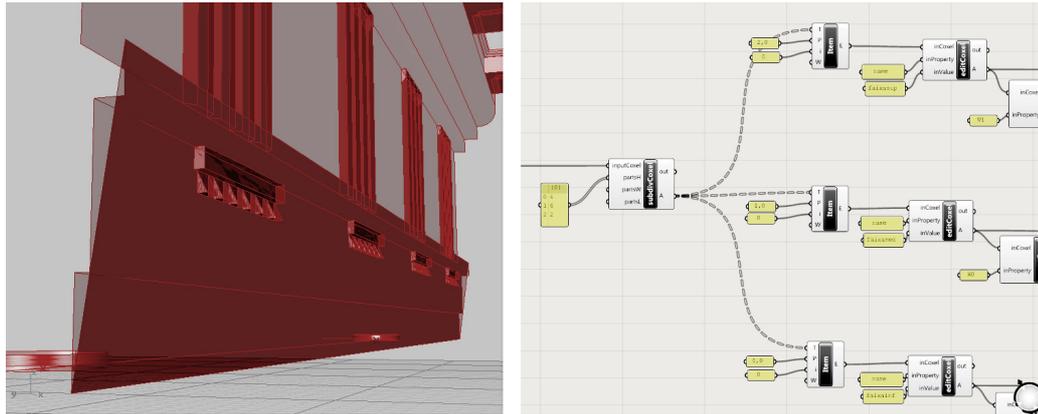


Figura 35 - Exemplo de utilização do método subdivCoxel na definição do entablamento dórico.

No entanto, conforme referido anteriormente, a subdivisão pode verificar-se ao nível das várias dimensões H, W e L. A subdivisão no comprimento (L) está patente na definição dos entablamentos, mas também nos elementos circulares, como os capitéis.

pg.	ln.	transcrição da regra de Alberti / tradução matemática / código simplificado	numeração
458	15	E entre ambos brotam duas séries de folhas; a cada série são atribuídas oito folhas. $aW_{folha} = 1/8 \cdot P_{folhas}$	#11

Tabela 10 - Exemplo de regra de subdivisão em volta.

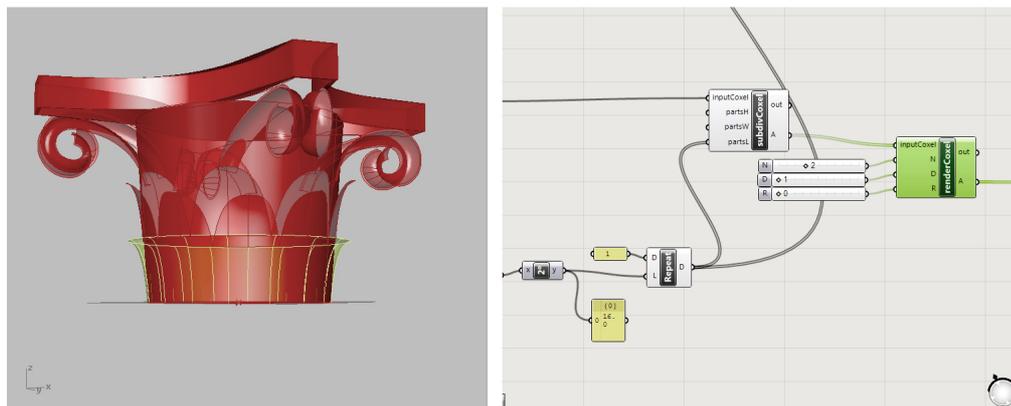


Figura 36 - Exemplo de utilização do método subdivCoxel na definição do capitel coríntio.

A subdivisão em largura não é tão visível nas regras albertianas. Encontramo-la esporadicamente na definição da coluna e dos capitéis. No entanto, será particularmente útil na modelação das molduras compostas. Através da subdivisão combinada de altura e largura, obtém-se uma matriz de coxels aos quais

se pode aplicar o método renderCoxel com diferentes parâmetros NDR (Figura 37). Consegue-se assim gerar as diferentes molduras referidas por Alberti (Alberti 2011, 453),

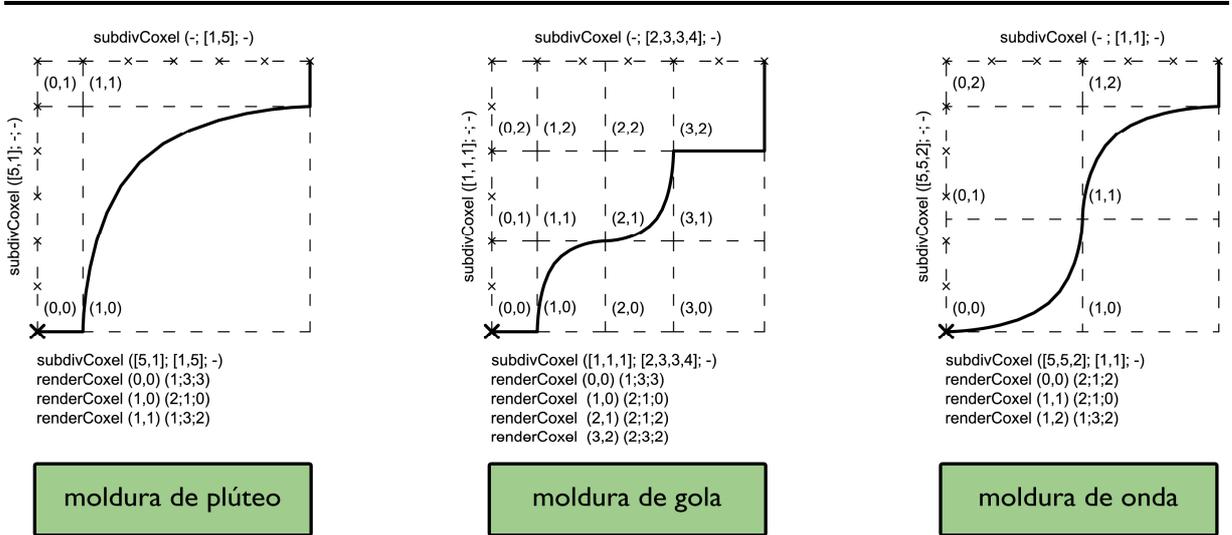


Figura 37 - Molduras através da combinação de coxels.

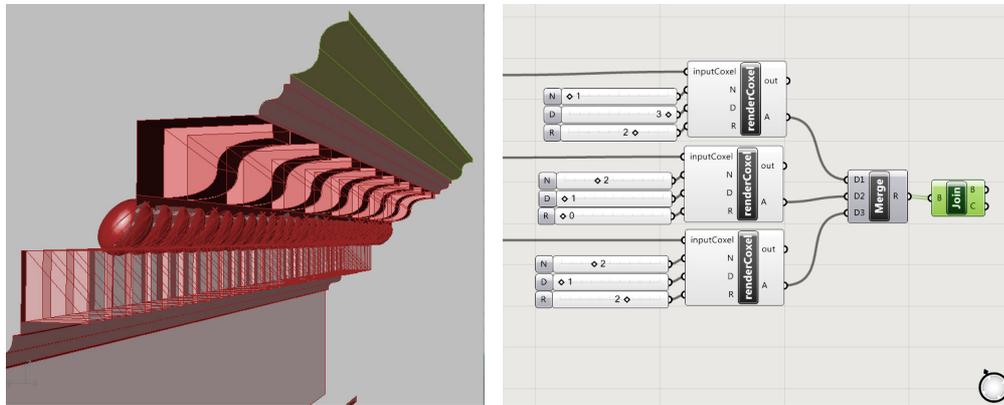
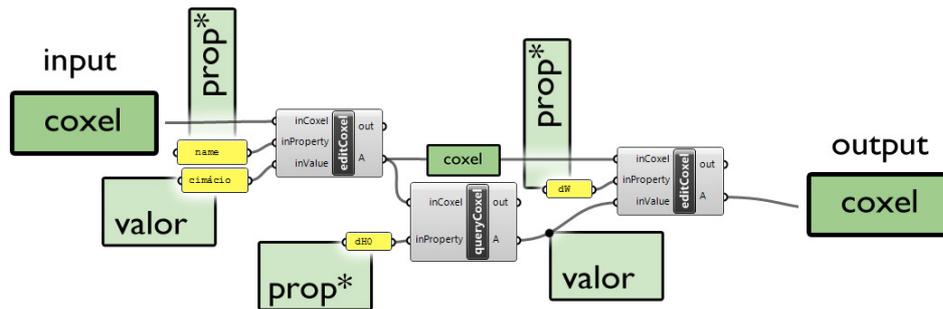


Figura 38 - Exemplo de combinação de molduras na definição do entablamento coríntio.

## Métodos de manipulação de propriedades

Definiu-se anteriormente como operações de proporção aquelas em que Alberti define uma dimensão de um elemento em função de outro. Para implementar estas operações criaram-se dois métodos: **queryCoxel** e **editCoxel**.



### Método editCoxel

**Ação** Altera o valor de determinada propriedade de um coxel.

**Sintaxe escrita (tabelas de regras)** editCoxel (inputCoxel; inProperty; inValue)

#### Inputs

inputCoxel – coxel a alterar (tipo: coxel)

inProperty – propriedade a alterar (tipo: string)

inValue – valor da propriedade (tipo: qualquer)

#### Outputs

coxel alterado (tipo: coxel)

### Método queryCoxel

**Ação** Extrai o valor de determinada propriedade de um coxel.

**Sintaxe escrita (tabelas de regras)** queryCoxel (inputCoxel; inProperty)

#### Inputs

inputCoxel – coxel a inquirir (tipo: coxel)

inProperty – propriedade a inquirir (tipo: string)

#### Outputs

valor da propriedade (tipo: qualquer)

pg.	ln.	transcrição da regra de Alberti / tradução matemática / código simplificado	numeração
451	11	Além disso o círculo maior do toro mais largo correspondia, na vertical, à linha exterior da base do plinto. $WE_{torosup} = W_{plinto}$	#11

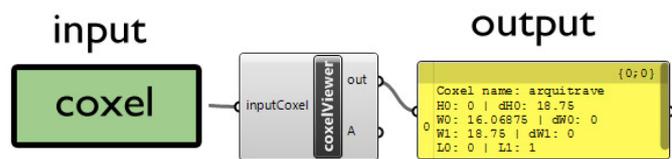
Tabela 11 - Exemplo de regra de proporção.

O método **editCoxel** procede à alteração de uma propriedade de um dado coxel. Recebe como inputs a instância cuja propriedade deverá alterar, o nome dessa propriedade e o novo valor que esta deverá assumir. O valor poderá ser introduzido directamente, mas o mais usual é ser extraído de um coxel, através do método queryCoxel.

O método **queryCoxel** devolve o valor de uma propriedade de um coxel. Esse valor poderá depois ser utilizado pelo método editCoxel para alterar uma propriedade de outra instância.

O valor extraído através do método queryCoxel poderá ser reintroduzido no próprio coxel inquirido. Isto verifica-se, por exemplo, no caso das molduras complexas, que normalmente assumem uma largura igual à altura.

## Métodos auxiliares

**Método** createCoxel**Ação** Cria um novo coxel.**Sintaxe escrita** createCoxel**Inputs**

N/A

**Outputs**

novo coxel (tipo: coxel)

**Método** coxelViewer**Ação** Apresenta os valores das propriedades de um coxel.**Sintaxe escrita** coxelViewer (inputCoxel)**Inputs**inputCoxel (tipo: coxel)  
– coxel a visualizar**Outputs**lista de valores das propriedades  
(tipo: string)

Existem ainda dois métodos necessários à correcta modelação computacional das partes das colunas.

O método **createCoxel** cria uma instância de raiz que irá ser moldada ao longo do programa até se tornar finalmente num elemento através de renderCoxel. O método **coxelViewer** devolve, mediante a introdução de um coxel, o estado dessa instância, ou seja, a informação patente nas suas propriedades

Estão por implementar mais dois métodos, no sentido de agilizar ainda mais a modelação computacional. Um será denominado de **moldCoxel**, o que permite, através da combinação dos métodos subdivCoxel e renderCoxel, gerar automaticamente as molduras albertianas (Figura 37). Da mesma forma, o método **ornamCoxel** simplificará a aplicação de ornamentos, como óvulos ou folhas de acanto. Estes métodos estão já patentes nas tabelas de regras, visto que o seu âmbito de aplicação está já definido, e serão implementados durante os próximos meses.

## Vantagens e desvantagens do uso do coxel

A implementação da classe coxel permite uma melhor sistematização dos modelos computacionais, otimizando-os. O uso de classes permite uma maior abstracção dos programas, automatizando certas operações de índole mais técnica, permitindo ao programador concentrar-se quase exclusivamente no conteúdo do programa (Scott 2006), neste caso a forma das partes dos sistemas de coluna. Assim, o processo de modelação aproxima-se mais do processo racional do arquitecto, tornando-o mais eficiente.

Por outro lado, comparando os dois modelos computacionais elaborados para o capitel coríntio, antes e depois da implementação dos coxel, verifica-se no segundo uma redução significativa no tamanho e complexidade dos programas, bem como no tempo de processamento em tempo real, quando se alteram os parâmetros associados à forma (Figura 39).

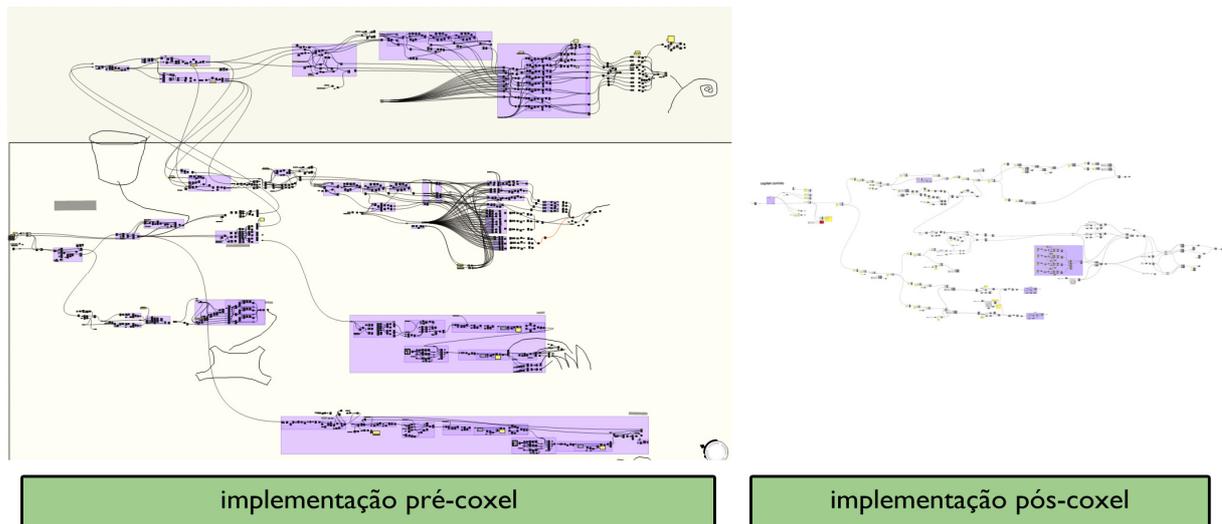


Figura 39 - Comparação entre modelos computacionais do capitel coríntio, antes e depois da implementação do coxel.

Pode, assim, dizer-se que a introdução do coxel veio trazer melhoramentos aos modelos computacionais, tanto a nível funcional como a nível conceptual. Conforme referido, em desenvolvimentos futuros as relações conceptuais do coxel serão alargadas às considerações de Alberti sobre geometria e matemática lúdica, com base na sua obra *Ex ludis rerum mathematicarum*.

## Preenchimento da informação em falta

Ao longo da análise do tratado e implementação das regras nos vários modelos computacionais, foram detectadas situações em que as instruções prescritas por Alberti não contêm informação suficiente para determinar a forma exacta dos elementos a que respeitam. Outras situações surgiram em que a informação existe mas não é clara. Outras ainda em que são prescritas instruções aparentemente contraditórias.

Para resolver cada uma destas situações, estabeleceu-se uma lista priorizada de fontes de informação para a procura de soluções, em que só se passa para a fonte seguinte se não for encontrada uma resposta adequada na anterior (Figura 40).

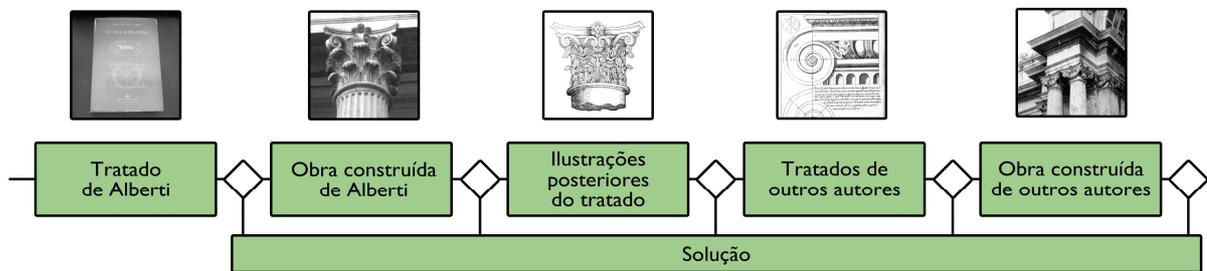


Figura 40 - Lista priorizada de fontes de informação.

Segundo esta lista, a primeira abordagem deveria ser procurar uma solução semelhante prescrita por Alberti para outros elementos, minimizando assim a utilização de fontes de informação exteriores ao tratado. Por exemplo, para definir o caracol dos caulículos do capitel coríntio, o que não é especificado, utilizou-se a definição do caracol do capitel jónico. Esta abordagem acabou por se tornar num princípio interno de modelação ao longo do trabalho, o qual se apelidou de princípio da Reutilização. Este princípio acaba por justificar bastantes opções de modelação, como iremos ver a seguir.

No entanto, certas situações não são de todo contempladas no tratado, como por exemplo a forma detalhada das folhas de acanto. No sentido de modelar tão complexa geometria, foi necessário recorrer a outras fontes que não o *De re aedificatoria*, como a obra construída de Alberti ou interpretações do tratado por outros autores, patentes por exemplo em ilustrações de edições posteriores do tratado<sup>7</sup>. Foram também tidos em conta outros tratados, considerando no entanto estas fontes somente quando não contradissem as instruções de Alberti. Teve-se em conta também obras construídas por outros autores

<sup>7</sup> Choay considera estas ilustrações desnecessárias à compreensão do tratado (Alberti 2011, 79, nota 138).

que não Alberti, como o próprio deverá ter feito quando formulou as regras, da observação dos templos romanos.

Estabeleceram-se também alguns princípios internos, como o já referido princípio da Reutilização, que são por vezes invocados para justificar determinadas opções de modelação:

- **Princípio da Reutilização** – regras em falta deverão ser adaptadas, sempre que possível, de outras regras existentes no tratado;
- **Princípio da Versatilidade** – regras deverão, sempre que possível, poder ser aplicadas a qualquer superfície. Este princípio permitirá, por sua vez, aplicar o princípio da Reutilização;
- **Princípio da Simplicidade** – geometrias deverão ser o mais simples possível;
- **Princípio da Continuidade** – geometrias deverão manter a continuidade ao nível mais elevado possível.

Futuramente, tenciona-se também ter em conta a teoria albertiana sobre as consonâncias musicais, as correspondências inatas e os números perfeitos 6 e 10, descrita nos Capítulos V e VI do Livro Nonno (Alberti 2011), relações matemáticas de que o autor se serve para justificar muitas das proporções prescritas no tratado. Será, assim, pertinente fazer uso dessas mesmas relações para preencher os espaços que Alberti deixou vazios.

Seguidamente, são apresentadas as situações mais paradigmáticas que foram detectadas (Figura 41), bem como a solução adoptada na implementação dos elementos dos sistemas de coluna Albertianos.

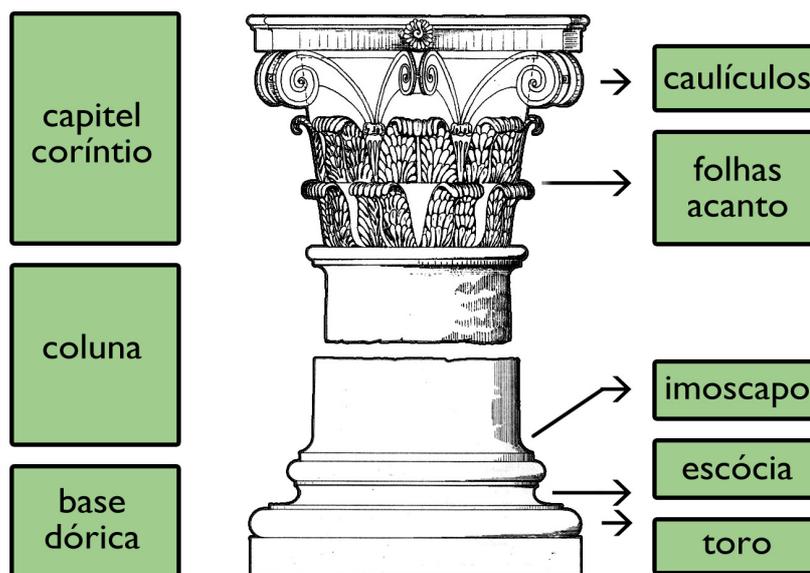
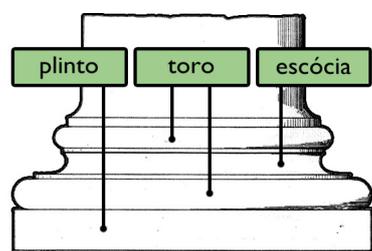


Figura 41 - Elementos com informação em falta.

## Base dórica: larguras



450	11	Quiseram que todos os lados do plinto tivessem de largura a medida do diâmetro completo da extremidade inferior da coluna e mais uma parte do mesmo diâmetro, não superior a metade nem inferior a um terço.	#02
	16	E a largura do plinto era também o triplo da altura da base.	#05
451	11	Além disso o círculo maior do toro mais largo correspondia, na vertical, à linha exterior da base do plinto.	#11

Figura 42 - Base dórica (Morolli e Guzzon 1994).

Tabela 12 - Regras referentes às larguras da base dórica.

A descrição de Alberti para o desenho da base dórica é totalmente explícita no que respeita às alturas dos seus componentes, organizando-as segundo a estrutura hierárquica previamente descrita. No entanto, a informação sobre os diâmetros desses componentes, ou larguras<sup>8</sup>, não é tão óbvia. Aparte algumas regras explícitas, nomeadamente para o plinto, escócia e toros, as restantes larguras são deduzidas a partir, quer da relação formal entre os componentes, quer da definição Albertiana desses mesmos componentes, descritas no início do Capítulo VII (Alberti 2011, 450-451).

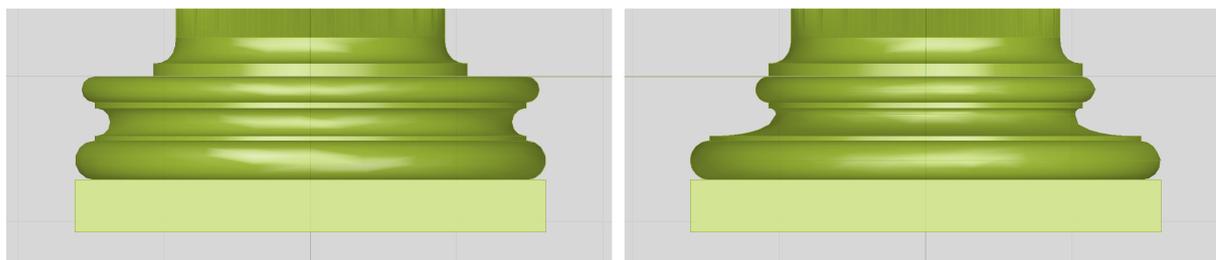


Figura 43 - Discrepância de larguras entre base dórica e coluna.

Assim, ao contrário da estrutura hierárquica adoptada para as alturas, na definição das respectivas larguras adoptou-se uma estrutura convergente, no sentido em que os valores foram sendo deduzidos dos extremos para o meio, conforme o esquema de modelação da base dórica (ver Anexos, pág. 134). Enquanto a largura do plinto é dada (regra #02 da Tabela 12), a do toro inferior adjacente é deduzida através de regras explícitas (regra #11), e a largura da escócia – e, conseqüentemente, do seu filete inferior – são deduzidas implicitamente. Do mesmo modo, começando por cima, o diâmetro do eixo do toro superior é dado implicitamente, sendo igual à largura da escócia e do seu filete superior. No entanto, o

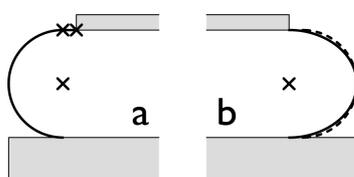
<sup>8</sup> Por uma questão de uniformização e à luz da optimização do sistema através da introdução do conceito de *coxel*, optou-se por denominar “largura” aos diâmetros dos vários componentes circulares.

valor para a largura da escócia, deduzida a partir do plinto, não corresponde ao valor estimado a partir do toro superior. Assim, a diferença entre os valores superior e inferior deverá ser absorvida pela geometria da escócia (Figura 43).

Sobre a largura do plinto, Alberti prescreve duas regras aparentemente contraditórias: uma em que permite uma variação do mesmo entre  $1+1/3$  e  $1+1/2$  do diâmetro do imoscapo (regra #02), e outra em que o fixa no triplo da altura da base (regra #05) que, sendo metade do diâmetro do imoscapo, corresponde a uma vez e meia deste. Optou-se por modelar a base permitindo a variação prescrita na primeira regra, gerando assim um modelo mais flexível, o que se coaduna, no nosso entendimento, com o espírito do sistema proporcional de Alberti que é, na sua essência, generativo. A abordagem descrita acima foi adoptada também na modelação da base jónica.

### Base dórica: toros e escócia

No Capítulo VII do Livro Sétimo (Alberti, 2011, pp. 450-451), surgem algumas passagens que requerem uma análise mais atenta. Alberti sugere que os toros da base dórica “sobressaíam metade da sua altura e mais um oitavo” (regra #10 da Tabela 13).



451	08	Ao vazarem os canais das escócias, tomavam precauções para que, ao fazê-lo, não atingissem as linhas verticais das partes que deviam ser construídas em cima.	#09
	10	Os toros sobressaíam metade da sua altura e mais um oitavo	#10

Figura 44 - Alternativas para a geometria do toro.

Tabela 13 - Regras referentes a toros e escócias.

O toro é geometricamente caracterizado como uma superfície de revolução com uma secção circular. “Sobressair metade da sua altura” coaduna-se com essa secção circular. No entanto, o acrescento de mais um oitavo aponta para uma secção elíptica (Figura 44b). A alternativa seria completar a curva com um segmento de recta (Figura 44a), solução que seria de evitar, por comprometer a continuidade de curvatura das linhas e superfícies geradas.

Conforme referido anteriormente, a dedução das larguras da base dórica converge na escócia, conferindo a esta duas larguras, superior e inferior, distintas. Acrescente-se ainda a seguinte regra: “Ao vazarem os canais das escócias, tomavam precauções para que, ao fazê-lo, não atingissem as linhas verticais das partes que deviam ser construídas em cima” (regra #09). Considerou-se “as partes construídas em cima” como a parte do fuste acima da sua reentrância inferior, delimitando-se assim a profundidade da escócia. Dados

estes parâmetros, este elemento não poderia ser descrito por uma secção semicircular (Figura 45a), como remete a descrição albertiana: “A escócia é uma reentrância, a toda a volta, que é comprimida entre os dois toros, como uma roldana” (Alberti 2011, 450). De modo a responder aos constrangimentos formais, recorreu-se à geometria computacional, nomeadamente às curvas e superfícies NURBS, que permitem gerar geometrias curvilíneas com recurso ao número mínimo de pontos de controlo (Pottman, et al. 2007).

Resultaram desta abordagem escócias cujos perfis correspondem à Figura 45b e Figura 45c, referentes a curvas polinomiais de 2º e 3º grau, respectivamente. Apesar da curva de 3º grau, devido às propriedades das NURBS, não permitir a profundidade máxima delimitada pela reentrância da coluna, esta acabou por ser seleccionada, por um lado por requerer menos pontos de controlo (quatro), mas principalmente por apresentar continuidade na curvatura (Figura 45e), ao contrário das duas curvas de 2º grau.

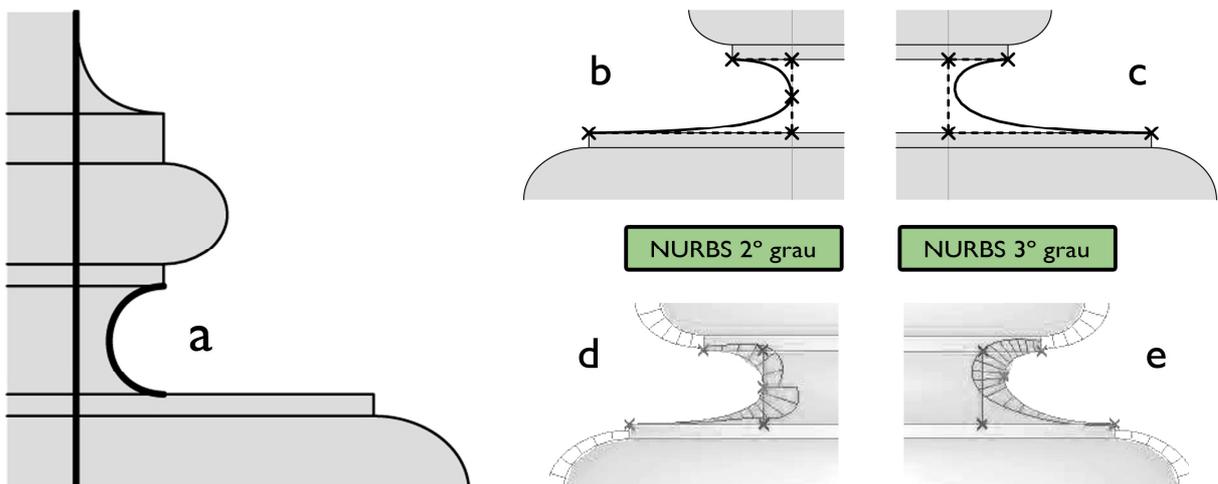
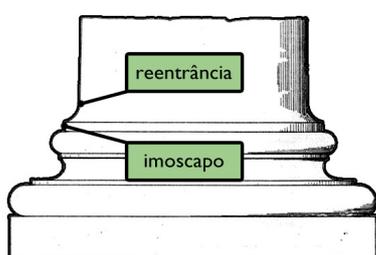


Figura 45 - Escócia da base dórica.

## Coluna: reentrância do imoscapo

De entre as instruções prescritas para o desenho da reentrância do imoscapo, patentes no fim do Capítulo XII do Livro Sexto (Alberti 2011, 421-425), sobressai uma que suscita algumas dúvidas. Alberti prescreve para a reentrância inferior da coluna o seguinte: “Assinaladas estas duas linhas, isto é, o diâmetro da reentrância e o filete, traçamos uma linha curva com a parte convexa voltada para o eixo, e com uma curvatura tão suave e agradável quanto possível, desde a extremidade do nastro (filete) até à extremidade da reentrância. O início desta curvatura terá a quarta parte de um pequeno círculo cujo raio seja a altura do filete” (regra #05).



424	05	Traçamos uma linha curva com a parte convexa voltada para o eixo, e com uma curvatura tão suave e agradável quanto possível, desde a extremidade do nastro (filete) até à extremidade da reentrância. O início desta curvatura terá a quarta parte de um pequeno círculo cujo raio seja a altura do filete.	#05
-----	----	---	-----

Figura 46 - Imoscapo da coluna (Morolli e Guzzon 1994). Tabela 14 - Regras referentes à reentrância do imoscapo.

Na Figura 47 apresentam-se algumas hipóteses para a interpretação desta instrução. Nas Figuras Figura 47a a Figura 47c testa-se o desenho da reentrância recorrendo ao quarto de circunferência prescrito, de raio igual à altura do filete. As três hipóteses são descartadas: Figura 47a não respeita as tangências das linhas adjacentes; Figura 47b, respeitando as tangentes, obriga a completar a linha com segmentos de recta, o que não se coaduna com a “linha curva” prescrita, além de que não seria concordante com a altura prescrita para a linha da reentrância; e Figura 47c, além de não respeitar as tangentes, gera uma aresta viva e construtivamente frágil no topo do filete. Em Figura 47d e Figura 47e é ignorada a instrução referente ao raio do arco de circunferência. Em Figura 47d, o raio é duplicado, mas não existe concordância com o resto da coluna acima. Em Figura 47e, reduzimos o raio de modo a resolver a situação em Figura 47d, o que porém obriga a acrescentar um segmento de recta, o que à semelhança de Figura 47b se revela desadequado.

Na solução escolhida (Figura 47f) foi utilizado não um quarto de circunferência, mas um quarto de elipse, por dois motivos. Sendo a elipse uma geometria relativamente complexa – aliás pouco utilizada no Renascimento, aquando da escrita do tratado –, não apresenta grandes dificuldades quando gerada num ambiente de modelação computacional. Por outro lado, uma das aproximações geométricas à elipse é a oval, que facilmente se obtém combinando arcos de circunferências concordantes. Assim se justifica o

recurso à elipse gerada por arcos de circunferência concordantes, quer no desenho da reentrância do imoscapo, como pela mesma ordem de ideias, para o sumoscapo, no topo da coluna.

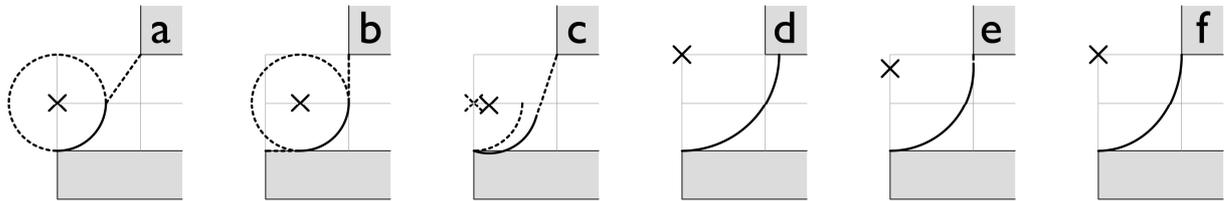
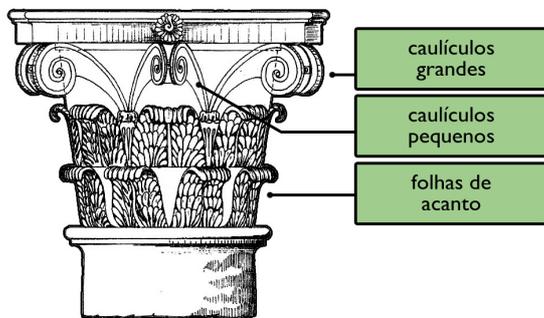


Figura 47 - Reentrância do imoscapo da coluna.

## Capitel coríntio: caulículos

O capitel coríntio apresenta dois tipos de caulículos (regras #14 e #15). De acordo com o princípio da Reutilização, e de modo a manter a coerência, ambos os tipos foram modelados de modo semelhante, o que implicou o desenvolvimento de um algoritmo de acordo com o princípio da Versatilidade. Entre os dois tipos de caulículos registam-se diferenças na proporção e no sólido em que se encontram inscritos, ou seja, ao nível dos seus parâmetros. Assim, passamos a descrever o processo de modelação do caulículo maior, podendo extrapolar-se o raciocínio para o caulículo menor. A modelação do caulículo pode ser generalizada como uma extrusão de uma geratriz, ou perfil, ao longo de uma curva directriz.



458	16	O comprimento das folhas da primeira série é de dois módulos; as da segunda série elevam-se igualmente à altura de dois módulos. Os restantes módulos são atribuídos aos caulículos que emergem das folhas e sobem até à altura do vaso.	#12
	19	Os caulículos são em número de dezasseis: quatro deles entrelaçam-se em cada face do capitel, dois do lado direito ligados num único laço, dois do lado esquerdo ligados em outro laço,	#13
	22	Os das pontas ficam pendentes por baixo dos ângulos do ábaco imitando um caracol,	#14
	24	Ao passo que os do meio, no centro da frente do capitel, se ligam uns aos outros pelas extremidades superiores, enrolando-se também em espiral.	#15

Figura 48 - Capitel coríntio (Morolli e Guzzon 1994).

Tabela 15 - Regras referentes aos caulículos.

## Curva directriz

Das regras de Alberti é possível extrair duas características relativas à curva directriz: os seus extremos e parte da sua forma. Segundo a regra #12, o caulículo começa nas folhas, e segundo a regra #14 acaba nos cantos do ábaco. Também segundo a regra #14, o caulículo acaba em espiral. Tendo apenas estas indicações, tudo o resto teve de ser completado. A directriz foi definida como uma curva tridimensional, resultante da combinação de duas curvas bidimensionais contidas em planos ortogonais.

## Projecção horizontal da directriz

Nas poucas regras prescritas para os caulículos maiores, Alberti sugere uma relação entre estes e o ábaco (regra #14). Assim, a projecção horizontal da directriz foi modelada segundo o contorno do ábaco (Figura 49), de acordo com o princípio da Reutilização.

### Projeção vertical da directriz

Segundo Alberti, “os caulículos emergem das folhas” (regra #12), o que sugere uma direcção vertical para a tangente da directriz no seu ponto inicial. No ponto final, “ficam pendentes por baixo dos ângulos do ábaco imitando um caracol”. Respeitando o princípio da Reutilização, o “caracol” foi desenhado de acordo com as prescrições de Alberti para as volutas do capitel jónico (Alberti 2011, 455). Este caracol é, na realidade, uma evolvente de dois pontos (Veiga da Cunha 1999, 168).

Para completar a projecção vertical da directriz, ligando as folhas ao caracol, era necessária uma curva cuja tangente no ponto inicial fosse vertical, cuja tangente no ponto final apontasse para o interior – de modo a manter a continuidade com a evolvente –, e fosse definida pelo menor número possível de pontos de controlo, de acordo com o princípio da Simplicidade. Assim, foi utilizada uma curva NURBS de segundo grau, definida por três pontos de controlo (Figura 49).

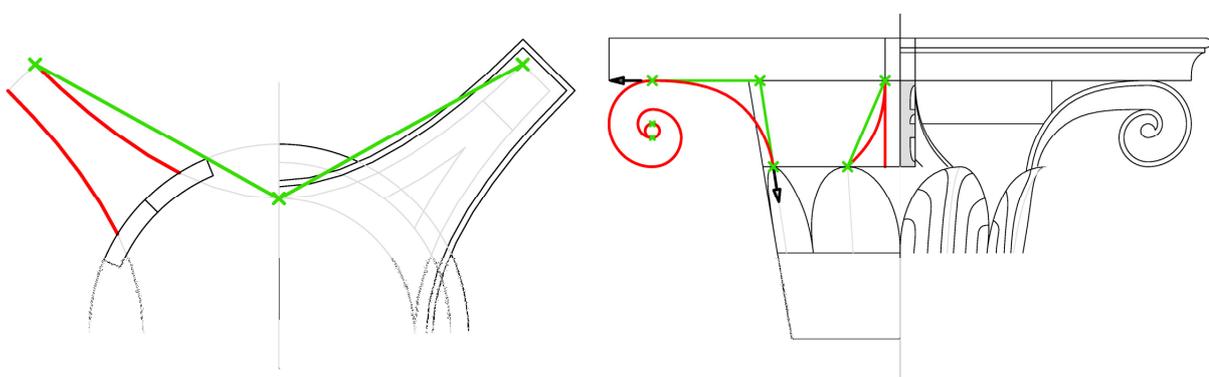
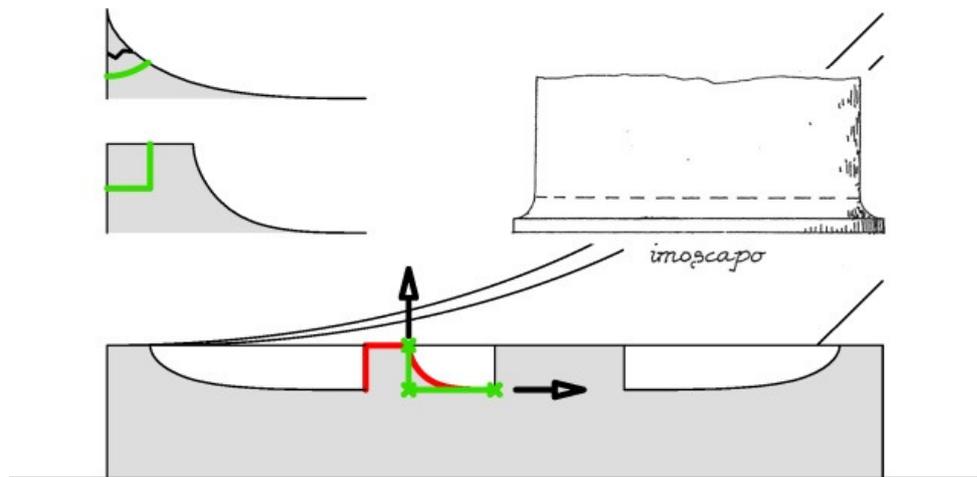


Figura 49 - Directriz dos caulículos grandes: projecção horizontal e vertical.

### Perfil

Alberti não indica regras para o desenho do perfil dos caulículos. Assim sendo, a sua forma foi definida a partir dos delineamentos prescritos no tratado para o extremo inferior da coluna, ou imoscapo (Alberti 2011, 422), por semelhança formal com os exemplos construídos e respeitando o princípio da Reutilização. Deste modo, tirou-se ainda partido das qualidades físicas do filete, evitando assim a ocorrência de ângulos agudos, que fragilizam as molduras.

A quando da modelação do capitel jónico, posterior à do capitel coríntio, verificou-se que o delineamento das suas volutas contemplava o referido filete. Dado que o caracol dos caulículos do capitel coríntio foi modelado à semelhança do jónico, fará sentido considerá-lo também na modelação do filete, numa futura iteração da modelação do capitel coríntio.



---

Figura 50 - Desenho do perfil dos caulículos.

## Capitel coríntio: folhas de acanto

O desenvolvimento do algoritmo que gera as folhas de acanto do capitel coríntio aponta para dois objectivos: semelhança e versatilidade. Pretende-se que a folha de acanto gerada seja indistinguível dos diversos exemplos esculpidos patentes na arquitectura clássica. Isto implica uma investigação em duas frentes, extractando as regras que regem a geometria das folhas, por um lado da observação dos exemplos esculpidos, preferencialmente dos edifícios de Alberti, e por outro lado da tentativa de compreender algumas das regras geométricas patentes na natureza.

458	15	E entre ambos brotam duas séries de folhas; a cada série são atribuídas oito folhas.	#11
	16	O comprimento das folhas da primeira série é de dois módulos; as da segunda série elevam-se igualmente à altura de dois módulos. Os restantes módulos são atribuídos aos caulículos que emergem das folhas e sobem até à altura do vaso.	#12
	26	Por cima dos caulículos do meio, emerge do vaso uma flor conspícua,	#16
		Não excedendo a espessura do ábaco.	#17
	29	As espirais das folhas são divididas em cinco dedos ou, se aprover, sete.	#19
	30	As extremidades das folhas caem meio módulo para diante.	#20
	31	Tanto nas folhas deste género dos capitéis como em todo o relevo é belíssimo que os traçados dos delineamentos sejam talhados com profundidade.	#21

**Tabela 16 - Regras referentes às folhas de acanto.**

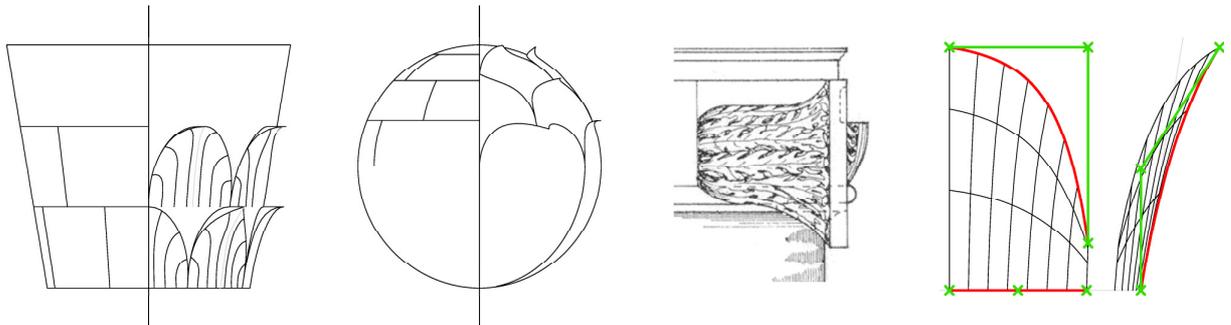
O princípio da Versatilidade está presente no algoritmo em dois níveis. Por um lado, foi desenvolvido de modo a poder ser aplicado em qualquer superfície. Assim, é passível de ser utilizado na modelação da flôr conspícua do capitel coríntio, assim como nas volutas do capitel jónico ou em partes dos entablamentos. De facto, as pétalas da flôr foram modeladas utilizando esse mesmo algoritmo, sendo a geometria que serve de base para a flôr uma esfera que satisfaça os requisitos da regra #17. Por outro lado, o algoritmo produz uma superfície cuja complexidade é relativamente baixa, permitindo um maior leque de operações geométricas subsequentes, como seja a subdivisão da folha nos respectivos dedos (regra #19).

O algoritmo é composto por uma série de operações geométricas sobre uma dada superfície, transformando-a numa folha de acanto. Na realidade, a superfície base não é transformada, actuando apenas como um contentor de parâmetros geométricos, que serão utilizados pelo algoritmo para gerar uma nova geometria. As folhas do capitel coríntio têm como base as sub-superfícies resultantes das sucessivas operações de subdivisão do vaso do capitel, culminando na regra #13.

A folha de acanto foi modelada como uma superfície NURBS, de modo a manter um reduzido número de pontos de controlo, conforme o princípio da simplicidade. Esta superfície é o resultado de uma operação de lofting entre duas curvas, uma inferior extraída directamente da secção horizontal do vaso, e uma superior derivada da transformação da superfície base. Foi seleccionada a operação de loft pela sua

coerência e conseqüente previsibilidade de comportamento em relação às coordenadas UV. O controle destas coordenadas revelou-se crucial para garantir a aplicação de operações geométricas posteriores sobre a geometria resultante, como por exemplo a sua subdivisão da folha em dedos, bem como a pormenorização subsequente, essencial para que esta seja modelada de acordo com as referências esculpidas.

---



---

Figura 51 - Folhas de acanto estilizadas: aplicação no vaso do capitel e na flôr conspícua; possível aplicação em capitel jónico; construção geométrica em superfície NURBS.

## 4. Produção de modelos físicos

### Materialização digital

A partir dos modelos computacionais podem produzir-se modelos físicos das várias partes dos sistemas de coluna utilizando técnicas de materialização digital (MD). A produção destes modelos tem dois propósitos: por um lado, os modelos físicos servirão como um testemunho palpável da investigação, marcando presença na exposição que marcará o encerramento do projecto Alberti Digital; por outro, o processo de produção dos modelos permitirá avaliar a adequabilidade das várias técnicas de MD à materialização das geometrias estudadas, assim como fornecer feedback sobre eventuais fragilidades, permitindo assim melhorar os modelos computacionais.

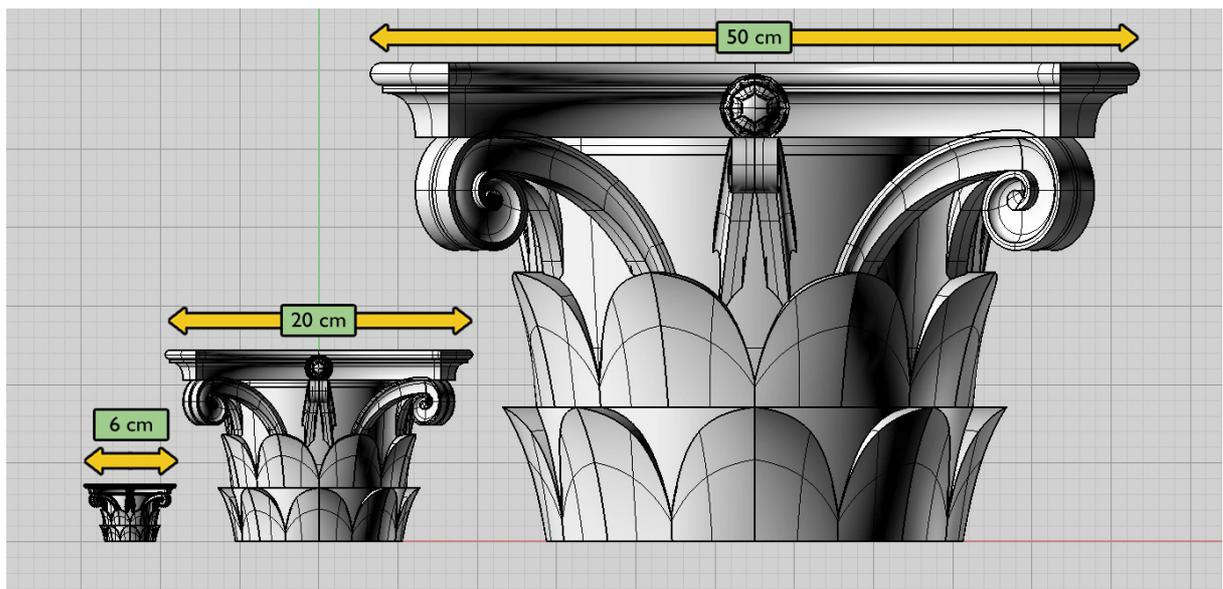


Figura 52 - Escalas dos modelos físicos produzidos.

No âmbito do projecto, prevê-se a produção de modelos a três escalas diferentes, que denominaremos de **pequena**, **média** e **grande** (Figura 52). A cada escala está predominantemente associada uma técnica de MD. Aos modelos à escala pequena está associada a técnica aditiva de *Fused Deposition Modeling* (**FDM**), à escala média a técnica aditiva de *3DPrinting* (**3DP**). A produção de modelos à escala grande, por sua vez, recorre à técnica substractiva de **fresagem**. No entanto, antes de se obter o produto final, muitos dos

modelos passaram por uma fase intermédias de produção, não recorrendo necessariamente à técnica associada à escala respectiva.

Não é tão trivial distinguir os modelos produzidos entre **prototipagem rápida** e **fabricação digital**. Se considerarmos que todos fornecem informação pertinente para uma melhoria numa iteração posterior, teríamos de considerar que foram produzidos no âmbito da prototipagem rápida. No entanto, tendo em conta que quase todos serão apresentados na exposição de encerramento do projecto, podemos vê-los como um produto final, entrando no campo da fabricação digital. Existem naturalmente casos em que a distinção é óbvia, outros em que nem tanto.

Assim, optou-se por estruturar este capítulo em função das diferentes partes do sistema de coluna, documentando as várias fases e técnicas desde a criação de protótipos por prototipagem rápida à obtenção do produto final por via de fabricação digital. Até agora, os esforços de produção centraram-se em dois objectivos, segundo os quais se dividirá este capítulo: a criação de uma colecção de miniaturas das várias partes dos vários sistemas de coluna, e o desenvolvimento de um capitel coríntio à escala real em pedra.

## Colecção de miniaturas

A colecção de miniaturas (Figura 53) é constituída por um ou mais exemplares de cada parte dos vários sistemas de coluna descritos por Alberti, produzidos em plástico utilizando a técnica de FDM, à escala pequena. As várias partes podem ser interligadas, permitindo fazer várias combinações entre bases, colunas, capiteis e entablamentos, fugindo assim à lógica das ordens arquitectónicas, como era intenção de Alberti (Coutinho, et al. 2011).

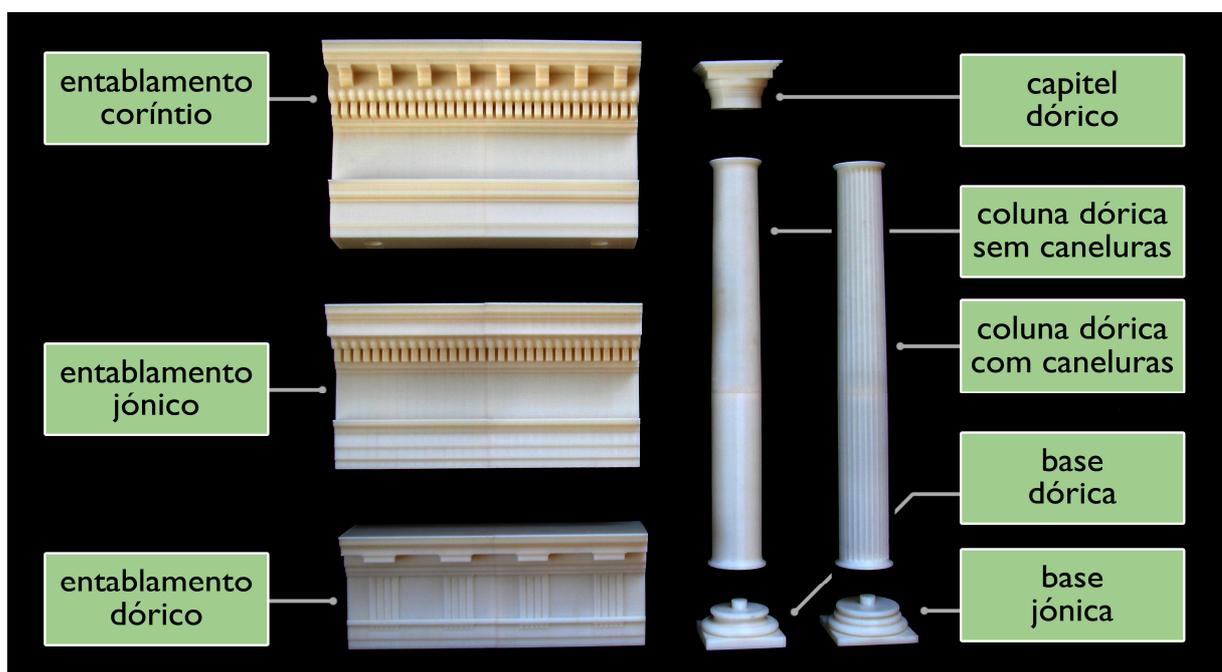


Figura 53 – Elementos da colecção de miniaturas de partes do sistema de coluna, produzidas por FDM.

## Fused Deposition Modeling

*Fused Deposition Modeling* (FDM) é uma tecnologia de materialização digital aditiva, na qual o modelo é produzido através da deposição de camadas sucessivas de material termoplástico. O processo implica a decomposição prévia do modelo digital em camadas horizontais, utilizando software normalmente fornecido com o equipamento. O termoplástico é fundido por uma cabeça de extrusão que se movimenta no plano horizontal, de acordo com a forma da respectiva camada do modelo.

Os modelos do projecto Alberti Digital foram produzidos num termoplástico denominado acrilonitrilobutadieno-estireno, mais conhecido pela sigla ABS e usado recorrentemente com FDM, seja em

equipamento de qualidade profissional, como o que foi utilizado, seja em máquinas de cariz amador. O ABS é aquecido e extrudido pela máquina sob a forma de filamento com um diâmetro da ordem da fracção de milímetro. O equipamento utilizado permite extrudir filamentos de 0,17 mm e 0,25 mm de diâmetro, correspondendo o segundo à resolução dos modelos produzidos. Tal resolução permite obter modelos com um elevado grau de pormenor. As dimensões máximas permitidas pelo equipamento utilizado – uma Stratasys Dimension Elite, disponibilizada pelo Fablab EDP – correspondem a um prisma quadrangular de aproximadamente 20 cm de lado e 30 cm de altura. Em termos de velocidade, fará mais sentido analisar valores em prol dos resultados, mais adiante.

Devido ao processo de produção, certas partes dos modelos FDM, como por exemplo elementos em consola, não podem ser impressas sem o auxílio de um material de suporte. Este material serve com uma espécie de cofragem que suporta o ABS, que ao ser extrudido se encontra em estado fundido, podendo ser retirado após o endurecimento. Assim, no final do processo, é normalmente necessário retirar o material de suporte, seja mecanicamente, com o auxílio de ferramentas para o partir, ou quimicamente, colocando o modelo numa tina com uma solução ácida de baixa concentração.

Através desta tecnologia produzem-se modelos resistentes ao choque. Esteticamente apresentam uma textura em que são perceptíveis as camadas decorrentes do processo de fabrico, quer à vista quer ao tacto. No entanto os modelos podem ser acabados com verniz, ocultando a textura, ou simplesmente pintados (Figura 54).



---

Figura 54 - Textura dos modelos FDM. Exemplo de modelo FDM pintado (trabalho académico: Castro e Costa/Ferreira).

## Preparação de modelos para tecnologias aditivas

Os modelos digitais submetidos para produção através de tecnologias aditivas de MD devem cumprir alguns requisitos formais, decorrentes do processo de decomposição desses modelos em camadas. Estes requisitos são, regra geral, transversais às várias tecnologias, aditivas ou outras, e devem ser tidos

inclusivamente como princípios de modelação, apesar de ser possível a produção de modelos que não os cumpram na totalidade.

Geralmente, um bom modelo digital para produção consiste num único sólido fechado. Um modelo composto por várias superfícies com arestas coincidentes mas não ligadas gera usualmente problemas. Uma forma eficaz de verificar a coerência do sólido é aplicar-lhe uma operação booleana, como por exemplo subtrair-lhe uma esfera. Se a operação correr sem problemas, é geralmente indicativo de que o modelo é um sólido (Figura 55).

É comum surgirem dificuldades em juntar as várias superfícies de um modelo para gerar um sólido. Muitas vezes essas dificuldades podem ser resolvidas analisando as normais das superfícies a juntar. Estas devem também ser coerentes entre si. Se, por exemplo, se tentar juntar duas superfícies semi-esféricas, uma apresentando normais centrífugas, outra normais centrípetas, ocorrerá provavelmente um erro. Convém também garantir que as normais de um sólido estão viradas para fora (Figura 55).

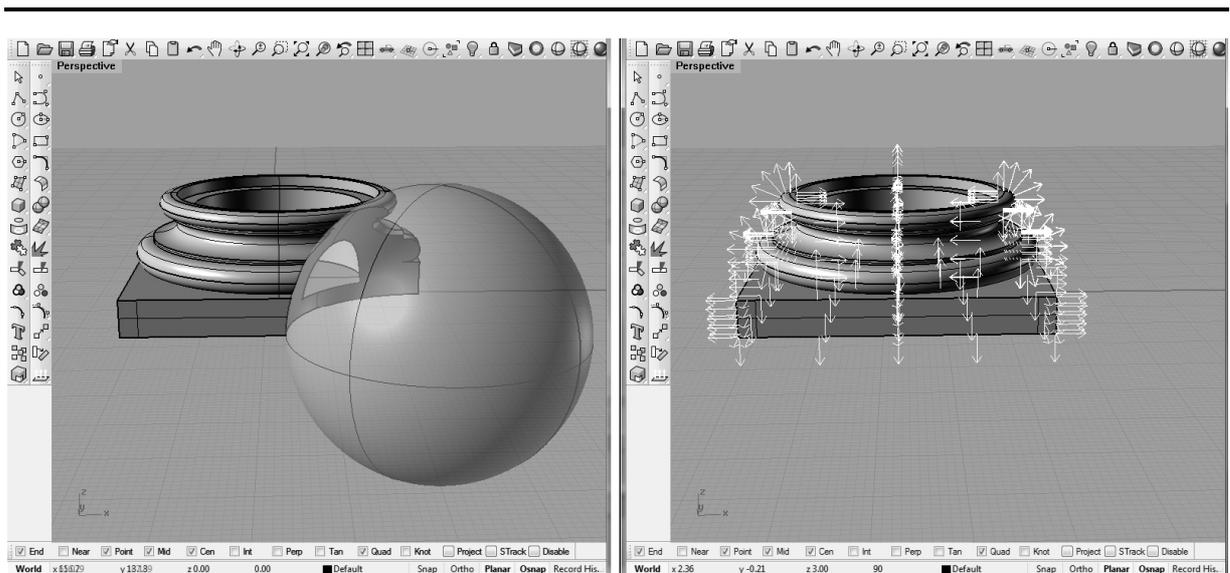


Figura 55 - Preparação dos modelos digitais: modelo como sólido; coerência das normais.

Por vezes ocorrem buracos na superfície, normalmente decorrentes de arestas que parecem ligadas mas estão apenas coincidentes. Estes erros têm de ser muitas vezes corrigidos manualmente, mas alguns podem ser evitados através de uma modelação cuidada, seja ao nível do modelo digital ou do modelo computacional.

Para além da resolução de erros, a preparação dos modelos passa muitas vezes por uma fase de optimização, no sentido de minimizar o consumo de recursos, em termos de material utilizado e de tempo

de produção. Um modelo oco será à partida menos dispendioso e rápido de produzir que o mesmo modelo compacto. No entanto, para tornar o modelo oco poderá ser necessário garantir que pode ser construído dessa forma. Por exemplo, para a impressão FDM das colunas, foi necessário dividir o modelo em dois, caso contrário o material de suporte ficaria enclausurado no seu interior (Figura 56).

Outra questão a ter em atenção é a dimensão mínima a garantir em todas as partes do modelo. Esta dimensão depende obviamente da tecnologia utilizada, e é determinada pela experiência com a produção de modelos.

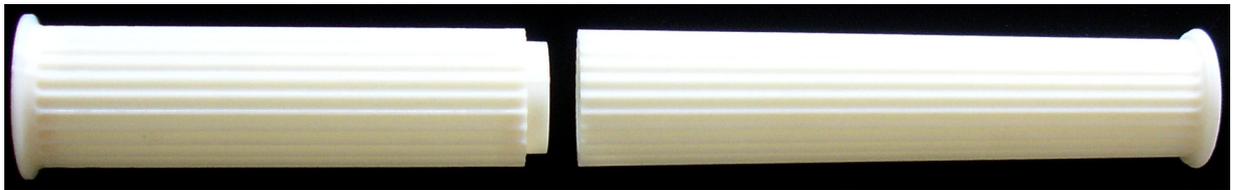


Figura 56 - Modelo da coluna canelada dividido em dois.

### Elementos da colecção produzidos

Cada elemento da colecção corresponde a uma parte dos diversos sistemas de coluna, cuja forma cumpre fielmente as instruções de Alberti patentes no *De re aedificatoria*. Na Tabela 17 apresentam-se alguns dados de produção destes elementos. À data da redacção desta dissertação, a colecção de modelos não se encontra ainda concluída.

De modo a garantir a coerência entre todos as partes da colecção, foram mantidas constantes as variáveis iniciais necessárias aos modelos computacionais para gerar os respectivos modelos digitais. Estas variáveis correspondem ao diâmetro do imoscapo (Dimo) e do sumoscapo (Dsumo). Assim, a razão entre Dsumo e Dimo também é constante, o que por sua vez implica, segundo Alberti, que as alturas das colunas se devem manter no mesmo intervalo, consoante o capitel que se lhes aplica.

### Interligação entre as partes

Pretendeu-se que todas as partes pudessem ser acopladas entre si. Nesse sentido foram experimentadas duas hipóteses. A primeira consistia em adoptar um sistema macho-fêmea, semelhante ao do sistema LEGO, que seria implementado ao nível da produção de cada peça. Assim, a cada parte adicionar-se-ia um pequeno cilindro na face superior e subtrair-se-ia um sólido igual na face inferior (Figura 57). Os encaixes seriam assim produzidos como parte da peça.

A precisão do equipamento de produção FDM parecia ser adequada à implementação desta ideia, uma vez que as peças encaixavam perfeitamente. No entanto, o encaixe era de tal modo justo que se sentia alguma dificuldade em separar as peças, o que seria um inconveniente, especialmente tendo em conta que o acto de encaixar-desencaixar seria bastante frequente na exposição a que os modelos estavam destinados. Confirmou-se que o sistema não seria funcional quando um dos encaixes se partiu. (Figura 57)

Da necessidade de uma alternativa ao sistema de encaixe surge uma segunda hipótese: utilizar ímanes em forma de disco para efectuar a ligação entre as peças. Assim, aplicando um íman em substituição de cada encaixe resolve-se o problema do desgaste do material, visto o desgaste dos ímanes ser negligenciável. Em contrapartida, o custo dos ímanes é superior ao custo associado à implementação dos encaixes. Em termos de implementação do sistema, os encaixes macho e fêmea foram substituídos nos modelos digitais por encaixes fêmea com dimensões que acomodassem os ímanes (Figura 57), obrigando a produzir de novo alguns modelos que já tinham sido produzidos com o sistema anterior.

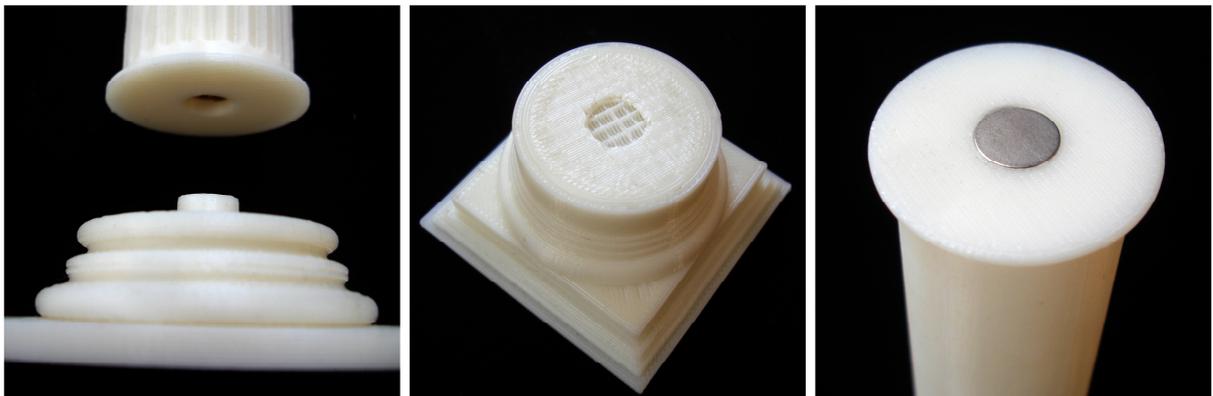


Figura 57 - Interligação de peças: sistema de encaixe; encaixe partido; sistema de ímanes.

## Prototipagem do capitel coríntio

Ao longo da investigação relatada nesta dissertação, há uma parte dos sistemas de coluna que tem merecido especial atenção: o capitel coríntio. A sua complexidade geométrica é notável, especialmente quando comparada com as outras partes – o capitel compósito apresentará uma complexidade geométrica semelhante, mas é, segundo Alberti, gerado a partir do coríntio –, e desde cedo se apresentou como um desafio, primeiro na elaboração do modelo computacional, e posteriormente na sua materialização.

A produção de modelos físicos correspondentes ao capitel coríntio passou por várias tecnologias de materialização digital, ao longo das quais se foram retirando conclusões que permitiram melhorar o modelo computacional. A primeira experiência correspondeu à produção de um pequeno exemplar por FDM (Figura 58). Na altura, a elaboração do modelo computacional estava ainda a meio. Quando o programa de computador atingiu uma maturidade próxima da final, avançou-se para a produção de um modelo maior, recorrendo à tecnologia de 3D Printing (3DP) (Figura 58).

Se o primeiro modelo em FDM se considera claramente um protótipo, o segundo modelo poderá já ser considerado como tendo sido produzido numa perspectiva de fabricação digital. Apesar de o modelo computacional não estar completo quando lhe deu origem, o capitel coríntio em 3DP fará parte de uma colecção de capitéis à escala média, a apresentar na exposição, como testemunho do projecto Alberti Digital. No entanto, o capitel coríntio computacional gerará ainda uma instância: um modelo físico à escala real, em pedra (Figura 58).



Figura 58 - Fases de materialização digital do capitel coríntio.

## Escala pequena

O capitel coríntio produzido por FDM adveio de um modelo computacional ainda em elaboração, do qual constavam já o vaso e o ábaco, bem como as primeiras abordagens às folhas de acanto e aos caulículos maiores. Faltava ainda modelar os caulículos pequenos e a flôr conspícua (Figura 58). No entanto, tendo

surgido a disponibilidade de utilizar o equipamento FDM no ISTAR, no Instituto Superior Técnico, fazia sentido fazer um primeiro teste, mesmo com a modelação inacabada. Esta foi aliás a primeira experiência com FDM no âmbito do projecto, antes ainda da produção das partes da colecção de miniaturas. O equipamento utilizado para a produção do capitel, uma Stratasys Prodigy Plus, é muito semelhante ao utilizado no Fablab, sendo este uma evolução do primeiro (Figura 59). Os equipamentos diferem entre si ao nível do *software* associado e do design, não tendo havido no entanto lugar a uma análise comparativa. As dimensões máximas das peças a produzir na Prodigy Plus são as mesmas, 20 por 20 por 30 cm, bem como as resoluções disponíveis, 0,25 e 0,17 mm, e mesmo os tempos de produção são semelhantes (ver Tabela 17). Assim, também o processo de preparação e produção do capitel foram semelhantes ao das partes da colecção de miniaturas.

O modelo produzido mede 7 cm de altura e 10 cm de largura, medidos na menor dimensão do ábaco (Figura 59), e levou quase 12 horas a produzir. O volume de material utilizado corresponde aproximadamente a 120 cm<sup>3</sup>, tendo o vaso do capitel sido esvaziado, no sentido de poupar material de modelação.

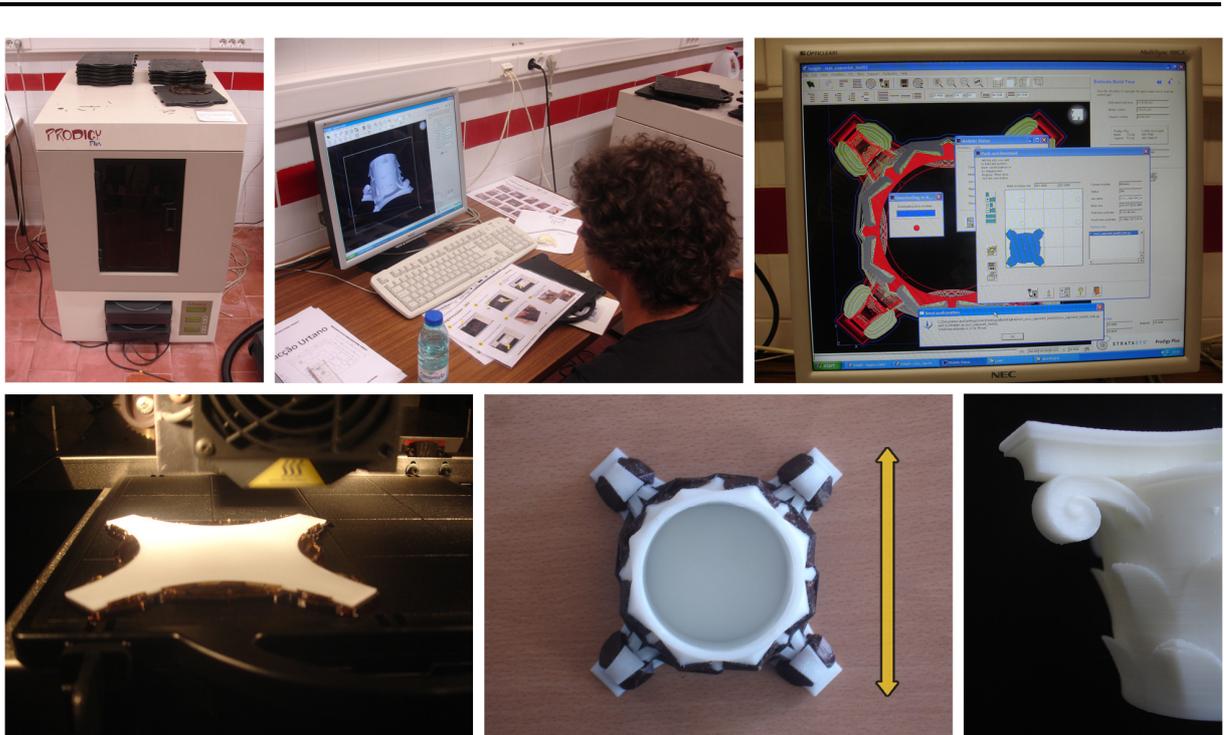


Figura 59 - Produção de capitel coríntio por FDM.

## Quebra das folhas de acanto e anisotropia

Apesar da qualidade do modelo final, verificaram-se algumas fragilidades nas pontas das folhas de acanto, resultando na sua quebra (Figura 60). Tal deveu-se ao facto de as camadas de material correspondentes às pontas das folhas serem demasiado finas, constituídas por apenas dois ou três filamentos de ABS. De facto, aquando da produção do modelo FDM, as folhas de acanto constantes do modelo computacional separavam-se formalmente do vaso (Figura 61).

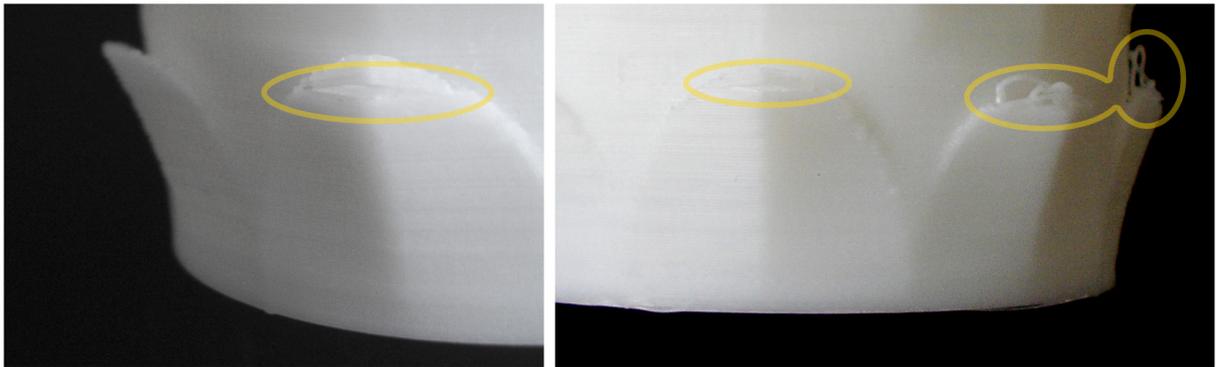


Figura 60 - Quebra das folhas de acanto.

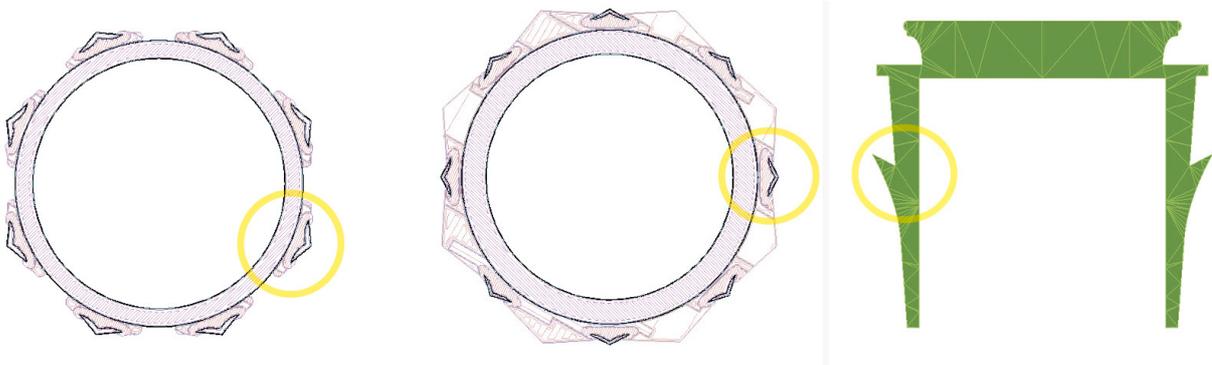


Figura 61 - Corte horizontais e transversal do capitel.

As fragilidades detectadas nas folhas de acanto chamaram a atenção para a importância da anisotropia inerente à tecnologia FDM. De facto, um modelo, ou partes dele, apresentam maior ou menor resistência consoante a direcção segundo a qual o modelo foi produzido. As pontas das folhas caracterizam-se por uma camada muito fina por terem sido seccionadas na horizontal. No entanto, se o seccionamento tivesse

sido feito segundo um plano tangente ao vaso de onde as folhas brotam, o resultado seria provavelmente diferente. Fica ainda por experimentar esta hipótese. No entanto, o facto de no capitel coríntio não existir uma direcção predominante, além da vertical, sugere que essa hipótese despoletará mais problemas do que resolve.

Verificou-se assim que a geometria das folhas poderia não ser a mais adequada para a sua materialização. Os ângulos agudos são de facto de evitar, seja por métodos de materialização digital, seja na escultura em pedra tradicional. Sendo a materialização o objectivo final dos modelos, optou-se por fazer alterações à forma como as folhas se ligam ao vaso (Figura 62). Tais alterações foram implementadas de modo a que constarem do modelo físico seguinte.

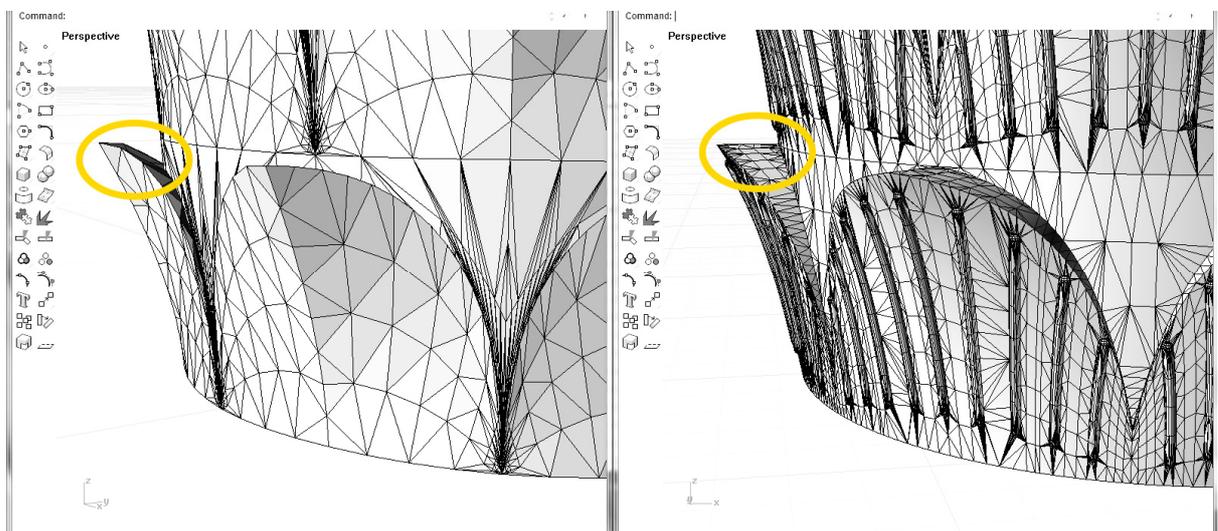


Figura 62 - Alteração formal das folhas de acanto.

## Escala média

A produção de um segundo modelo físico do capitel coríntio ocorreu numa altura em que o modelo computacional correspondente se encontrava numa fase já avançada (Figura 63). Incluíam-se já os caulículos pequenos e a flôr conspícua, considerando-se o modelo quase concluído. Se não se considerou concluído o modelo foi por não se ter ainda atingido um estado satisfatório no que respeita às folhas de acanto, às quais se pretendia acrescentar mais detalhe à sua forma estilizada. Mas na verdade, o modelo pode considerar-se acabado. Por um lado, Alberti não prescreve as regras que geram esse detalhe e, por outro, nalgumas das suas obras construídas as folhas de acanto são, de certa forma, também estilizadas (Figura 64).

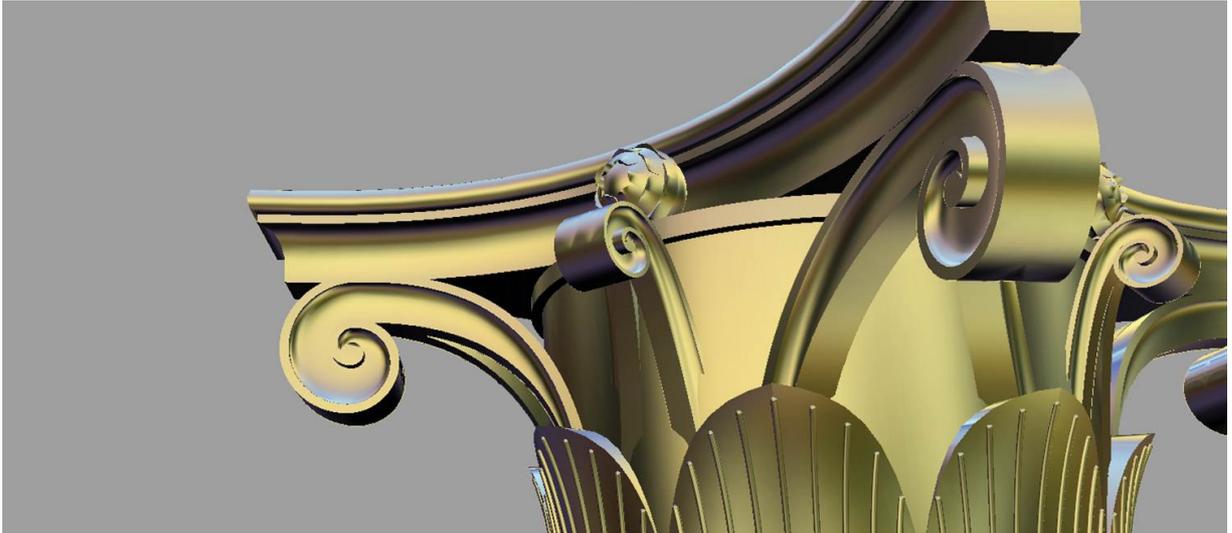


Figura 63 - Modelo digital do capitel coríntio.

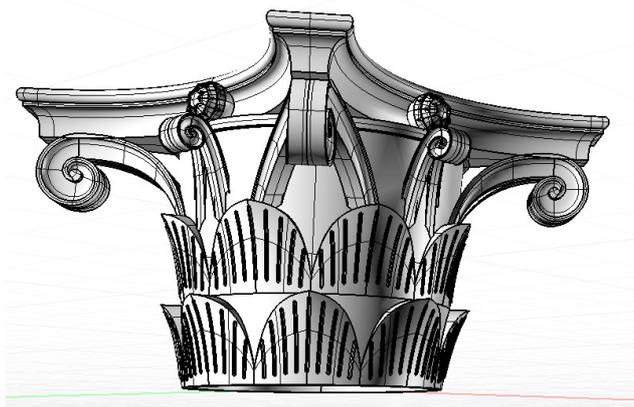


Figura 64 - Folhas de acanto estilizadas: modelo digital e obra construída de Alberti, loja Rucellai (foto: (Tavernor 1998)).

Assim, materializou-se um modelo físico correspondente capitel coríntio, utilizando uma outra tecnologia aditiva de materialização digital, a *3D Printing*, ou impressão 3D. A produção do modelo ocorreu no Departamento de Arquitectura da Universidade de Coimbra, recorrendo a uma impressora 3D da Z Corporation, a ZPrinter 350.

## 3D Printing

3D Printing (3DP) é, assim como a FDM, uma tecnologia de materialização digital aditiva, na qual o modelo é produzido através da sobreposição de camadas sucessivas de material plástico em pó. Também como a FDM, implica a decomposição prévia do modelo digital em camadas horizontais. No entanto, o método de produção difere do da FDM. Na 3DP, a cada camada do modelo corresponde uma camada de pó, sobre a qual se aplica um ligante, de acordo com a forma da camada a reproduzir. Quando todas as camadas foram processadas, obtemos um cubo cheio de pó, em que apenas o pó correspondente ao modelo impresso está ligado, ou colado (Figura 65). Ao contrário da tecnologia FDM, na 3DP o material de suporte é o próprio pó.

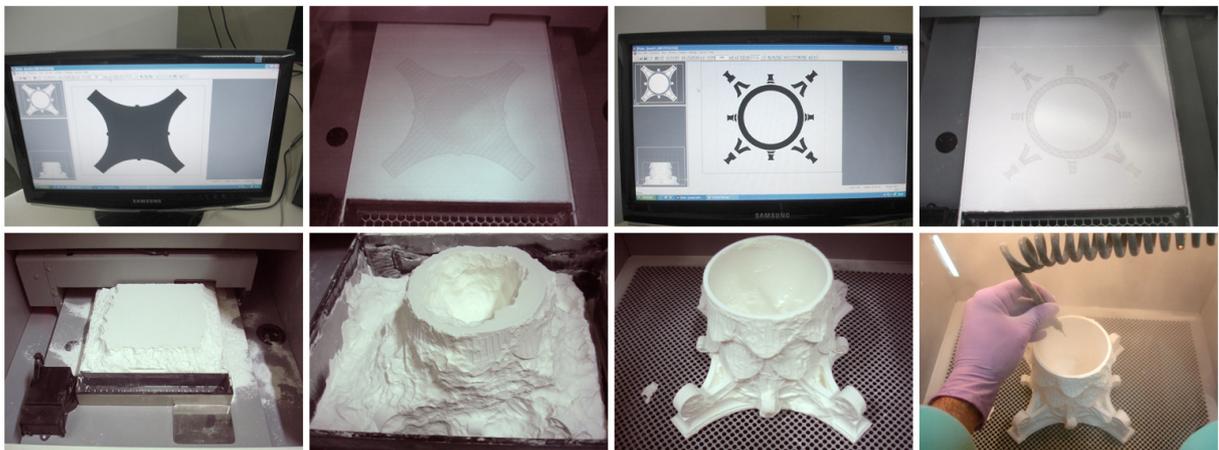


Figura 65 - Produção do capitel coríntio por 3DPrinting.

O pó utilizado na ZPrinter é baseado em gesso, enquanto o ligante é baseado em cianoacrilato, o mesmo químico utilizado na conhecida Super Cola 3 e respectivos sucedâneos. Assim, os modelos produzidos nesta tecnologia apresentam algumas semelhanças com peças cerâmicas, nomeadamente na porosidade da superfície, e na resistência ao choque. A resolução máxima dos modelos é dada pela dimensão do grão do pó, que ronda os 0,10 mm. Em termos de dimensões máximas, a ZPrinter 350 permite produzir peças que caibam num prisma quadrangular de 20 cm de lado e 25 cm de altura.

### Quebra dos caulículos pequenos

O modelo produzido por 3DP tirou partido das dimensões permitidas pelo equipamento, medindo 13 cm de altura e 19 cm de largura, medidos na menor dimensão do ábaco. A sua produção levou aproximadamente 8 horas, com consumos da ordem dos 600 cm<sup>3</sup> para o material em pó, e de 165ml para o ligante. À semelhança do modelo FDM, também se esvaziou o vaso do capitel no sentido de reduzir o consumo de material.

O resultado foi bastante satisfatório. A resolução da 3DP permite a produção de superfícies perfeitamente lisas e de curvaturas suaves. No entanto, devido à fragilidade do material, um dos caulículos pequenos quebrou na fase de retirar o modelo da máquina. Este episódio revelou que, independentemente da fragilidade do material, talvez a geometria dos caulículos devesse ser alterada. Se imaginássemos a produção deste modelo noutra material, mesmo que de natureza menos frágil, os caulículos pequenos seriam sempre elementos mais vulneráveis.

Para consertar o modelo partido, utilizou-se o ligante fornecido com o equipamento (Figura 66), que tem por fim tanto colar partes partidas como servir de acabamento aos modelos, tornando-os mais resistentes. Em termos de modelação do capitel coríntio, surgiram duas hipóteses: por um lado, engrossar os caulículos pequenos, de modo a torná-los menos vulneráveis à flexão; por outro, tirar partido da flôr conspícua como um segundo apoio aos caulículos pequenos, à semelhança dos caulículos grandes, que são reforçados pela sua ligação ao ábaco (Figura 66).

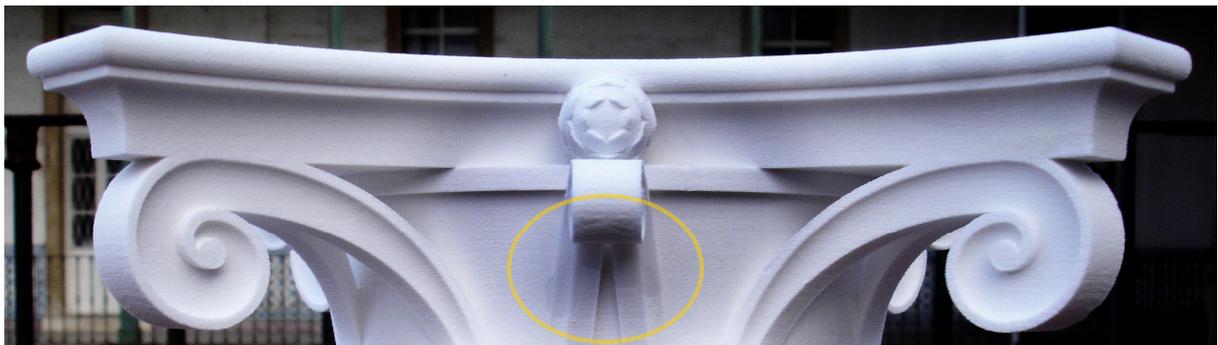


Figura 66 - Caulículo quebrado e posteriormente colado.

Apesar deste percalço, a produção 3DP do capitel coríntio acabou por ser uma experiência bem sucedida, resultando num produto digno de pertencer à exposição de encerramento do projecto (Figura 67). Assim, estabeleceu a fasquia para a posterior produção dos outros capitéis, dórico, jónico e compósito.



Figura 67 - Capitel coríntio, produzido por 3D Printing.

### Análise comparativa de tecnologias aditivas

A Tabela 17 resume uma análise comparativa entre os vários modelos produzidos por tecnologias aditivas de materialização digital. Podemos tirar algumas conclusões da referida análise:

Em termos quantitativos, verifica-se que os dois equipamentos FDM utilizados, a Dimension Elite para as miniaturas e a Prodigy Plus para o capitel coríntio, apresentam a mesma velocidade de produção, 0,10 horas/cm<sup>3</sup>. No entanto, quando comparadas com a ZPrinter, verifica-se que são muito mais lentas: a ZPrinter leva dez vezes menos tempo a produzir o mesmo centímetro cúbico.

Em termos qualitativos, registam-se diferenças assinaláveis ao nível da anisotropia e da resistência mecânica. A resistência mecânica dos modelos produzidos por FDM, apesar de dependente da direcção de produção, é globalmente superior que a dos modelos produzidos por 3DP.

Resta referir que as técnicas aditivas no seu conjunto se revelam adequadas à materialização de formas complexas e detalhadas, devido à sua versatilidade.

	Elementos produzidos (a produzir) *		Altura (cm)	Largura (cm)	Comprimento (cm)	Volume do envelope	Volume de material (cm <sup>3</sup> )	Volume de suporte (cm <sup>3</sup> )	Porcentagem de material (%)	Tempo de produção	
	A	B								(horas)	(horas /cm <sup>3</sup> )
Entablamento dórico	1		7,50			0,00	170,49	33,54	0,84	19,50	0,11
Entablamento jónico	1		8,13			0,00	223,32	38,54	0,85	26,50	0,12
Entablamento coríntio	1		8,13			0,00	256,51	44,73	0,85	27,50	0,11
Base dórica	1	(2)	1,88	5,63	5,63	59,33	21,89	4,44	0,83	1,75	0,08
Base jónica 1	1	(2)	1,88	5,16	5,16	49,85	22,64	4,45	0,84	1,75	0,08
Base jónica 2	1	(2)	1,88	5,16	5,16	49,85	22,09	4,74	0,82	1,75	0,08
Coluna dórica	2	(2)	26,25	3,75	3,75	369,14	68,88	14,94	0,82	9,33	0,14
Coluna jónica		(2)	30,00	3,75	3,75	421,88	78,72**	17,07**	0,82**	10,66**	0,14**
Coluna coríntia		(2)	33,75	3,75	3,75	474,61	88,56**	19,20**	0,82**	12,00**	0,14**
Capitel dórico 1	2	(2)	1,88	4,06	4,06	30,94	14,45	2,88	0,83	1,20	0,08
Capitel dórico 2	2	(2)	2,81	4,06	4,06	46,42	21,90	3,33	0,87	1,75	0,08
Capitel jónico		(2)	1,88	3,21	3,21	19,37	10,22**	9,14**	0,87**	0,73**	0,08**
Capitel coríntio		(2)	3,75	5,36	5,36	107,62	56,77**	50,78**	0,87**	4,06**	0,08**
Capitel compósito		(2)	3,75	5,36	5,36	107,62	56,77**	50,78**	0,87**	4,06**	0,08**
<b>Miniaturas FDM (TOTAIS)</b>	<b>25</b>						<b>1549,99</b>	<b>292,58</b>		<b>171,57</b>	<b>0,10***</b>
<b>Capitel coríntio FDM</b>			<b>7</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>700</b>	<b>119,78</b>	<b>28,69</b>	<b>0,81</b>	<b>11,75</b>	<b>0,10</b>
<b>Capitel coríntio ZCORP</b>			<b>13</b>	<b>19</b>	<b>19</b>	<b>4693</b>	<b>610,53</b>	<b>N/A</b>	<b>N/A</b>	<b>8,08</b>	<b>0,01</b>

\* A – sistema de encaixe; B – sistema de íman \*\* valor estimado \*\*\* valor médio

Tabela 17 - Dados de produção por tecnologias aditivas de materialização digital.

## Fabricação digital em pedra

O objectivo final da investigação sobre materialização digital foi a produção de elementos albertianos como produto final, à escala real e no seu material por excelência, a pedra. Um factor fundamental para atingir esse objectivo foi a colaboração com a empresa transformadora de pedra Mármore Pardal, sediada perto de Pero Pinheiro, região de extracção de mármore a noroeste de Lisboa.

Nesta zona encontram-se bastantes empresas dedicadas à extracção e transformação de pedra, podendo o seu conjunto ser considerado um *cluster* empresarial, à luz das já referidas teorias sobre a competitividade de Michael Porter. A integração num *cluster* traz vantagens competitivas às empresas, seja através da proximidade local, que permite reduzir custos de transporte, seja através de uma maior interligação, promovendo a produtividade (Porter 1994).

A Mármore Pardal (Figura 68) dedica-se à transformação da pedra, inclusivamente do mármore. As suas actividades vão desde o corte e polimento à produção de peças no âmbito da construção civil, da decoração e mesmo da arte escultórica. Move-se tanto no mercado nacional como no estrangeiro, exportando peças para a Europa, América e Ásia, contribuindo positivamente para a balança comercial portuguesa.



Figura 68 - Instalações da Mármore Pardal.

## Equipamento CNC

Esta empresa apostou na inovação ao adquirir equipamento de fresagem CNC (Controlo Numérico por Computador) para trabalhar a pedra. No âmbito da materialização digital, a fresagem é considerada uma tecnologia de subtracção. Através de operações de translação e rotação, seja da peça a maquinar ou do próprio equipamento, este vai removendo material até se obter a forma desejada. As várias operações necessárias para esse fim são introduzidas no equipamento sob a forma de código. Este código vai ser

interpretado por um computador que controla numericamente o equipamento, fazendo-o executar as instruções prescritas.

O equipamento de maquinação de pedra na Mármore Parda é uma fresadora de seis eixos. Este equipamento consiste numa cabeça de fresagem, na qual que podem ser aplicadas diversas ferramentas, de acordo com a função a desempenhar. As ferramentas são diamantadas para poderem maquinar a pedra, incluindo fresas de várias dimensões e um disco de corte. Pode ainda ser-lhe aplicado um sensor laser para digitalização tridimensional. A cabeça está montada numa estrutura móvel, permitindo translações nos três eixos cartesianos, X, Y e Z, e rotações à volta dos eixos Y e Z. Ao equipamento está associado um torno CNC, que garante ainda a rotação em torno do eixo X, garantindo assim os seis eixos (Figura 69).

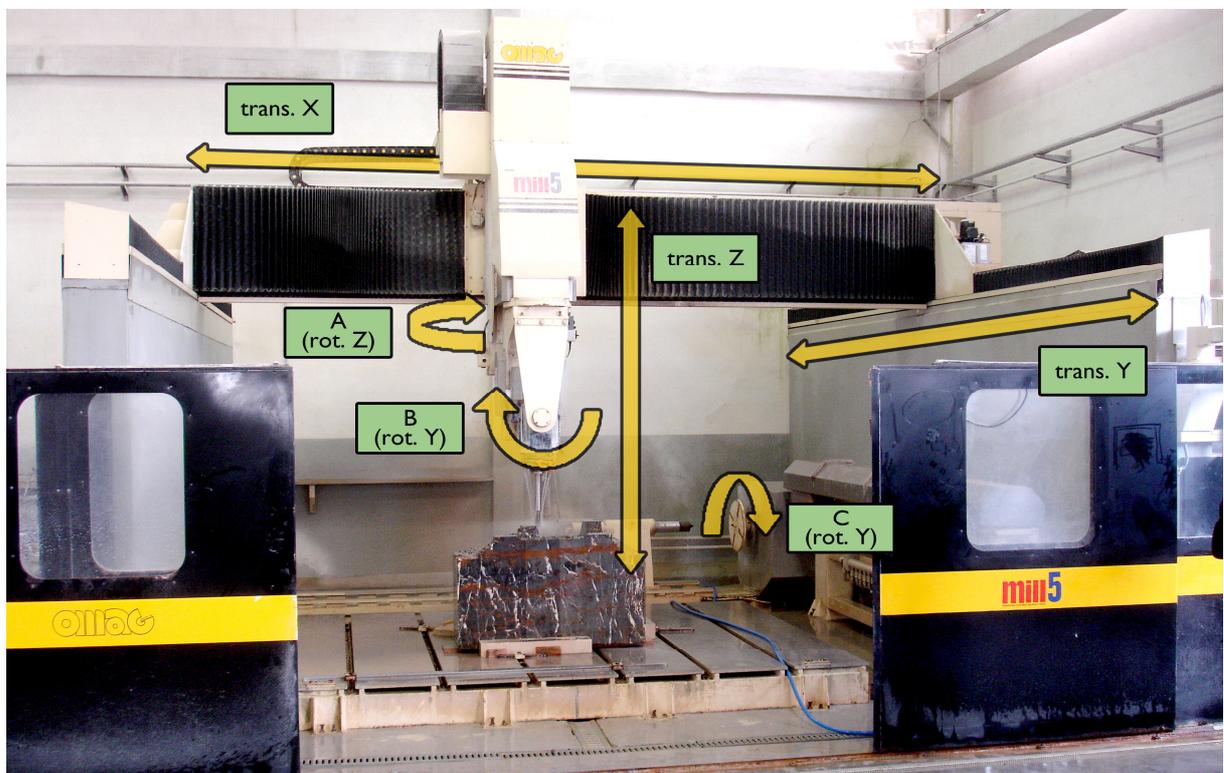


Figura 69 - Equipamento de fresagem CNC da Mármore Parda.

No caso do equipamento utilizado no caso em estudo, apesar de ser uma fresadora de seis eixos, apenas quatro estão actualmente em utilização. Isto porque quer o processo de pré-produção como o de maquinação se revelam bastante mais complexos. No entanto, pretende-se posteriormente desenvolver o potencial representado pelos outros dois eixos.

Desde que foi estabelecido o contacto com a Mármoreos Pardal, ficou demonstrado o interesse em utilizar a tecnologia de fresagem CNC para a fabricação de um modelo para o projecto Alberti Digital. No entanto, a disponibilidade do equipamento foi condicionada pela execução de uma encomenda feita à empresa. A encomenda consistia num par de leões em mármore, a serem expostos no Palácio de Versailles, em França. Esta revelou ser uma excelente oportunidade para conhecer melhor os processos associados à fresagem CNC, garantindo uma melhor preparação para a produção do capitel coríntio, ainda a decorrer à data de publicação desta dissertação.

Assim, documentam-se ambas as experiências (Figura 70). A produção dos leões permitiu conhecer todas as fases do processo, desde a digitalização tridimensional dos modelos de gesso ao acabamento manual. A produção do capitel, pelo contrário, centrou-se na fase de maquinação, permitindo aferir as potencialidades e limitações da fresagem CNC relativamente a formas complexas. No entanto, como produto final a exibir na exposição de encerramento do projecto, passará provavelmente por algumas fases de acabamento.



Figura 70 - Leões de Versailles e capitel coríntio produzidos por fresagem CNC

## Leões de Versailles

O primeiro contacto com a técnica e o equipamento de fresagem em pedra surge por ocasião de um trabalho encomendado à Mármore Pardal, com o intuito de produzir duas peças para a artista plástica Joana Vasconcelos: duas esculturas de mármore escuro, representando leões à escala natural, sobre pedestais, que irão ser expostas no Palácio de Versailles, em Paris (Figura 71). A produção das peças consistiu em esculpir uma cópia dos modelos originais, em gesso, fornecidos pela artista. O mármore utilizado é denominado de Port-Laurent, e é originário do Paquistão. Os blocos de Port-Laurent medem 112 cm de largura, 135 cm de altura e 66 cm de profundidade, sendo que as dimensões de cada leão correspondem respectivamente a 110,4 cm por 133,2 cm por 65 cm (Figura 71).



Figura 71 - Modelos originais dos leões em gesso. Base em mármore Port-Laurent.

A execução das peças combina técnicas tradicionais e de fabricação digital. O primeiro passo consiste na **digitalização tridimensional** das peças a copiar. Desta forma obtém-se o modelo digital correspondente aos leões. Segue-se a **maquinação** dos blocos de pedra, de onde serão esculpidas as peças. Na fase de maquinação, o modelo digital vai ser reproduzido nos blocos utilizando o equipamento de fresagem CNC.

Finalmente, os blocos maquinados passarão por uma fase final de **acabamento**, pela mão dos canteiros (Figura 72).

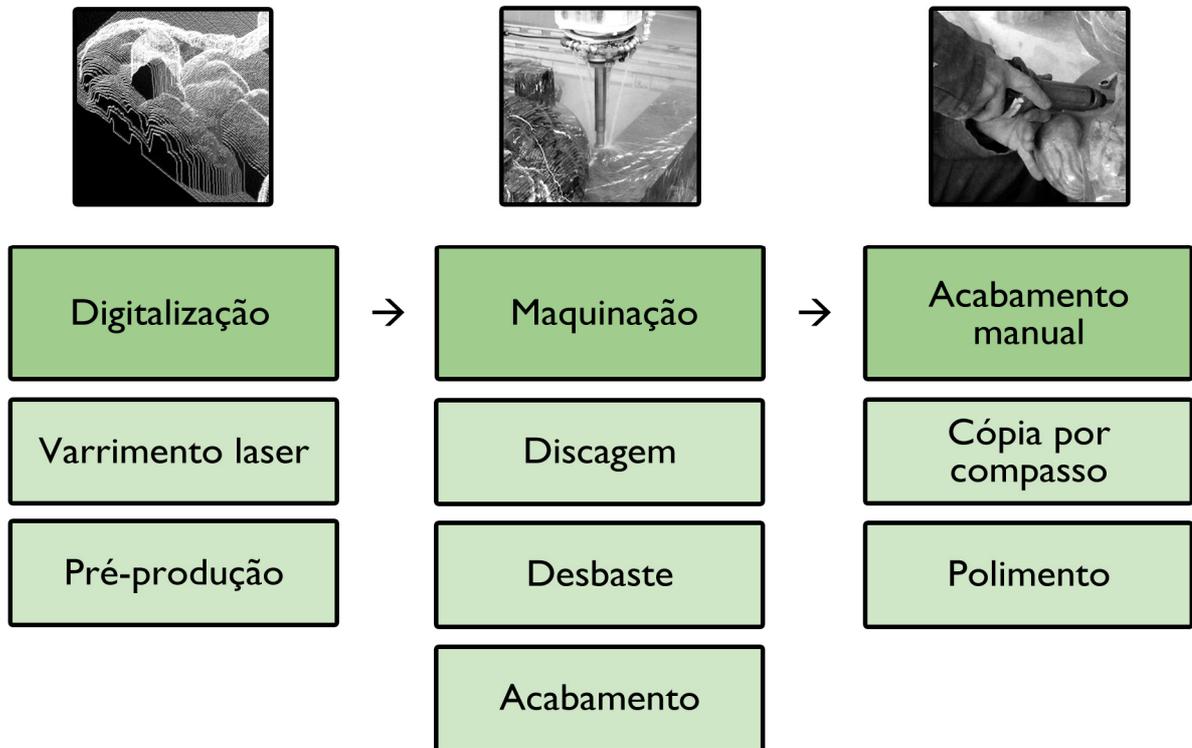


Figura 72 - Fases e subfases de produção dos leões de Versailles.

## Digitalização

A primeira fase do trabalho consistiu na digitalização tridimensional (3D) de um dos modelos originais, através de varrimento a laser, utilizando o equipamento CNC com uma ferramenta de digitalização. O varrimento é feito segundo uma grelha bidimensional de pontos, cuja projecção no modelo determina os pontos que vão ser digitalizados. A grelha tem uma resolução de 2 mm, correspondentes à distância entre as linhas e entre as colunas. O laser mede a distância de vários pontos projectados à ferramenta de digitalização. É assim possível determinar as posições relativas dos pontos entre si. Este processo gera uma nuvem de pontos, que se pode considerar como um primeiro modelo digital tridimensional da peça (Figura 73). No entanto, devido ao processo da sua tradução para instruções de maquinação, que iremos abordar a seguir, a nuvem de pontos deve ser transformada numa superfície poligonal, através de triangulação.

A digitalização do modelo do leão foi dividida em duas fases, correspondendo aos dois lados opostos do modelo, e demorou sensivelmente uma hora para cada um dos lados. No sentido de garantir o referencial da peça, foram-lhe apostos cubos, definindo assim um plano horizontal de referência para o modelo (Figura 73). Estes cubos serão também maquinados nos modelos copiados, e retirados manualmente pelo canteiro na fase de acabamento.

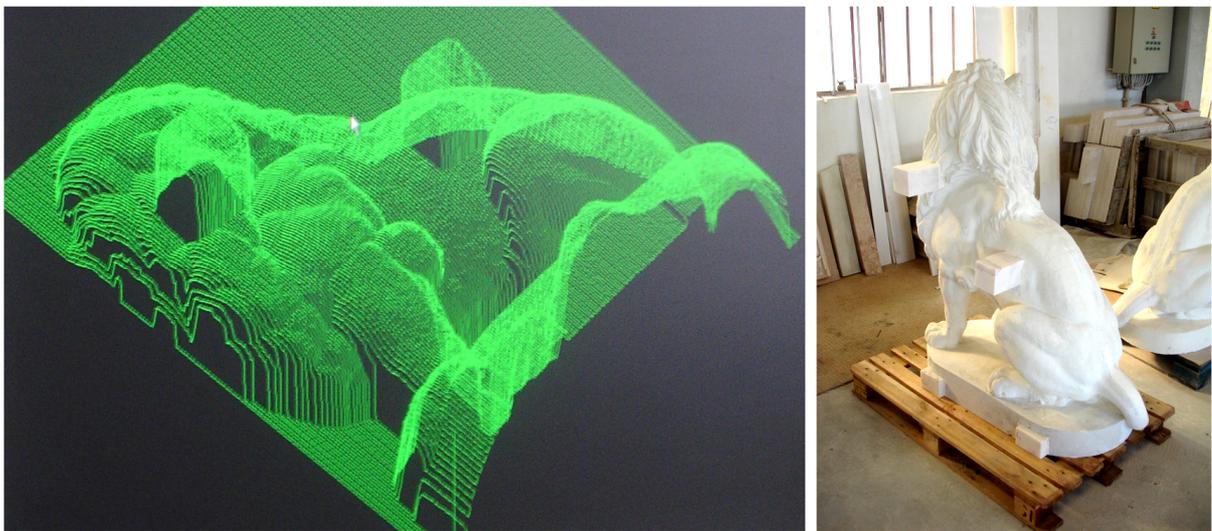


Figura 73 - Modelo digitalizado do tardoz de um leão. Cubos apostos ao modelo original em gesso.

A obra original é composta por dois leões simétricos, pelo que se optou por digitalizar apenas um deles, e posteriormente “espelhar” o respectivo modelo digital, através de uma operação de reflexão<sup>9</sup>. Através de técnicas tradicionais, como a cópia por compasso, efectuar esta operação de reflexão poderia demorar semanas. Reflectir o modelo digital constitui uma operação matemática relativamente complexa, mas que é efectuada facilmente por um computador. Assim, o problema foi resolvido facilmente recorrendo a tecnologias digitais (Figura 74).

A digitalização do modelo original foi feita recorrendo apenas a três eixos do equipamento de fresagem CNC, nomeadamente as translações X e Y, tendo a medição sido feita na direcção vertical, Z (Figura 75). Se em vez de uma digitalização plana se tivesse optado por uma digitalização em torno, talvez a quantidade de pontos de sombra fosse menor. No entanto, a fresagem correspondente deveria também ser em torno, e o peso da pedra a fresar seria demasiado elevado para esta técnica. Sendo que o equipamento possui mais força na vertical, optou-se pela digitalização plana, além de que a programação é tecnicamente mais simples.

A partir do modelo digital produziu-se uma cópia exacta do leão digitalizado, assim como do seu simétrico, através da fresagem CNC.



Figura 74 - Reflexão dos leões.

<sup>9</sup> Na realidade, os modelos em gesso dos leões não são simétricos, registando-se inclusivamente diferenças identificáveis a olho nu. No entanto, essas diferenças não foram intenções da artista, que deu o aval à operação de reflexão, em vez da digitalização dos dois leões.

## Maquinação

Os processos de maquinação na fresagem CNC dividem-se normalmente em várias fases, com um grau crescente de detalhe. A cada fase corresponde uma ferramenta adequada ao grau de detalhe respectivo. No caso estudado, a produção dividiu-se em quatro subfases: uma fase de discagem, duas de desbaste e uma de acabamento.

Para cada uma destas subfases passa por um processo de **pré-produção**, em que são geradas as instruções a introduzir no equipamento CNC. Estas instruções indicam ao equipamento as trajectórias a seguir pela ferramenta utilizada, guiando-a à medida que vai desbastando a matéria-prima até à superfície do modelo, bem como parâmetros relacionados com o seu funcionamento, como por exemplo a velocidade de rotação. As trajectórias a seguir pela ferramenta são calculadas automaticamente através do seccionamento sucessivo do modelo digital (Figura 75), daí ser necessário que este corresponda a uma superfície e não a uma nuvem de pontos. Obtém-se assim uma colecção de contornos que podem ser traduzidos também automaticamente em instruções CNC.

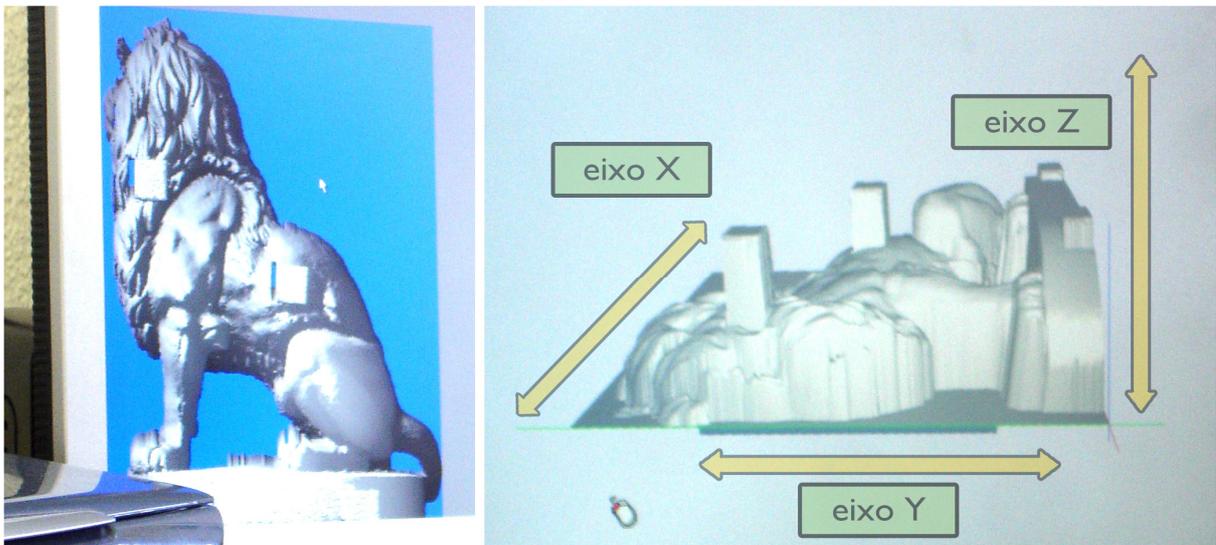


Figura 75 - Modelos digitais do tardez do leão.

A fase de **discagem** corresponde ao menor grau de detalhe, e serve para retirar o grosso do material do modelo. Consiste em fazer passar um disco de corte diamantado pelo bloco de pedra. Devido às condicionantes impostas pelas ferramentas, nomeadamente pelas suas dimensões, são feitas várias passagens a diferentes alturas, descendo incrementalmente 120 mm a cada nova passagem. Para cada uma

das passagens em altura, o disco corta sulcos no bloco, ao longo do eixo Y, distando entre si também 120 mm. O tempo total de discagem foi de 10 horas.

No final de todo o processo de discagem, parte do bloco de pedra foi transformado em várias lâminas de pedra, que podem ser facilmente quebradas utilizando uma marreta, o que se chama escassilhar a pedra (Figura 76). Uma vez que foi dada uma margem de segurança em relação ao modelo a obter no final, não existe o risco de partir pedra a mais. Assim retira-se grande parte do material, retirando assim bastante tempo às próximas fases de maquinação.



Figura 76 - Fase de discagem.

O **desbaste** do bloco é realizado em duas fases, também com diferentes graus de detalhe, aproximando o bloco de pedra à forma final do leão. A ferramenta utilizada é agora uma fresa diamantada com 45 mm de diâmetro. À semelhança da discagem, na fase de desbaste a fresa efectua diversas passagens ao longo do eixo dos yy. Na primeira fase de desbaste, o incremento vertical (zz) é de 54 mm, enquanto que no eixo dos xx o passo é de 6 mm, tendo demorado 75 horas a completar todas as passagens. Na segunda fase de desbaste, o passo em xx passou para 4 mm. Apesar do passo ser menor, esta fase demorou menos tempo, uma vez que havia menos material para retirar.



Figura 77 - Fase de desbaste.

A última fase de maquinação é o **acabamento**, na qual se utilizou uma fresa de 11 mm.

O processo de maquinação foi repetido quatro vezes, correspondendo a dois lados de dois leões. Acabada a fase de maquinação, os leões passam para as mãos dos canteiros, que têm um longo trabalho pela frente.



Figura 78 - Fase de acabamento.

## Acabamento manual

Após a maquinação da peça, será necessário um trabalho de acabamento manual devido, por um lado, a limitações do equipamento, que só permite chegar a um determinado grau de detalhe, mas também por uma opção de gestão, tendo em conta os custos da hora de trabalho manual quando comparados com o recurso ao equipamento CNC.

O acabamento dividiu-se em dois tipos distintos de intervenção, uma de correcção das áreas em sombra e outra de acabamento final. No acabamento final, a peça foi polida, e foram realizadas pequenas correcções “a olho”, obtendo assim a maior aproximação possível ao modelo original (Figura 79). No entanto, algumas partes do modelo não foram correctamente copiadas por se encontrarem em zonas de sombra, tendo sido necessário copiá-las manualmente.



Figura 79 - Fase de acabamento manual.

## Áreas em sombra

No processo de fresagem existem por vezes **áreas em sombra**. Na digitalização tridimensional, estas áreas correspondem a pontos em que não é possível efectuar a medição, por estarem ocultos por outras partes da peça a digitalizar. Da mesma forma, na fase de maquinação, as áreas em sombra são aquelas que não estão acessíveis à ferramenta. Podem ocorrer áreas em sombra em modelos digitais que não tenham sido gerados por digitalização, como é o caso do capitel. No caso da produção do leão, várias partes ficaram em sombra, como o espaço entre as patas, ou o focinho do leão, do qual depende muita da

expressão da escultura (Figura 80). Estas partes tiveram de ser copiadas manualmente, através de técnicas tradicionais, como a cópia por compasso.



Figura 80 - Áreas em sombra: entre patas e focinho.

### Cópia por compasso

A cópia por compasso é uma técnica tradicional manual que exige tempo e dedicação. À semelhança da sua congénere CNC, consiste na transposição de pontos determinados do modelo original para o modelo copiado, sendo este esculpido ponto por ponto, pela mão do canteiro. Para a execução desta técnica são necessários, para além das ferramentas normais de escultura, três compassos, de diferentes tamanhos, o maior dos quais com pontas curvas (Figura 81).



Figura 81 - Ferramentas necessárias à cópia por compasso.

Com os três compassos é possível determinar um ponto a partir de pontos de referência. Subjacente a esta técnica está um preceito matemático denominado trilateração, segundo o qual é possível determinar um ponto no espaço tridimensional sabendo a sua distância a cada um de pelo menos quatro pontos cuja posição é conhecida (Trilateration s.d.). Este princípio é também utilizado nos sistemas de posicionamento global (GPS). Geometricamente, podemos determinar a posição do ponto através da intersecção de quatro superfícies esféricas não-concêntricas, centradas em cada um dos diferentes pontos cujas coordenadas são conhecidas, e com raio igual à distância entre o seu centro e o ponto a determinar. Analisando passo a passo, a intersecção de duas superfícies esféricas resulta numa circunferência. A intersecção dessa circunferência com uma terceira superfície esférica gera dois pontos. Finalmente, apenas um desses pontos está contido na quarta superfície esférica. (Figura 82).

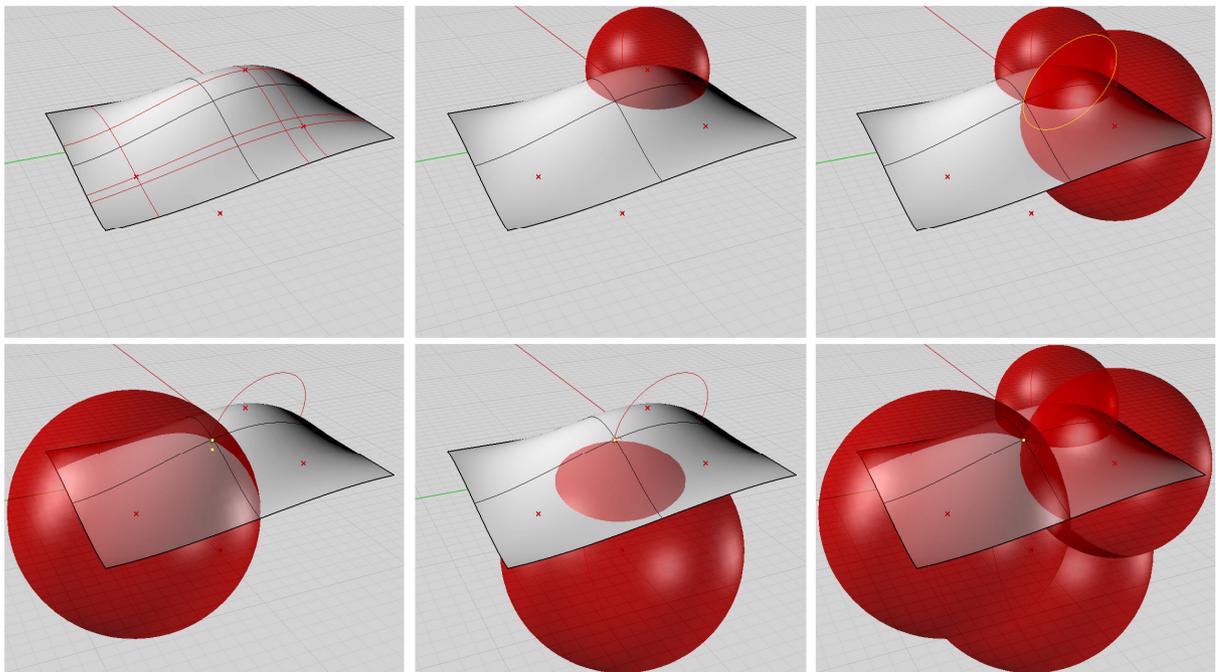


Figura 82 - Método de determinação de um ponto por trilateração.

A cópia por compasso apresenta-se como uma aplicação bastante expedita<sup>10</sup> deste preceito geométrico. Determinando a abertura dos compassos, o canteiro define os raios das superfícies esféricas, cujos centros

<sup>10</sup> Chama-se a atenção para a notação utilizada por Alberti na definição de proporções, através de multiplicações de fracções 1/2, por serem fáceis de determinar por meio de compasso. Na tradução portuguesa, esta notação foi substituída pelas fracções simplificadas (Alberti 2011, 521, nota 1505).

coincidem com os pontos de referência. Na cópia por compasso utilizam-se apenas três compassos e não quatro. No entanto, o quarto compasso é negligenciável, uma vez com apenas três é possível reduzir as hipóteses de localização do ponto a duas. O canteiro, pela observação do modelo original e pela sua experiência, consegue perceber qual dos dois pontos é mais correcto.

Passa-se a descrever o procedimento para a cópia de um ponto do modelo original, P, para o modelo copiado, sendo o ponto copiado P' (Figura 83). O procedimento repete-se para todos os pontos.



Figura 83 - Procedimento de cópia por compasso.

1. Seleccionam-se três pontos de referência no original que já tenham sido copiados. Chamemos aos pontos de referência do modelo original A, B e C, e aos pontos de referência do modelo copiado A', B' e C'. Este passo implica que existam inicialmente três pontos de referência.
2. Com o primeiro compasso, o mais pequeno, coloca-se uma ponta no ponto A e ajusta-se a abertura do compasso de modo a que a outra ponta possa ser colocada no ponto P. Assim o primeiro compasso guarda a distância entre os dois pontos, A e P.

3. No modelo copiado e mantendo a abertura do primeiro compasso, coloca-se uma ponta no ponto A' e a outra ponta na proximidade do ponto P', traçando-se um pequeno arco. Cabe ao canteiro, pela sua experiência, ter uma ideia da localização aproximada do ponto P'.
4. Com o segundo compasso, maior que o primeiro, coloca-se uma ponta no ponto B e ajusta-se a abertura do compasso de modo a que a outra ponta possa ser colocada no ponto P. Assim o segundo compasso guarda a distância entre os dois pontos, B e P.
5. No modelo copiado e mantendo a abertura do segundo compasso, coloca-se uma ponta no ponto B' e a outra ponta na proximidade do arco marcado na alínea 3, traçando-se um segundo arco que deverá intersectar o primeiro. Da intersecção dos dois arcos resulta um ponto, que chamaremos de Q'.
6. Com o terceiro compasso, o maior e com pontas curvas, coloca-se uma ponta no ponto C e ajusta-se a abertura do compasso de modo a que a outra ponta possa ser colocada no ponto P. Assim o terceiro compasso guarda a distância entre os dois pontos, C e P.
7. No modelo copiado e mantendo a abertura do terceiro compasso, coloca-se uma ponta no ponto C' e a outra ponta na proximidade do ponto determinado na alínea 5, Q'.
8. Se a ponta do compasso coincidir sobre o ponto Q', significa que Q' é na verdade P', e o ponto considera-se copiado, podendo assim passar-se a outro ponto. Caso contrário, o canteiro terá de desbastar a pedra no ponto Q', e repetir o procedimento desde a alínea 7. Nota: no sentido de guardar uma margem para o acabamento posterior da peça, o canteiro considera o ponto copiado quando a distância entre o compasso de distância e o ponto Q' é 1 mm.

Deste modo é possível obter uma cópia fiel das partes do leão que não foram correctamente fresadas. A cópia por compasso vai servir também para o leão “espelhado”, bastando para isso ter em conta a reflexão aquando da marcação dos pontos iniciais de referência, bem como na aplicação do procedimento. Depois de polida, a peça considera-se acabada.

## Fabricação do capitel coríntio

O acompanhamento do processo de produção dos leões de Versailles forneceu pistas para a produção do capitel coríntio destinado à exposição do projecto Alberti Digital. À data de publicação desta dissertação, encontra-se concluída uma primeira iteração do capitel, da qual se tiraram algumas conclusões úteis à produção de um capitel melhorado posteriormente.

### Pré-produção

À semelhança do processo aplicado à produção dos leões, o capitel coríntio passou por uma fase de pré-produção. Nesta fase, começou-se por se gerar o modelo digital da peça, a partir do modelo computacional correspondente, alterado de acordo com as conclusões retiradas da produção do modelo em 3DP. Este modelo foi depois importado para um *software* de CAM (Manufatura Assistida por Computador), que se encarrega de traduzir o traduzir em instruções CNC a introduzir no equipamento de fresagem.

A tarefa de importação revelou-se algo problemática. Devido a alguma antiguidade do software de CAM utilizado pela Mármore Pardal, o modelo digital não foi correctamente importado, tendo o programa reconhecido apenas algumas superfícies. No entanto, experimentando a importação com diversos formatos e respectivas opções, e com a assistência técnica por parte da empresa representante do software CAM, conseguiu-se chegar a um resultado (Figura 84). Este processo foi importante também para a Mármore Pardal, que deste modo obteve informação útil a futuras importações de modelos.

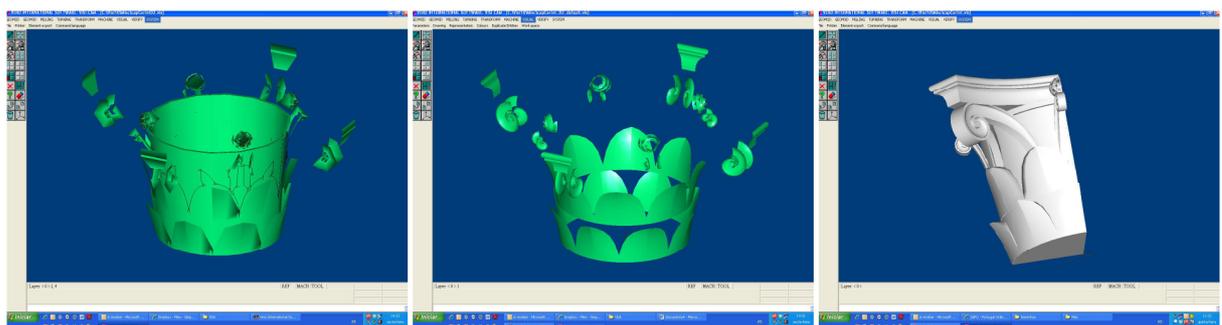


Figura 84 - Testes com exportação do modelo digital em diferentes formatos.

## Estratégias de maquinação

Estudaram-se algumas estratégias possíveis de maquinação do capitel. Dada a sua dupla simetria, nos planos XZ e YZ, a primeira estratégia possível consistia em maquinar o capitel em quatro lados, correspondentes às suas quatro frentes. No entanto, seguindo esta estratégia existiriam algumas áreas em sombra, nomeadamente nos espaços por trás dos caulículos grandes, bem como nos delineamentos das suas volutas (Figura 85).

Surge assim a ideia de fresar o capitel em oito lados, dada a sua dupla simetria nos planos bissectores dos quadrantes gerados pela articulação dos planos XZ e YZ (Figura 85). Esta estratégia permitiria uma fresagem mais precisa de alguns elementos do capitel, como por exemplo as volutas dos caulículos grandes.

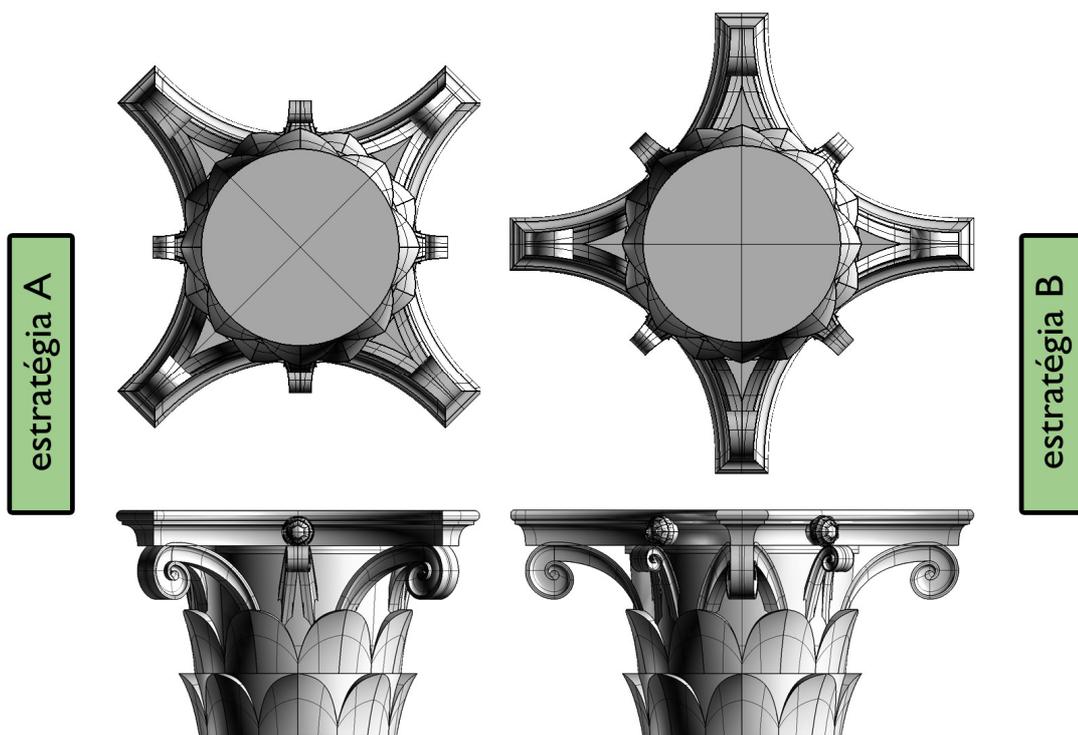


Figura 85 – Estratégias de maquinação, de acordo com as simetrias do capitel coríntio.

É ainda avançada uma terceira hipótese, de fresar o capitel utilizando o torno, fazendo assim rodar a peça em torno do eixo Y (Figura 69, “rot. Y”). Este processo seria semelhante à modelação de uma peça de barro numa roda de oleiro.

Analisando as várias possibilidades, conclui-se que a combinação das três hipóteses deverá gerar o melhor resultado possível. Sublinhe-se que estas hipóteses apenas levam em linha de conta quatro dos seis eixos do equipamento CNC, dado não haver experiência com o funcionamento de todos os eixos. Espera-se, no entanto, que desta colaboração surjam pistas que permitam utilizar os dois eixos que faltam.

Na primeira iteração, aqui relatada, da produção do capitel, optou-se pela primeira estratégia, ou seja, maquinar as quatro frentes do capitel. Tendo o modelo digital importado, foi possível processá-lo e traduzi-lo em instruções CNC, compreensíveis pelo equipamento de fresagem (Figura 86). Neste primeiro teste, o modelo terá dimensões semelhantes ao capitel produzido por 3D Printing.

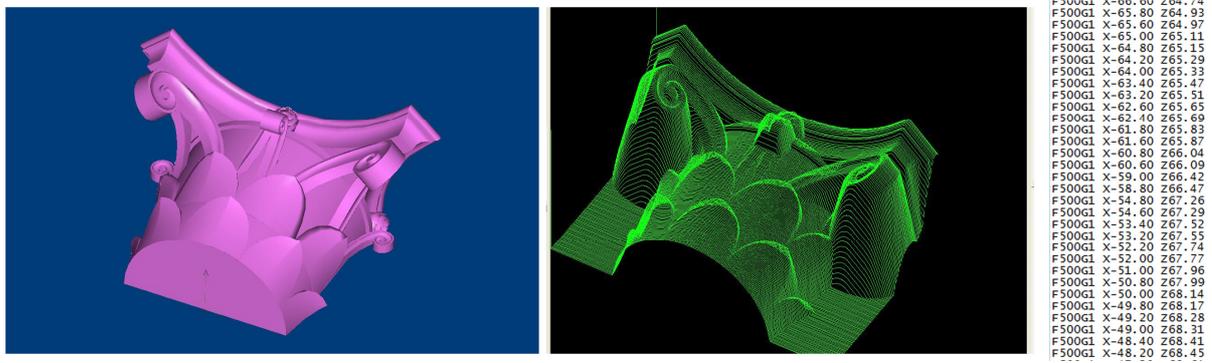


Figura 86 - Pré-produção do capitel coríntio e sua tradução em instruções CNC.

## Processo de maquinação

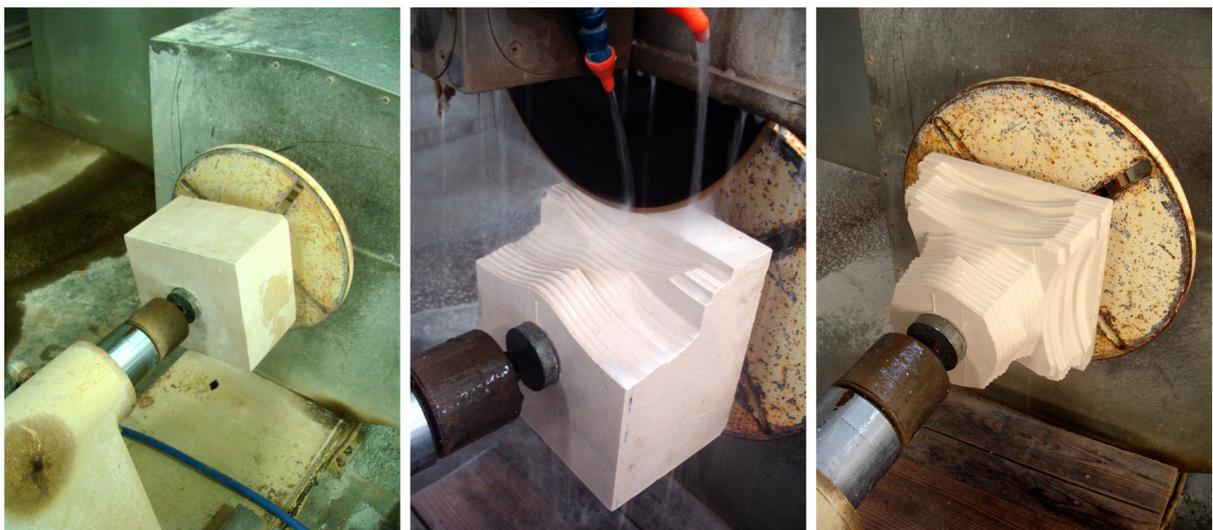
Para a fresagem do capitel, preparou-se um bloco de pedra calcária, uma pedra menos dura que o mármore, o que permite uma maior velocidade de maquinação. A fresagem do capitel coríntio pautar-se-á por cinco fases de diferentes graus de detalhe, resumidas na Tabela 18.

Fase	Ferramenta utilizada	Dimensão da ferramenta*	Espaçamento entre passagens (passo)	Duração da fase
1. <b>Discagem</b>	Disco diamantado	(8 mm)	8,0 mm	1,0 horas
2. <b>Desbaste</b>	Fresa diamantada	45 mm	4,0 mm	2,0 horas
3. <b>Desbaste</b>	Fresa diamantada	20 mm	2,0 mm	3,5 horas
4. <b>Acabamento</b>	Fresa diamantada	11 mm	1,5 mm	4,0 horas
5. <b>Acabamento</b>	Fresa de metal widia	3 mm	1,0 mm	4,5 horas
				<b>total: 15,0 horas</b>

\* diâmetro da fresa (largura do disco)

**Tabela 18 - Fases de maquinação do capitel coríntio.**

Na primeira fase o bloco de calcário foi trabalhado com um disco de corte de 8 mm de largura. Fazendo passagens de 8 em 8 mm, elimina-se a necessidade de escassilhar o modelo resultante, como foi feito com os leões. Dada a maior fragilidade do calcário em relação ao mármore, ao escassilhar o capitel corria-se o risco de o partir, e dada a sua dimensão relativamente pequena, compensa maquinar o material todo. Esta fase de discagem demorou aproximadamente uma hora, no fim da qual se obteve um modelo onde é perceptível a forma geral do capitel, bem como a forma das folhas de acanto (Figura 87).



**Figura 87 - Discagem do capitel coríntio.**

As três fases seguintes aproximam cada vez mais o modelo da sua forma final, correspondendo à maquinação do capitel com fresas adiantadas, com crescente grau de pormenor, função quer da menor dimensão das fresas quer do menor passo, ou seja, o espaçamento entre passagens das fresas.

A segunda fase pautou-se pelo desbaste do modelo com uma fresa de 45 mm de diâmetro, com passagens de 4 em 4 mm, durante aproximadamente duas horas para as quatro frentes do capitel. No final desta fase, obteve-se uma maior aproximação do bloco de pedra ao modelo do capitel coríntio, em que são já perceptíveis a forma dos caulículos (Figura 88).

A terceira fase correspondeu ao desbaste da peça com uma fresa de 20 mm de diâmetro, com passagens de 2 em 2 mm, durante aproximadamente três horas e meia (Figura 89).

A quarta fase correspondeu a um acabamento da peça com uma fresa de 11 mm de diâmetro, com passagens de 1,5 em 1,5 mm, durante aproximadamente quarto horas (Figura 90).

A quinta e última fase correspondeu ao acabamento final da peça com uma fresa de 3 mm de diâmetro, agora de metal widia, com passagens de 1 mm, durante aproximadamente quatro horas e meia (Figura 91).



---

Figura 88 - Desbaste com fresa de 45mm.



Figura 89 - Desbaste com fresa de 20mm.



Figura 90 - Acabamento com fresa de 11 mm.



Figura 91 - Acabamento final com fresa widia de 3mm.



Figura 92 - Resultado final da maquinação do capitel coríntio.



Figura 93 - Detalhes da maquinação do capitel coríntio: a) caulículos grandes e ábaco; b) caulículos pequenos e flor conspícua; c) folhas de acanto estilizadas.

Na Figura 92 e Figura 93 apresenta-se o resultado final da maquinação do capitel coríntio. Da sua observação e comparação com os modelos elaborados anteriormente (Figura 94), podem retirar-se algumas conclusões.

Em termos de resolução, a tecnologia de fresagem CNC fica aquém dos resultados atingidos por 3D Printing. Tal conclusão não surpreende, tendo em conta as dimensões mínimas atingidas pelos equipamentos utilizados, de 3 mm para a fresagem CNC, e de 0,1 mm para a 3D Printer ou seja 30 vezes menor. Assim, a fresagem CNC será mais indicada para modelos maiores.

Em termos de geometria, a fresagem CNC apresenta também algumas desvantagens em relação às tecnologias aditivas testadas anteriormente, nomeadamente na ocorrência de ângulos agudos em vazio, como por exemplo no encontro entre os caulículos grandes e o ábaco (Figura 93a) ou na flor conspícua (Figura 93b).

As áreas em sombra, já referidas anteriormente, são também identificadas no modelo produzido por fresagem, nomeadamente nos caulículos (Figura 94), constituindo outra desvantagem em relação às tecnologias aditivas. A ocorrência de áreas em sombra pode ser minimizada adoptando outras estratégias de maquinação, como referido anteriormente.

Apesar das desvantagens identificadas relativamente às tecnologias aditivas de materialização digital, a fresagem CNC apresenta duas grandes vantagens incontornáveis. Por um lado, permite produzir modelos físicos de maior escala. Por outro, a fresagem permite a utilização de materiais nobres, como o mármore.



---

Figura 94 - Comparação entre modelos do capitel coríntio: a) modelo digital; b) modelo físico produzido por 3D Printing; c) modelo físico produzido por fresagem CNC

Considerou-se este primeiro teste bastante bem sucedido, quer pela qualidade do modelo produzido, quer pela experiência adquirida no processo de produção. Por resultar de um teste de produção, este modelo considera-se um protótipo. Assim, prescindiu-se de se lhe aplicar um acabamento manual, no sentido de servir como testemunho tanto às potencialidades como às limitações da utilização de fresagem CNC para a sua elaboração. Posteriormente, já fora do âmbito desta dissertação, pretende-se produzir um modelo final à escala real, aplicando as conclusões retiradas deste primeiro teste.

## 5. Conclusão

---

### Desenvolvimentos futuros

O projecto Alberti Digital tem data de conclusão prevista para o primeiro semestre de 2013, o que significa que continua para além da conclusão desta dissertação. Assim, no âmbito do projecto, pretendem-se desenvolver os modelos computacionais, bem como continuar a produção de modelos físicos, apostando nos seguintes desenvolvimentos:

### Modelos computacionais

- Articulação dos modelos computacionais das várias partes num só programa, que gere colunas e permita a sua aplicação em modelos de edifícios, entretanto a ser elaborados no âmbito do projecto.
- Conclusão da elaboração dos modelos computacionais segundo o paradigma da classe coxel, nomeadamente para a coluna e para os capitéis jónico, coríntio e compósito.
- Desenvolvimento da classe coxel: generalização da definição da classe, no sentido de uma maior flexibilidade de representação dos elementos das partes do sistema de coluna, nomeadamente em elementos com geometrias associadas não contidas em planos horizontais, como é o caso dos caulículos e das volutas; criação de um método que gere as molduras automaticamente, articulando as operações de subdivisão e geração de superfícies.
- Desenvolvimento de métodos relativos aos ornamentos, nomeadamente da implementação das folhas de acanto.
- Aplicação da teoria albertiana no preenchimento de informação em falta, nomeadamente no que respeita às consonâncias musicais, às correspondências inatas e aos números perfeitos.
- Outras aplicações da metodologia, nomeadamente no que toca aos mecanismos de aproximação da computação ao raciocínio do arquitecto, através do uso da abstracção.

### Modelos físicos

- Conclusão das partes da colecção de miniaturas em FDM.
- Produção dos capitéis em 3DPrinting.
- Aperfeiçoamento do capitel coríntio em pedra e eventual produção de outras partes do sistema de coluna.
- Desenvolvimento de *know-how* sobre a fresadora CNC, gerando uma sinergia decorrente da troca de conhecimentos com a empresa Mármoreos Pardal.

## Comentários finais

Aparte de objectivos mais pragmáticos, nomeadamente no âmbito do projecto Alberti Digital em que está inserida, a investigação aqui retratada visa contribuir para o avanço do conhecimento no terreno comum à arquitectura e à computação. Este objectivo considera-se atingido, nomeadamente nos domínios apresentados a seguir.

O tratado *De re aedificatoria* pode ser considerado por alguns como um modelo computacional, paramétrico e generativo, uma vez que permite, através de cálculos, processados ou não por um computador, gerar instâncias de acordo com os parâmetros introduzidos. Hoje em dia, termos como “computacional”, “paramétrico”, “generativo” e “algorítmico” são usados recorrentemente (e muitas vezes indiscriminadamente) em arquitectura um pouco por todo o mundo, para evidenciar a contemporaneidade ou vanguardismo de conceitos ou obras. No entanto, Alberti apresenta estas características já no século XV, nas descrições do sistema da coluna patentes no seu tratado. Espera-se que esta investigação, tendo-se baseado no estudo desse mesmo sistema, contribua para que se considere a teoria albertiana como uma fonte de conhecimento ainda válida nos nossos dias.

Da mesma forma, esta investigação testemunha o potencial de articulação entre o saber tradicional e as novas tecnologias. Do lado do saber tradicional, encontramos a teoria de Alberti e as técnicas tradicionais, como por exemplo as relacionadas com a cantaria. Do outro encontramos as tecnologias digitais, aplicadas à codificação de regras geradoras de forma arquitectónica, ou à automatização de processos industriais. Do encontro entre os dois saberes gera-se novo conhecimento.

Exemplo disso foi o desenvolvimento dos modelos computacionais. A partir das regras de Alberti, elaboraram-se ferramentas computacionais, numa primeira fase decompondo essas regras nas respectivas formas geométricas e, posteriormente, dotando-as de mecanismos que facilitam a sua manipulação, tornando-as mais sofisticadas e aproximando-as do raciocínio do arquitecto.

O campo da materialização digital teve também lugar de destaque nesta investigação, contribuindo com a recolha de dados que poderão ser úteis a experiências futuras. Sendo relativamente nova em arquitectura, a área da materialização digital tem muito a ganhar com a partilha de experiências, cujas conclusões possam ser utilizadas por todos. A internet é um excelente meio de partilha deste tipo de informação, pelo que deve ser utilizada, como aliás tem vindo a acontecer.

Finalmente, esta investigação serve como testemunho do potencial que pode ser atingido através de colaborações entre o meio académico e a indústria. Partindo de uma partilha mútua de conhecimento, chega-se a resultados que beneficiam ambas as partes, podendo ainda contribuir para o desenvolvimento da economia.

---

## Referências bibliográficas

---

- Abelson, Harold, e Gerald Jay Sussman. *Structure and Interpretation of Computer Programs*. Cambridge, MA, EUA: The MIT Press, 1996.
- Alberti, Leon Battista. *Da arte edificatória*. Traduzido por Arnaldo Espírito Santo e Mário Júlio Teixeira Krüger. Lisbon: Calouste Gulbenkian Foundation, 2011.
- Argaez, Enrique de . “Internet World Stats.” *All About Market Research*. 31 de Julho de 2011. <http://www.internetworldstats.com/stats7.htm> (acedido em 21 de Janeiro de 2012).
- Baudry, Marie-Thérèse, e Dominique Bozo. *Sculpture. Méthode et vocabulaire*. Monum/Patrimoine (Editions du), 2000.
- Burry, Mark. *Expiatory Church of the Sagrada Família*. London: Phaidon Press Limited, 1993.
- Burry, Mark, Jane Burry, e Jordi Faulí. “Sagrada Família Rosassa: Global Computeraided.” *ACADIA 2001*. 2001. 76-85.
- Carpó, Mario. *Architecture in the Age of Printing: Orality, Writing, Typography, and Printed Images in the History of Architectural Theory*. Traduzido por Sarah Benson. Cambridge, Massachusetts: MIT Press, 2001.
- Choay, Françoise. *A Regra e o Modelo: Sobre a teoria da arquitectura e do urbanismo*. Caleidoscópio, 2007.
- Coutinho, Filipe, Eduardo Castro e Costa, José Pinto Duarte, e Mário Krüger. “A computational interpretation of De Re Aedificatoria: translating Alberti’s column system into a shape grammar.” *Proceedings of the 29th Conference on Education in Computer Aided Architectural Design in Europe*. Ljubljana, Slovenia, 2011. 788-798.
- Duarte, José Pinto. *Synthesis Lesson - Mass Customization: Models and Algorithms - Aggregation Exams*. Lisboa: Faculdade de Arquitectura, Universidade Técnica de Lisboa, 2008.
- Duarte, José Pinto, Gabriela Celani, e Regiane Pupo. “Inserting computational technologies in architectural curricula.” In *Computational Design Methods and Technologies: Applications in CAD, CAM and CAE Education*, de Ning Gu e Xiangyu Wang. Hershey, PA, USA: IGI Global Publishing, 2011.
- Duarte, José Pinto, João Bento, e William J. Mitchell, . *Remote Collaborative Design: The Lisbon Charrette*. Lisboa: IST Press, 1999.
- IGESPAR. “www.igespar.pt.” s.d. (acedido em 08 de Fevereiro de 2012).
- Kostof, Spiro. *El arquitecto: Capítulos en la historia de la profesión*. Madrid: Cátedra, 1984.
- Kruft, Hanno-Walter. *A History of Architectural Theory: From Vitruvius to the Present*. New York: Princeton Architectural Press, 1994.
- Krüger, Mário, José Pinto Duarte, e Filipe Coutinho. “Decoding De Re Aedificatoria: using grammars to trace Alberti’s influence on Portuguese classical architecture.” *Nexus Network Journal* 13 (Abril 2011): 171-182.
- Leitão, António, e Luís Santos. “Programming Languages for Generative design: Visual or Textual?” Montagem por Tadeja Zupancic, Matevz Juvancic, Spela Verovsek e Anja Jutraz. *Proceedings of the 29th Conference on Education in Computer Aided Architectural Design in Europe*. Ljubljana: University of Ljubljana, Faculty of Architecture, 2011. 549-557.
- Leoni, James. *The architecture... in Ten Books. Of Painting in Three Books. And of Statuary in One Book. Translated into Italian by Cosimo Bartoli. And Now First Into English... by James Leoni, Venetian Architect*. Londres: Thomas Edlin, 1726.
- Morolli, Gabriele, e Marco Guzzon. *Leon Battista Alberti: I nome e le figure: ordini, templi, fabbriche civili: immagini e architetture dai libri VII e VIII del De reaedificatoria*. Firenze: Alinea Editrice, 1994.
- Pillet, Jules. *Traité de stéréotomie (charpente et coupe des pierres)*. 1887.
- Porter, Michael, ed. *Construir as Vantagens Competitivas de Portugal*. Lisboa: Fórum para a Competitividade, 1994.

- Pottman, Helmut, Andreas Asperl, Michael Hofer, e Axel Kilian. *Architectural Geometry*. Bentley Institute Press, 2007.
- Pupo, Regiane, Gabriela Celani, e José Pinto Duarte. "Digital materialization for architecture: definitions and techniques." *SIGraDi*. 2009. 439-442.
- RMIT, University. *Temple Sagrada Família - Research into Antoni Gaudí's unfinished design*. 2007. [http://sagradafamilia.sial.rmit.edu.au/The\\_Team/mburry.php](http://sagradafamilia.sial.rmit.edu.au/The_Team/mburry.php) (acedido em 01 de Fevereiro de 2012).
- Scott, Michael L. *Programming Language Pragmatics*. Elsevier, 2006.
- Tavernor, Robert. *On Alberti and The Art of Building*. Yale University Press, 1998.
- . *Palladio and Palladianism*. New York: Thames & Hudson, 1991.
- Thomson, D'Arcy Wentworth. *On Growth and Form: The Complete Revised Edition*. New York: Dover Publications, Inc., 1992.
- "Trilateration." *Encyclopædia Britannica Online*. s.d. <http://www.britannica.com/EBchecked/topic/605329/trilateration> (acedido em 23 de Janeiro de 2012).
- Veiga da Cunha, Luís. *Desenho técnico*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1999.
- Vignola, Giacomo Barozzi. *Breve Tratado das Cinco Ordens de Arquitectura*. Traduzido por João Costa Sequeira. Estar Editora, 2000.

Número de palavras neste documento: 38.075

# Anexo 1

## Sistematização das regras de Alberti

### Molduras de Alberti

#### legenda

pág.	linha.	regra transcrita do tratado (da página e linha indicadas)	numeração interna de regras
		tradução matemática da regra transcrita	código correspondente (simplificado)

452	27	As molduras do ornato são estas: a faixa, o ressaltado, a rudentura, o cordão, o caveto, a gola, a onda.	#01
	29	Toda a moldura é um delineamento que sobressai e forma uma saliência; $dW_{moldura} > 0$	<code>editCoxel (moldura; dW; [input])</code> #02
453	01	O delineamento da faixa imita a letra L; a faixa é o mesmo que o filete, mas mais larga.	<code>mold(faixa)</code> #03
	03	O ressaltado é uma faixa muito saliente.	<code>mold(ressalto)</code> #04
	05	O delineamento da sua saliência [da rudentura] é como a letra C ligada a seguir à letra L, assim	 <code>mold(rudentura)</code> #05
	06	E o cordão é uma rudentura reduzida	<code>mold(cordão)</code> #06
	06	Esta letra C, quando se liga em posição invertida à letra L, assim formará um caveto.	 <code>mold(caveto)</code> #07
	07	Mas se se ligar um S a seguir à letra L, assim chama-se gola: pois imita a gola de um homem	 <code>mold(gola)</code> #08
	09	Se, porém, a seguir à letra L se acrescenta um S deitado e em posição invertida, assim chamar-se-á onda, devido à semelhança da inflexão.	 <code>mold(onda)</code> #09

Tabela 19 – Regras referentes às molduras simples e compostas.

legenda

pág.	linha.	regra transcrita do tratado (da página e linha indicadas)	tradução matemática da regra transcrita	código correspondente (simplificado)	numeração interna de regras
453	12	Estas molduras podem ainda ser simples ou esculpidas nos intervalos.			#10
	13	Na faixa esculpem-se conchas, volutas, e mesmo inscrições	[regra de pormenorização]	ornam(conchas) OU ornam(volutas) OU ornam(texto)	#11
	13	No ressaltado, denticulos, cuja norma é que tenham de largura metade da altura e que o intervalo vazio entre os denticulos meça dois terços da sua largura.	Ldenticulo = 1/2 · Hdenticulo Linterdenticulo = 2/3 · Ldenticulo	editCoxel (denticulo; dL; [input]) editCoxel (interdenticulo; dL; [input])	#12
	15	Faz-se a rudentura com óvulos ou reveste-se às vezes de folhagem; e uns usaram óvulos inteiros, outros truncados na parte superior.	[regra de pormenorização]	ornam(óvulos) OU ornam(folhas)	#13
	17	No cordão fazem-se contas como que ligadas por um fio.	[regra de pormenorização]	ornam(contas)	#14
	18	A gola e a onda não se cobrem senão com folhas.	[regra de pormenorização]	ornam(folhas)	#15
	19	O filete em toda a parte fica sem ornamento.	[regra de pormenorização]	ornam(none)	#16
	20	Na junção das molduras, a norma é que as que estão por cima sejam mais salientes que as que estão por baixo.	Wmoldurasup = (W+dW)moldurainf	editCoxel (moldura; dW; [input])	#17
	21	Os filetes separam as molduras umas das outras; servem eles de moldura ao cimácio (cimácio é o delineamento superior de qualquer moldura); além disso, têm a função de evidenciar, com a sua superfície lisa, os relevos das partes esculpidas.			#18
	24	Têm de largo um sexto da moldura a que se juntam, quer sejam denticulos, quer óvulos;	Hfiletemold = 1/6 · Hmoldura	subdivCoxel (moldura; [5, 1]; - ; -)	#19
	25	Nas golas fazem-se com a largura de um terço.	Hfiletegola = 1/3 · Hmoldura	subdivCoxel (moldura; [2, 1]; - ; -)	#20

Tabela 20 – Regras referentes aos ornamentos das molduras.

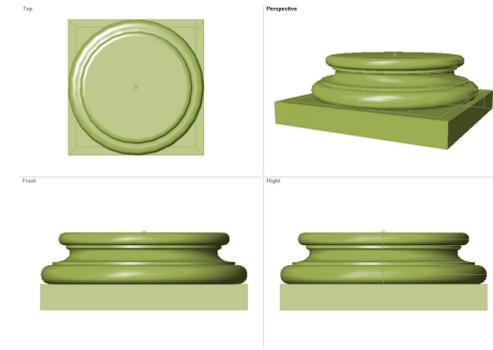
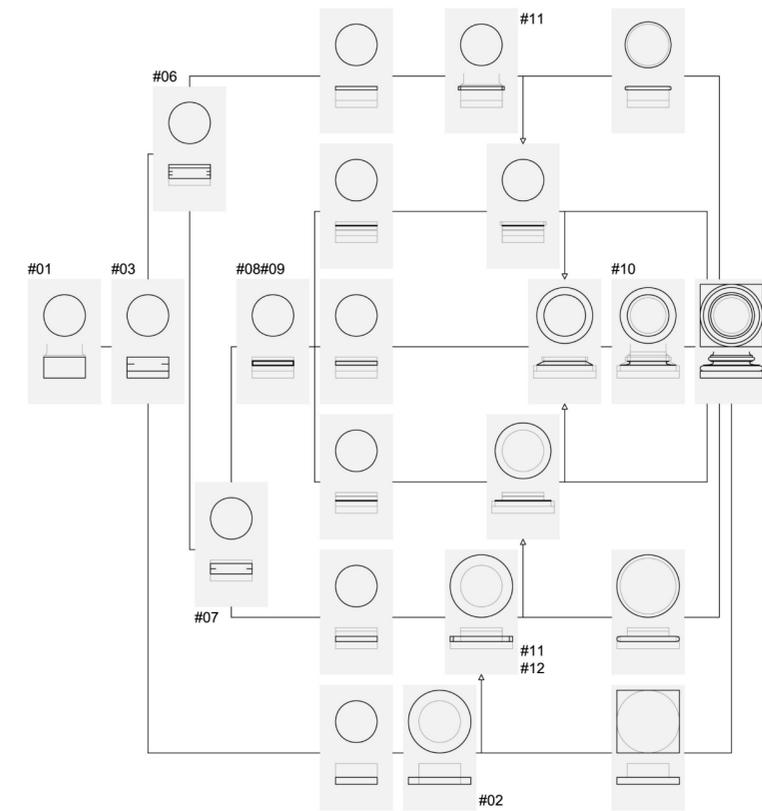
## Base dórica

### legenda

pág.	linha.	regra transcrita do tratado (da página e linha indicadas)	numeração interna de regras
		tradução matemática da regra transcrita	código correspondente (simplificado)

450	10	Deram à altura da base metade do diâmetro da extremidade inferior da coluna; <b>Hbase = 1/2 · Dimo</b>	<b>editCoxel (base; dH0; [input])</b>	#01
	11	Quiseram que todos os lados do plinto tivessem de largura a medida do diâmetro completo da extremidade inferior da coluna e mais uma parte do mesmo diâmetro, não superior a metade nem inferior a um terço. <b>Wplinto € [1+1/3 · Dimo, 1+1/2 · Dimo]</b>	<b>editCoxel (plinto; W; [input])</b>	#02
	14	Dividiram a altura da base em três partes, das quais atribuíram uma parte à altura do plinto. <b>Hplinto = 1/3 · Hbase; Hñ-plinto = 2/3 · Hbase</b>	<b>subdivCoxel (base; [1, 2]; - ; -)</b>	#03
	15	A altura total da base era, pois, o triplo da altura do plinto <b>Hbase = 3 · Hplinto</b>	[regra redundante de #03]	#04
	16	E a largura do plinto era também o triplo da altura da base. <b>Wplinto = 3 · Hbase [= 3 · 1/2 · Dimo = 1+1/2 · Dimo]</b>	[regra complementar de #02, caso particular] <b>editCoxel (plinto; W; [input])</b>	#05
	17	Excluindo o plinto, dividiram o que restava da altura na base em quatro partes, das quais destinaram a de cima ao toro superior. <b>Htorosup = 1/4 · Hñ-plinto; Hñ-torosup = 3/4 · Hñ-plinto</b>	<b>subdivCoxel (ñ-plinto; [3, 1]; - ; -)</b>	#06
	19	A altura que fica no meio, entre o toro por cima e o plinto por baixo, dividiram-na ainda em duas partes, das quais atribuíram a inferior ao toro inferior e vazaram a superior para a escócia <b>Htoroinf = 1/2 · Hñ-torosup; Hescócia = 1/2 · Hñ-torosup</b>	<b>subdivCoxel (ñ-torosup; [1, 1]; - ; -)</b>	#07
451	03	A escócia consta de um canal vazado e dois filetes que rodeiam os bordos do canal. Ao filete deram a sétima parte e vazaram o resto. <b>Hfiletesup = Hfileteinf = 1/7 · Hescócia; Hcanal = 5/7 · Hescócia</b>	<b>subdivCoxel (escócia; [1, 5, 1]; - ; -)</b>	#08
	08	Ao vazarem os canais das escócias, tomavam precauções para que, ao fazê-lo, não atingissem as linhas verticais das partes que deviam ser construídas em cima. <b>Wescócia = 6/7 · Dimo</b>	<b>editCoxel (canal; W; [input])</b>	#09
	10	Os toros sobressaíam metade da sua altura e mais um oitavo <b>Wtorosup = Wtorosup - (1/2+1/8) · Htorosup</b> <b>Wtoroinf = Wtoroinf - (1/2+1/8) · Htoroinf</b>	[regra para todas as bases] <b>editCoxel (torosup; dW; [input])</b> <b>editCoxel (toroinf; dW; [input])</b>	#10
	11	Além disso o círculo maior do toro mais largo correspondia, na vertical, à linha exterior da base do plinto. <b>Wtorosup = Wplinto</b>	<b>editCoxel (toroinf; W; [input])</b>	#11

Tabela 21 – Regras referentes à base dórica.



base dórica

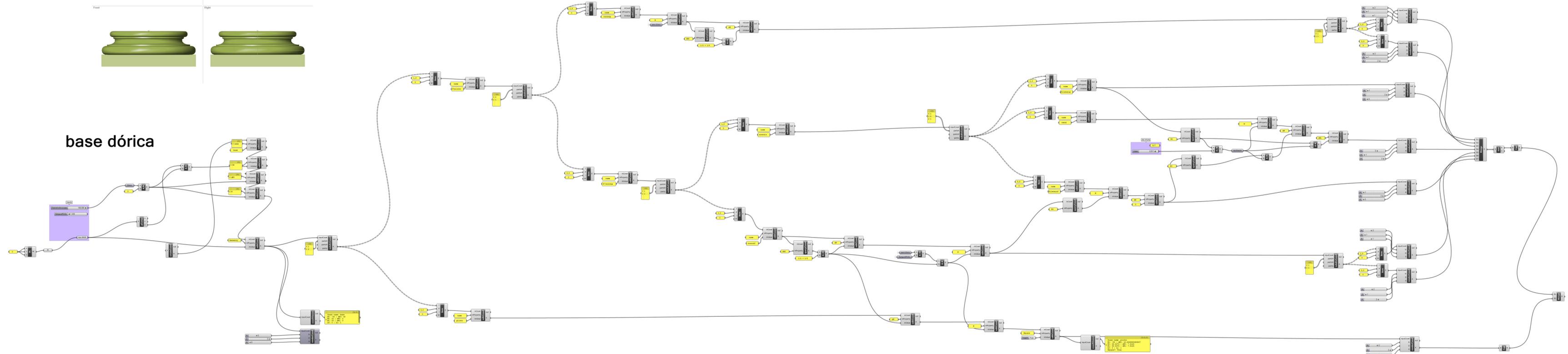


Figura 90 - Esquema de modelação e modelo computacional da base dórica.

Figura 90 - Esquema de modelação e modelo computacional da base dórica.

## Base jónica

### legenda

pág.	linha.	regra transcrita do tratado (da página e linha indicadas)		numeração interna de regras
		tradução matemática da regra transcrita	código correspondente (simplificado)	

451	14	Os Jónios aprovaram a altura da base dórica, <b>Hbase = 1/2 · Dimo;</b>	<b>editCoxel (base; H; [input])</b>	#01
		Mas duplicaram as escócias e acrescentaram dois anéis intermédios entre elas.		#02
	15	Fizeram bases com a altura do semidiâmetro da extremidade inferior da coluna, <b>Hbase = 1/2 · Dimo</b>	[regra redundante de BJ#01] <b>editCoxel (base; H; [input])</b>	#03
	16	E dividiram essa altura em quatro partes, atribuindo uma delas à altura do plinto, <b>Hplinto = 1/4 · Hbase; Hñ-plinto = 3/4 · Hbase</b>	<b>subdivCoxel (escócia; [1, 3]; -; -)</b>	#04
	17	E dando onze à largura do plinto. <b>Wplinto = 11/4 · Hbase</b>	<b>editCoxel (plinto; W; [input])</b>	#05
	18	A altura total da base tinha, pois, quatro partes, e a largura onze. <b>Hbase = 4/4 · Hbase; Wplinto = 11/4 · Hbase</b>	[regra redundante de BJ#02 e BJ#03] <b>editCoxel (plinto; W; [input])</b>	#06
	19	Dividiram o resto da altura em sete partes e deram duas delas ao toro inferior; <b>Htoroinf = 2/7 · Hñ-plinto; Hñ-toroinf = 5/7 · Hñ-plinto</b>	<b>subdivCoxel (ñ-plinto; [2, 5]; -; -)</b>	#07
	20	E dividiram ainda a altura que restava além do toro e do plinto, em três partes, das quais atribuíram a de cima ao toro superior; as duas do meio às duas escócias e aos anéis que estão comprimidos entre os toros. <b>Htorosup = 1/3 · Hñ-toroinf; Hñ-torosup = 2/3 · Hñ-toroinf</b>	<b>subdivCoxel (ñ-toroinf; [2, 1]; -; -)</b>	#08
452	03	Dividiram o espaço entre os toros em sete partes, dando uma a cada anel e destinando as restantes a proporções da escócia iguais entre si. <b>Hanel = 1/7 · Hñ-torosup</b> <b>Hescócia = 1/2 · (Hñ-torosup - 2 · Hanel)</b>	<b>subdivCoxel (ñ-toroinf; [5, 2, 2, 5]; -; -)</b>	#09
	05	Nos toros observavam os mesmos ressaltos que os Dórios; <b>[ver base dórica #10]</b>	<b>editCoxel (torosup; dW; [input]) / editCoxel (toroinf; dW; [input])</b>	#10
	06	Ao fazer a cavidade das escócias tiveram o cuidado de não atingir as linhas verticais das partes colocadas por cima. <b>[ver base dórica #09]</b>	<b>editCoxel (canal; W; [input])</b>	#11
	07	Mas fizeram os filetes com um oitavo das respectivas escócias. <b>Hfiletesup = Hfileteinf = 1/8 · Hescócia;</b> <b>Hcanal = 6/8 · Hescócia</b>	<b>subdivCoxel (escócia; [1, 6, 1]; -; -)</b>	#12
	09	Outros encontraram a seguinte solução: excluído o plinto, a altura da base devia ser dividida em dezasseis partes, a que chamamos módulos; quatro deviam ser atribuídos ao toro inferior, três ao toro superior, três e meio à escócia inferior, três e meio também à superior, e dois módulos intermédios aos anéis. <b>M = 1/16 · Hñ-plinto; Htoroinf = 4 · M; Htorosup = 3 · M;</b> <b>Hescócia = 3,5 · M; Hanel = 1 · M</b>	<b>(ramo alternativo) subdivCoxel (ñ-plinto; [8, 7, 2, 2, 7 6]; -; -)</b>	#13

Tabela 22 – Regras referentes à base jónica.

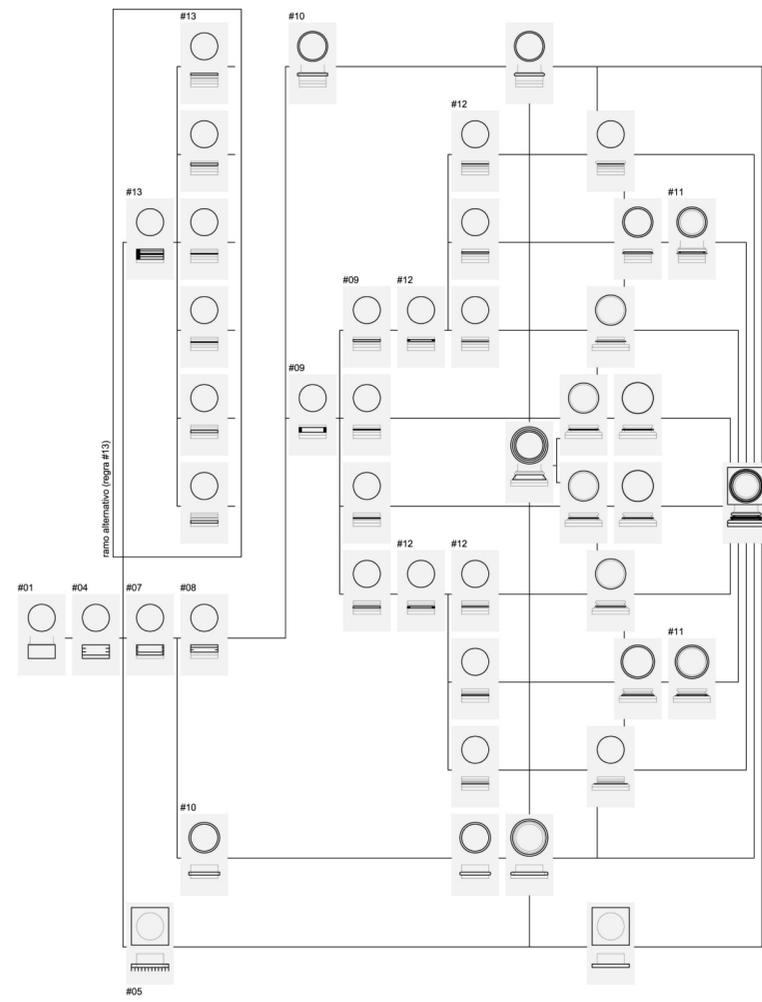


Figura 91 - Esquema de modelação e modelo computacional da base jónica.

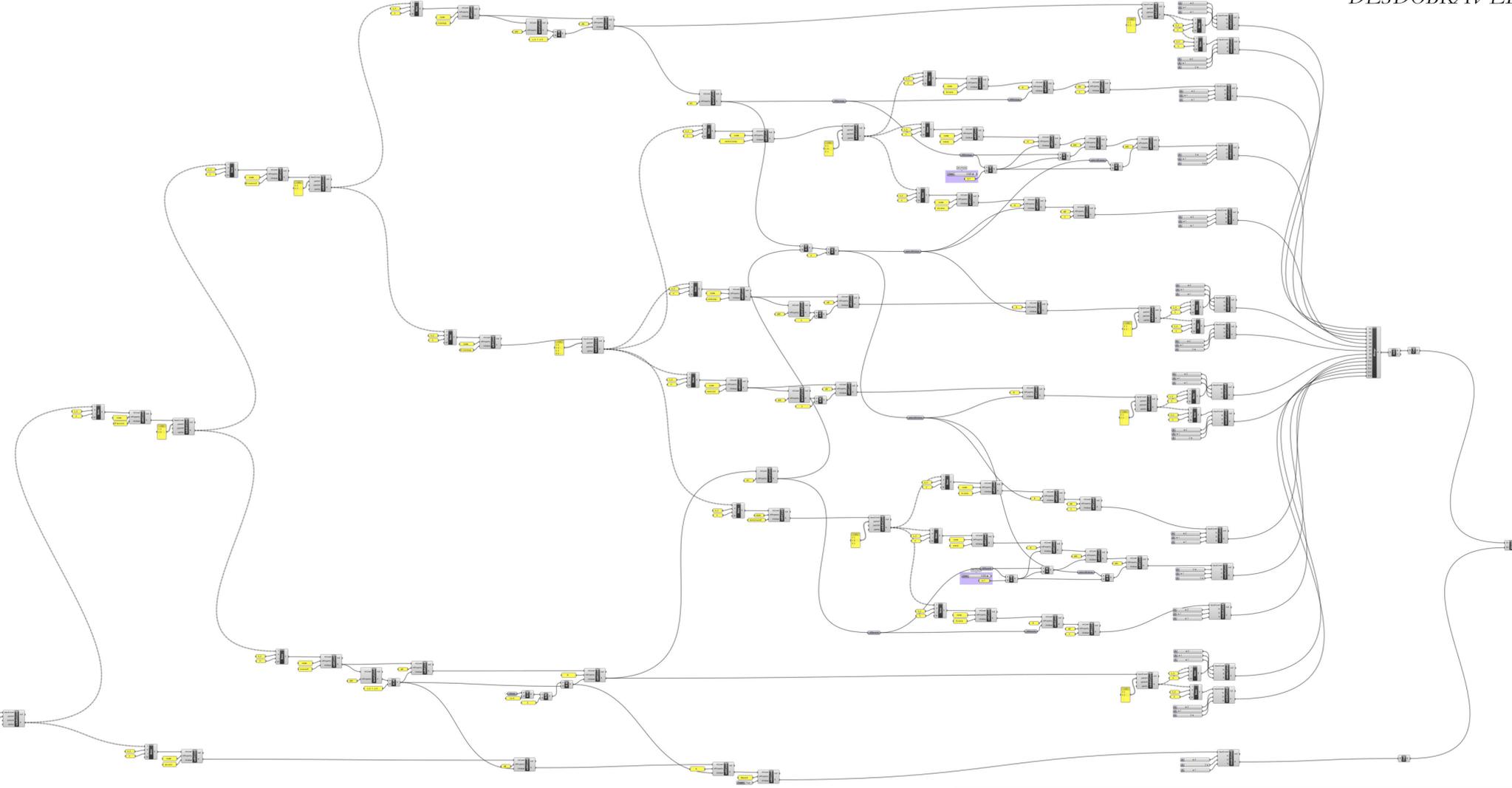
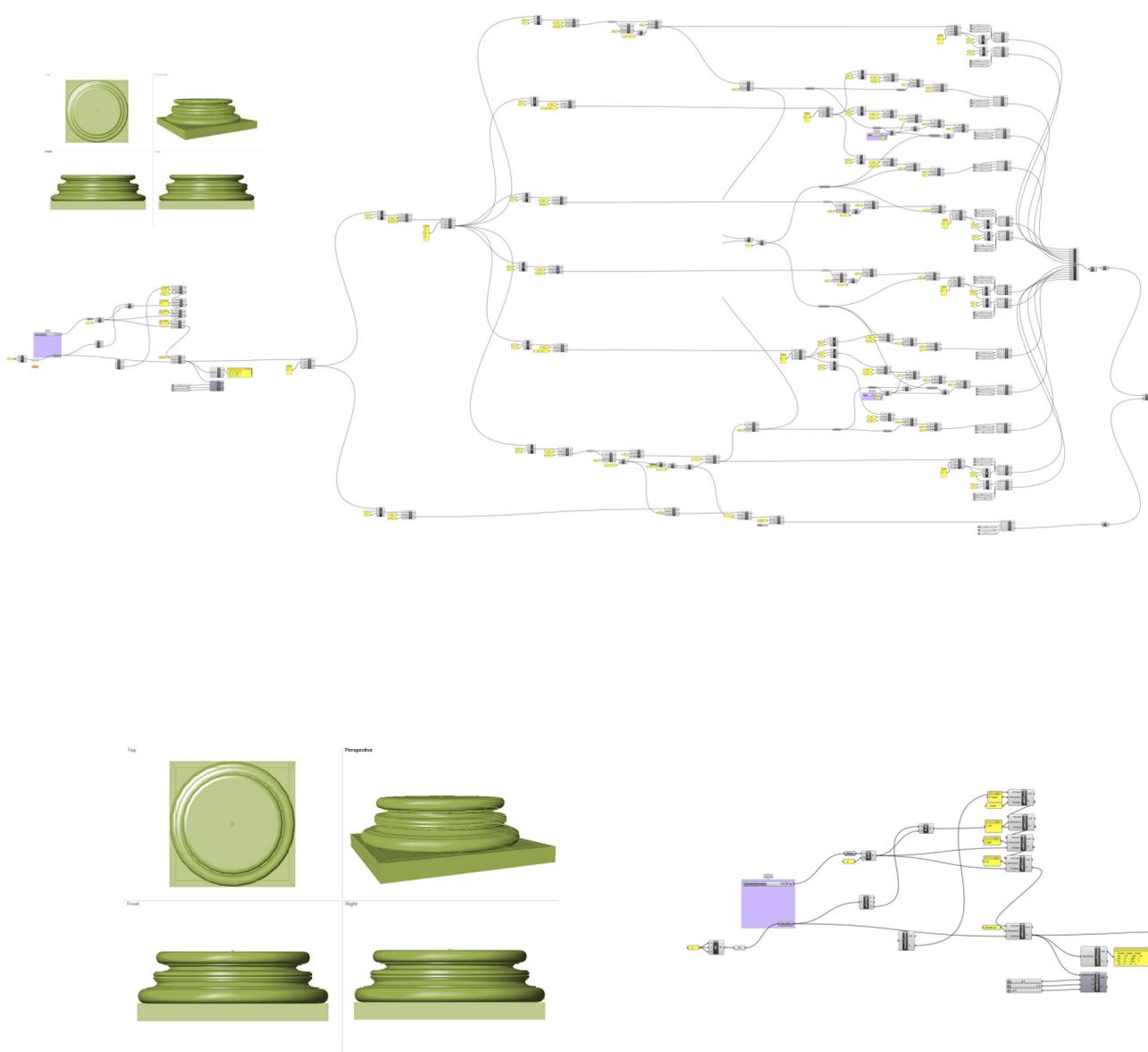


Figura 91 - Esquema de modelação e modelo computacional da base jónica.

## Capitel dórico

### legenda

pág.	linha.	regra transcrita do tratado (da página e linha indicadas)	tradução matemática da regra transcrita	código correspondente (simplificado)	numeração interna de regras
453	27	Os Dórios fizeram o capitel com a mesma altura da base	$H_{\text{capitel}} = H_{\text{base}} = 1/2 \cdot D_{\text{imo}}$	editCoxel (capitel; dH0; [input])	#01
	28	E dividiram toda essa altura em três partes: deram a primeira ao ábaco; a segunda ocupou-a a taça; ao colar do capitel, que fica sob a taça, foi destinada a terceira parte.	$H_{\text{ábaco}} = 1/3 \cdot H_{\text{capitel}}$ ; $H_{\text{taça}} = 1/3 \cdot H_{\text{capitel}}$ ; $H_{\text{colar}} = 1/3 \cdot H_{\text{capitel}}$	subdivCoxel (capitel; [1, 1, 1]; -;-)	#02
454	03	O ábaco tinha de largura em todos os lados um diâmetro completo e mais um sexto do raio da extremidade inferior da coluna.	$W_{\text{ábaco}} = (1 + (1/6 \cdot 1/2)) \cdot D_{\text{imo}}$	editCoxel (ábaco; W; [input])	#05
	04	São estas as partes do ábaco: o cimácio e o plinto; aqui o cimácio é uma gola; esta mede dois quintos do ábaco.	$H_{\text{cimácio}} = 2/5 \cdot H_{\text{ábaco}}$ ; $H_{\text{plinto}} = 3/5 \cdot H_{\text{ábaco}}$	subdivCoxel (ábaco; [3, 2]; -;-)	#06
	06	O rebordo da taça passava pelas linhas exteriores do ábaco.	$W_{\text{SUPtaça}} = W_{\text{ábaco}}$	editCoxel (taça; dW1; [input])	#07
	07	A fim de ornamentarem a taça, uns rodeavam a parte inferior dela com três pequenos anéis, outros com uma gola;	$H_{\text{anel}} = 1/3 \cdot H_{\text{ornamento}}$	[regra opcional] subdivCoxel (ornamento; [1, 1, 1]; -;-)	#08
	08	Este ornamento não ocupava mais que um terço da taça.	$H_{\text{ornamento}} = 1/3 \cdot H_{\text{taça}}$	subdivCoxel (taça; [2, 1]; -;-)	#09
	09	O diâmetro do colar, isto é, a parte inferior do capitel – norma observada em todos os capitéis – não excedia o da coluna.	$W_{\text{colar}} \leq D_{\text{sumo}}$	[regra para todos os capitéis] editCoxel (colar, W; [input])	#10
454	11	Uns [...] fizeram o capitel dórico com a altura da metade e até de um quarto do diâmetro da extremidade inferior da coluna,	$H_{\text{capitel}} = 3/4 \cdot D_{\text{imo}}$	editCoxel (base; dH0; [input])	#11
	13	E dividiram a totalidade da altura do capitel em onze partes, das quais atribuíram quatro ao ábaco, quatro à taça e três ao colar;	$H_{\text{ábaco}} = 4/11 \cdot H_{\text{capitel}}$ ; $H_{\text{taça}} = 4/11 \cdot H_{\text{capitel}}$ ; $H_{\text{colar}} = 3/11 \cdot H_{\text{capitel}}$	subdivCoxel (capitel; [3, 4, 4]; -;-)	#14
	15	Seguidamente dividiram o ábaco em duas partes iguais, das quais a superior era a gola, a inferior a faixa;	$H_{\text{gola}} = 1/2 \cdot H_{\text{ábaco}}$ ; $H_{\text{faixa}} = 1/2 \cdot H_{\text{ábaco}}$	subdivCoxel (ábaco; [1, 1]; -;-)	#15
	16	E dividiram ainda a taça em duas partes iguais, das quais destinaram a inferior quer aos anéis, quer à gola que cinge a taça por baixo.	$H_{\text{ornamento}} = 1/2 \cdot H_{\text{taça}}$ ;	subdivCoxel (taça; [1, 1]; -;-)	#17
	18	Ao colar afixaram rosas, e outros, folhas em relevo.	[regra de pormenorização]	subdivCoxel (taça; -; -; [1, 1, 1, 1]) / ornam(flor) OU ornam(acanto)	#18

Tabela 23 – Regras referentes ao capitel dórico.

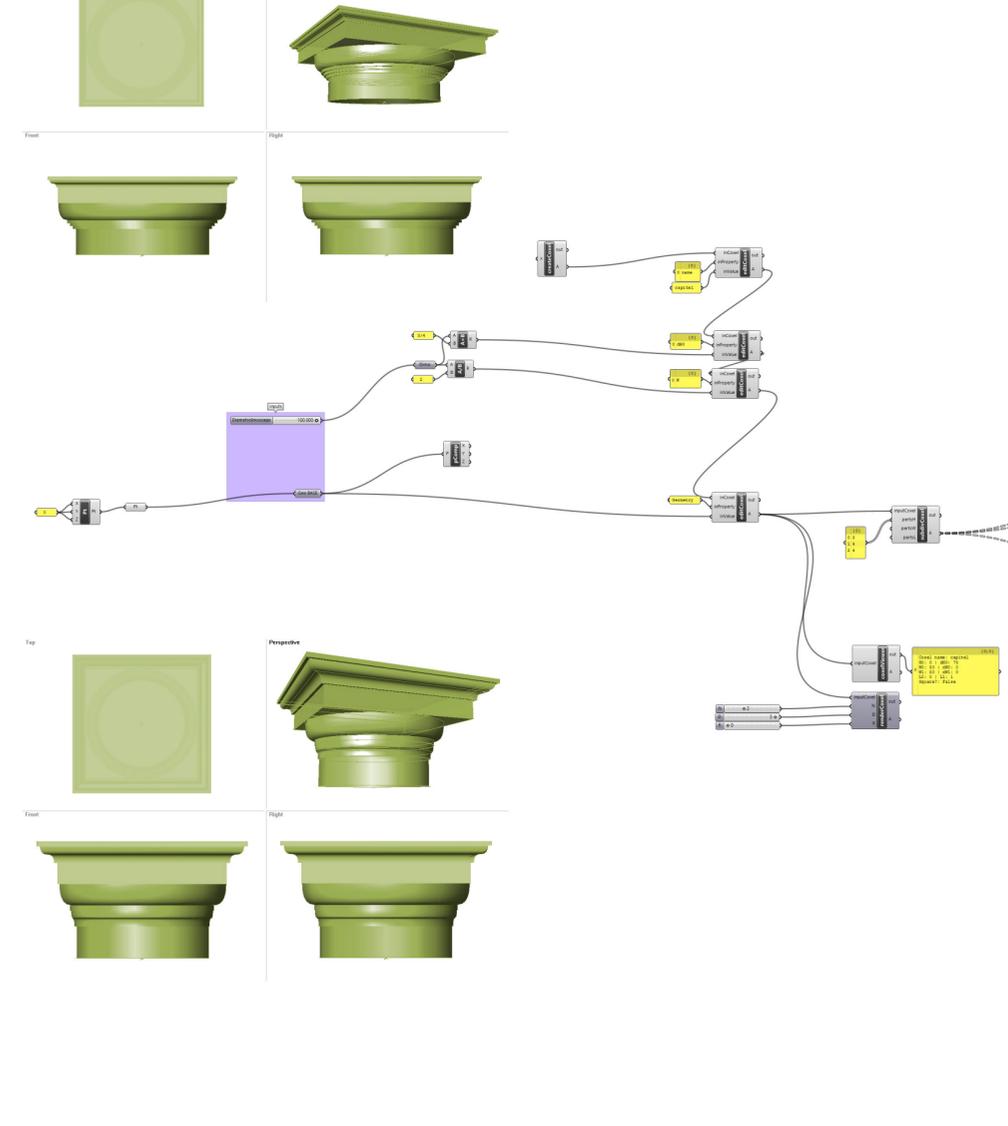
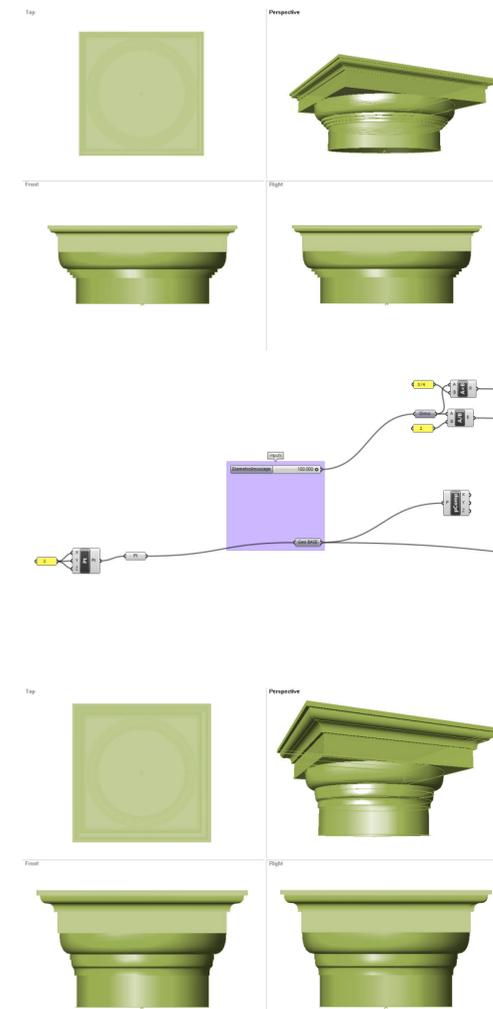
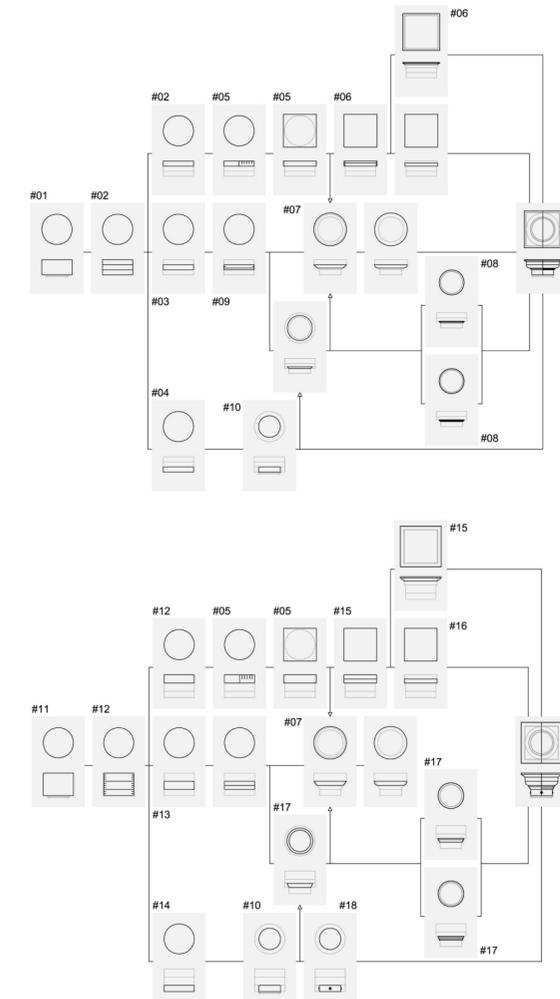


Figura 92 - Esquemas de modelação e modelos computacionais dos capitéis dóricos.

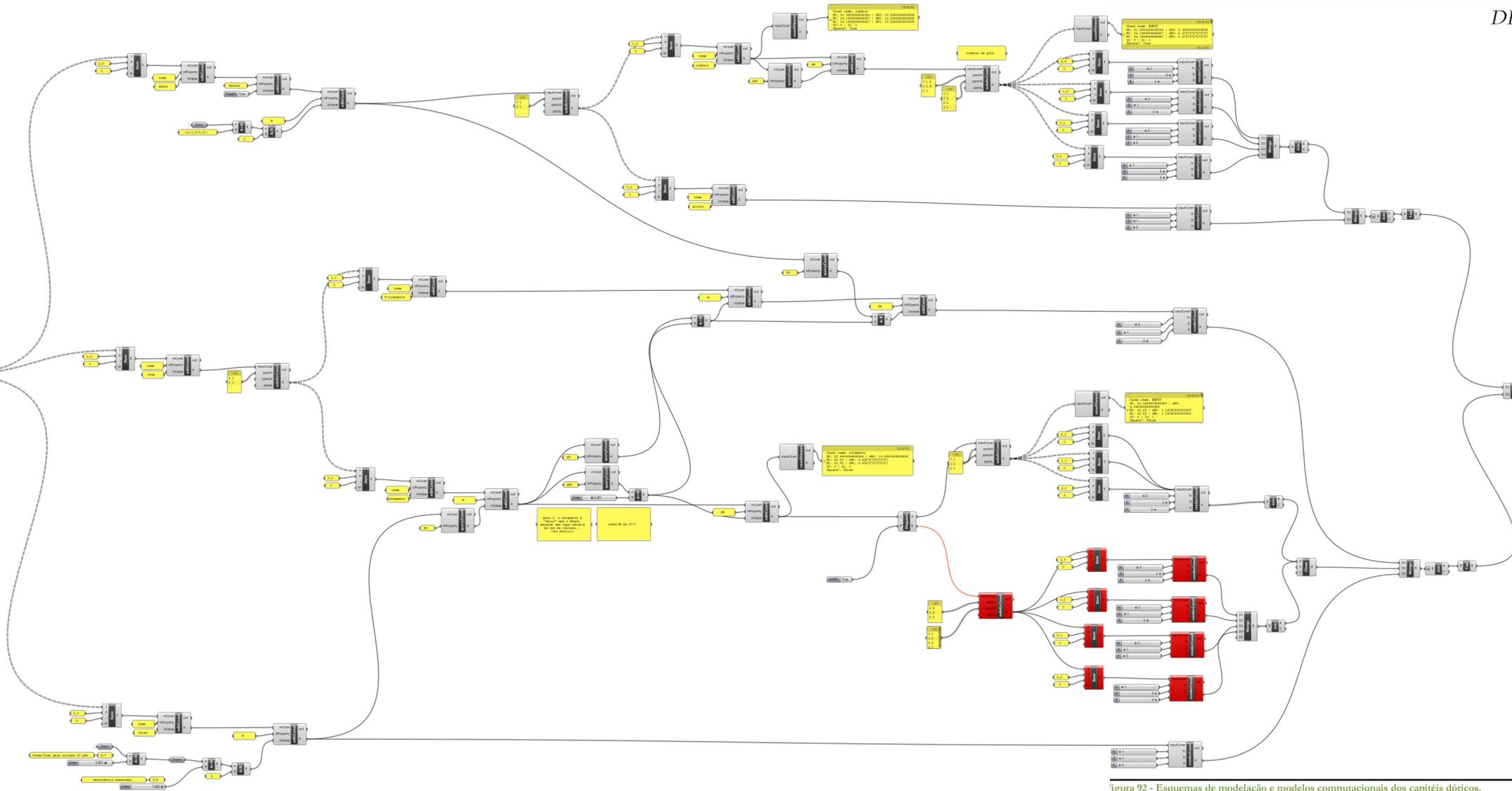


Figura 92 - Esquemas de modelação e modelos computacionais dos capitéis dóricos.

## Capitel jónico

### legenda

pág.	linha.	regra transcrita do tratado (da página e linha indicadas)	numeração interna de regras
		tradução matemática da regra transcrita	código correspondente (simplificado)

454	20	A totalidade da altura do capitel será igual ao raio da extremidade inferior do fuste da coluna. <b>Hcapitel = 1/2 · Dimo</b>	<b>editCoxel (capitel; dH0; [input])</b>	#01
	21	Divide essa altura do capitel em dezanove módulos. Darás, pois, três módulos ao ábaco, quatro ao córtex, seis à taça. Os seis inferiores que restam, deixa-os para as volutas que o córtex forma, caindo de ambos os lados. <b>M = 1/19 · Hcapitel; Hábaco = 3 · M; HcórteX = 4 · M; Htaça = 6 · M; Hvolutas = 16 · M = 6 · M + Htaça + HcórteX</b>	<b>subdivCoxel (capitel; [6, 6, 4, 3]; - ; -)</b>	#02
	24	A largura do ábaco em qualquer dos lados será igual ao diâmetro do sumoscapo da sua coluna. <b>Wábaco = Dsumo</b>	<b>editCoxel (ábaco; W; [input])</b>	#03
455	01	A largura do córtex [...] será igual à do ábaco. <b>WcórteX = Wábaco</b>	<b>editCoxel (córteX; W; [input])</b>	#04
	02	O comprimento do córtex prolongar-se-á para os lados e ficará suspenso, enrolando-se em caracol. <b>[regra de pormenorização]</b>		#05
	03	O umbigo do caracol que fica à direita distará do correspondente umbigo da esquerda vinte e dois módulos, <b>[regra de pormenorização]</b>		#06
	05	E distará doze módulos da última linha superior do ábaco. <b>[regra de pormenorização]</b>		#07
	06	Traça o caracol da seguinte maneira [...] <b>[regra de pormenorização: traçado da voluta]</b>		#08
	03	O rebordo da taça expandir-se-á de tal maneira que, nos dois lados da frente do capitel, sobressaia fora do córtex dois módulos; <b>WSUPtaça = Dimo + 4 · M = WcórteX + 2 · (2 · M)</b>	<b>editCoxel (taça; dW1; [input])</b>	#09
04	O fundo da taça, porém, será igual ao diâmetro da extremidade superior da coluna. <b>WINFtaça = Dsumo</b>	<b>editCoxel (taça; dW0; [input])</b>	#10	
05	As contracturas das volutas, que nos lados do capitel unem as volutas anteriores às posteriores, serão de dimensões reduzidas até ao limite da altura da taça e mais um módulo. <b>[regra de pormenorização]</b>		#11	
08	Ao ábaco juntar-se-á como ornamento um cimácio de gola com um só módulo. <b>Hcimácio = 1 · M</b>	<b>editCoxel (cimácio; dH0; [input])</b>	#12	

Tabela 24 – Regras referentes ao capitel jónico.

legenda

pág.	linha.	regra transcrita do tratado (da página e linha indicadas)	tradução matemática da regra transcrita	código correspondente (simplificado)	numeração interna de regras
457	09	Na espessura do córtex será aberto um canal com a profundidade de meio módulo. <b>Zcanal = 1/2 · M</b>		editCoxel (cortéz; dW; [input])	#13
10		A largura do filete junto do canal será de um quarto de módulo. <b>Hfilete = 1/4 · M</b>		subdivCoxel (cortéz; [input]; -; -)	#14
11		No meio da frente do capitel esculpir-se-ão, no canal, folhagens e frutos. <b>[regra de pormenorização]</b>		ornam(acanto+frutos)	#15
12		As partes da taça que sobressaem nas frentes do capitel, são talhadas com óvulos e sob os óvulos dispõem-se pérolas. <b>[regra de pormenorização]</b>		ornam(óvulos); ornam(pérolas)	#16
13		As contracturas dos lados entre as volutas revestem-se de escamas ou de folhagem. <b>[regra de pormenorização]</b>		ornam(escalas) OU ornam(acantos)	#17

Tabela 24 - Regras referentes ao capitel jónico (continuação).

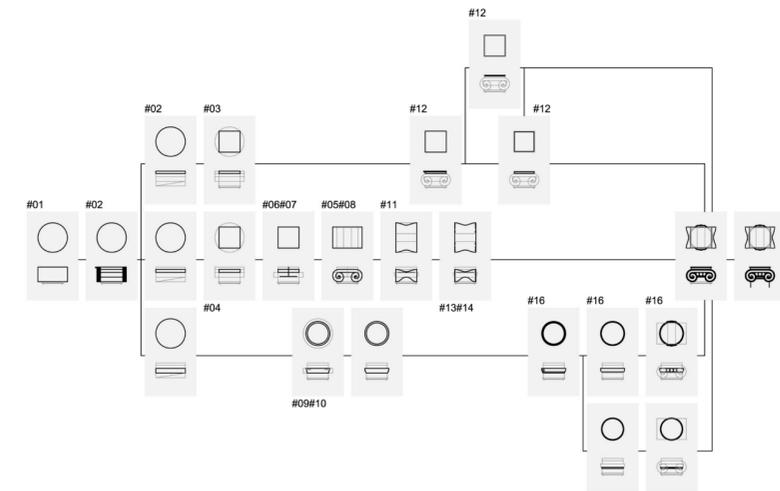


Figura 93 - Esquema de modelação e modelo computacional do capitel jónico.

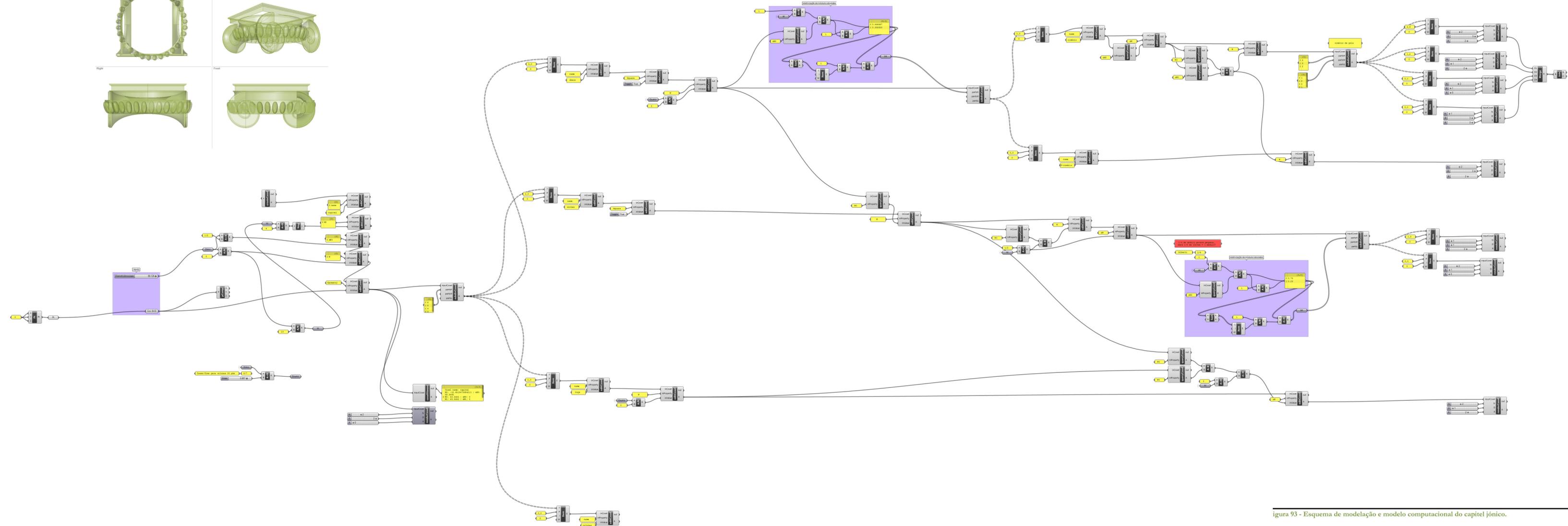
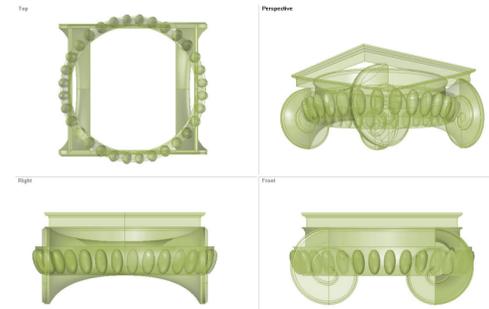


Figura 93 - Esquema de modelação e modelo computacional do capitel jónico.

## Capitel coríntio

### legenda

pág.	linha.	regra transcrita do tratado (da página e linha indicadas)	numeração interna de regras
		tradução matemática da regra transcrita	código correspondente (simplificado)

458	03	Nos capitéis coríntios, a sua altura ocupa dois raios da extremidade inferior da coluna. <b>Hcapitel = Dimo</b>	<b>editCoxel (capitel; dH0; [input])</b>	#01
	04	Toda essa altura é dividida em sete módulos. A espessura do ábaco toma um módulo, o vaso ocupa os restantes; <b>M = 1/7 · Hcapitel; Hábaco = 1 · M; Hvaso = 6 · M</b>	<b>subdivCoxel (capitel; [6, 1]; - ; -)</b>	#02
	05	O diâmetro do fundo é igual ao da coluna na extremidade superior, excluídas as saliências; <b>WINFvaso = Dsumo</b>	<b>editCoxel (vaso; dW0; [input])</b>	#03
	07	O seu rebordo superior é igual à dimensão do diâmetro inferior da coluna <b>WSUPvaso = Dimo</b>	<b>editCoxel (vaso; dW1; [input])</b>	#04
	09	A largura do ábaco preenche dez módulos; <b>Wábaco = 10 · M</b>	<b>editCoxel (ábaco; W; [input])</b>	#05
		Mas as diagonais cruzam-se a um módulo e meio <b>[regra de pormenorização]</b>		#06
	10	Os ábacos dos outros capitéis são formados por linhas rectas; os ábacos dos capitéis coríntios inflectem para dentro até que as inflexões distem entre si a medida do diâmetro do fundo do vaso. <b>[regra de pormenorização]</b>		#07
	13	O cimácio do ábaco terá um terço da altura deste; <b>Hcimácio = 1/3 · Hábaco</b>	<b>subdivCoxel (ábaco; [2, 1]; - ; -)</b>	#08
		Os seus delineamentos serão como aqueles que usamos nos sumoscapos das colunas. <b>[regra de pormenorização]</b>		#09
	15	Um filete e um cordão revestem o vaso, <b>[regra de pormenorização]</b>		#10
		E entre ambos brotam duas séries de folhas; a cada série são atribuídas oito folhas. <b>aWfolha = 1/8 · Pfolhas</b>	<b>subdivCoxel (folhas; - ; - ; [8])</b>	#11
	16	O comprimento das folhas da primeira série é de dois módulos; as da segunda série elevam-se igualmente à altura de dois módulos. Os restantes módulos são atribuídos aos caulículos que emergem das folhas e sobem até à altura do vaso. <b>Hfolhas = 2 · M; Hcaulículos = 2 · M</b>	<b>subdivCoxel (ñ-ábaco; [2, 2, 2]; - ; -)</b>	#12

Tabela 26 – Regras referentes ao capitel coríntio.

legenda

pág.	linha.	regra transcrita do tratado (da página e linha indicadas)	numeração interna de regras
		tradução matemática da regra transcrita	código correspondente (simplificado)
458	19	Os caulículos são em número de dezasseis: quarto deles entrelaçam-se em cada face do capitel, dois do lado direito ligados num único laço, dois do lado esquerdo ligados em outro laço, <b>aWcaulículos = 1/16 · Pfolhas</b>	#13
		<b>subdivCoxel (folhas; - ; - ; [4]); subdivCoxel (face; - ; - ; [2]); subdivCoxel (meia-face; - ; - ; [2])</b>	
	22	Os das pontas ficam pendentes por baixo dos ângulos do ábaco imitando um caracol, <b>[regra de pormenorização]</b>	#14
	24	Ao passo que os do meio, no centro da frente do capitel, se ligam uns aos outros pelas extremidades superiores, enrolando-se também em espiral. <b>[regra de pormenorização]</b>	#15
	26	Por cima dos caulículos do meio, emerge do vaso uma flor conspícua, <b>[regra de pormenorização]</b>	#16
		Não excedendo a espessura do ábaco. <b>Hflor = Hábaco</b>	#17
		<b>editCoxel (flor; dH0; [input])</b>	
	27	A espessura do rebordo do vaso [...] mede um módulo. <b>Hrebordo = 1 · M</b>	#18
		<b>editCoxel (rebordo; dH0; [input])</b>	
	29	As espirais das folhas são divididas em cinco dedos ou, se aprouver, sete. <b>aWdedo ∈ {1/5 · Pfolha , 1/7 · Pfolha}</b>	#19
		<b>subdivCoxel (folha; - ; - ; [5 OU 7])</b>	
	30	As extremidades das folhas caem meio módulo para diante. <b>Wfolha= 1/2 · M</b>	#20
		<b>editCoxel (folha; W; [input])</b>	
	31	Tanto nas folhas deste género dos capitéis como em todo o relevo é bellissimo que os traçados dos delineamentos sejam talhados com profundidade. <b>[regra de pormenorização]</b>	#21

Tabela 27 - Regras referente ao capitel coríntio (continuação).

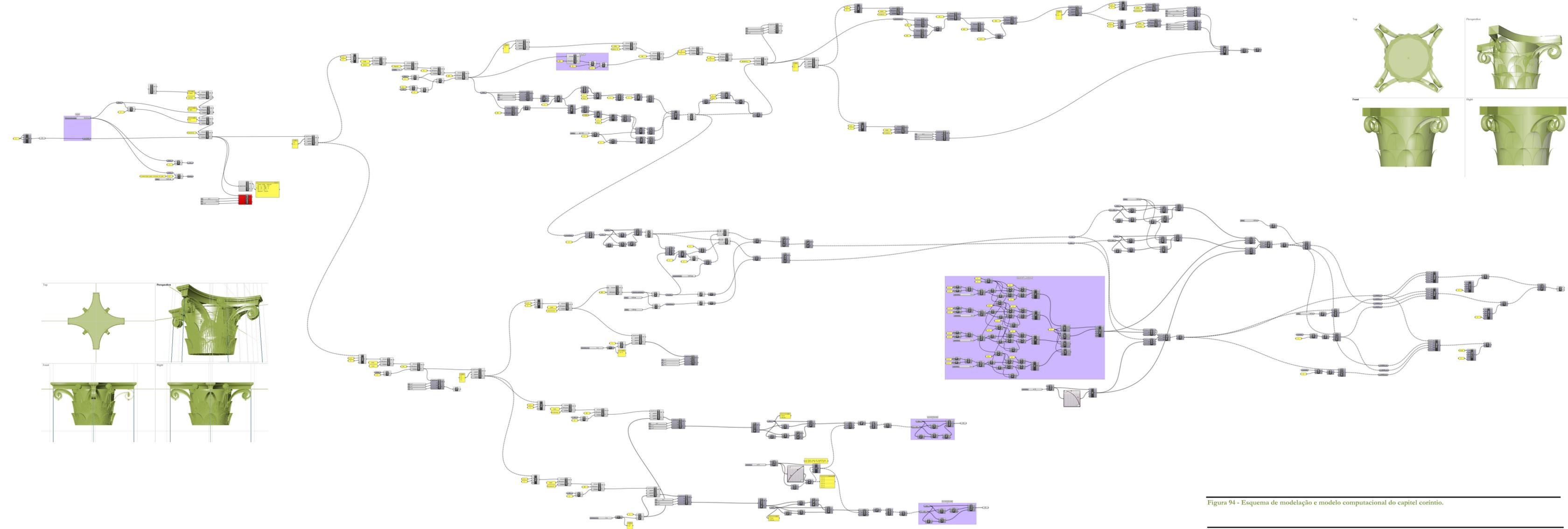
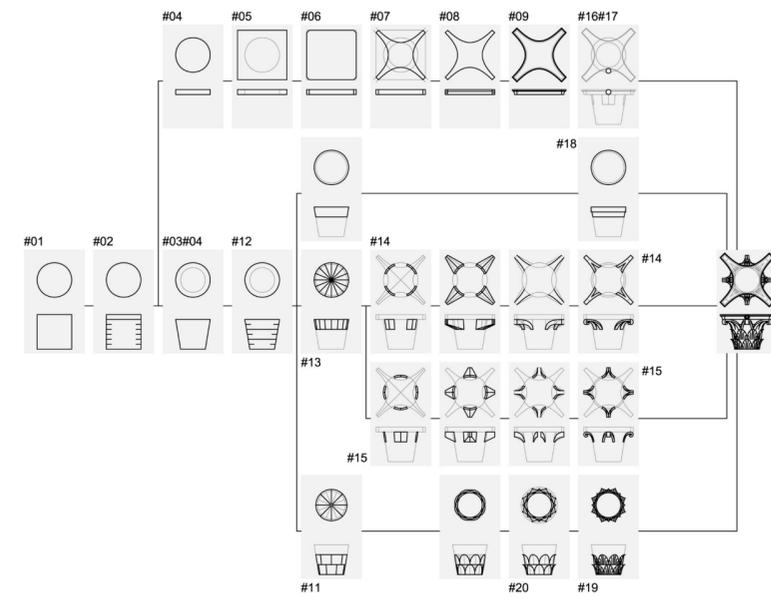


Figura 94 - Esquema de modelação e modelo computacional do capitel coríntio.

Figura 94 - Esquema de modelação e modelo computacional do capitel coríntio.

## Capitel composto ou itálico

### legenda

pág.	linha.	regra transcrita do tratado (da página e linha indicadas)	código correspondente (simplificado)	numeração interna de regras
		tradução matemática da regra transcrita		
459	01	Os Itálicos juntaram aos seus todos os ornamentos que encontraram nos outros capitéis; com efeito, têm o mesmo estilo de vaso, de ábaco, de folhas e de flor, que os Coríntios; <b>(ver capitel coríntio)</b>		#01
	03	Mas, em vez de caulículos, possuem asas salientes por baixo do ábaco, as quais preenchem dois módulos inteiros. <b>Hasa = 2 · M</b>	<b>editCoxel (asa; dH0; [input])</b>	#02
	05	A frente do capitel, que sem isso seria nua, tomou os ornamentos dos capitéis jónicos. [...] <b>[regra de pormenorização]</b> <b>(ver capitel jónico)</b>	<b>subdivCoxel (asa; [1, 3]; -;-) ornam(óvulos); ornam(pérolas)</b>	#03
460	01	Além dos referidos, há muitos capitéis compostos com os mesmos delineamentos, acrescentando umas partes ou eliminando outras.		#04

Tabela 28 – Regras referentes ao capitel composto ou itálico.

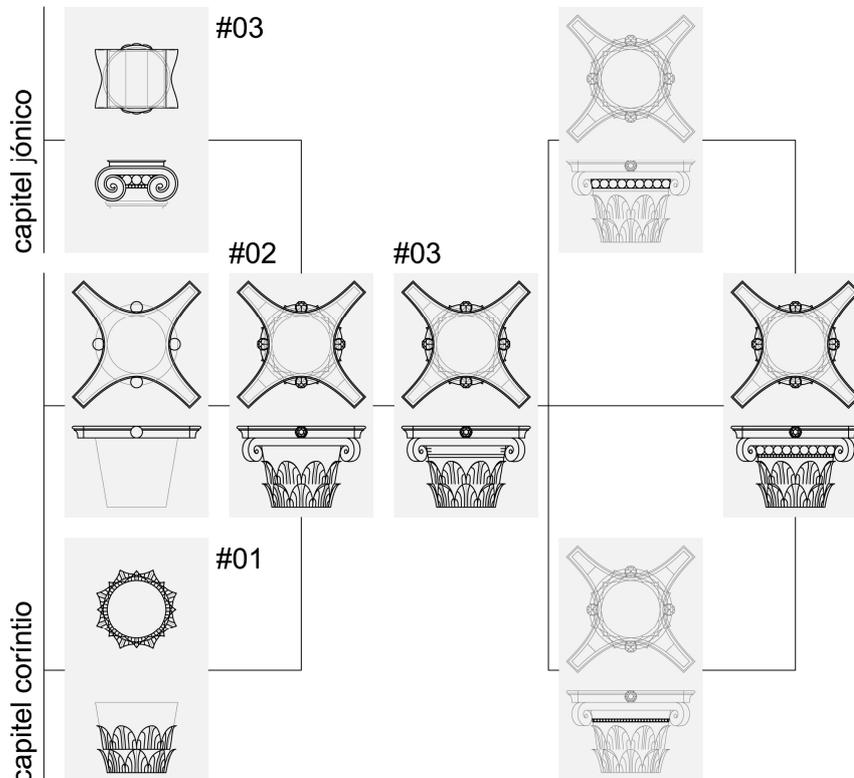


Figura 100 - Esquema de modelação do capitel composto ou itálico, a partir dos capitéis coríntio e jónico.

## Entablamento dórico

### Arquitrave

#### legenda

pág.	linha.	regra transcrita do tratado (da página e linha indicadas)	numeração interna de regras
		tradução matemática da regra transcrita	código correspondente (simplificado)
461	05	Aparelham a arquitrave de tal forma que querem que a largura inferior não exceda o diâmetro superior da coluna, ao passo que fazem a largura superior da arquitrave com a mesma dimensão do diâmetro inferior da coluna. [regra para todos os entablamentos] <b>WINFarquitrave = Dsumo</b> <b>WSUParquitrave = Dimo</b>	editCoxel (arquitrave; dW0; [input]) editCoxel (arquitrave; dW1; [input]) #01
	09	Quanta fosse a sua altura [das molduras] tanta seria a saliência em relação ao muro; <b>Wa = Wa-1 + Hã</b>	[regra para todos os entablamentos] editCoxel (moldura; W; [input]) #02
	19	Fizeram [...] a arquitrave com uma espessura não inferior ao raio da extremidade inferior da coluna. <b>Harquitrave &gt;= 1/2 · Dimo</b>	editCoxel (arquitrave; dH0; [input]) #03
	20	Na arquitrave existiam três faixas, e por debaixo da primeira faixa superior dispunham-se algumas réguaas pequenas cravadas, de cada uma das quais pendiam seis cavilhas espetadas na parte inferior, a fim de fixarem as traves, cujas extremidades ressaltam do muro ao nível das réguaas <b>Wfaixasup &lt; Wtraves</b>	editCoxel (moldura; W; [input]) #04
462	04	Dividiram a altura total da arquitrave em doze módulos, à primeira faixa inferior atribuíram quatro módulos; à faixa mais próxima desta, que é a do meio, atribuíram seis; para a superior restaram dois módulos. <b>M = 1/12 · Harquitrave; Hfaixainf = 4 · M</b> <b>Hfaixameio = 4 · M; Hfaixasup = 4 · M</b>	subdivCoxel (arquitrave; [4, 6, 2]; - ; -) #05
	07	E dos seis módulos da faixa do meio, o módulo superior foi dado às réguaas <b>Hrégua = 1 · M</b>	editCoxel (régua; dH0; [input]) #06
	08	E outro às cavilhas pendentes por baixo delas <b>Hcavilha = 1 · M</b>	editCoxel (cavilha; dH0; [input]) #07
	09	O comprimento das réguaas era de doze módulos. <b>Lrégua = 12 · M</b>	editCoxel (régua; dL; [input]) #08
463	01	Os espaços que ficaram livres entre as extremidades das réguaas mediam dezoito módulos. <b>Lpainel = 18 · M</b>	editCoxel (painel; dL; [input]) #09

Tabela 29 – Regras referentes ao entablamento dórico: arquitrave.

## Friso

### legenda

pág.	linha.	regra transcrita do tratado (da página e linha indicadas)	numeração interna de regras
		tradução matemática da regra transcrita	código correspondente (simplificado)
463	03	Nas arquitraves assentam as traves, cujas extremidades, cortadas em ângulo recto, sobressaem meio módulo do lado de fora. $W_{trave} = 1/2 \cdot M$	#10 editCoxel (trave; W; [input])
	04	A largura das traves será igual à altura da arquitrave, $L_{trave} = H_{arquitrave} = 12 \cdot M$	#11 editCoxel (trave; dL; [input])
	05	Mas à altura acrescenta metade da sua largura, o que faz com que chegue aos dezoito módulos. $H_{trave} = (1 + 1/2) \cdot L_{trave} = 18 \cdot M$	#12 editCoxel (trave; dH0; [input])
	06	Ao longo da altura da frente das traves marcam-se com o prumo três sulcos rectilíneos, equidistantes entre si, $L_{intersulcos} = 1/4 \cdot L_{traves}$	#13 subdivCoxel (trave; - ; - ; [4])
	08	Abrindo-os em esquadria, até atingirem um módulo na abertura. [regra de pormenorização] $W_{sulco} = 1/2 \cdot M$	#14 editCoxel (trave; dW; [input])
	10	Enchem-se os espaços livres entre as traves com painéis tão largos como altos; $H_{painel} = H_{trave} = 18 \cdot M$ [regra redundante] $L_{painéis} = H_{painéis} = 18 \cdot M$	#15 editCoxel (painel; dH0; [input]) editCoxel (painel; dL; [input])
	12	As extremidades das colunas são meio módulo salientes em relação aos painéis. $W_{coluna} = 1/2 \cdot M$	#16 editCoxel (; dW; [input])
	14	As perpendiculares dos painéis condizem com a faixa inferior da arquitrave colocada por baixo. $W_{painel} = W_{faixainf} = W_{INFarquitrave}$	#17 editCoxel (painel; W; [input])
	15	Nestes painéis esculpem-se cabeças de vitelo, pratos, ou rosetas e elementos do mesmo género. [regra de pormenorização]	#18 ornam(vitelo) OU ornam(prato) OU ornam(flor)
	16	Nas traves e nos painéis, em vez de cimácio, coloca-se em cada um a correspondente faixa, com a largura de dois módulos. $H_{faixatraves} = 2 \cdot M$	#19 editCoxel (faixatraves; dH0; [input])

Tabela 30 – Regras referentes ao entablamento dórico: friso.

## Cornija

### legenda

pág.	linha.	regra transcrita do tratado (da página e linha indicadas)	tradução matemática da regra transcrita	código correspondente (simplificado)	numeração interna de regras
463	19	Feito isto, acrescenta-se acima um plúteo com a espessura de dois módulos;	$H_{plúteo} = 2 \cdot M$	editCoxel (plúteo; dH0; [input])	#20
	20	Sobre o plúteo [...] estende-se um pavimento com a espessura de três módulos.	$H_{pavimento} = 3 \cdot M$	editCoxel (pavimento; dH0; [input])	#21
	22	Os seus ornamentos são [...] traçados à imitação dos seixos	[regra de pormenorização]	ornam(seixos)	#22
	23	Sobre isso colocam mútulos com a mesma largura das traves	$L_{mútulos} = L_{traves} = 12 \cdot M$	editCoxel (mútulos; dL; [input])	#23
	24	E com a mesma espessura do pavimento;	$H_{mútulos} = H_{pavimento} = 3 \cdot M$	editCoxel (mútulos; dH0; [input])	#24
	25	E dispõem-se de tal modo que a cada um corresponde por baixo uma trave;	$L_{intermútulos} = L_{painéis} = 18 \cdot M$	editCoxel (intermútulos; dL; [input])	#25
	26	E prolongam-se até terem seis módulos de saliência;	$W_{intermútulos} = W_{pavimento}; W_{mútulos} = W_{pavimento} + 6 \cdot M$	editCoxel (mútulos; dW; [input])	#26
	27	Nos mútulos aplica-se um cimácio de gola com três quartos de módulo.	$H_{cimácio} = 3/4 \cdot M$	editCoxel (cimácio; dH0; [input])	#27
	28	Nos espaços, que vistos de baixo parecem suspensos entre os mútulos, esculpem-se rosetas e acantos.	[regra de pormenorização]	ornam(flor) OU ornam(acantos)	#28
	30	Em cima dos mútulos coloca-se a cornija da obra e ocupa quatro módulos.	$H_{cornija} = 4 \cdot M$	editCoxel (cornija; dH0; [input])	#29
	31	A cornija é formada por uma faixa e um cimácio de gola. A gola ocupa um módulo e meio.	$H_{gola} = (1 + 1/2) \cdot M; H_{faixa} = (2 + 1/2) \cdot M$	editCoxel (gola; dH0; [input]); editCoxel (faixa; dH0; [input])	#30
464	05	No frontão coloca-se uma goteira [...] trata-se pois de um cimácio de onda, nos templos dóricos com a espessura de quatro módulos	$H_{goteira} = 4 \cdot M$	editCoxel (goteira; dH0; [input])	#31

Tabela 31 – Regras referentes ao entablamento dórico: cornija.



Figura 96 - Esquema de modelação e modelo computacional do entablamento dórico.

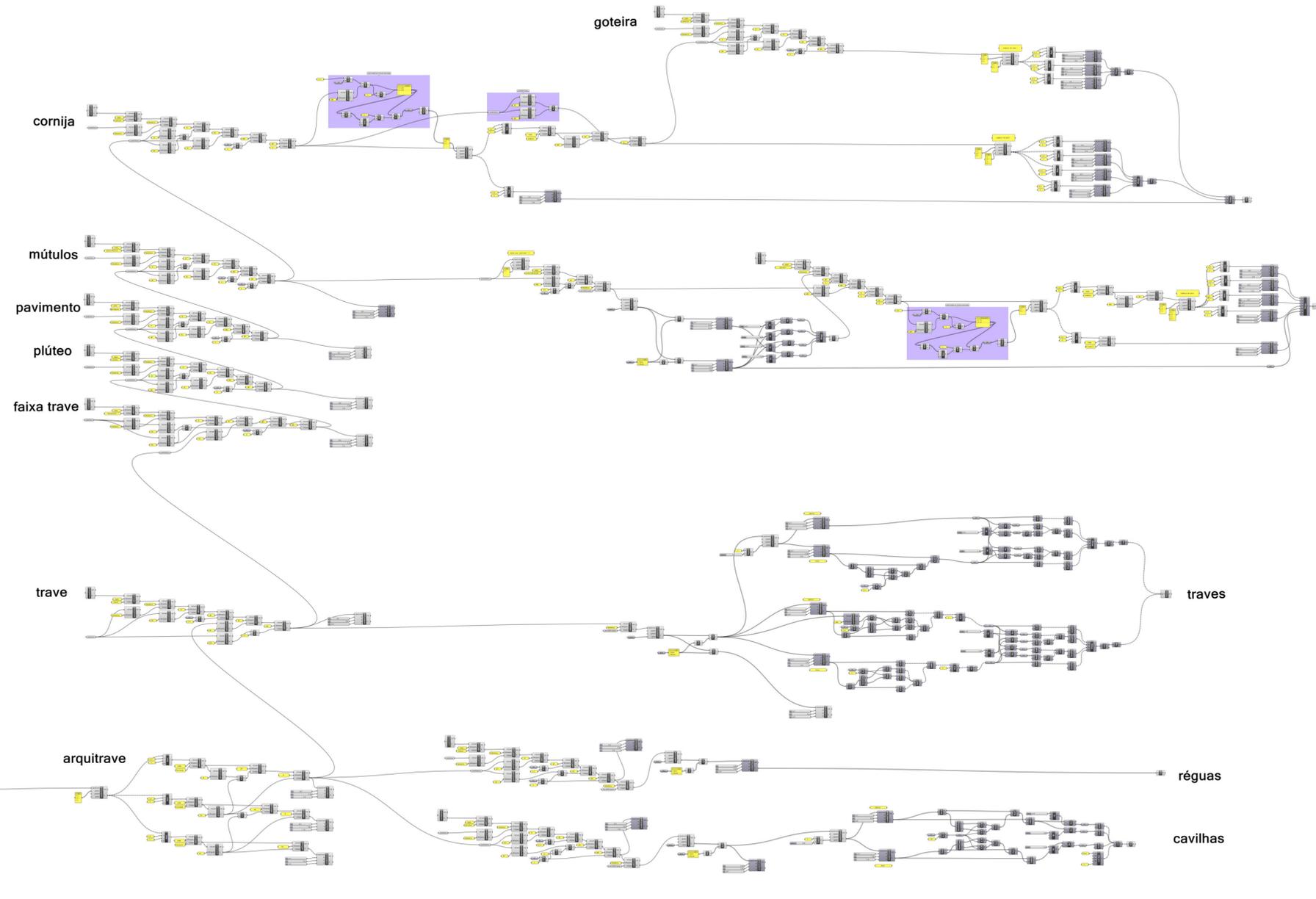


Figura 96 - Esquema de modelação e modelo computacional do entablamento dórico.

## Entablamento jónico

alt. coluna (pés)	20-25	35-30	30-35	> 35
loc. ref. (linha)	13	15	17	18
Harquitrave / Hcoluna	1/13	1/12	1/10	...
(notação decimal)	0,077	0,083	0,100	

Tabela 32 - Cálculo da altura da arquitrave jónica (Alberti 2011, 464)

## Arquitrave I

### legenda

pág.	linha.	regra transcrita do tratado (da página e linha indicadas)	numeração interna de regras
		tradução matemática da regra transcrita	código correspondente (simplificado)

464	11	Os Jónios estabeleceram sabiamente que se devia implantar uma arquitrave mais grossa sobre colunas mais altas; o que se observará não sem adequação também nos templos dóricos. [regra para todos os entablamentos]	
		<b>Harquitrave [ver Tabela 32]</b>	<b>editCoxel (arquitrave; dH0; [input]) #01</b>
	20	A arquitrave jónica consta de três faixas, além do cimácio. Dividiram-na em nove partes; destas deram ao cimácio duas partes.	
		<b>Hcimácio = 2/9 · Harquitrave;</b> <b>Hñ-cimácio = 7/9 · Harquitrave</b>	<b>subdivCoxel (arquitrave; [7, 2]; -;-) #02</b>
	21	O delineamento era uma gola [regra de pormenorização]	#03
	22	Dividiram de novo o espaço que ficava abaixo do cimácio em doze módulos, dos quais deram três à faixa inferior, quatro à do meio, e atribuíram os restantes cinco módulos à faixa superior,	
		<b>M = 1/12 · Hñ-cimácio; Hfaixainf = 3/12 · Hñ-cimácio</b> <b>Hfaixamed = 4/12 · Hñ-cimácio;</b> <b>Hfaixasup = 5/12 · Hñ-cimácio</b>	<b>subdivCoxel (ñ-cimácio; [3, 4, 5]; -;-) #04</b>
	25	Houve quem não atribuisse cimácio às faixas, e houve quem atribuisse; destes, alguns colocaram uma gola com um quinto da sua faixa, Outros um cordão com um sétimo.	
		<b>Hgola = 1/5 · Hfaixa OU Hcordão = 1/7 · Hfaixa</b> [regra opcional]	<b>editCoxel (gola; dH0; [input]) OU editCoxel (cordão; dH0; [input]) #05</b>

Tabela 33 - Regras referentes ao entablamento jónico: arquitrave I.

## Arquitrave 2

### legenda

pág.	linha.	regra transcrita do tratado (da página e linha indicadas)	numeração interna de regras
		tradução matemática da regra transcrita	código correspondente (simplificado)
464	30	Parece terem aprovado maximamente a arquitrave em que não existem mais que duas faixas;	#06
	32	Dividiram a altura total em nove módulos, dos quais deram ao cimácio um módulo e dois terços; a seguir deram à faixa do meio três módulos e o terço do outro módulo; à faixa inferior deram os dois módulos restantes <sup>11</sup> . <b>Hcimácio = <math>(1+2/3) \cdot 1/7 \cdot \text{Harquitrave}</math>; Hfaixainf = <math>2/7 \cdot \text{Harquitrave}</math>;</b> <b>Hfaixamed = <math>(3+1/3) \cdot 1/7 \cdot \text{Harquitrave}</math></b>	subdivCoxel (arquitrave; [5, 10, 6]; -;-) #07
465	01	O cimácio teve no topo, em metade do seu espaço, um caveto com um filete, na outra uma rudentura. <b>Hmoldura = <math>1/2 \cdot \text{Hcimácio}</math>; Hrudentura = <math>1/2 \cdot \text{Hcimácio}</math></b>	subdivCoxel (cimácio; [2]; -;-) #08
	02	Aí, à faixa do meio foi dada, como cimácio, um cordão, sob a rudentura, com um oitavo do total da faixa; <b>Hcordão = <math>1/8 \cdot \text{Hfaixamed}</math></b>	subdivCoxel (faixamed; [7, 1]; -;-) #09
	04	E à faixa inferior foi dado um cimácio de gola com um terço da sua altura. <b>Hgola = <math>1/3 \cdot \text{Hfaixainf}</math></b>	subdivCoxel (faixainf; [2, 1]; -;-) #10

Tabela 34 - Regras referentes ao entablamento jónico: arquitrave 2.

## Friso

465	05	Sobre a arquitrave colocaram as traves; mas as suas extremidades não eram visíveis como nos templos dóricos; com efeito, cortaram-se a prumo pelo corpo da arquitrave e cobriram-nas com um painel contínuo, a que chamo faixa régia. <b>Wfaixarégia = Wfaixainf = WINFarquitrave</b>	editCoxel (faixarégia; W; [input]) #11
466	01	A largura deste painel tem a mesma medida que a espessura da arquitrave que lhe fica por baixo. <b>Hpainel = Harquitrave</b>	editCoxel (painel; dH; [input]) #12
	02	Aí costumavam esculpir vasos e objectos necessários ao sacrifício, ou cabeças de bois dispostas a intervalos; e dos cornos pendem réstias de frutos ou de produtos da terra. <b>[regra de pormenorização]</b>	ornam(vasos) OU ornam(animais) #13

Tabela 35 - Regras referentes ao entablamento jónico: friso.

<sup>11</sup> Apesar de Alberti falar em nove módulos, a soma dos mesmos perfaz apenas sete (Alberti 2011, 465, nota 1289).

## Cornija

### legenda

pág.	linha.	regra transcrita do tratado (da página e linha indicadas)	numeração interna de regras
		tradução matemática da regra transcrita	código correspondente (simplificado)
466	05	Por cima desta faixa régia colocaram um cimácio de gola, o qual tinha de altura não menos de quatro módulos e não menos de três. <b>Hgola € [3 · M, 4 · M]; [M = 1/12 · Hñ-cimácio]</b>	#14
467	01	Por cima disso, colocaram ripas para o pavimento, salientes até fazerem um ressalto com a espessura de quatro módulos. <b>Hripas = 4 · M</b>	#15
	02	Nelas uns esculpam dentículos à imitação das traves cortadas, outros deixavam-nas contíguas sem nenhum entalhe a separá-las. <b>[regra opcional] [regra de pormenorização]</b>	#16
	04	Sobre as ripas colocaram algo como um pavimento, ou uma base transversal, com a espessura de três módulos, <b>Hpavimento = 3 · M</b>	#17
	05	Da qual saíam os mútulos, <b>[regra de pormenorização]</b>	#18
	06	E ornamentaram esse espaço com óvulos <b>[regra de pormenorização]</b> <b>ornam(óvulos)</b>	#19
		E sobre isso colocaram mútulos cobertos frontalmente <b>[regra de pormenorização]</b>	#20
	07	E por baixo com faixas de painéis. <b>[regra de pormenorização]</b>	#21
	08	A altura da faixa que serve de fachada ocupa quatro módulos; <b>Hmútulos = 4 · M</b>	#22
		A que cobre o fundo dos mútulos tem de largura seis módulos e meio. <b>Wmútulos = 6,5 · M</b>	#23
	09	Para cima da fachada dos mútulos vieram as telhas, com uma espessura de dois módulos; <b>Htelhas = 2 · M</b>	#24

Tabela 36 – Regras referentes ao entablamento jónico: cornija.

legenda

pág.	linha.	regra transcrita do tratado (da página e linha indicadas)	numeração interna de regras
		tradução matemática da regra transcrita	código correspondente (simplificado)

467	11	O seu ornato é uma gola, ou uma rudentura. <b>[regra de pormenorização]</b>	#25
		No topo, uma onda com três módulos ou, se aprouver, quatro. <b>Honda <math>E = 3 \cdot M, 4 \cdot M</math></b> <b>editCoxel (onda; dH0; [input])</b>	#26
	12	Sobre esta onda, tanto os Jónios como os Dórios esculpam cabeças de leões que vomitavam as águas recolhidas. <b>[regra de pormenorização] [regra para todos os entablamentos]</b> <b>ornam(animais)</b>	#27
	14	Precaviam que a água que caía não molhasse quem entrava ou o interior do templo; por isso tapavam as bocas das cabeças que ficavam por cima das entradas. <b>[regra de pormenorização] [regra para todos os entablamentos]</b>	#28

Tabela 37 - Regras referentes ao entablamento jónico: cornija (continuação).

## Entablamento coríntio

467	17	Os Coríntios nada acrescentaram às arquitraves e aos travejamentos, excepto, se é certa a minha interpretação, o facto de porem mútulos não cobertos nem cortados a prumo, como faziam os Dórios, mas lisos e traçados segundo o delineamento de uma onda; <b>[regra de pormenorização]</b>	#29
	20	E deviam distar entre si tanto quanto se salientavam para fora da parede. <b>Lintermútulo = <math>6,5 \cdot M</math></b> <b>editCoxel (intermútulo; dL; [input])</b>	#30
	21	No resto seguiram os Jónios. <b>(ver entablamento jónico)</b>	#31

Tabela 38 – Regras referentes ao entablamento coríntio.

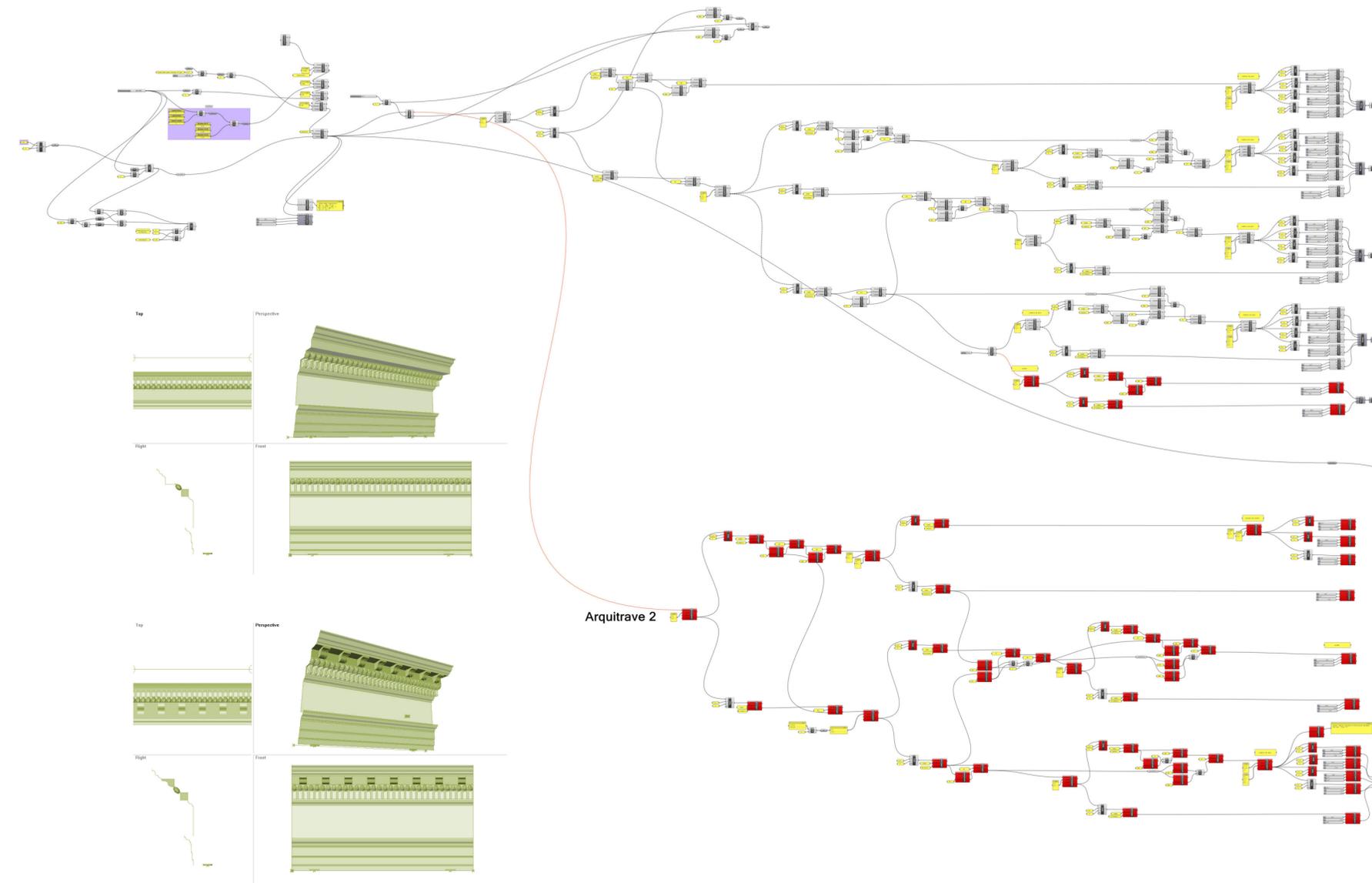
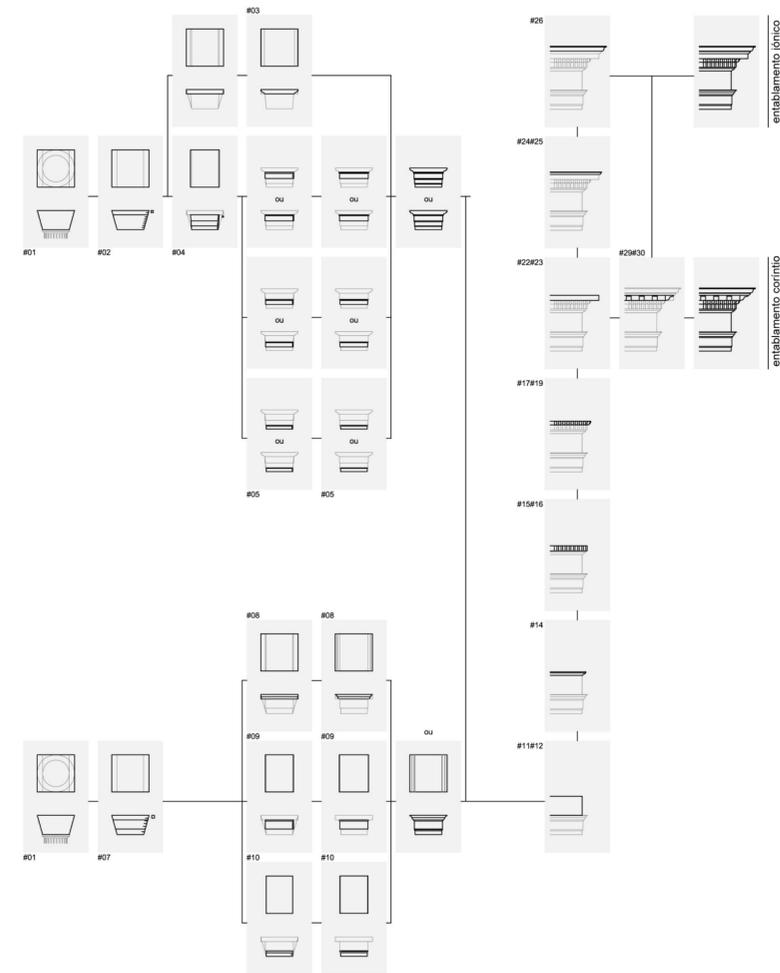


Figura 97 - Esquema de modelação e modelo computacional dos entablamentos jônico e coríntio.

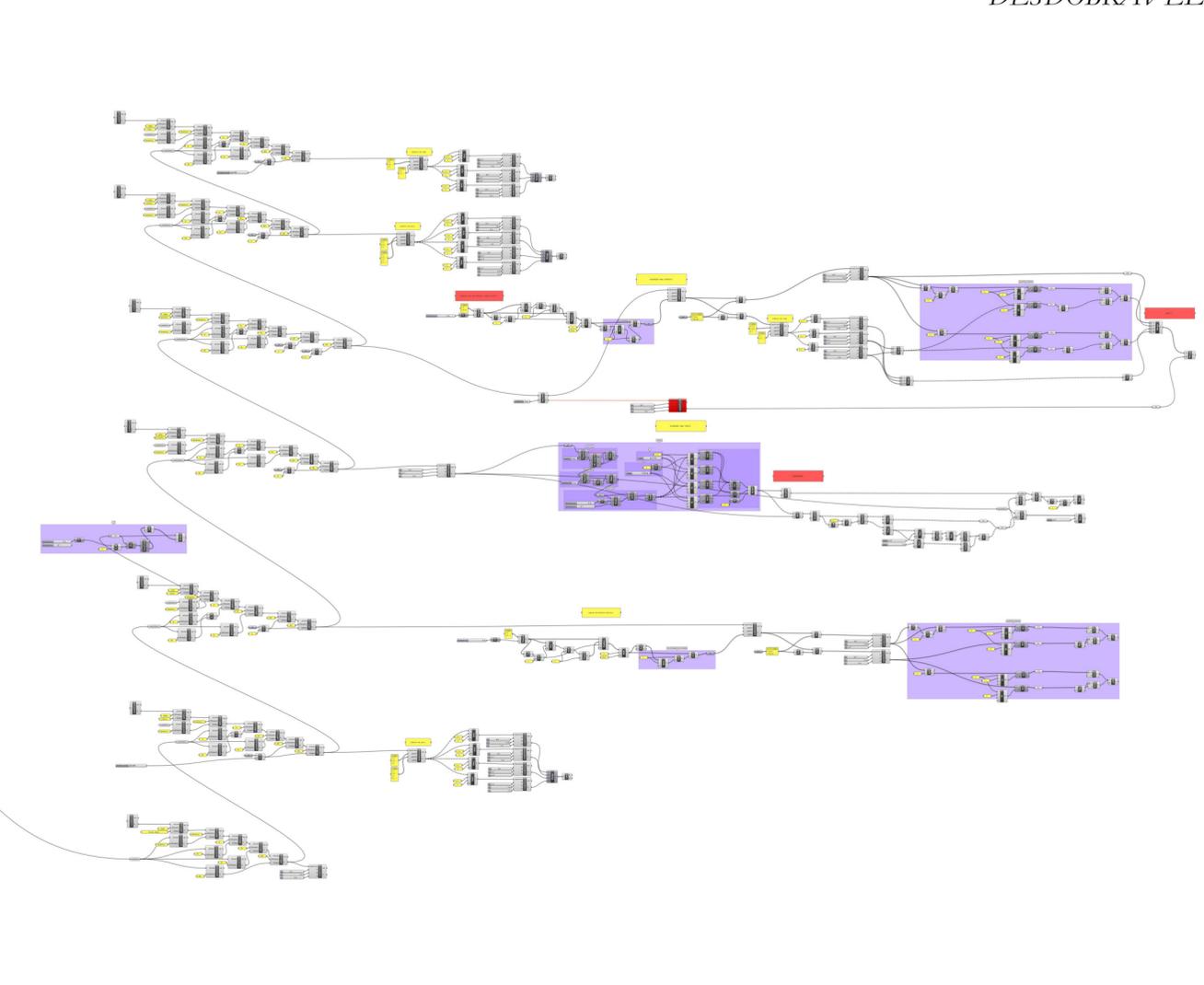


Figura 97 - Esquema de modelação e modelo computacional dos entablamentos jônico e coríntio.

## Coluna

### legenda

pág.	linha.	regra transcrita do tratado (da página e linha indicadas)	numeração interna de regras
		tradução matemática da regra transcrita	código correspondente (simplificado)

## Imoscapo

422	24	Dividimos então o eixo em determinadas partes, conforme o exigirem a proporção da futura obra e a variedade das colunas, acerca da qual se falará em seu lugar <b>(ver Tabela 2 e Tabela 3)</b>	<b>subdivCoxel (coluna; [input]; - ; -)</b>	#01
	30	Dividimos esse diâmetro [imoscapo] em vinte e quatro partes; atribuímos uma parte à altura do filete <b>Hfileteinf = 1/24 · Dimo</b>	<b>editCoxel (fileteinf; dH0; [input])</b>	#02
423	02	Ainda das mesmas vinte e quatro parcelas da planta tomamos três e a essa altura colocamos no eixo o centro da reentrância mais próxima <b>Hfileteinf + Hreentrinf = 3/24 · Dimo =&gt;</b> <b>Hreentrinf = 2/24 · Dimo</b>	<b>editCoxel (reentrinf; dH0; [input])</b>	#03
424	02	Esta será a linha do diâmetro da reentrância inferior, cujo comprimento se tornará um sétimo mais curto que o da linha do diâmetro da planta. <b>Wreentrinf = 6/7 · Dimo</b>	<b>editCoxel (reentrinf; W; [input])</b>	#04
	05	Traçamos uma linha curva com a parte convexa voltada para o eixo, e com uma curvatura tão suave e agradável quanto possível, desde a extremidade do nastro (filete) até à extremidade da reentrância. O início desta curvatura terá a quarta parte de um pequeno círculo cujo raio seja a altura do filete. <b>[regra de pormenorização]</b>		#05

Tabela 39 - Regras referentes à coluna: imoscapo.

## Barriga

424	09	Dividimos toda a extensão do eixo em sete partes iguais e assinalamos essas divisões com pontos. No quarto ponto a começar da planta, situarei o centro da barriga, <b>Hcolunainf = 3/7 · Hcoluna; Hcolunasup = 4/7 · Hcoluna</b>	<b>subdivCoxel (coluna; [3, 4]; - ; -)</b>	#06
	11	Pelo qual deves fazer passar o diâmetro, cujo comprimento será igual ao diâmetro da reentrância inferior <b>Wcolunainf = Wreentrinf</b>	<b>editCoxel (colunainf; W; [input])</b>	#07

Tabela 40 - Regras referentes à coluna: barriga.

legenda

pág.	linha.	regra transcrita do tratado (da página e linha indicadas)	numeração interna de regras
		tradução matemática da regra transcrita	código correspondente (simplificado)

Sumoscapo

424	14	Tendo em conta o tamanho da coluna acerca do qual disscorreremos em lugar próprio, o diâmetro superior será deduzido do diâmetro da planta inferior <b>(ver Tabela 2)</b> <b>editCoxel (colunasup; W1; [input]); editCoxel (colunasup; W0; [input])</b>	#08
	18	Dividi-lo-emos em doze parcelas; uma destas parcelas completas será ocupada pelo colarinho e pelo nastro (filete) da saliência superior, da maneira que se segue: <b>Hsaliênciasup = 1/12 · Dsumo</b> <b>editCoxel (saliênciasup; dH0; [input])</b>	#09
	20	O colarinho ocupará dois terços desta duodécima parte, e o resto será para o nastro (filete). <b>Hcolarinho = 2/3 · Hsaliênciasup;</b> <b>Hfiletesup = 1/3 · Hsaliênciasup</b> <b>subdivCoxel (saliênciasup; [1, 2]; - ; -)</b>	#10
	21	Por baixo desta saliência haverá uma reentrância, cujo centro distará do centro do círculo superior da saliência uma parte e meia dessas doze partes. <b>Hsaliênciasup + Hreentrsup = (1+1/2) · 1/12 · Dsumo</b> <b>Hreentrsup = 1/2 · 1/12 · Dsumo</b> <b>editCoxel (reentrsup; dH0; [input])</b>	#11
	23	O diâmetro dessa reentrância será uma nona parte mais pequeno que o diâmetro maior da saliência. <b>Wreentrsup = 8/9 · Dsumo</b> <b>editCoxel (reentrsup; W; [input])</b>	#12
	25	Depois disto será traçada uma linha curva, com o mesmo traçado que usamos na curvatura inferior. <b>[regra de pormenorização]</b>	#13

Tabela 41 - Regras referentes à coluna: sumoscapo.

Caneluras

468	04	Entre os Dórios o número de estrias era de vinte; <b>aWestria = 1/20 · Pcolunainf</b> <b>subdivCoxel (colunainf; - ; - ; [20])</b>	#14
469	03	Os Dórios, eliminando o filete, traçam estrias simples ou, às vezes planas, ou antes vazam não mais que um quarto do círculo e terminam em aresta as incisões contíguas. <b>[regra de pormenorização]</b>	#15
	05	A grande maioria enche com uma rudentura a terça parte das estrias que está na secção inferior da coluna. [regra para todas as colunas] <b>Hrudentura = 1/3 · Hcoluna</b> <b>subdivCoxel (coluna; [1, 2]; - ; -)</b>	#16
470	01	A estria que se enrola em torno da coluna [...] em geral, não davam mais de três voltas e, em parte nenhuma, menos de uma volta inteira <b>Testria € [1/2, 3]</b>	#17
	12	Deve-se deixar um intervalo conveniente com que se distinga os sulcos das estrias em relação aos filetes próximos que cingem a coluna em volta. <b>[regra de pormenorização]</b>	#18

Tabela 42 – Regras referentes à coluna: caneluras.

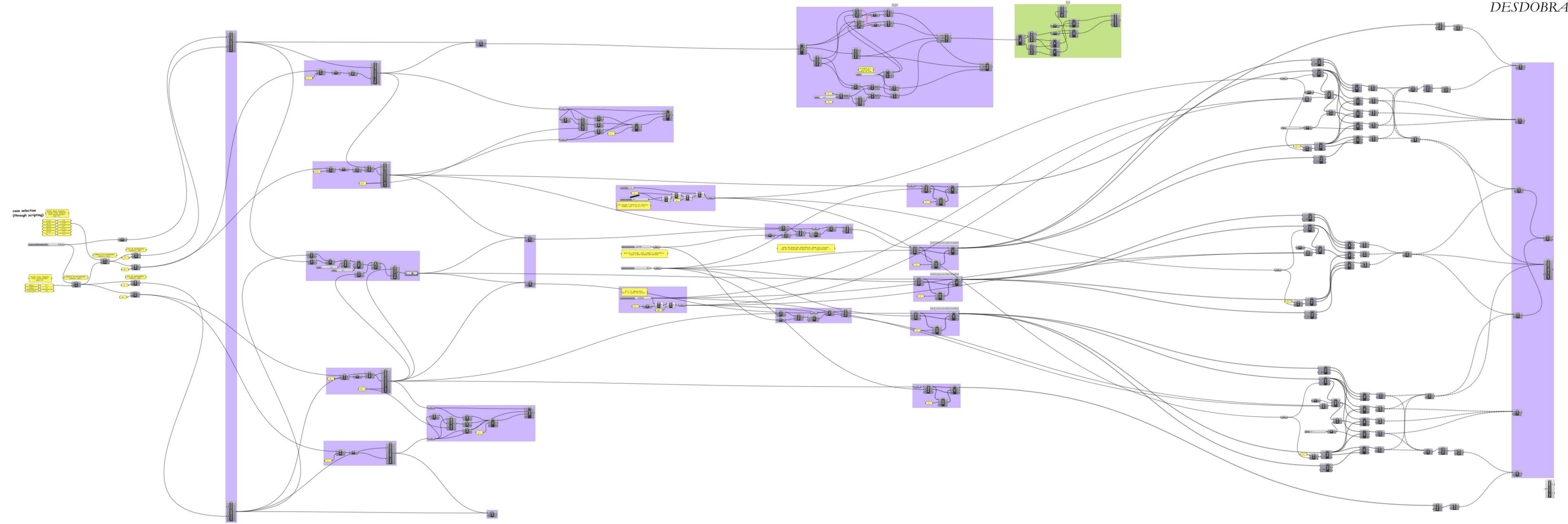
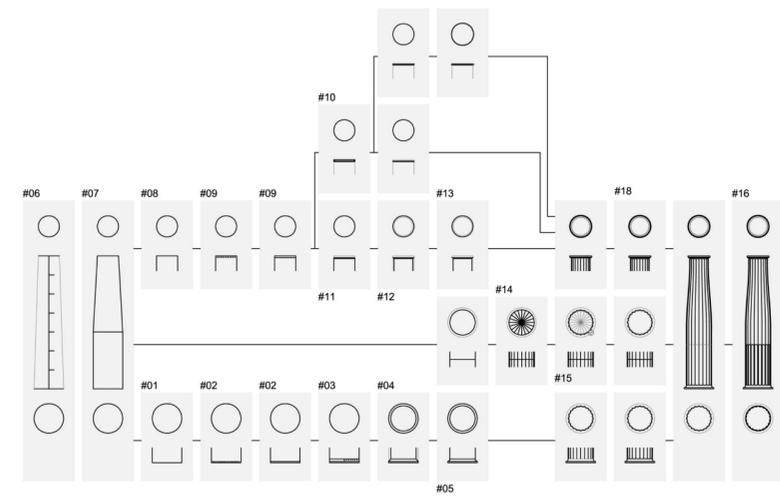


Figura 98- Esquema de modelação e modelo computacional da coluna.

Figura 98- Esquema de modelação e modelo computacional da coluna.

## Anexo 2

# Código VB.NET da classe COXEL

---

```
Public Class coxel

    Private nameValue As String
    Private geoValue As GeometryBase
    Private h0Value As Double
    Private h1Value As Double
    Private dh0Value As Double
    Private wValue As Double
    Private w0Value As Double
    Private w1Value As Double
    Private dwValue As Double
    Private dw0Value As Double
    Private dw1Value As Double
    Private l0Value As Double
    Private l1Value As Double
    Private squareValue As Boolean

    Public Property Name() As String
        Get
            Return nameValue
        End Get
        Set (ByVal value As String)
            nameValue = value
        End Set
    End Property

    Public Property Geometry() As GeometryBase
        Get
            Return geoValue
        End Get
        Set (ByVal value As GeometryBase)
            geoValue = value
        End Set
    End Property

    Public Property H0() As Double
        Get
            Return h0Value
        End Get
        Set (ByVal value As Double)
            h0Value = value
        End Set
    End Property

    Public ReadOnly Property H1() As Double
        Get
            Return h0Value + dh0Value
        End Get
    End Property

    Public Property dh0() As Double
        Get
            Return dh0Value
        End Get
        Set (ByVal value As Double)
            dh0Value = value
        End Set
    End Property

End Class
```

```
End Set  
End Property
```

```
'W is globalAbsoluteWidth  
Public Property W() As Double  
Get  
    Return wValue  
End Get  
Set (ByVal value As Double)  
    wValue = value  
    w0Value = value  
    w1Value = value  
End Set  
End Property
```

```
'W0 is lowerAbsoluteWidth  
Public Property W0() As Double  
Get  
    Return w0Value  
End Get  
Set (ByVal value As Double)  
    w0Value = value  
End Set  
End Property
```

```
'W1 is upperAbsoluteWidth  
Public Property W1() As Double  
Get  
    Return w1Value  
End Get  
Set (ByVal value As Double)  
    w1Value = value  
End Set  
End Property
```

```
'dW is globalRelativeWidth  
Public Property dW() As Double  
Get  
    Return dwValue  
End Get  
Set (ByVal value As Double)  
    dwValue = value  
    dw0Value = value  
    dw1Value = value  
End Set  
End Property
```

```
'dW0 is lowerRelativeWidth  
Public Property dW0() As Double  
Get  
    Return dw0Value  
End Get  
Set (ByVal value As Double)  
    dw0Value = value  
End Set  
End Property
```

```
'dW1 is upperRelativeWidth  
Public Property dW1() As Double  
Get  
    Return dw1Value  
End Get  
Set (ByVal value As Double)  
    dw1Value = value  
End Set
```

```
End Property
```

```
Public Property L0() As Double
    Get
        Return l0Value
    End Get
    Set(ByVal value As Double)
        l0Value = value
    End Set
End Property
```

```
Public Property L1() As Double
    Get
        Return l1Value
    End Get
    Set(ByVal value As Double)
        l1Value = value
    End Set
End Property
```

```
Public Property Square() As Boolean
    Get
        Return squareValue
    End Get
    Set(ByVal value As Boolean)
        squareValue = value
    End Set
End Property
```

```
Public Sub New()
```

```
    'property initialization
    Name = "EMPTY"
    H0 = 0
    dH0 = 1
    W0 = 1
    W1 = 1
    dW0 = 0
    dW1 = 0
    L0 = 0
    L1 = 1
    Square = False
    Freq = 523.25
```

```
End Sub
```

```
Public Function SubdivCoxel(ByVal partsH As List(Of Integer), ByVal partsW As
List(Of Integer), ByVal partsL As List(Of Integer))
```

```
    ' calculate number of local modules and parts
    Dim accumModsH(partsH.Count) As Integer
    Dim accumModsW(partsW.Count) As Integer
    Dim accumModsL(partsL.Count) As Integer
    Dim totalModsH As Integer = 0
    Dim totalModsW As Integer = 0
    Dim totalModsL As Integer = 0

    'For Each value In partsH
    For i As Integer = 0 To (partsH.Count - 1)
        If i = 0 Then
            accumModsH(i) = partsH(i)
        Else
            accumModsH(i) = accumModsH(i - 1) + partsH(i)
        End If
```

```

Next
totalModsH = accumModsH(partsH.Count - 1)

'For Each value In partsW
For i As Integer = 0 To (partsW.Count - 1)
    If i = 0 Then
        accumModsW(i) = partsW(i)
    Else
        accumModsW(i) = accumModsW(i - 1) + partsW(i)
    End If
Next
totalModsW = accumModsW(partsW.Count - 1)

'For Each value In partsL
For i As Integer = 0 To (partsL.Count - 1)
    If i = 0 Then
        accumModsL(i) = partsL(i)
    Else
        accumModsL(i) = accumModsL(i - 1) + partsL(i)
    End If
Next
totalModsL = accumModsL(partsL.Count - 1)

' subdivide coxel
Dim subdivCoxels(partsH.Count - 1, partsW.Count - 1, partsL.Count - 1) As
coxel

For i As Integer = 0 To (partsH.Count - 1)
    For j As Integer = 0 To (partsW.Count - 1)
        For k As Integer = 0 To (partsL.Count - 1)

            subdivCoxels(i, j, k) = New coxel

            'c'ulo de Freq
            subdivCoxels(i, j, k).Freq = totalModsH / partsH(i) * Me.Freq

            'c'ulo de dH0
            subdivCoxels(i, j, k).dH0 = partsH(i) * (Me.dH0 / totalModsH)

            'c'ulo de H0
            If i = 0 Then
                subdivCoxels(i, j, k).H0 = Me.H0
            Else
                subdivCoxels(i, j, k).H0 = subdivCoxels(i - 1, j, k).H0 +
subdivCoxels(i - 1, j, k).dH0
            End If

            'c'ulo de dW0
            If i = 0 Then
                subdivCoxels(i, j, k).dW0 = partsW(j) * (Me.dW0 /
totalModsW)
            Else
                subdivCoxels(i, j, k).dW0 = partsW(j) * (Me.dW0 /
totalModsW) + ((accumModsW(j) / totalModsW) * (accumModsH(i - 1) / totalModsH) *
(Me.dW1 - Me.dW0))
            End If

            'c'ulo de dW1
            If i <> (partsH.Count - 1) Then
                subdivCoxels(i, j, k).dW1 = partsW(j) * (Me.dW0 /
totalModsW) + ((accumModsW(j) / totalModsW) * (accumModsH(i) / totalModsH) *
(Me.dW1 - Me.dW0))
            End If
        Next k
    Next j
Next i

```

```

Else
    subdivCoxels(i, j, k).dW1 = partsW(j) * (Me.dW1 /
totalModsW)
End If

'c'ulo de W0
If j = 0 Then
    If i = 0 Then
        subdivCoxels(i, j, k).W0 = Me.W0
    Else
        subdivCoxels(i, j, k).W0 = Me.W0 + ((accumModsH(i - 1)
/ totalModsH) * (Me.W1 - Me.W0))
    End If
Else
    subdivCoxels(i, j, k).W0 = subdivCoxels(i, j - 1, k).W0 +
subdivCoxels(i, j - 1, k).dW0
End If

'c'ulo de W1
If j = 0 Then
    If i <> (partsH.Count - 1) Then
        subdivCoxels(i, j, k).W1 = Me.W0 + ((accumModsH(i) /
totalModsH) * (Me.W1 - Me.W0))
    Else
        subdivCoxels(i, j, k).W1 = Me.W1
    End If
Else
    subdivCoxels(i, j, k).W1 = subdivCoxels(i, j - 1, k).W1 +
subdivCoxels(i, j - 1, k).dW1
End If

'c'ulo de L0
If k = 0 Then
    subdivCoxels(i, j, k).L0 = Me.L0
Else
    subdivCoxels(i, j, k).L0 = Me.L0 + ((accumModsL(k - 1) /
totalModsL) * (Me.L1 - Me.L0))
End If

'c'ulo de L1
If k <> (partsL.Count - 1) Then
    subdivCoxels(i, j, k).L1 = Me.L0 + ((accumModsL(k) /
totalModsL) * (Me.L1 - Me.L0))
Else
    subdivCoxels(i, j, k).L1 = Me.L1
End If

' c' de restante info do parent
subdivCoxels(i, j, k).Geometry = Me.Geometry
subdivCoxels(i, j, k).Square = Me.Square

Next
Next
Next

'transformar array em datatree
Dim subdivCoxelsTree As New DataTree(Of coxel)

For i = 0 To (partsH.Count - 1)
    For j = 0 To (partsW.Count - 1)
        Dim path As New GH_Path(i, j)
        For k = 0 To (partsL.Count - 1)

```

```

        subdivCoxelsTree.Add(subdivCoxels(i, j, k), path)
    Next
Next
Next

Return subdivCoxelsTree

End Function

```

```

Public Function View() 'TODO: implement CallByName
Dim coxelInfo As String
coxelInfo = ( _
    "Coxel name: " & Me.Name & vbCrLf & _
    "H0: " & Me.H0 & " | dH0: " & Me.dH0 & vbCrLf & _
    "W0: " & Me.W0 & " | dW0: " & Me.dW0 & vbCrLf & _
    "W1: " & Me.W1 & " | dW1: " & Me.dW1 & vbCrLf & _
    "L0: " & Me.L0 & " | L1: " & Me.L1 & vbCrLf & _
    "Square?: " & Me.Square _
)
Return coxelInfo
End Function

```

```

Public Function RenderCoxel(ByVal N As Integer, ByVal D As Integer, ByVal R As Integer)

```

```

    Dim geo0 As GeometryBase
    Dim curveA As Curve
    Dim curveB As Curve
    Dim pointA As Point
    Dim pointB As Point3d
    Dim circleA As Circle
    'Dim squareA As Polyline
    Dim plane As Plane = plane.WorldXY

    geo0 = Me.Geometry

    If geo0.ObjectType = 4 Then 'type 4 is curve
        curveA = geo0.Duplicate
        curveA.Translate(0, 0, Me.H0)
        If Me.W0 <> 0 Then
            curveB = curveA.Offset(plane, Me.W0, 0.01, 1) (0)
        Else
            curveB = curveA.DuplicateCurve
        End If
        Return LoftCoxel(N, D, R, curveB)

    ElseIf geo0.ObjectType = 1 Then 'type 1 is point
        pointA = geo0.Duplicate
        pointA.Translate(0, 0, Me.H0)
        pointB = pointA.Location
        circleA = New Circle(pointB, Me.W0)

        If Me.Square Then
            Dim squareVerts(4) As Point3d
            squareVerts(0) = pointB + New Vector3d(Me.W0, Me.W0, 0)
            squareVerts(1) = pointB + New Vector3d(-Me.W0, Me.W0, 0)
            squareVerts(2) = pointB + New Vector3d(-Me.W0, -Me.W0, 0)
            squareVerts(3) = pointB + New Vector3d(Me.W0, -Me.W0, 0)
            squareVerts(4) = squareVerts(0)
            curveB = New PolylineCurve(squareVerts)
            'curveB.MakeClosed(0)
        Else
            curveB = circleA.ToNurbsCurve
        End If
    End If

```

```
End If

End If

Return LoftCoxel(N, D, R, curveB)

End Function

Public Function LoftCoxel(ByVal N As Integer, ByVal D As Integer, ByVal R As Integer, ByVal geo0 As Curve)

    Dim curve1 As Curve
    Dim curve2 As Curve
    Dim curve3 As Curve
    Dim curve4 As Curve
    Dim plane As Plane = plane.WorldXY

    If Me.L0 > 0 And Me.L1 < 1 Then
        Dim curveAux As Curve
        curveAux = geo0.Split(Me.L0 * (geo0.Domain.T1 - geo0.Domain.T0) + geo0.Domain.T0) (1)
        curve1 = curveAux.Split(Me.L1 * (geo0.Domain.T1 - geo0.Domain.T0) + geo0.Domain.T0) (0)
    ElseIf Me.L0 > 0 And Me.L1 = 1 Then
        curve1 = geo0.Split(Me.L0 * (geo0.Domain.T1 - geo0.Domain.T0) + geo0.Domain.T0) (1)
    ElseIf Me.L0 = 0 And Me.L1 < 1 Then
        curve1 = geo0.Split(Me.L1 * (geo0.Domain.T1 - geo0.Domain.T0) + geo0.Domain.T0) (0)
    Else
        curve1 = geo0
    End If

    If (Me.W1 - Me.W0) <> 0 Then
        curve2 = curve1.Offset(plane, (Me.W1 - Me.W0), 0.01, 1) (0)
    Else
        curve2 = curve1.DuplicateCurve
    End If
    curve2.Translate(0, 0, Me.dH0)

    If Me.dW1 <> 0 Then
        curve3 = curve2.Offset(plane, Me.dW1, 0.01, 1) (0)
    Else
        curve3 = curve2.DuplicateCurve
    End If

    If Me.dW0 <> 0 Then
        curve4 = curve1.Offset(plane, Me.dW0, 0.01, 1) (0)
    Else
        curve4 = curve1.DuplicateCurve
    End If

    'making a list with the curves
    Dim allCurves As New List(Of Curve) From
    {
        curve1,
        curve2,
        curve3,
        curve4
    }

    'shifting the curves (R)
    Dim allCurvesA As New List(Of Curve)
```

```
Dim allCurvesB As New List(Of Curve)
allCurvesA = allCurves.GetRange(0, R)
allCurvesB = allCurves.GetRange(R, (allCurves.Count - R))

Dim shiftedCurves As New List(Of Curve)
shiftedCurves = allCurvesB
shiftedCurves.InsertRange(shiftedCurves.Count, allCurvesA)

'lofting the curves
Dim loftCurves As New List(Of Curve)
Dim surface As Brep

'closed loft for N = 4
If N < 4 Then
    loftCurves = shiftedCurves.GetRange(0, N + 1)
    surface = Brep.CreateFromLoft(loftCurves, Point3d.Unset, Point3d.Unset,
D, 0)(0)
ElseIf N = 4 Then
    loftCurves = shiftedCurves.GetRange(0, N)
    surface = Brep.CreateFromLoft(loftCurves, Point3d.Unset, Point3d.Unset,
D, 1)(0)
Else
    surface = Nothing
End If

Return surface

End Function

Public Function QueryCoxel(ByVal coxelProperty As String)

    Return CallByName(Me, coxelProperty, CallType.Get)

End Function

Public Function EditCoxel(ByVal coxelProperty As String, ByVal propertyValue As
Object)

    Return CallByName(Me, coxelProperty, CallType.Set, propertyValue)

End Function

End Class
```