

MODELAÇÃO E ESTRUTURAÇÃO DE SUPERFÍCIES DE ABÓBADA

ÍNDICE

MODELAÇÃO E ESTRUTURAÇÃO DE SUPERFÍCIES DE ABÓBADAS

1.1 Tetraedro Truncado11

1.2 Cubo Truncado.....19

1.3 Octaedro Truncado.....26

1.4 Dodecaedro Truncado33

1.5 Icosaedro Truncado.....40

1.6 Cuboctaedro47

1.7 Icosidodecaedro53

1.8 Rombicuboctaedro59

1.9 Cuboctaedro Truncado65

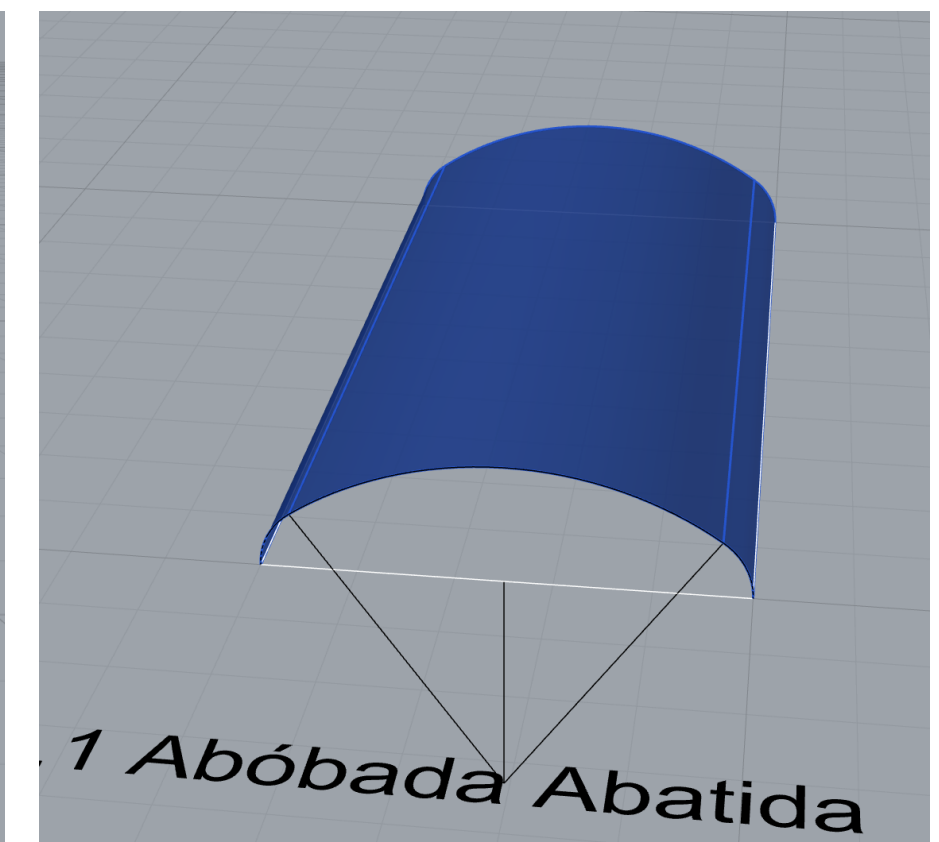
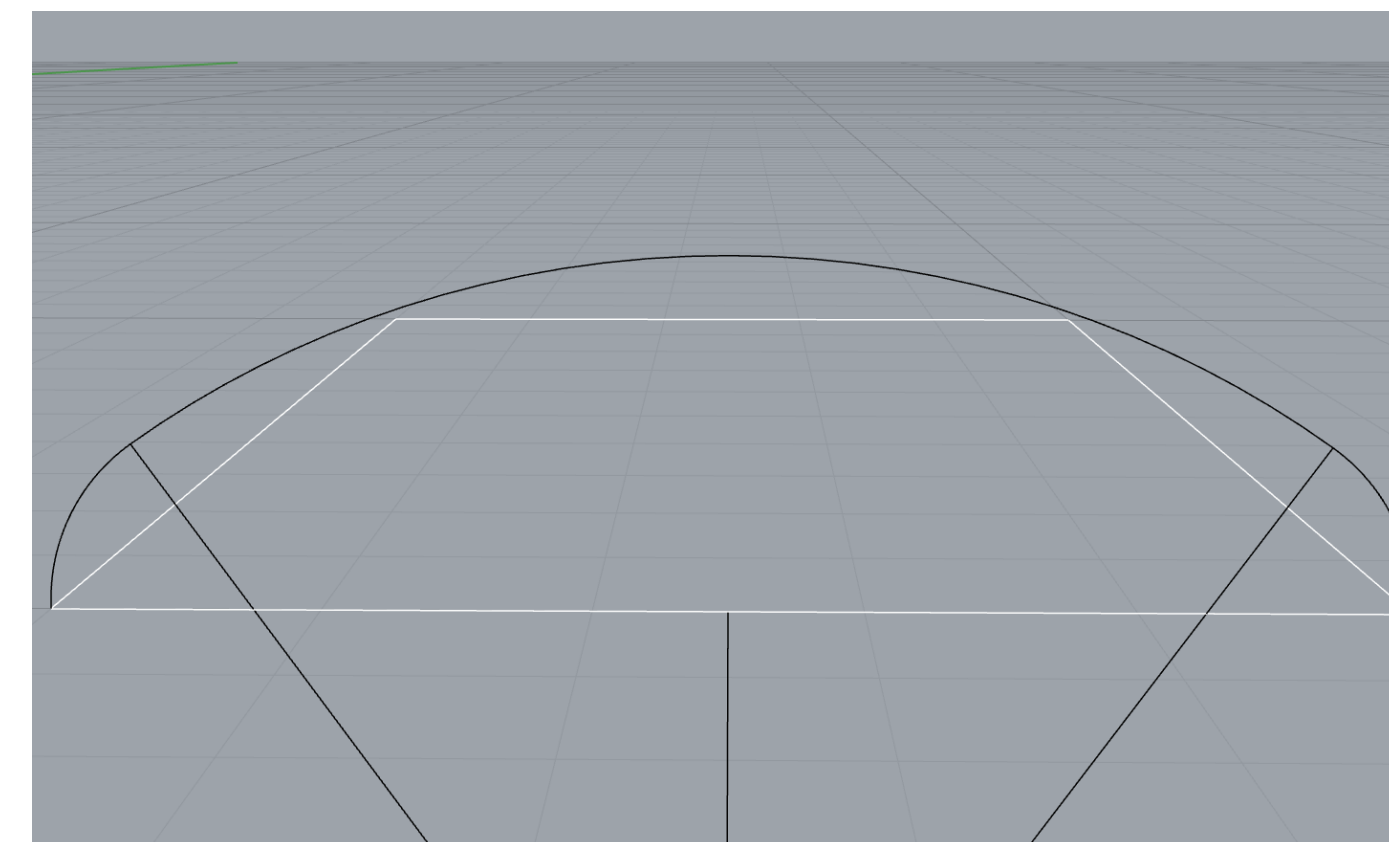
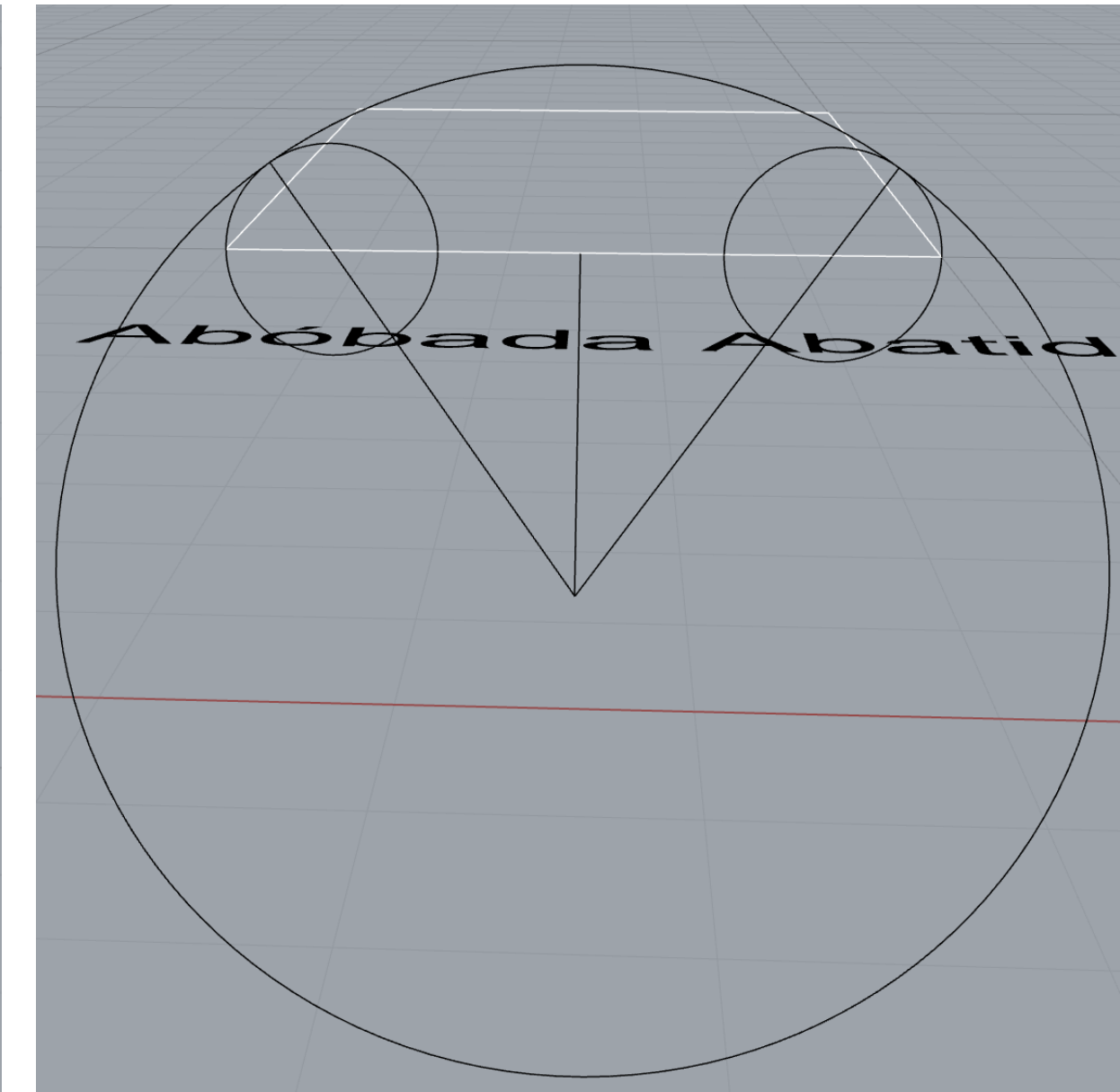
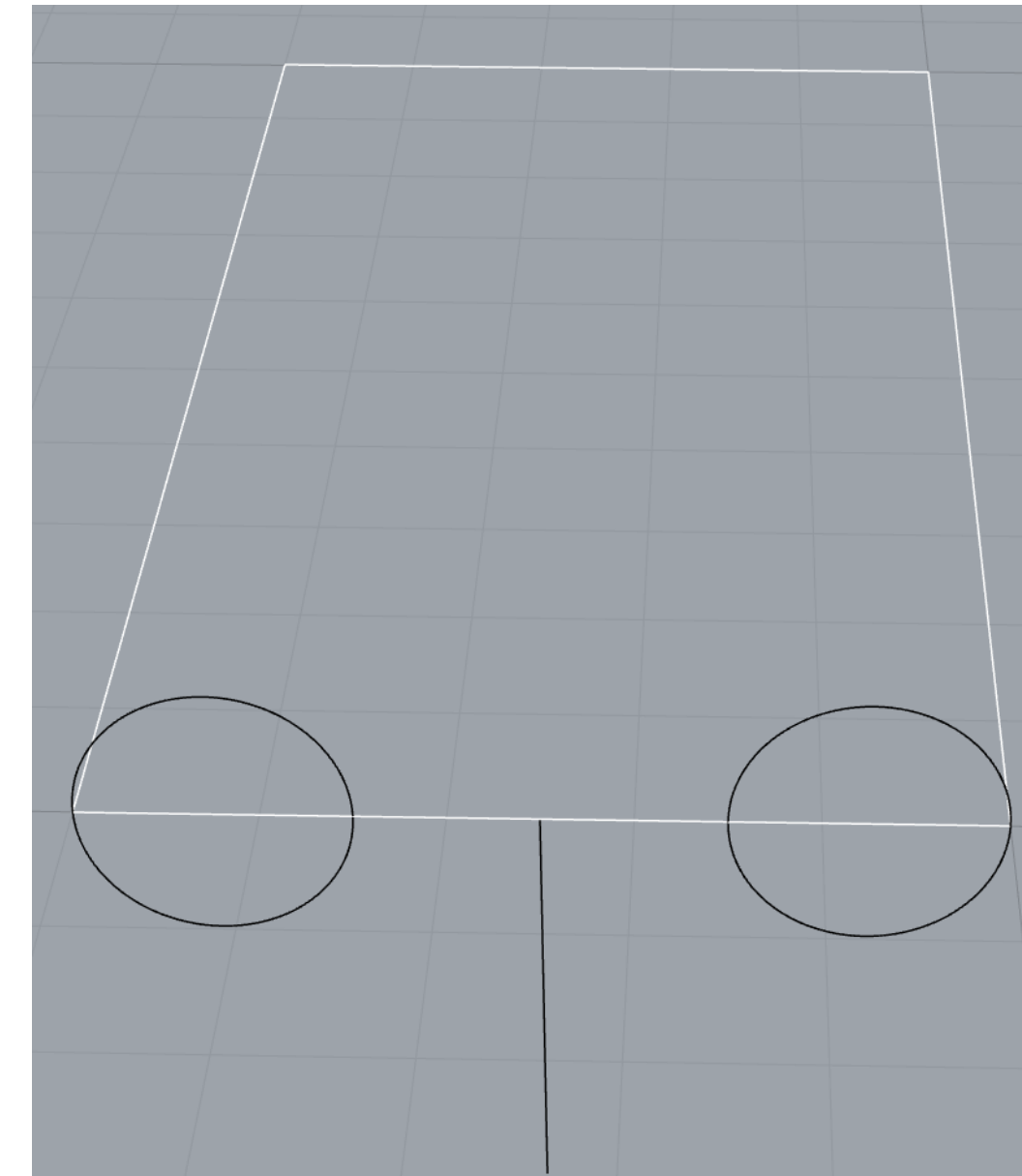
1.10 Icosidodecaedro Truncado71

Para a abóbada abatida, começa-se com o retângulo base e duas circunferências em cada vértice da aresta menor. Faz-se um traço vertical para baixo no mid point da aresta com 2,5 .

Criam-se duas retas desde o ponto inferior desse traço até à tangente de cada circunferência pequena.

De seguida, cria-se uma circunferência com centro no final dessa reta até à interseção da tangente das circunferências pequenas.

Corta-se o que não é necessário com o comando *Trim*, unem-se as curvas e utiliza-se o *ExtrudeCrv* para finalizar a abóbada.



A construção da abóbada abatida no Grasshopper foi necessário dividida em três partes, correspondentes aos três arcos que compõem a estrutura final.

Arco 1

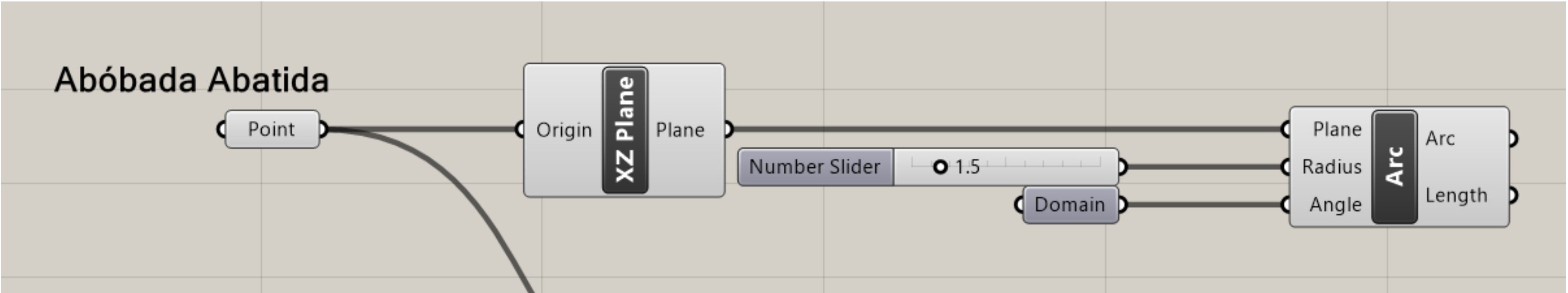
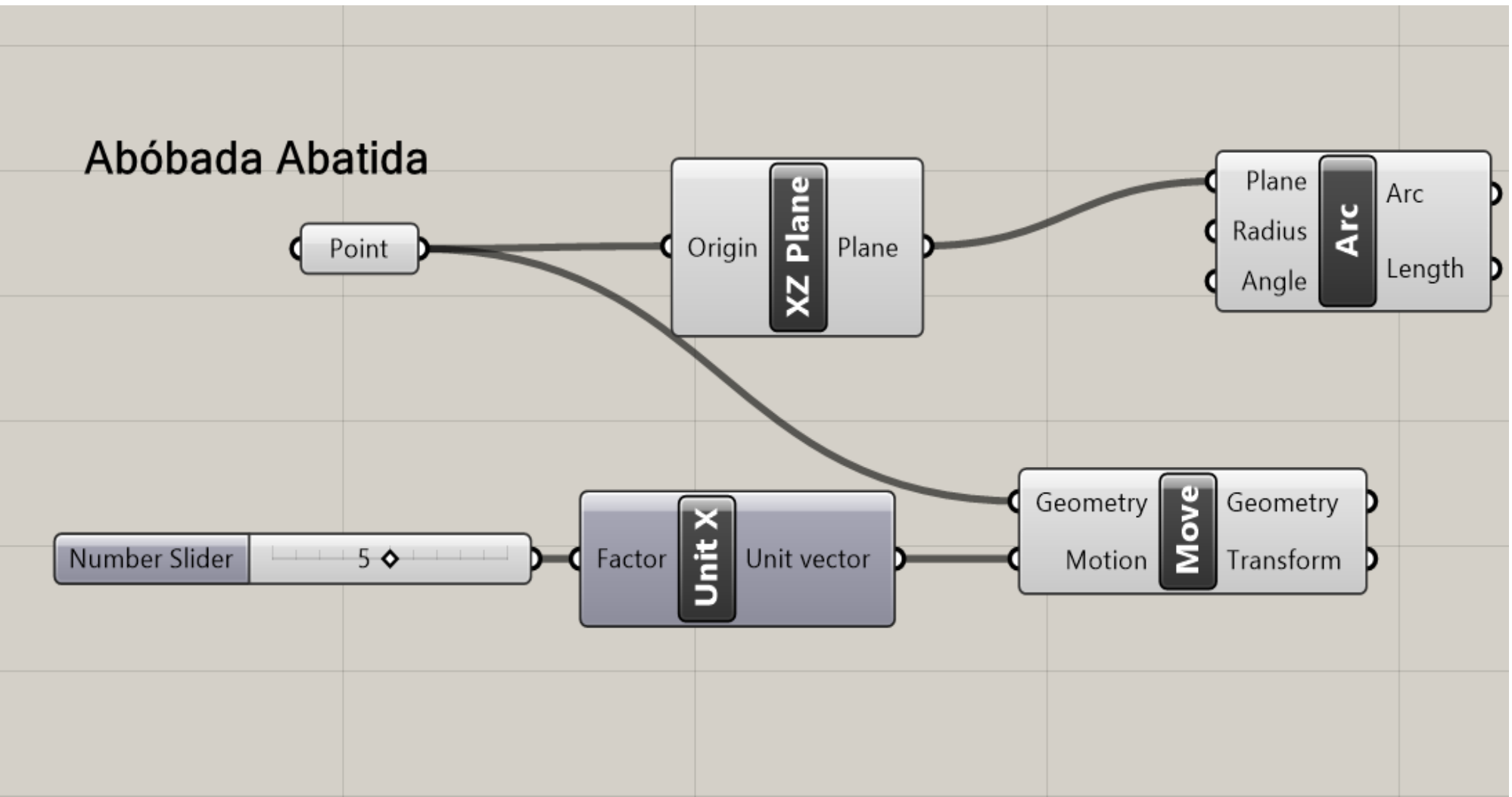
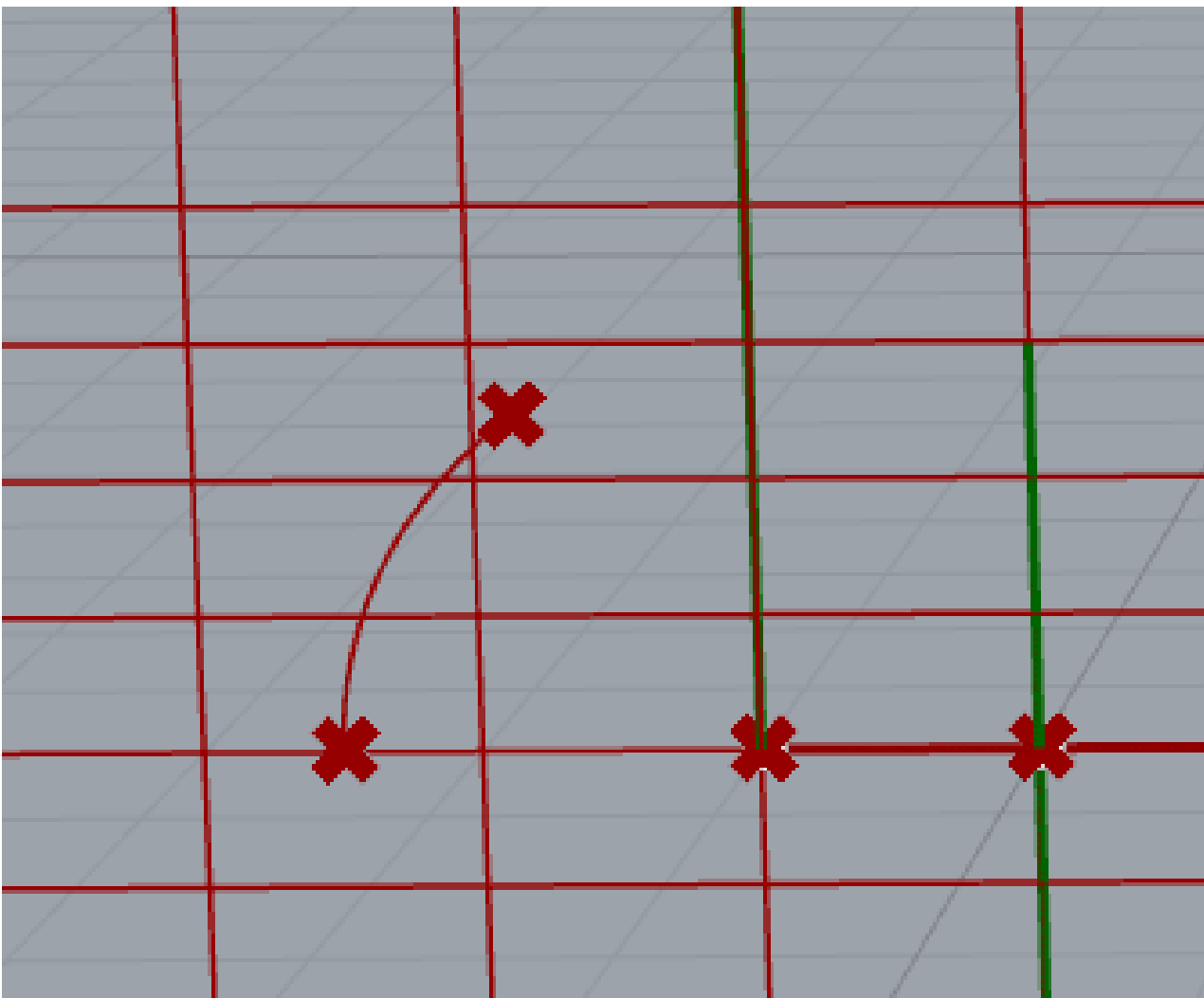
Definir ponto central do arco Pequeno esquerdo.
A partir desse ponto, definir um plano XZ para o arco ter orientação vertical.
Utilizar o Arc para criar o arco.
Ligar um Number Slider para controlar o raio do arco (1,5).
Como o arco representa apenas uma secção da circunferência, foi necessário restringir o domínio do seu ângulo.

Domain para definir os limites em radianos.
Na abóbada original, o ângulo utilizado é de 55.
Para manter a consistência temos de converter isso para radianos:

$$55^{\circ} = \frac{11\pi}{36}$$

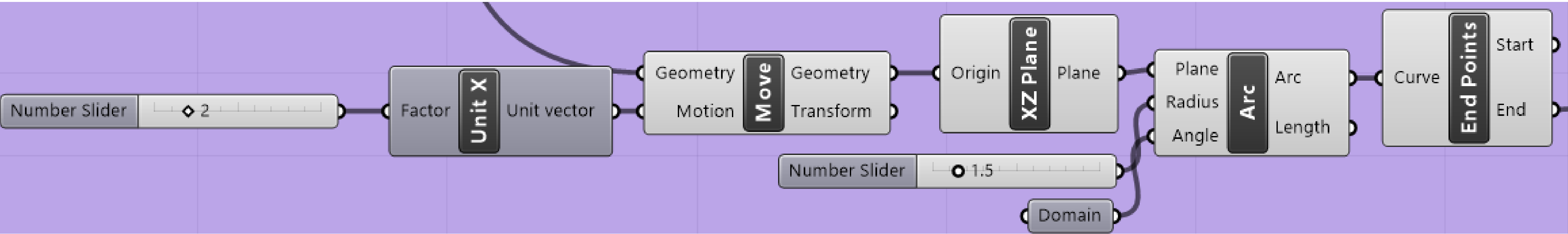
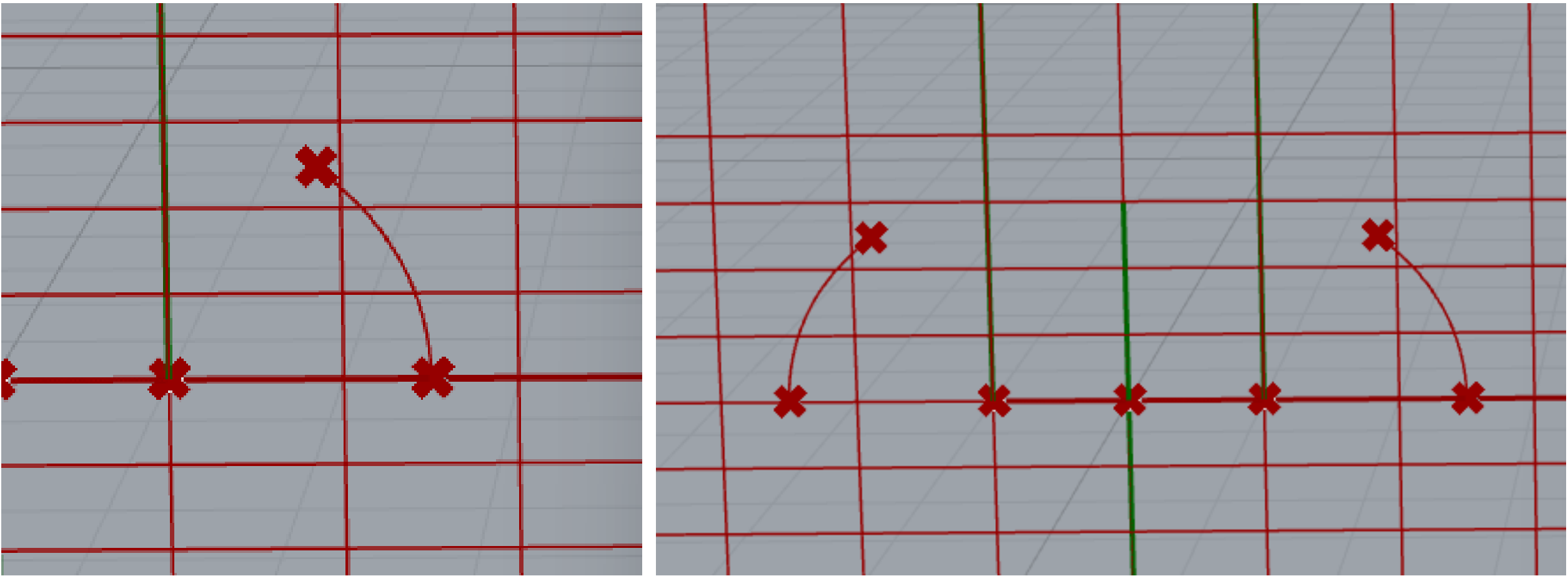
Definição do intervalo do arco
O domínio angular foi então definido como:

$$\pi \quad \text{To} \quad \pi - \frac{11\pi}{36}$$



Arco 3

O arco dois foi feito ao fazer move do ponto para duas unidades ao lado com ajuda de um vetor unit x para criar o centro do arc 3. acrescenta se outra vez um xz plane para verticalizar outro arc com o raio 1.5 e a unica coisa que muda deste anrco para o anterior é o seu angulo este espelhado. Acrescentamos um domain 0 To $\frac{11\pi}{36}$



Arco 2 (Meio)

O Arco 2 foi construído a partir da desconstrução do ponto original. Inicialmente, é aplicada uma subtração de 2.5 na coordenada Z, fazendo com que o ponto desça, de forma semelhante ao modelo de referência.

Em seguida, volta-se a construir o plano XZ, garantindo a correta orientação do arco.

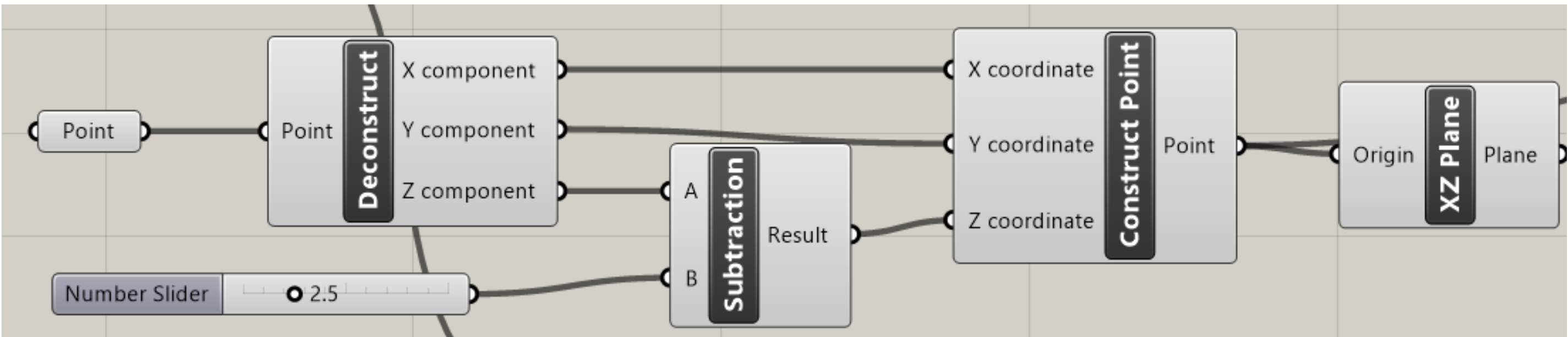
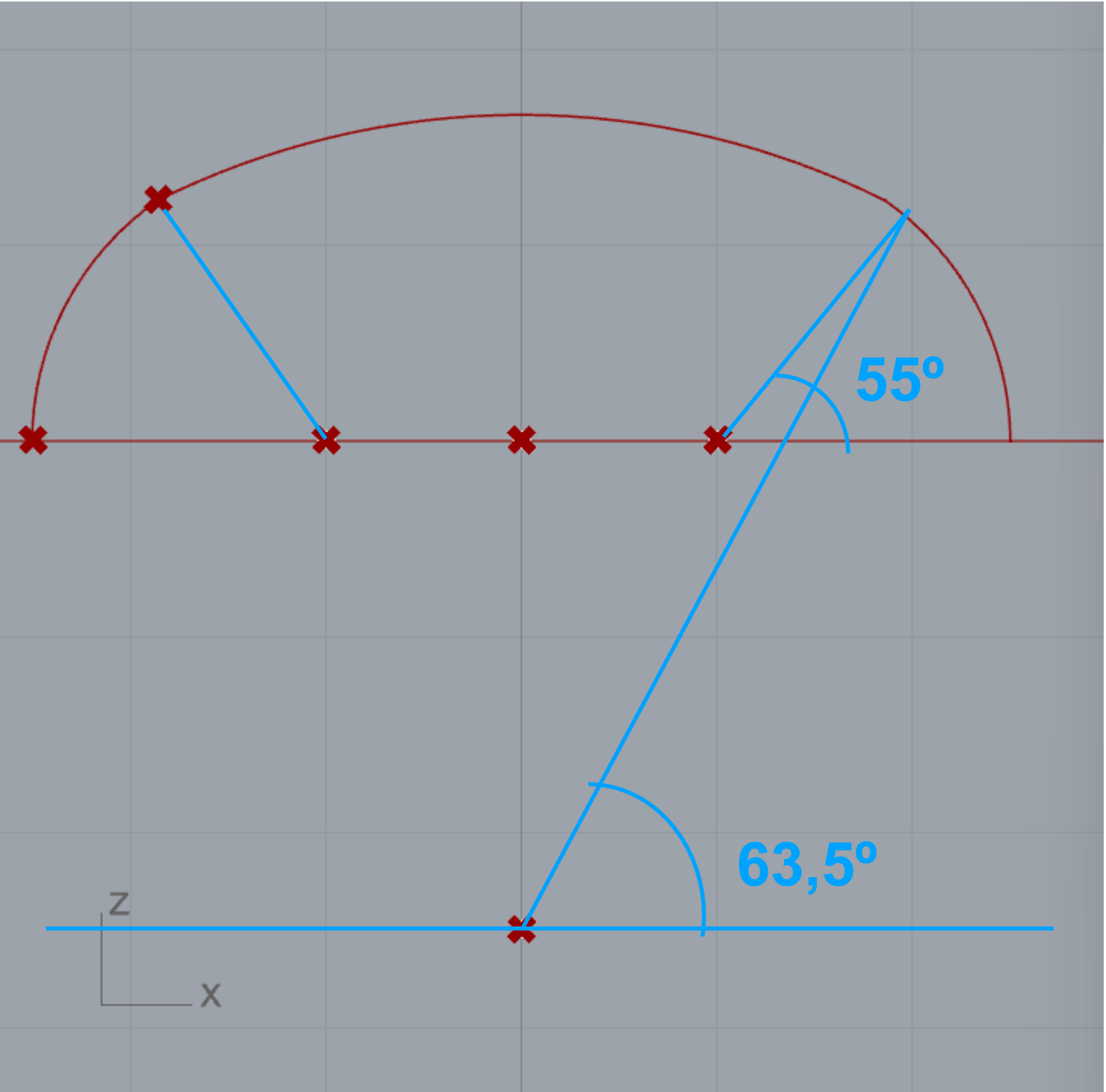
Para ligar este arco às extremidades dos outros arcos menores, foi decidido utilizar os *end points* de cada um deles. Apenas um dos *end points* é necessário para determinar o raio do arco.

Utiliza-se o componente **Distance**, ligando um *endpoint* ao centro do Arco 2. Essa distância é depois usada como **raio** na criação do arco.

O plano utilizado continua a ser o XZ. A parte mais complexa é a definição do ângulo, uma vez que os centros não estão alinhados. Este ângulo é medido diretamente no modelo utilizando o componente **Angle**. (63.5°)

Passando para radianos: 1,108 rad

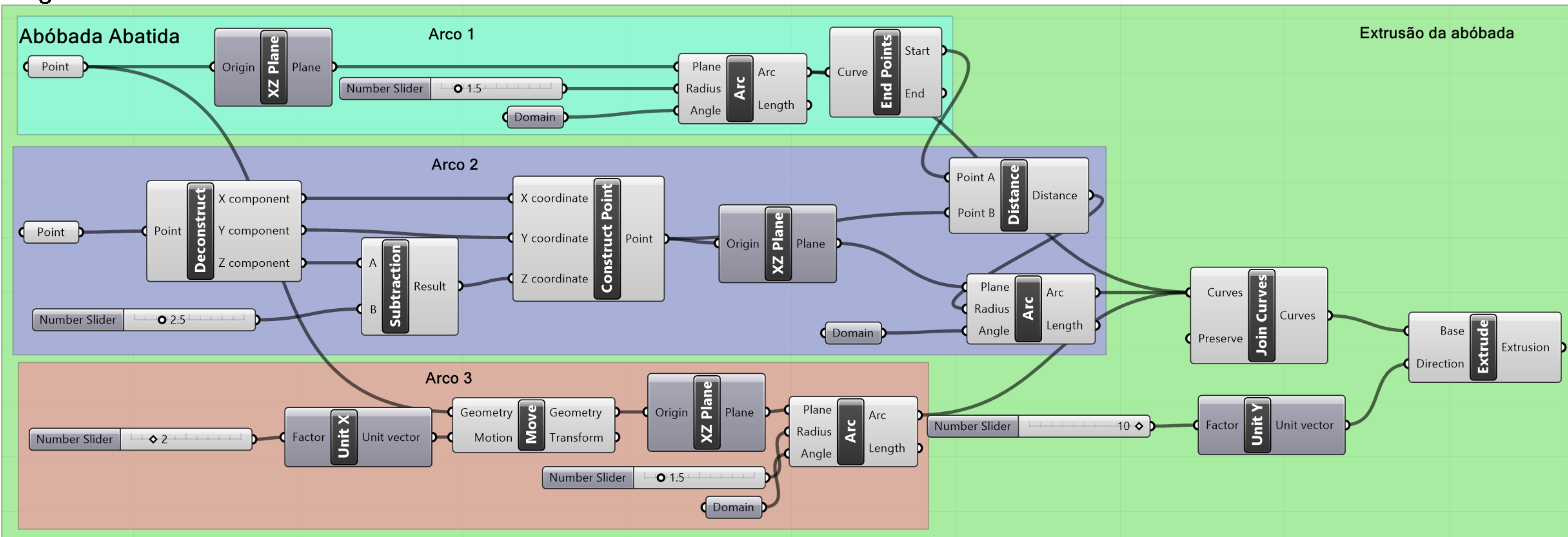
O dominio passa a ser 1,108 rad to $\pi - 1,108$ rad



Para finalizar, faz-se o **join das três curvas** utilizando o comando *Join Curves* (Ctrl + J), de forma a uni-las numa única entrada contínua.

A abóbada final é obtida através de um **Extrude**, sendo a direção definida por um vetor **Unit Y**.

O comprimento da extrusão é controlado por um *Number Slider* com valor 10, correspondente ao comprimento do retângulo original.

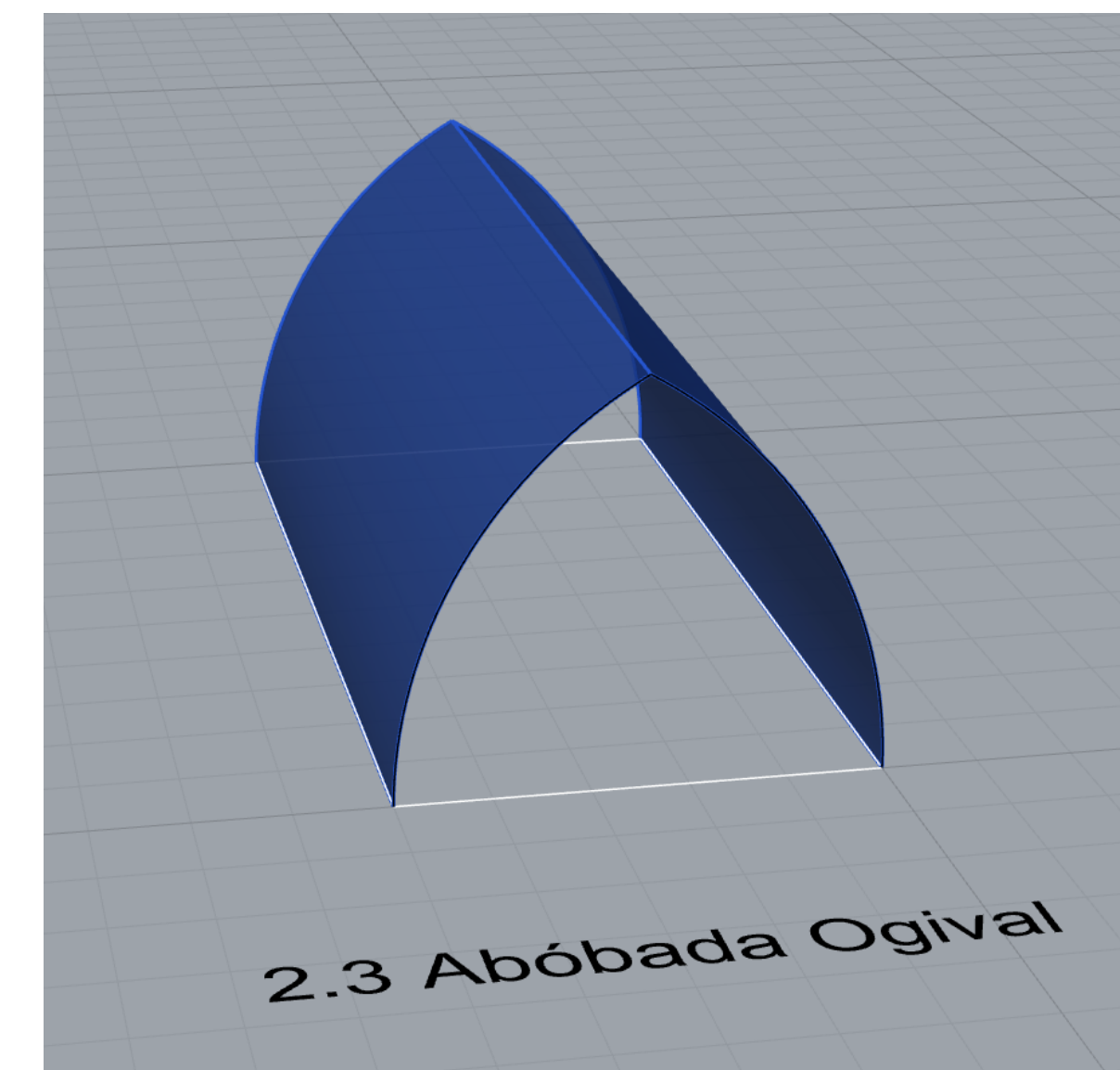
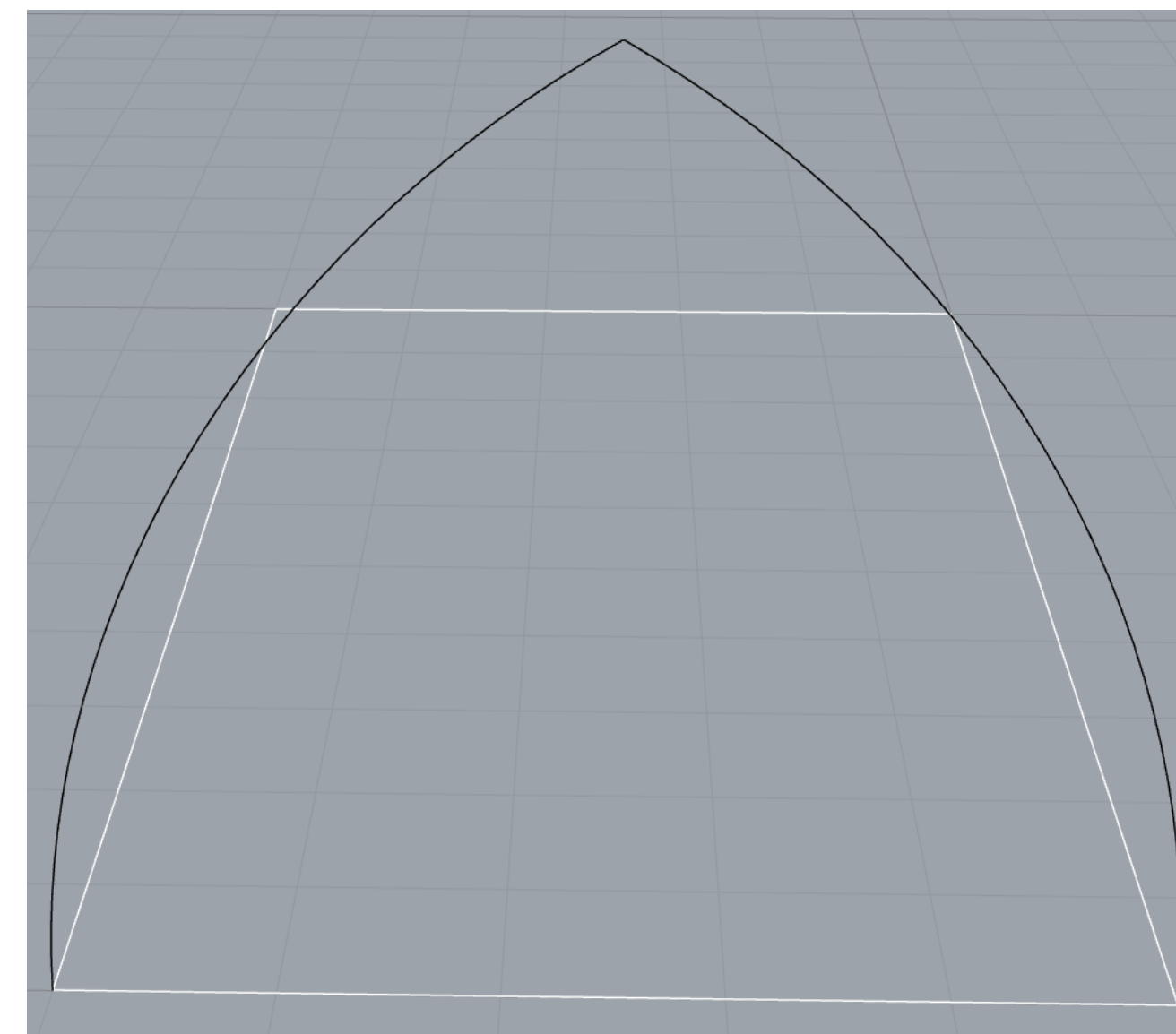
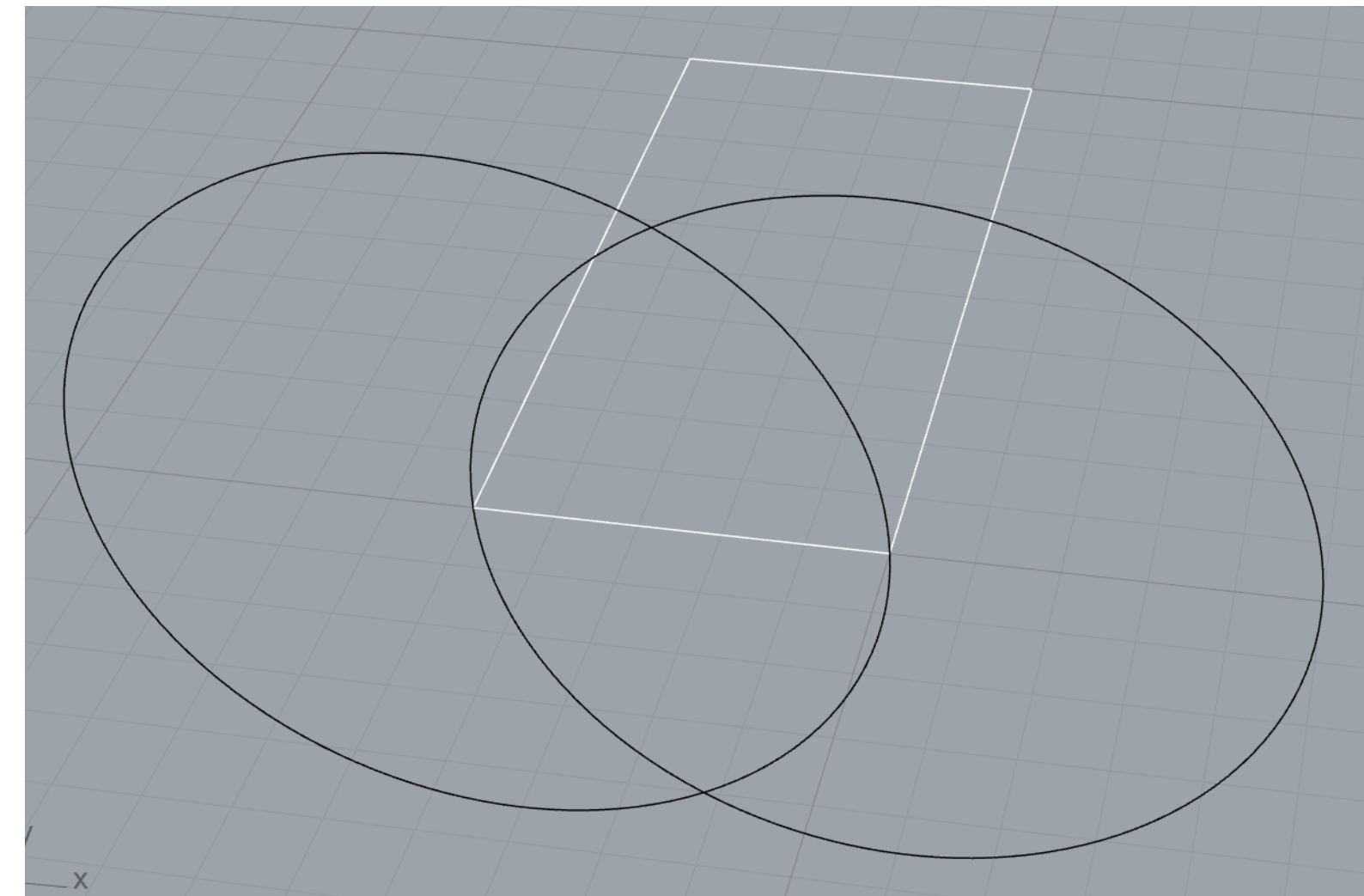


A abóbada ogival constrói-se a partir de um retângulo base de 5 por 10 unidades.

Com o comando *Circle*, criam-se duas circunferências, cada uma com centro num dos vértices da aresta inferior do retângulo e com raio até ao vértice oposto dessa mesma aresta.

De seguida, utiliza-se o comando *Trim* para manter apenas as secções das circunferências relevantes para a forma da abóbada.

Por fim, aplica-se o *ExtrudeCrv*, seleccionando as duas curvas já unidas e definindo uma extrusão de 10 unidades, correspondente ao comprimento do retângulo.



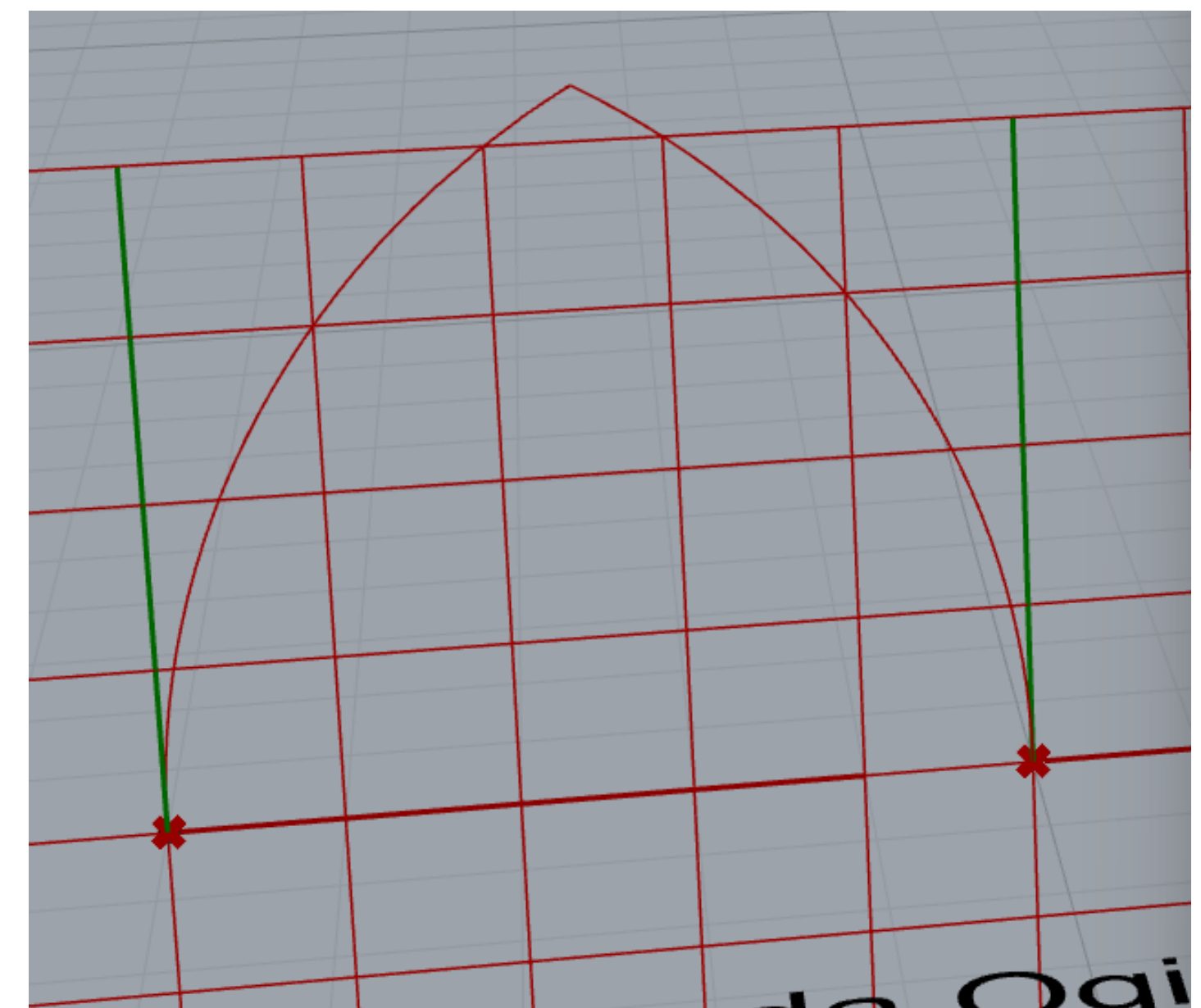
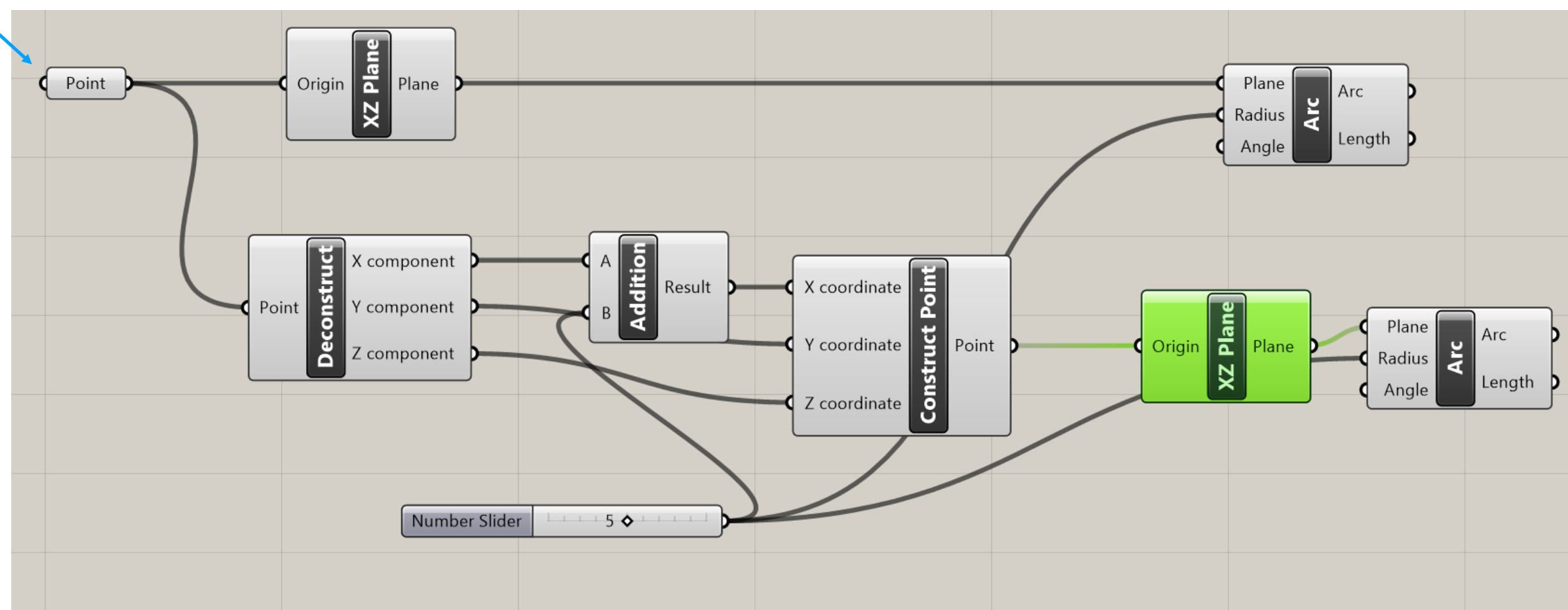
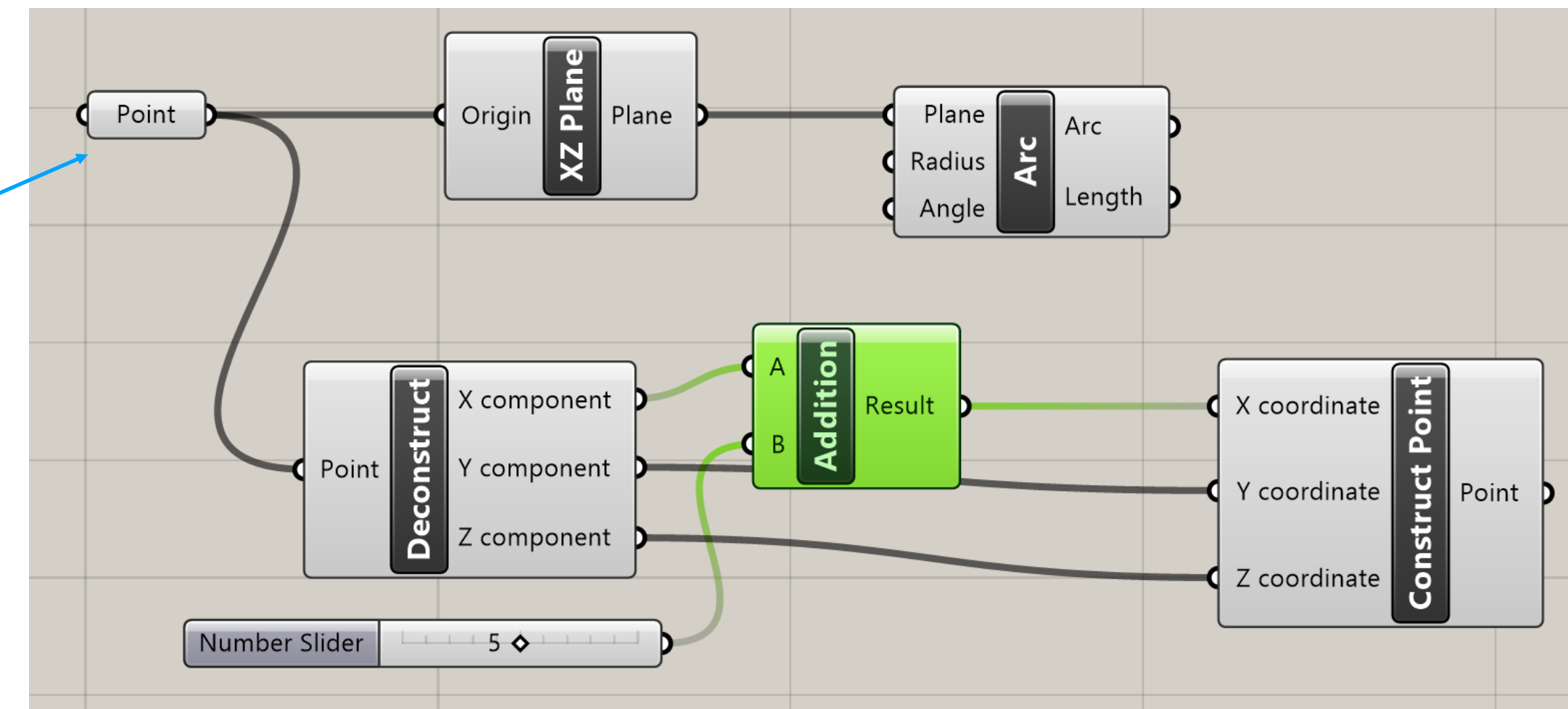
Divide-se esta abóbada em duas fases, construindo um arco de cada vez.

Arco 1

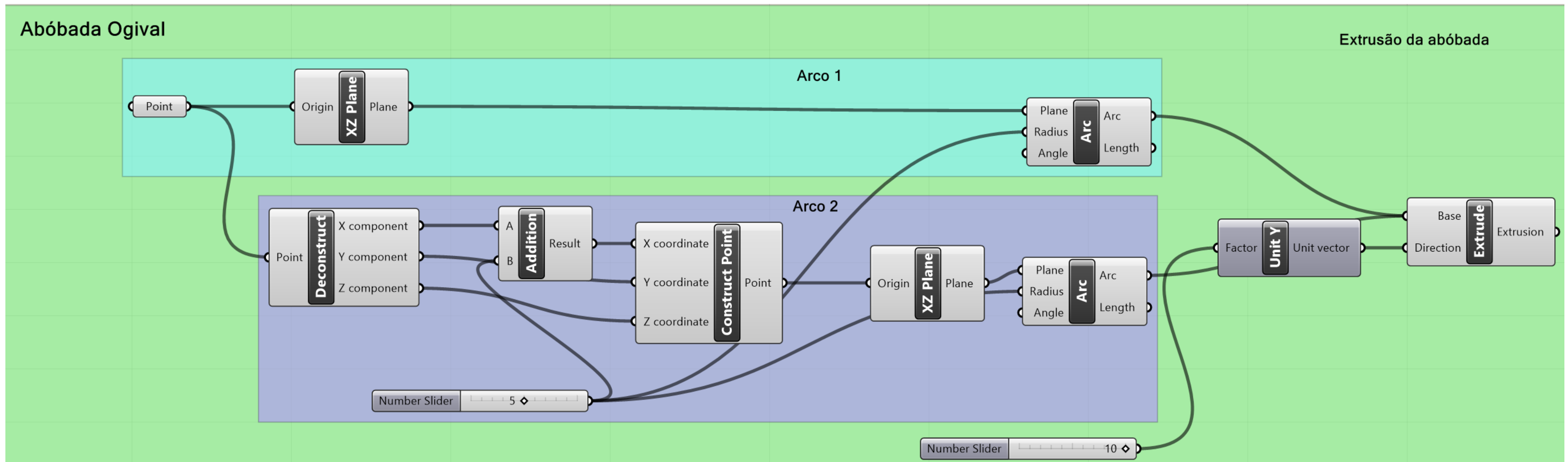
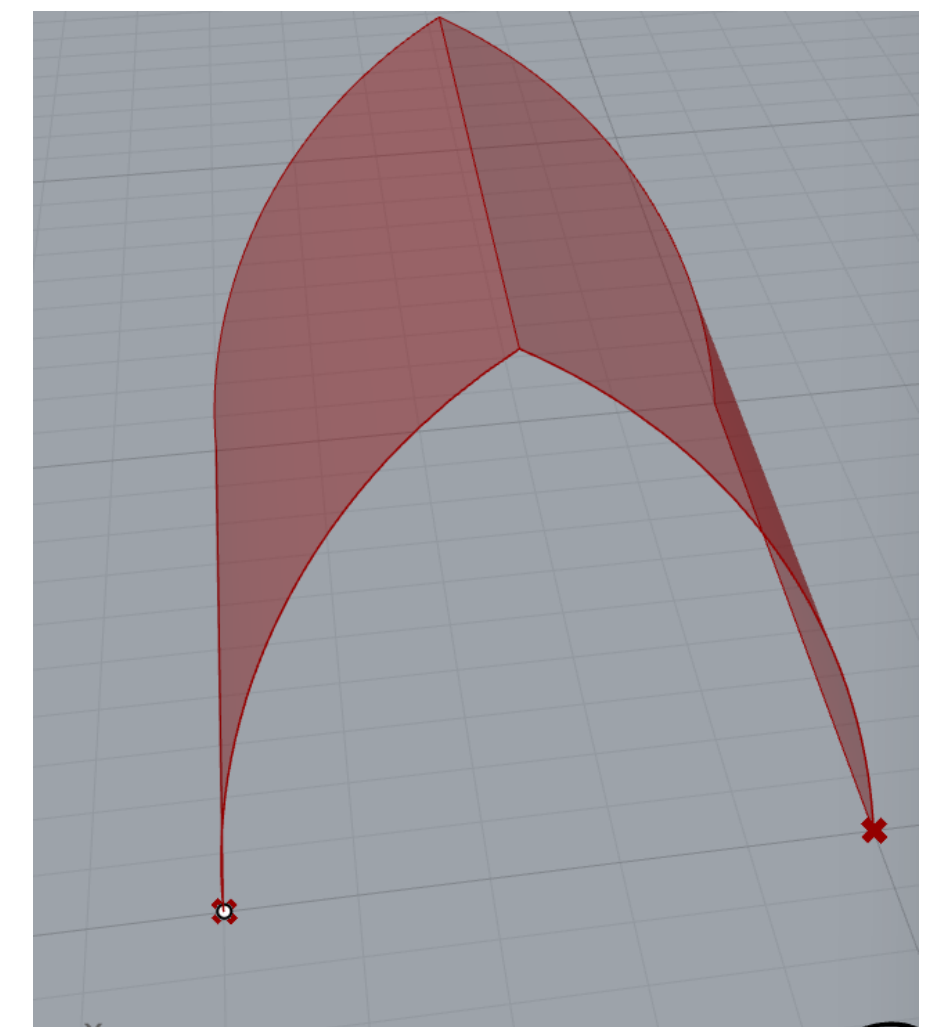
Começa-se por inserir um *Point* e fazer *Set Point* a partir do ponto criado no modelo. De seguida, adiciona-se um plano vertical **XZ Plane** para orientar o arco. Por fim, cria-se o arco utilizando esse plano e definindo um raio de 5, valor que será também usado no segundo arco.

Arco 2

No segundo arco, desconstrói-se o ponto (*Deconstruct Point*) para o deslocar 5 unidades no eixo X. Para isso, soma-se 5 à coordenada X, mantendo as restantes coordenadas iguais. Depois, reconstrói-se o ponto (*Construct Point*) com as novas coordenadas. Esse ponto é então ligado a outro **XZ Plane** e, por fim, ao arco, também com raio 5.



Finaliza-se a abóbada com o comando *Extrude*, utilizando como base os dois arcos. A direção da extrusão é definida por um vetor no eixo **Y**, com valor 10, correspondente ao comprimento do retângulo.

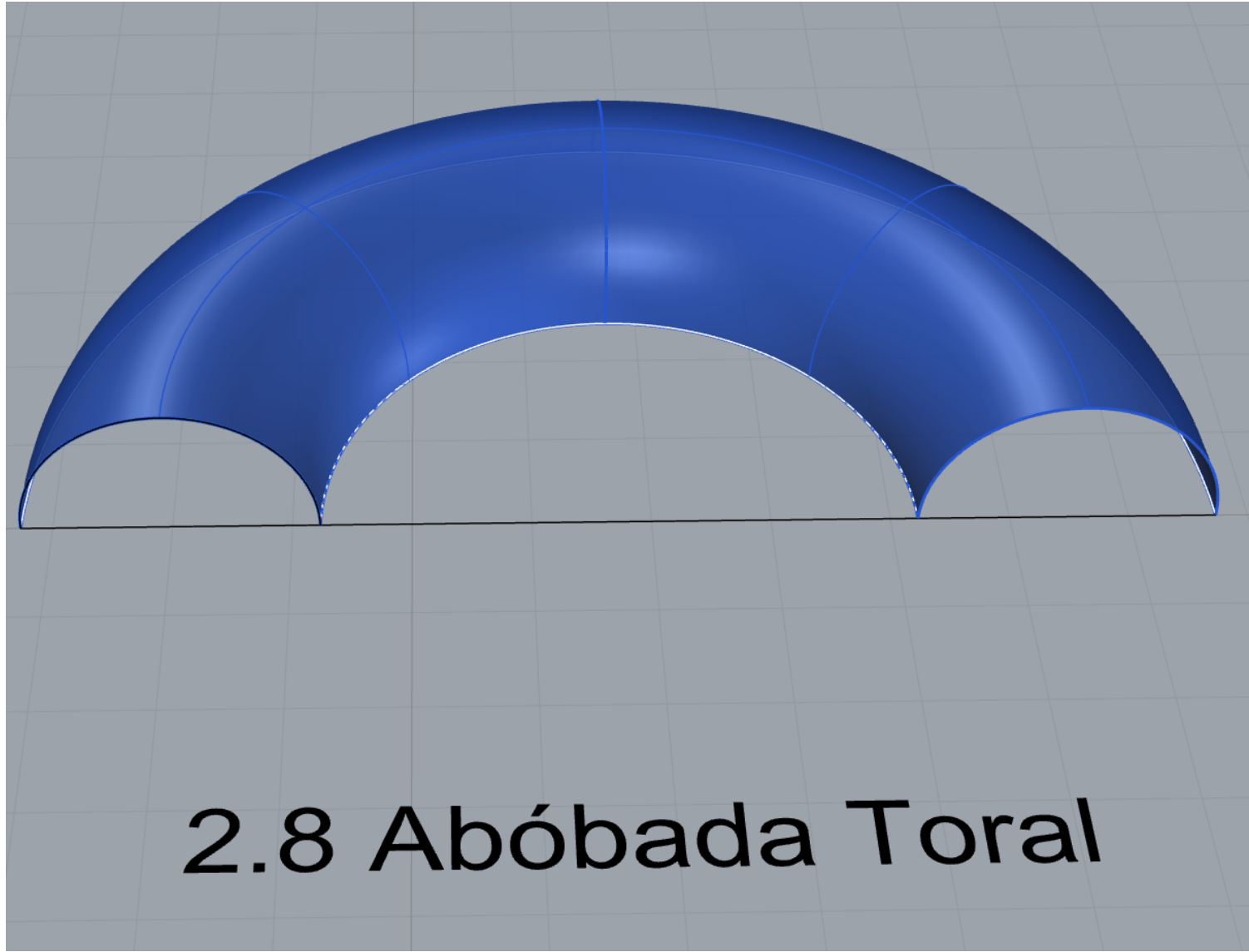
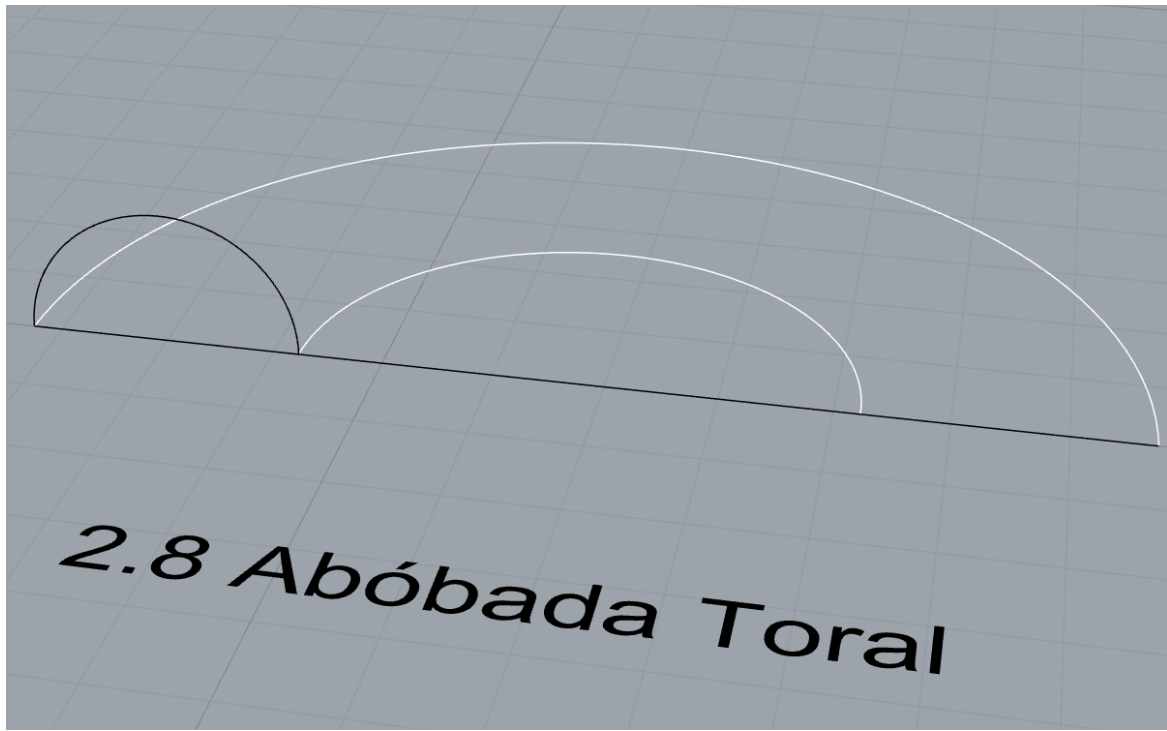
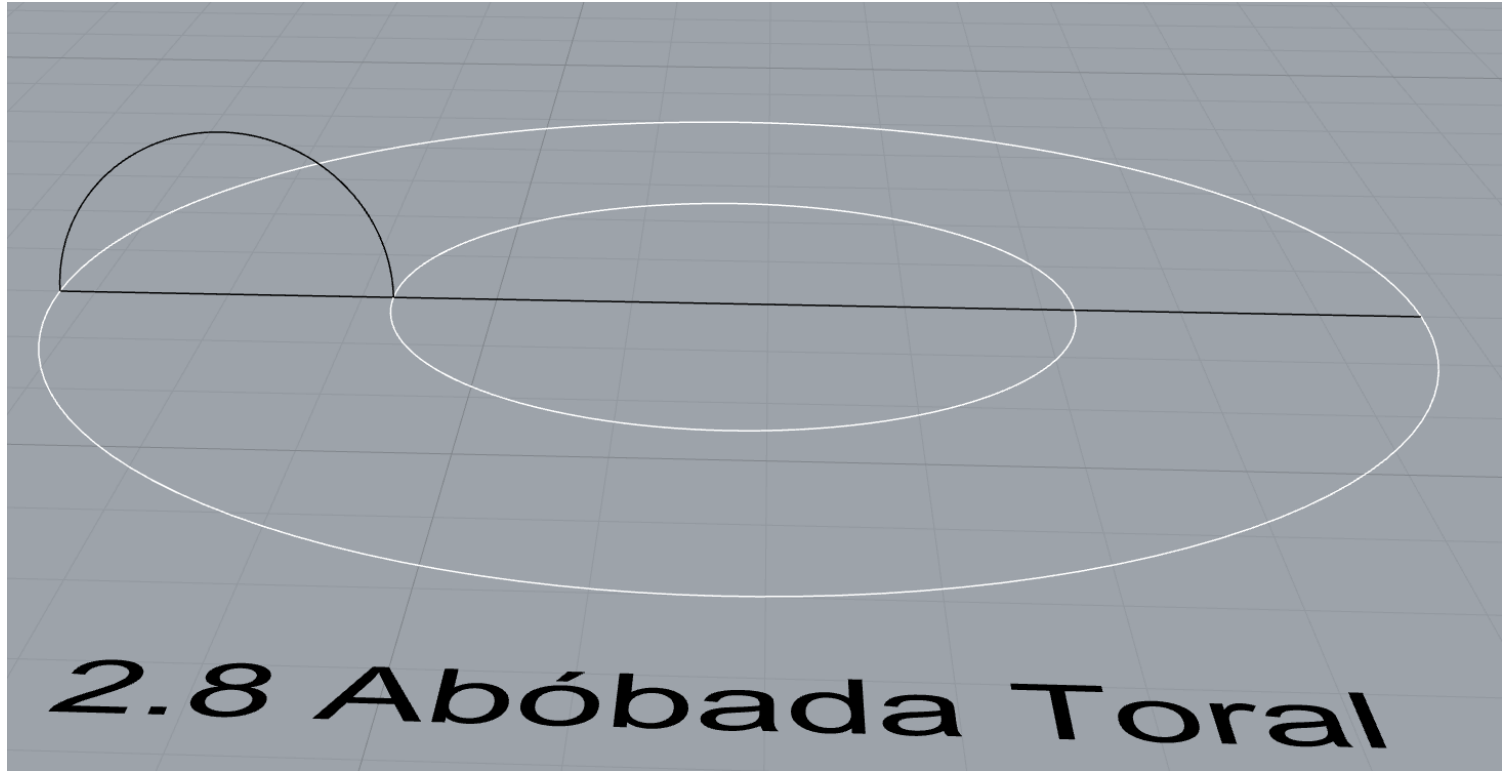
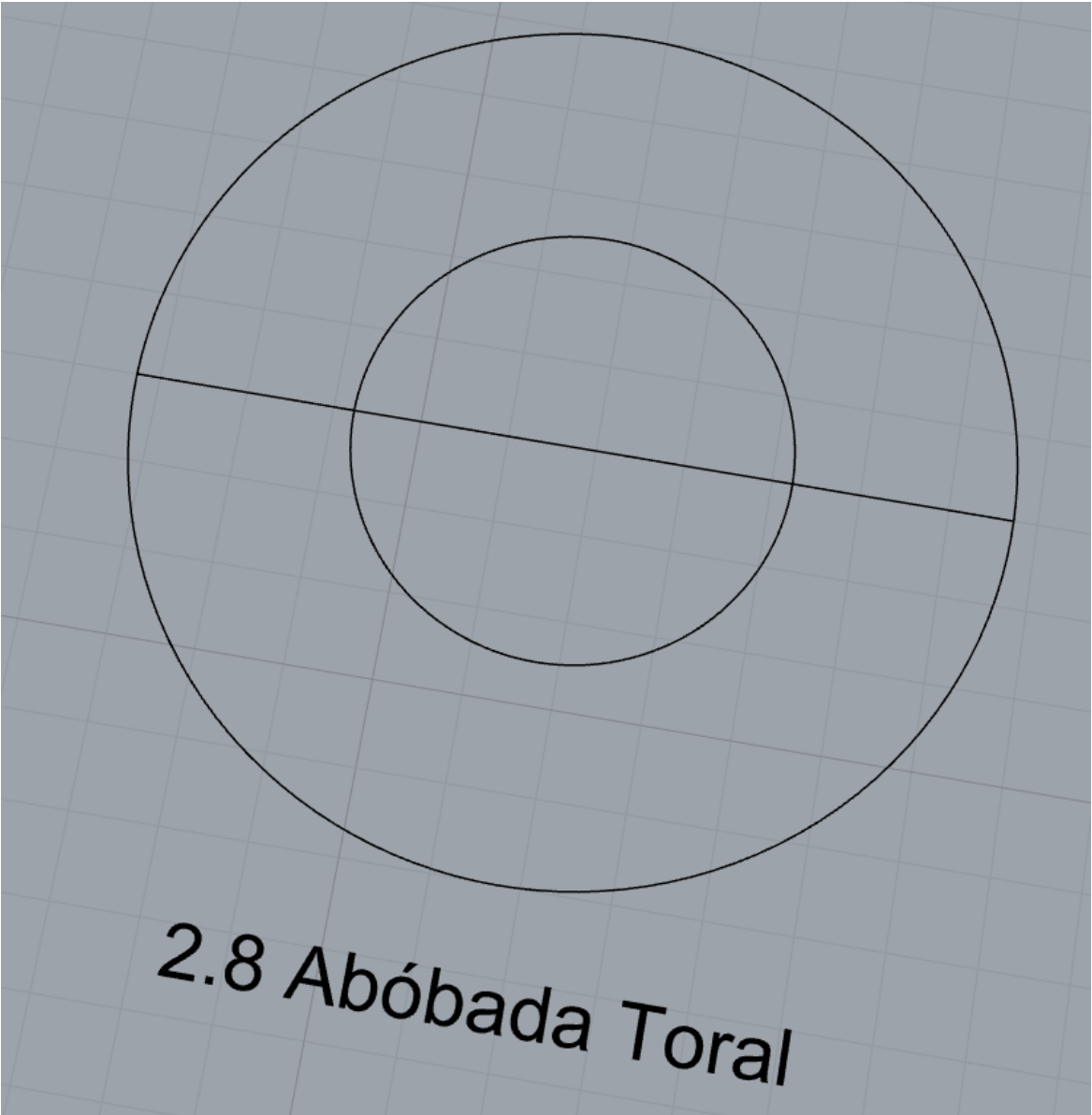


Desenha-se duas circunferências com o mesmo centro.

Traça-se uma reta horizontal de um lado ao outro, dividindo a figura em 3 partes (2,5; 5; 2,5).

Depois, cria-se uma semicircunferência vertical na secção mais à esquerda e utiliza-se o comando *Trim* para remover a parte inferior.

Por fim, aplica-se o comando *Sweep2*, definindo como Rail 1 a metade interior da circunferência, como Rail 2 a metade exterior e como secção a semicircunferência vertical criada anteriormente.



The screenshot shows the 'Abóbada Toral' workspace with a sequence of blocks connected by wires. The blocks are: a 'Point' block, a 'Deconstruct' block (labeled 'Point'), an 'Addition' block (labeled 'A', 'B', and 'Result'), a 'Construct Point' block (labeled 'Point'), an 'XZ Plane' block (labeled 'Origin' and 'Plane'), and an 'Arc' block (labeled 'Plane', 'Radius', 'Angle', and 'Arc Length'). A blue arrow points to the 'Deconstruct' block. A 'Number Slider' block is also present, set to 2.5, with a wire connecting it to the 'Construct Point' block.

The screenshot shows a GeoGebra workspace with a grid background. A point is connected to an 'XY Plane' object. Two 'Number Slider' objects are connected to the 'Plane', 'Radius', and 'Angle' inputs of two 'Arc' objects. The top slider is set to 3.75 and the bottom slider is set to 5. Blue arrows point to the sliders.

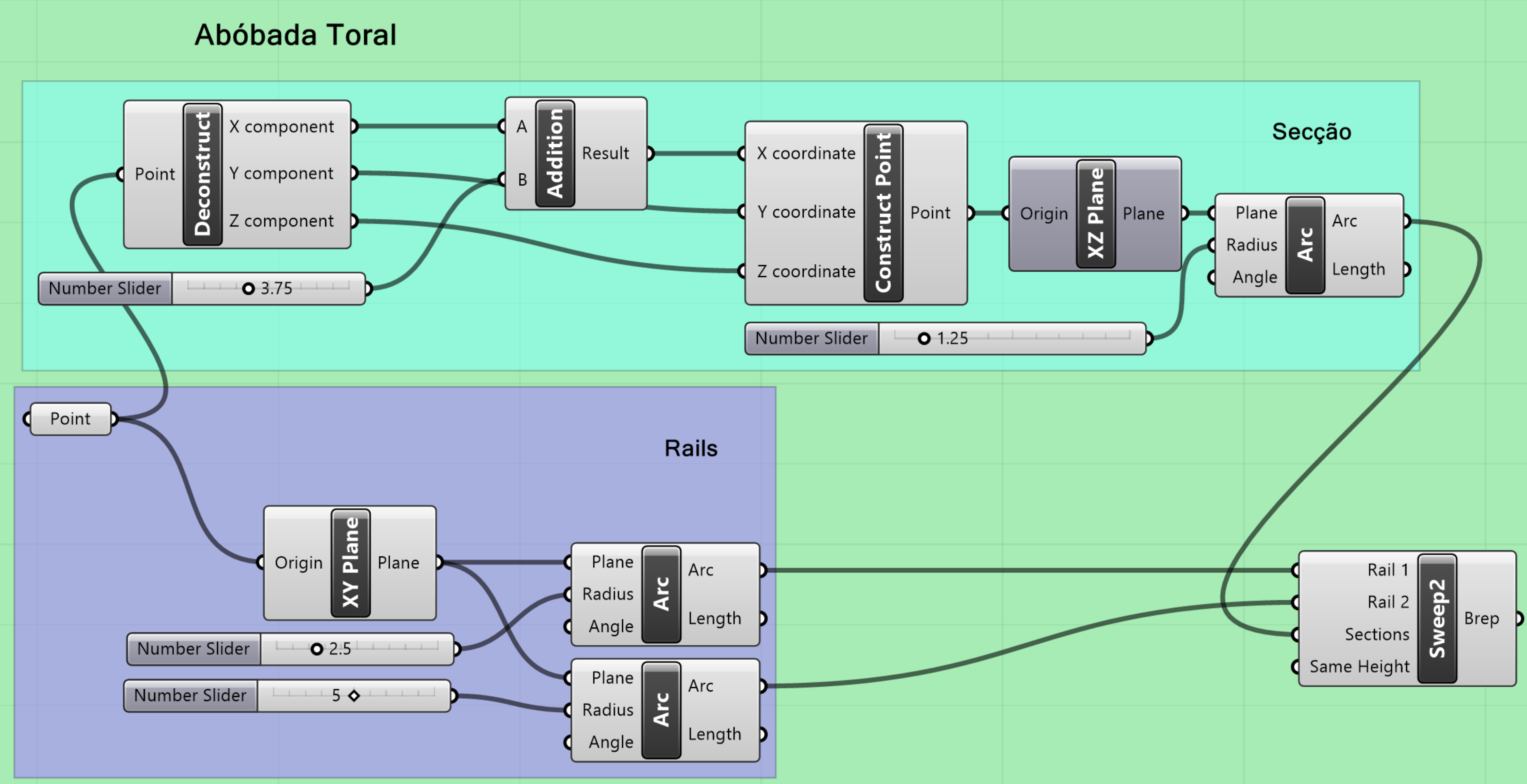
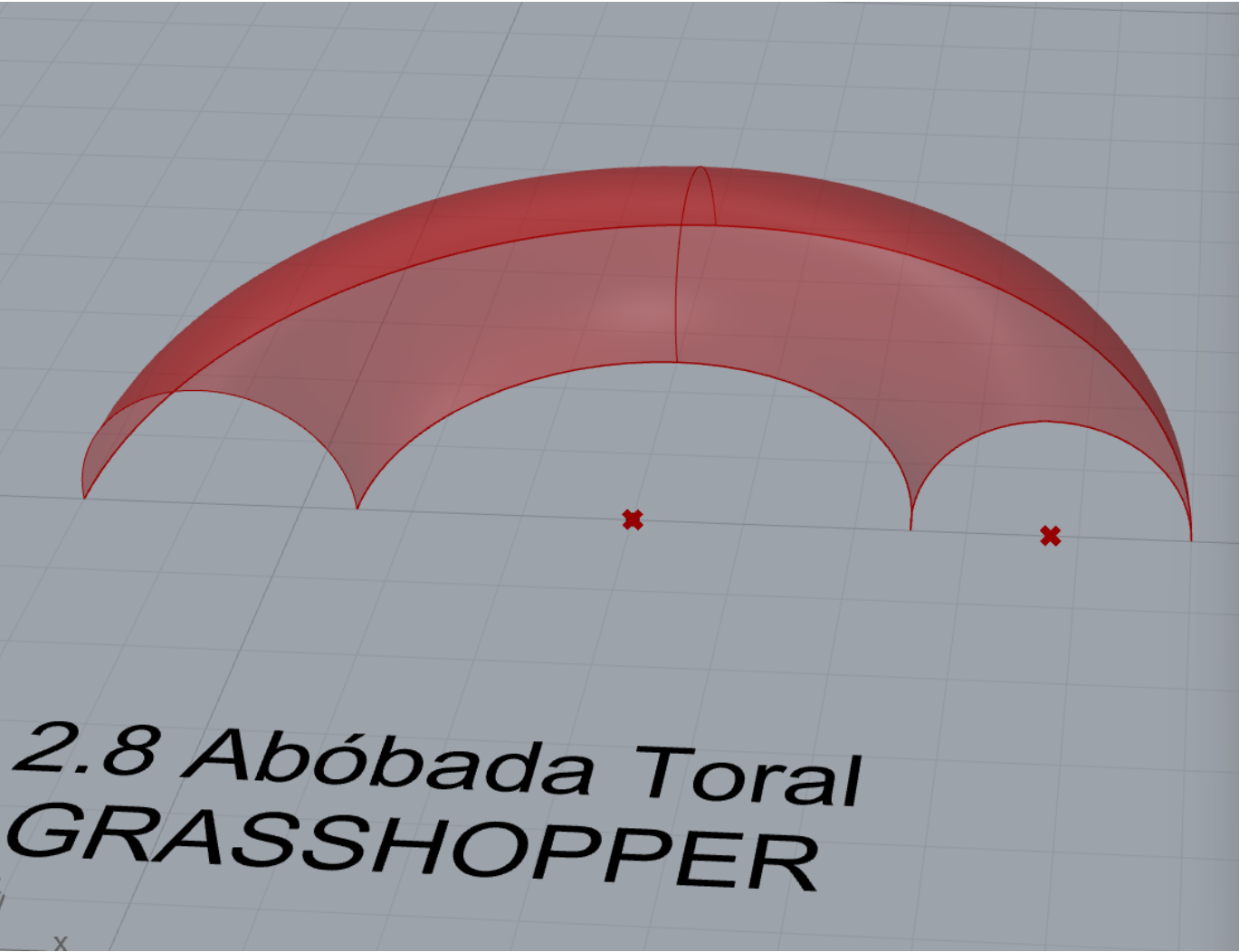
The image shows a Grasshopper script and its 3D visualization. The 3D view on the left displays a red grid plane with a green dome-like surface above it. Two red points on the grid are connected by a red line. The script on the right is as follows:

- Addition** (Result) → **Construct Point** (X coordinate, Y coordinate, Z coordinate)
- Construct Point** (Point) → **XZ Plane** (Origin, Plane)
- XZ Plane** (Plane) → **Arc** (Plane, Radius, Angle, Arc Length)
- Number Slider** (1.25) → **Arc** (Arc Length)
- Arc** (Arc Length) → **Sweep2** (Rail 1, Rail 2, Sections, Same Height, Sweep2, Brep)

The image shows a Grasshopper script and its 3D visualization. The 3D view on the left displays a red grid plane with a green dome-like surface above it. Two red points on the grid are connected by a red line. The script on the right is as follows:

- Addition** (Result) → **Construct Point** (X coordinate, Y coordinate, Z coordinate)
- Construct Point** (Point) → **XZ Plane** (Origin, Plane)
- XZ Plane** (Plane) → **Arc** (Plane, Radius, Angle, Arc Length)
- Number Slider** (1.25) → **Arc** (Arc Length)
- Arc** (Arc Length) → **Sweep2** (Rail 1, Rail 2, Sections, Same Height, Sweep2, Brep)

Acaba-se-se com o comando Sweep2, tal como no modelo, escolhendo como **Rail 1** o arco interior, como **Rail 2** o arco exterior e como secção o arco vertical.



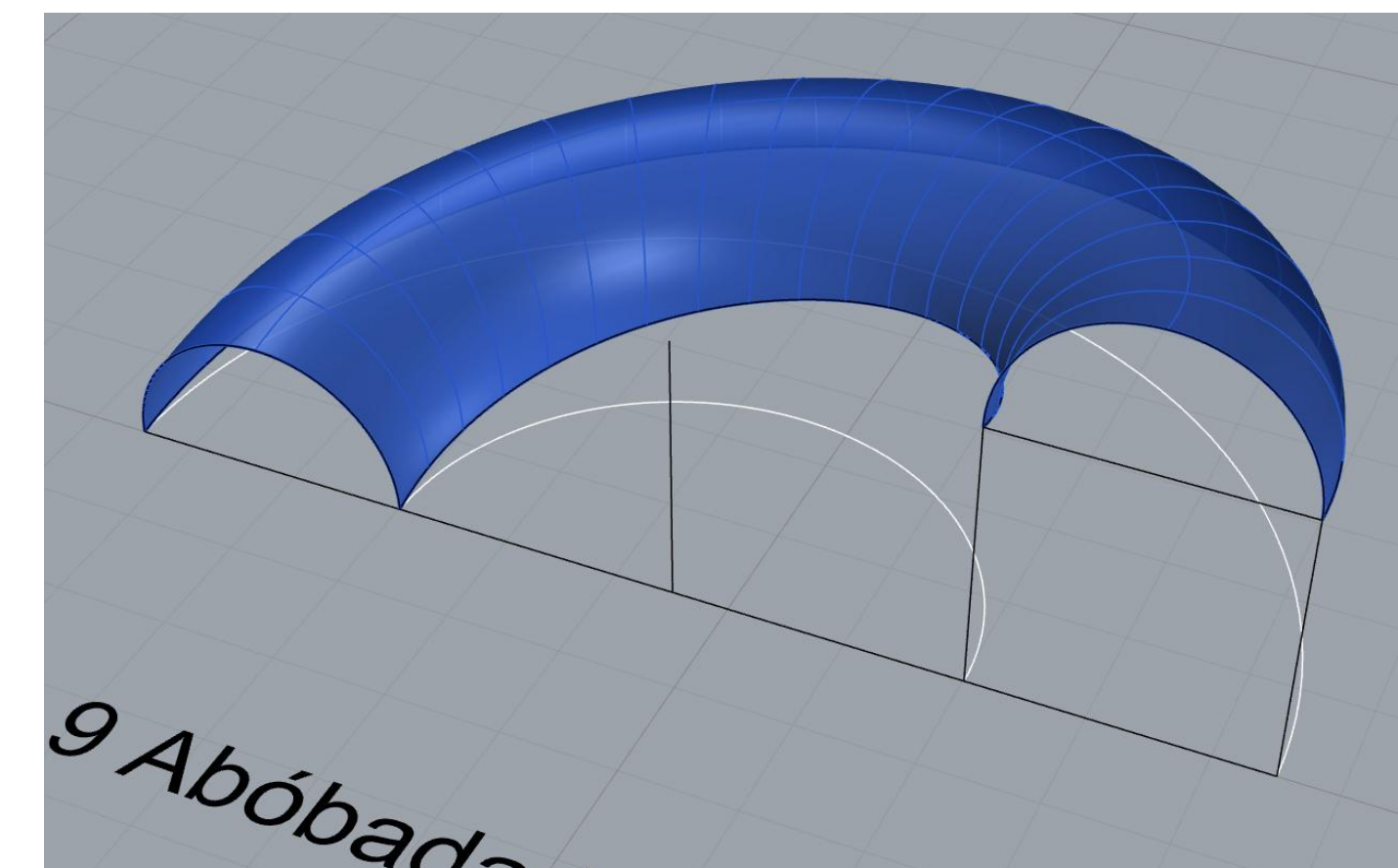
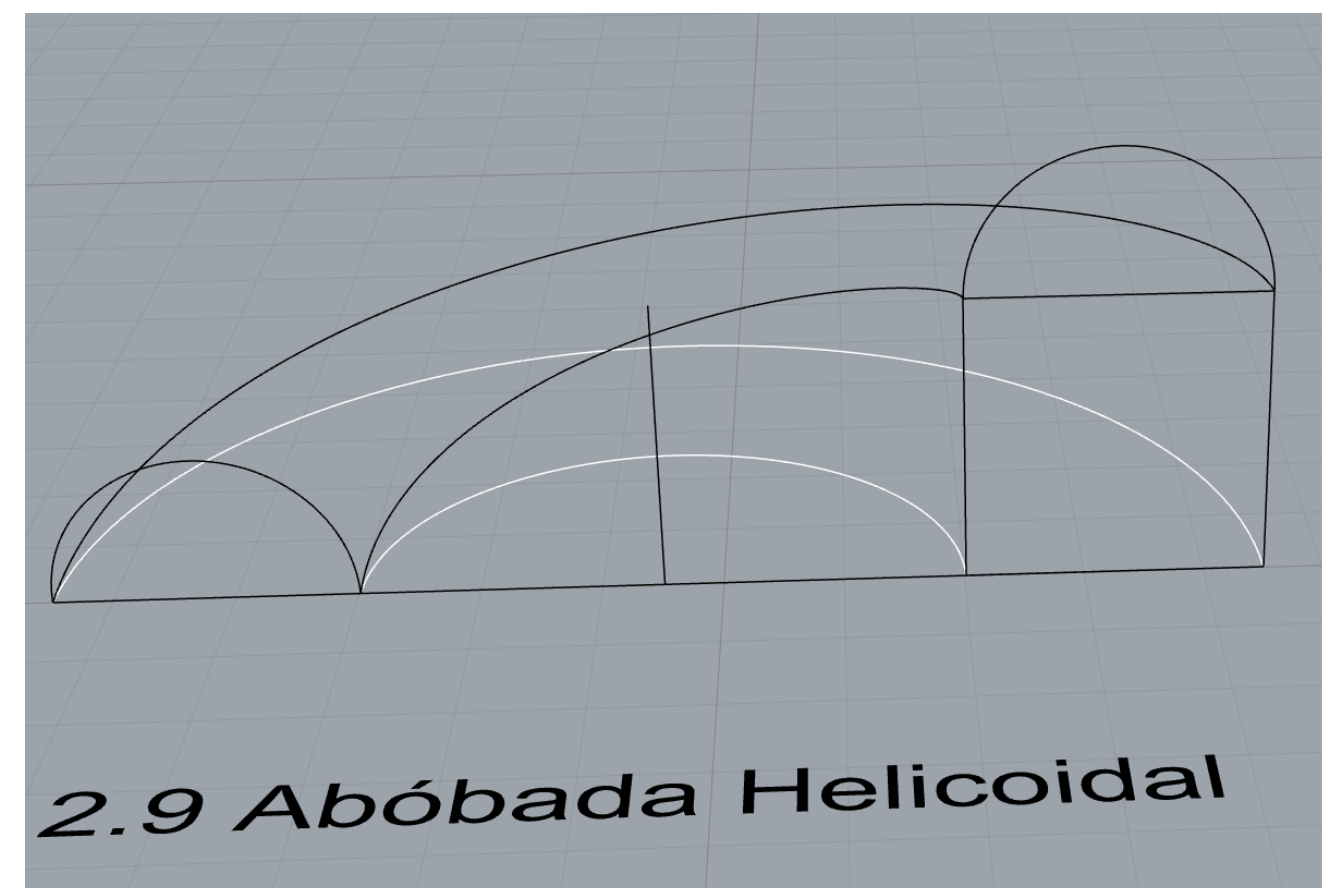
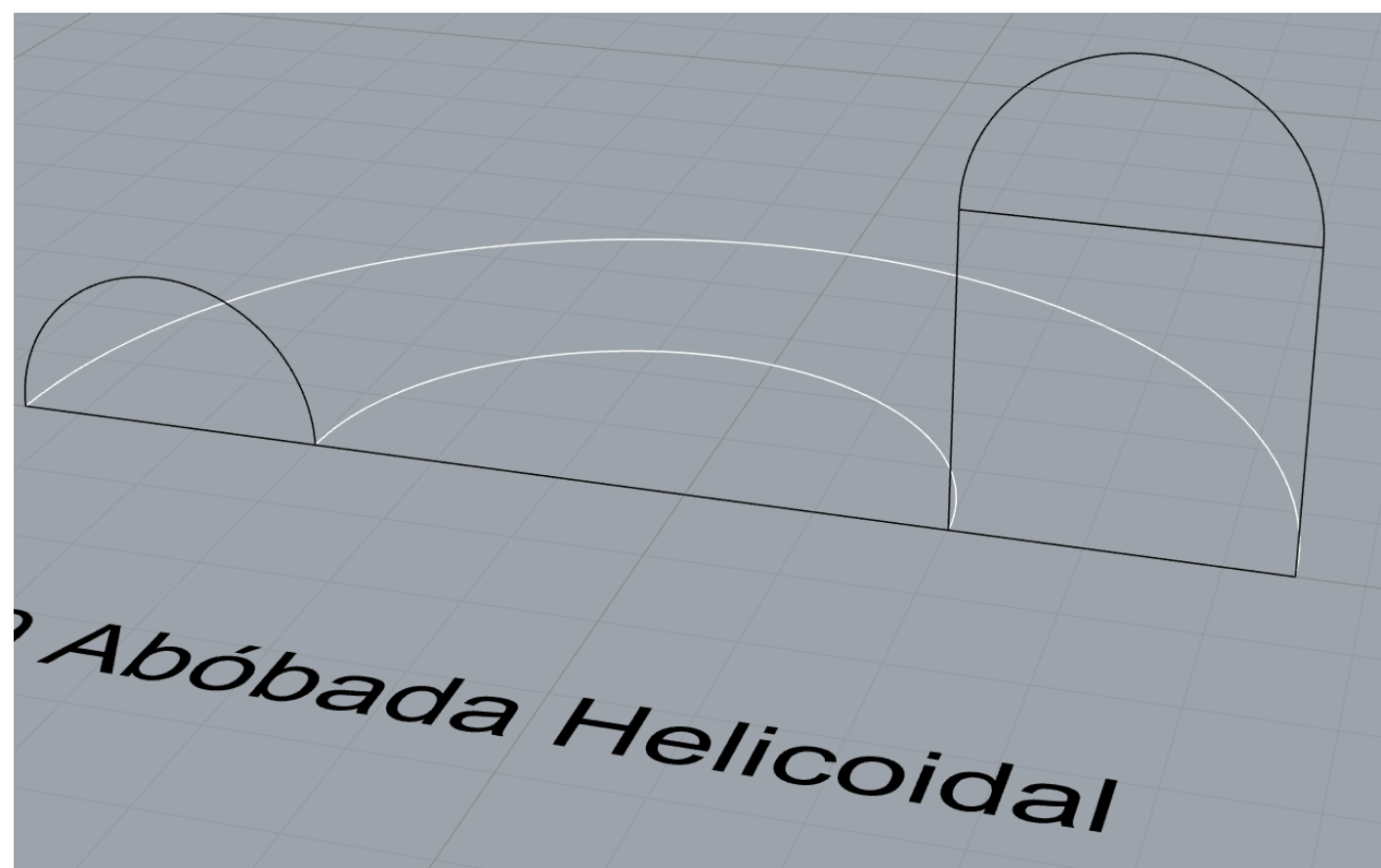
Utilizando a base da abóbada anterior, esta foi gerada a partir da elevação de 5 unidades da semicircunferência da direita. Desenharam-se duas linhas verticais sob a semicircunferência e uma terceira linha vertical no ponto do centro das semi circunferências maiores, tudo com 5 unidades de altura.

Em seguida, utiliza-se o comando *Helix* para criar curvas para orientar a superfície. Seleccionam-se o ponto inferior e o ponto superior do eixo, definidos no meio.

Mete-se $c = 0,5$ para obter apenas meia volta e, o sentido da hélice está invertido, ativa-se a opção *Reverse Twist*. Para o raio da hélice, selecciona-se um ponto da curva interior.

Com a hélice e a semicircunferência já elevada, aplica-se o comando *Sweep 2*:

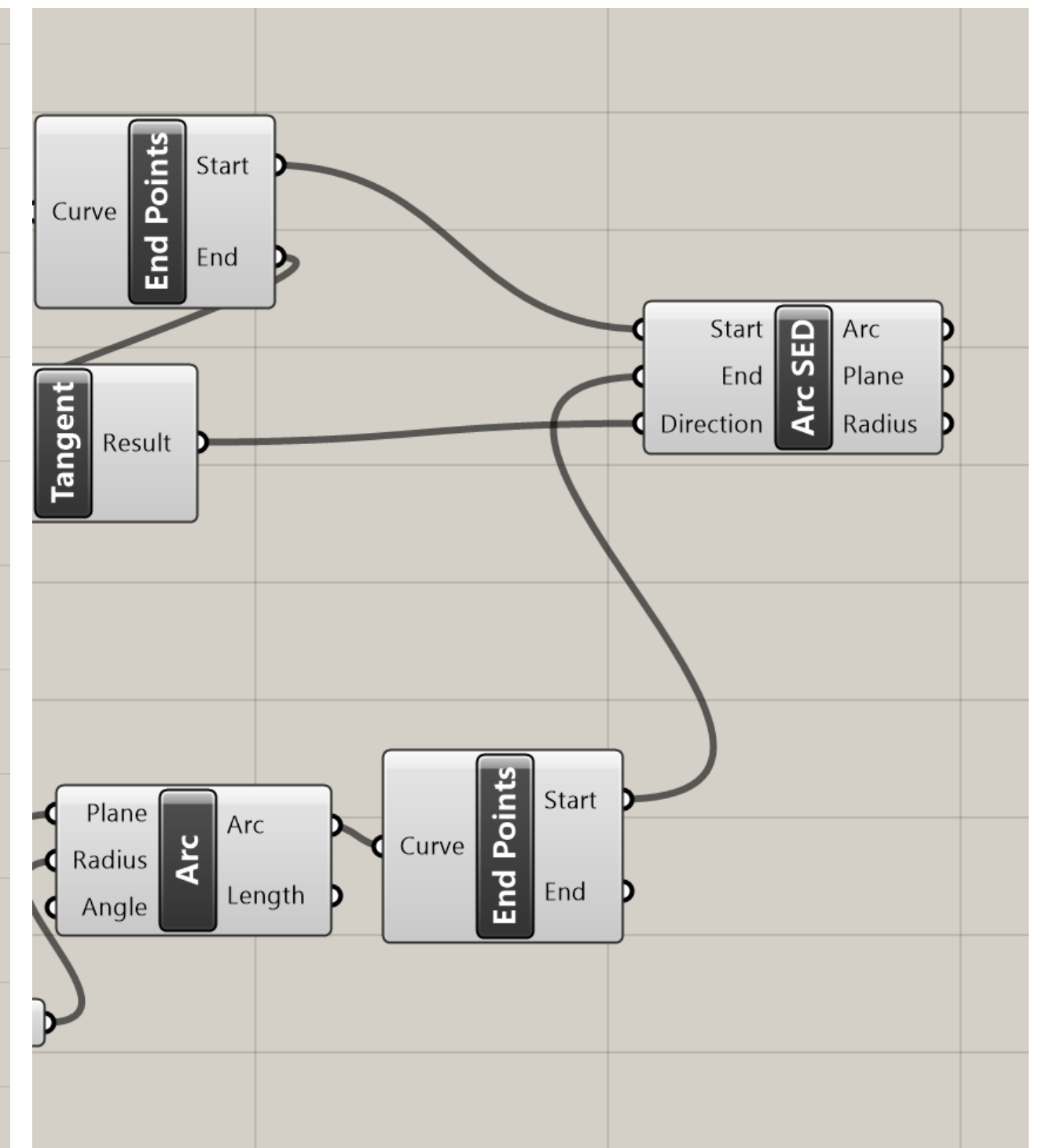
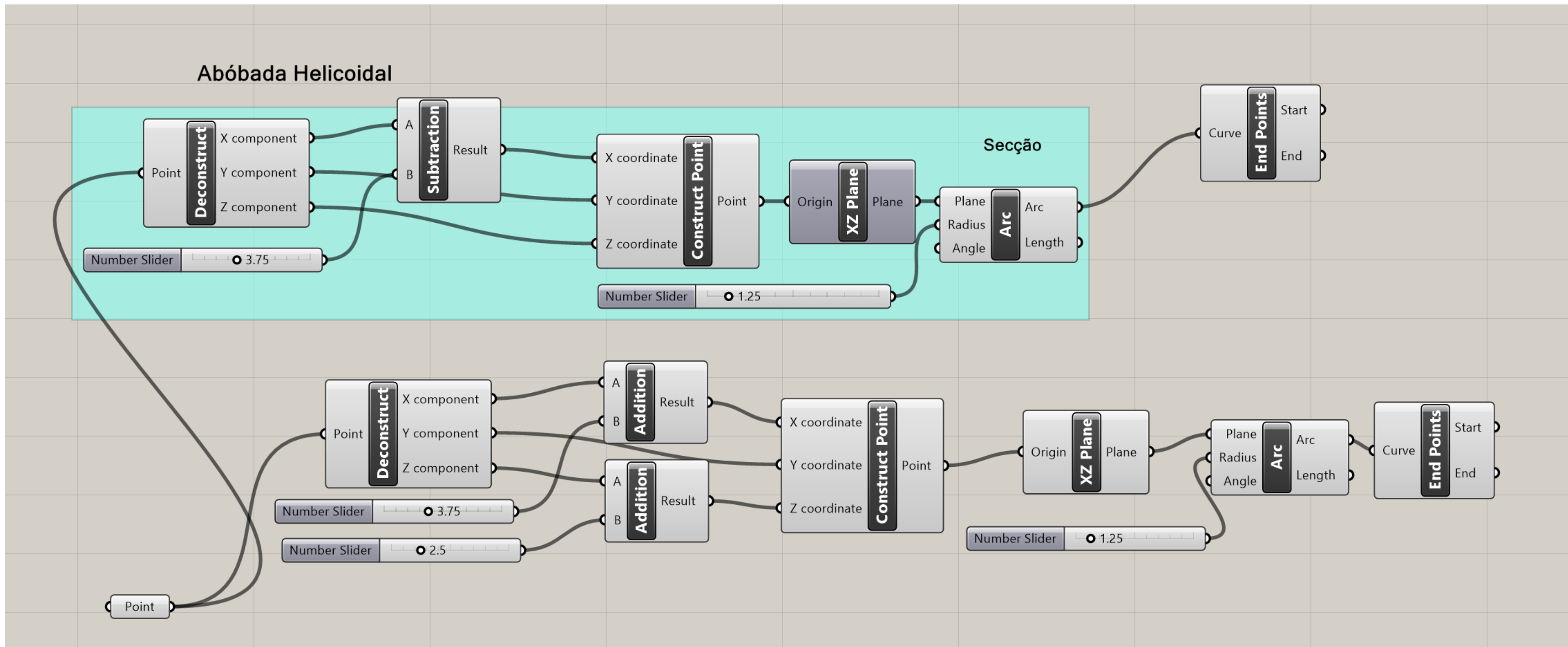
primeiro escolhe-se a curva de perfil da abóbada e depois seleccionam-se os dois *rails* (as hélices), sendo a forma gerada a partir da semicircunferência elevada.



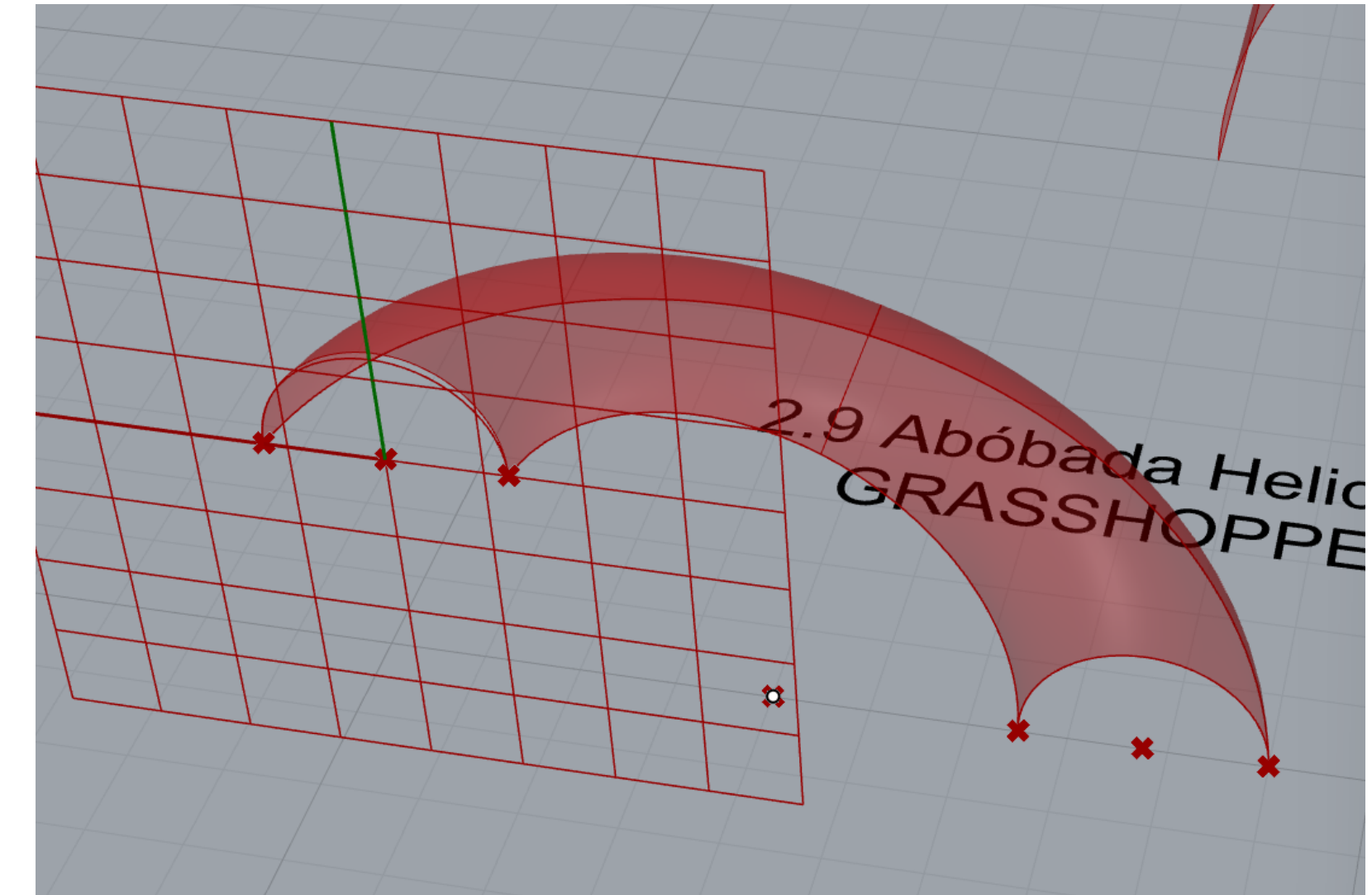
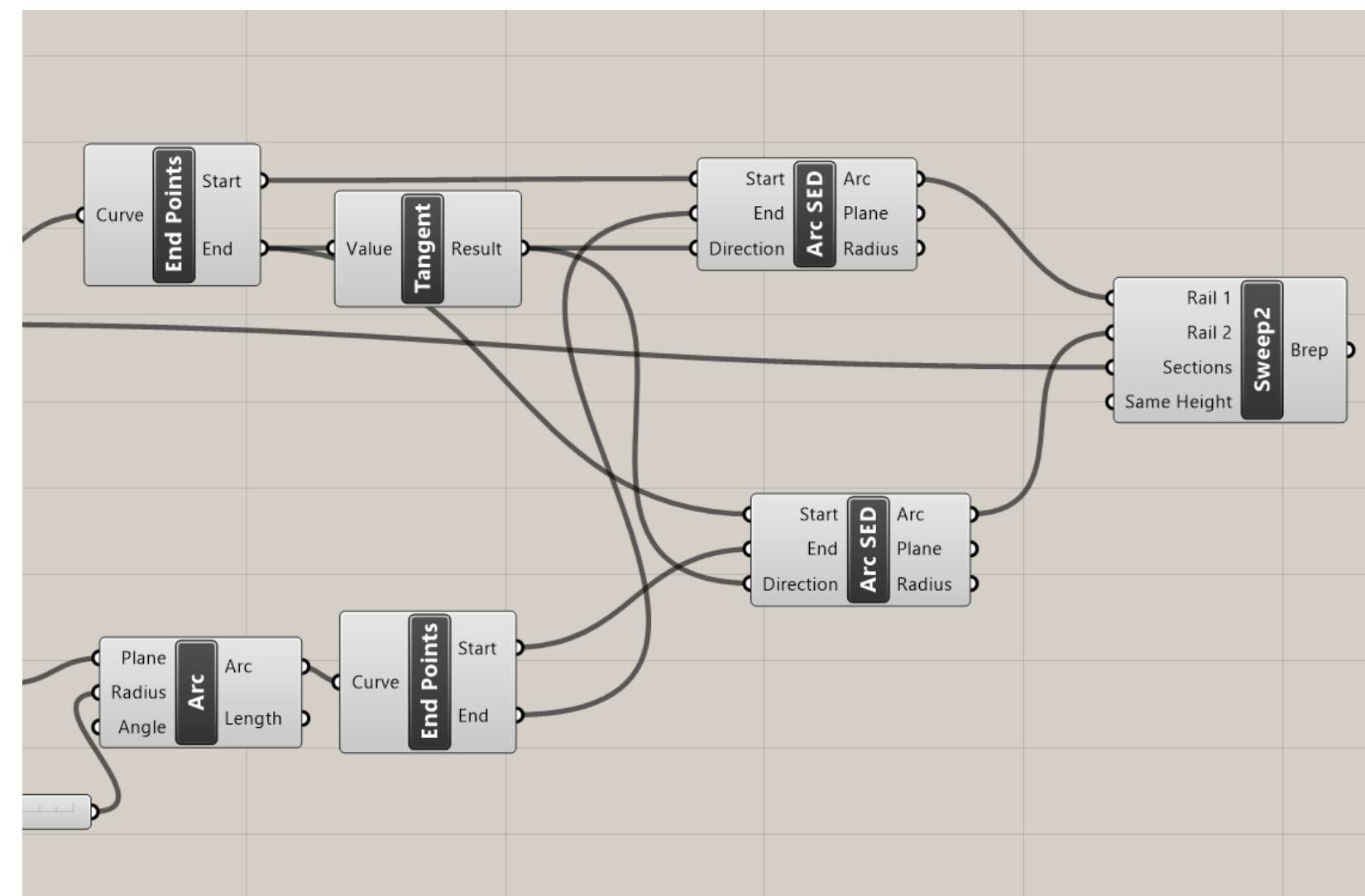
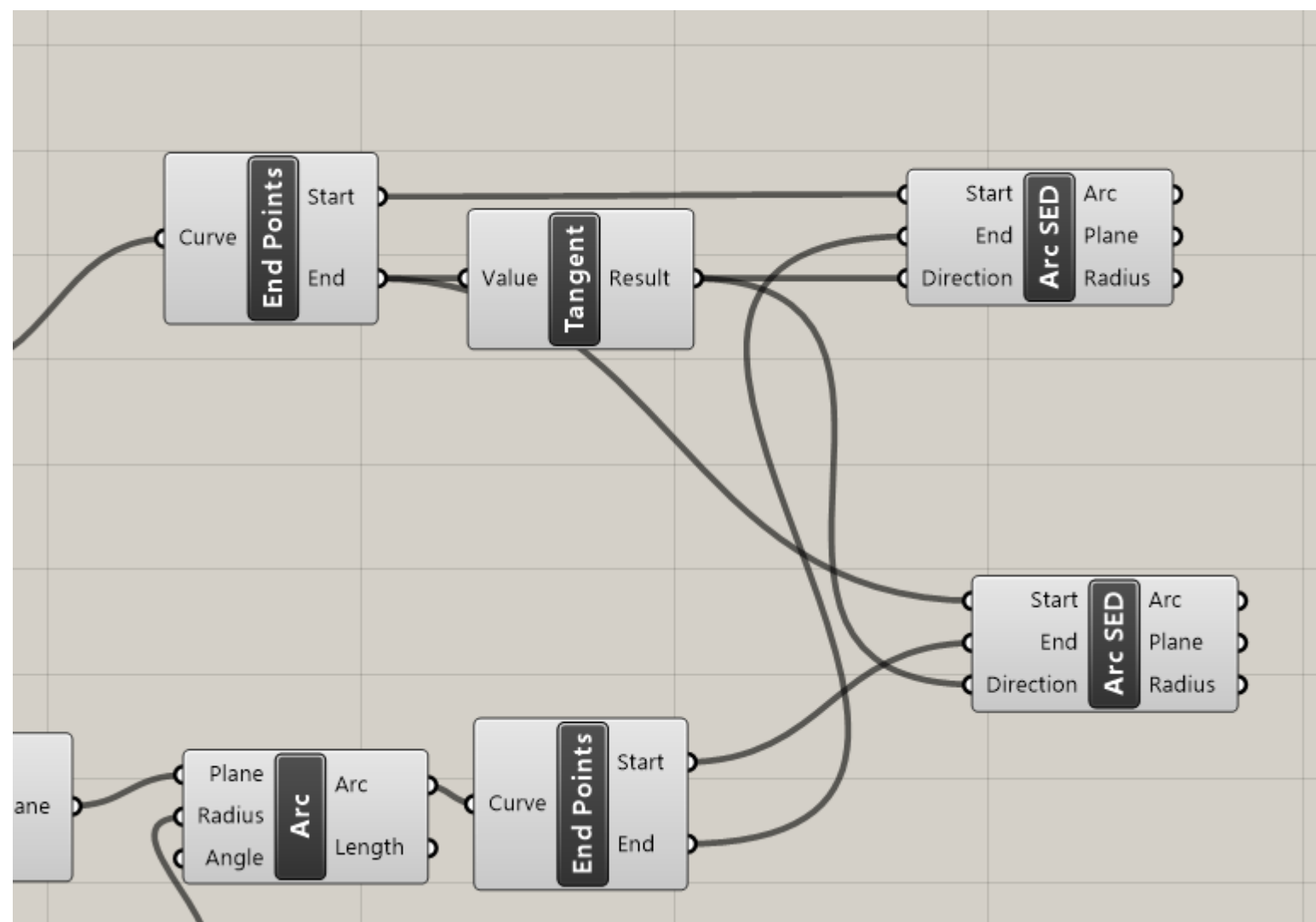
Esta abóbada mantém a mesma base da **Abóbada Toral**, mas no arco inferior, substituí a **Adição** por uma de **Subtração para meter no lado esquerdo**.

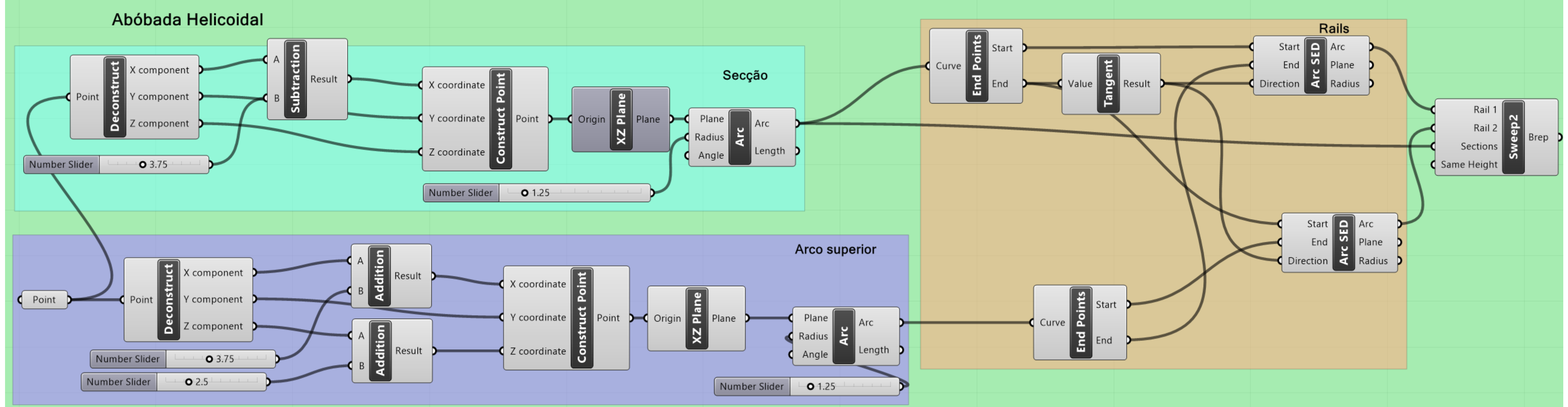
Como o Grasshopper não tem Helix, a estrutura foi construída através de curvas. O arco direito foi criado alterando o ponto original nos eixos **X** e **Z**, para manter à direita e subir **5 unidades**.

Para os unir, utilizei o componente **Arc SED** (Start, End, Direction). Os pontos de início e fim foram obtidos através do componente **End Points** aplicado aos arcos verticais. A tangente foi ligada à entrada **Direction** do arco para definir a inclinação inicial da subida.



São necessários dois **Arc SED** para cada rail (um interior e um exterior). Têm de ser ligados corretamente ao *Start* e ao *End* dos **End Points**. A abóbada é finalizada com o **Sweep2**, seleccionando os dois **Arc SED** como *Rails* e um dos arcos iniciais verticais como *Section*.

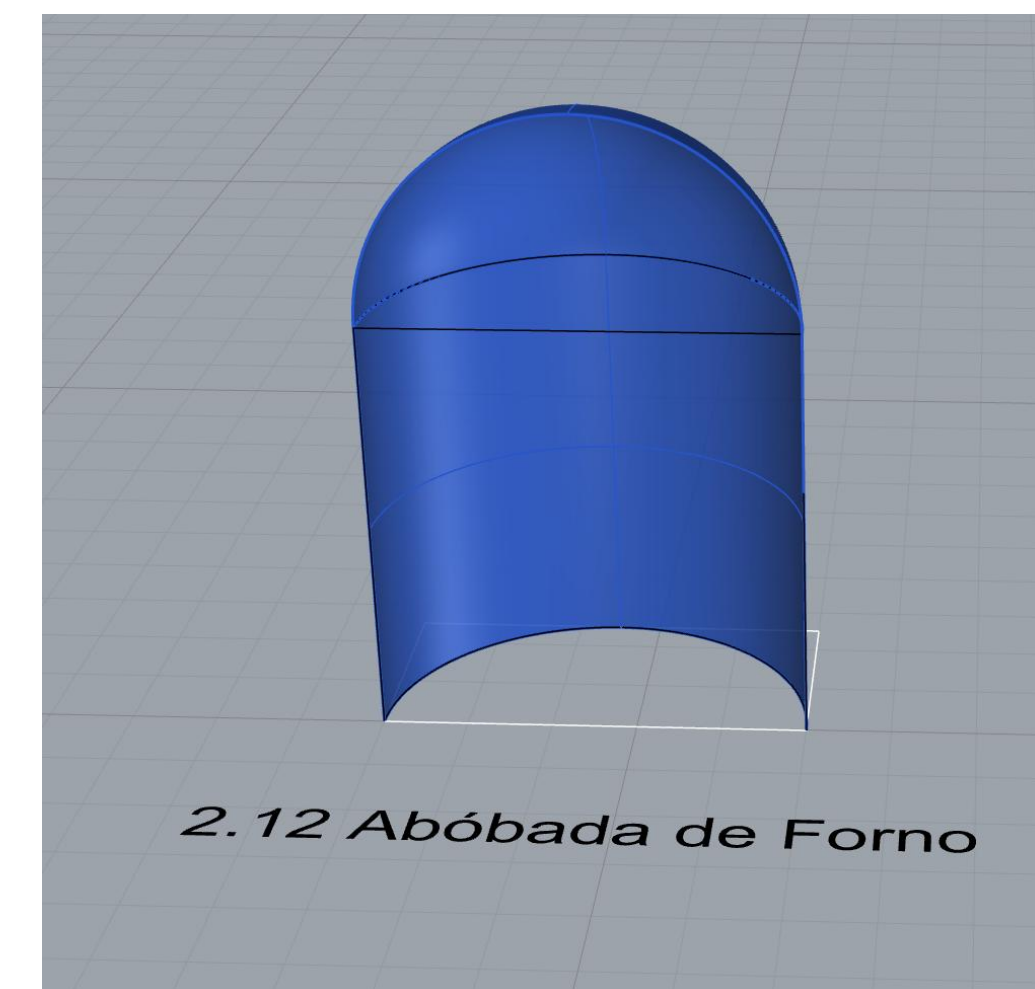
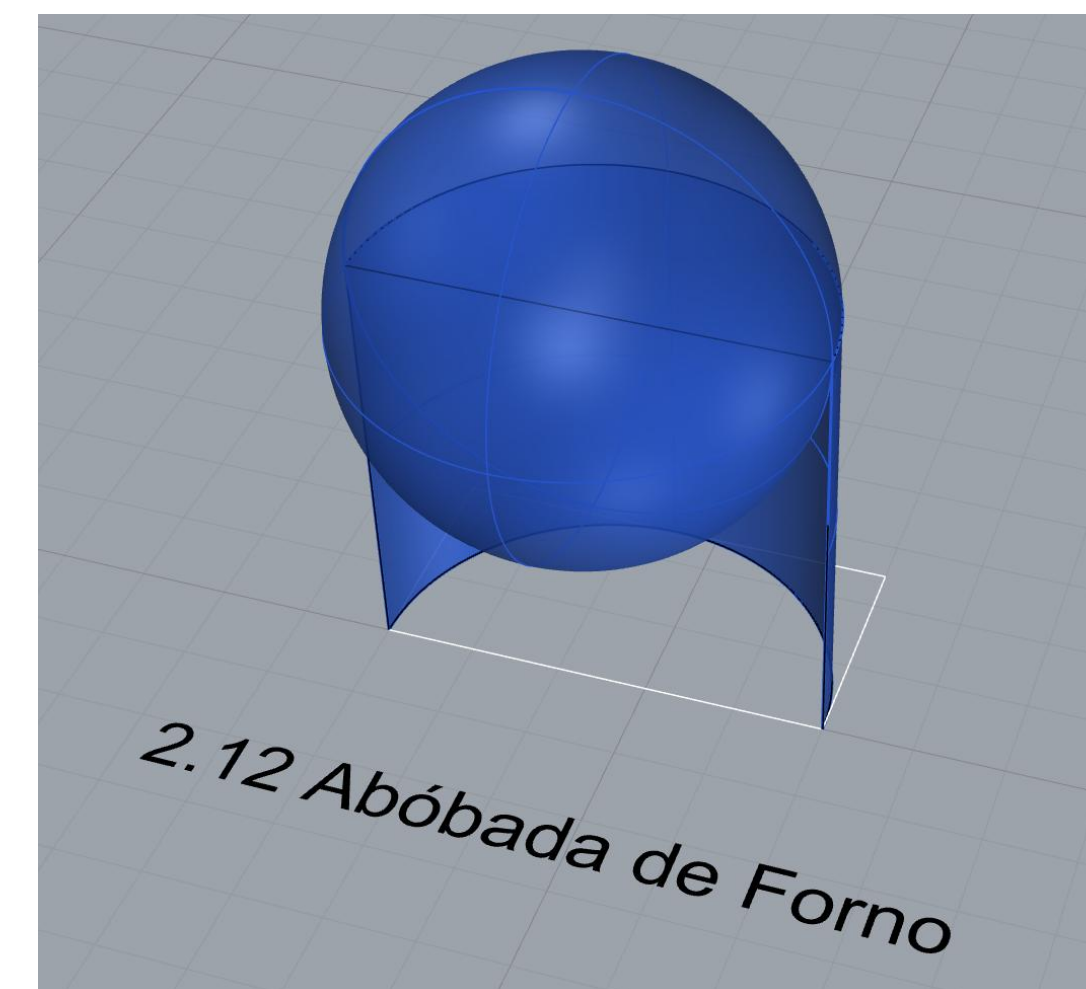
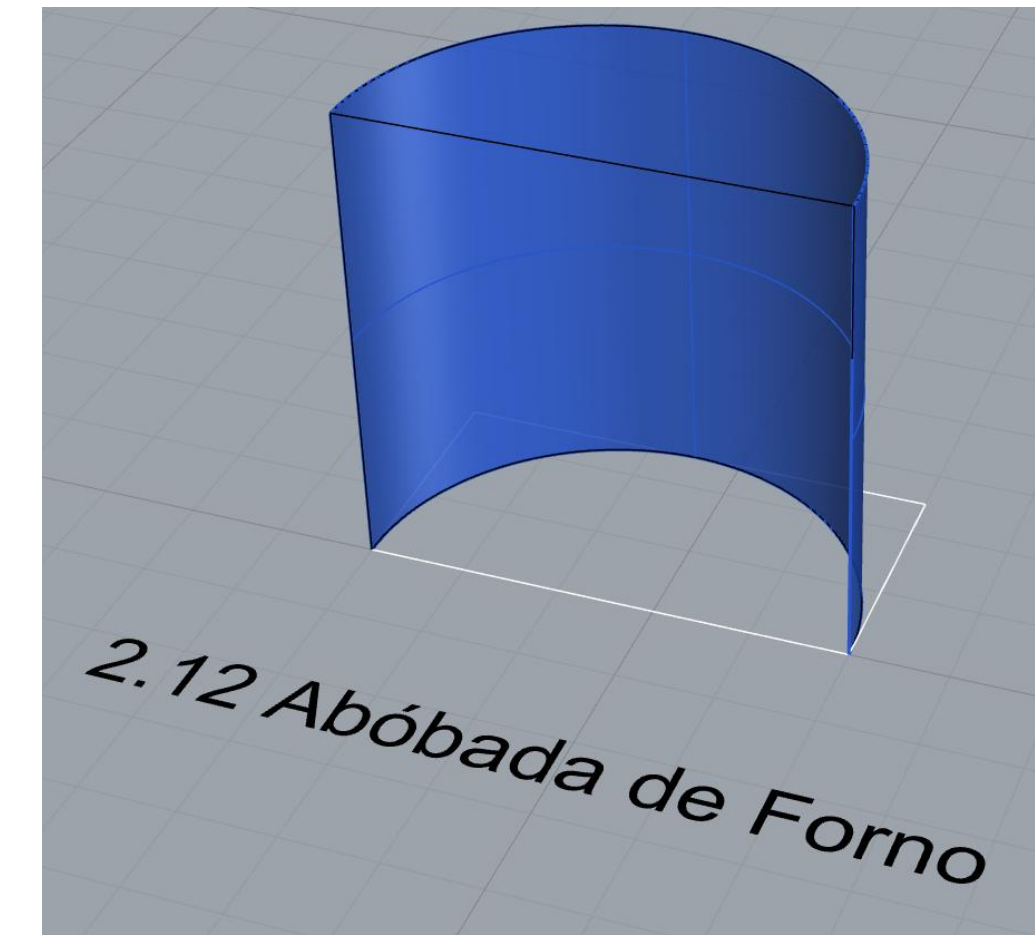
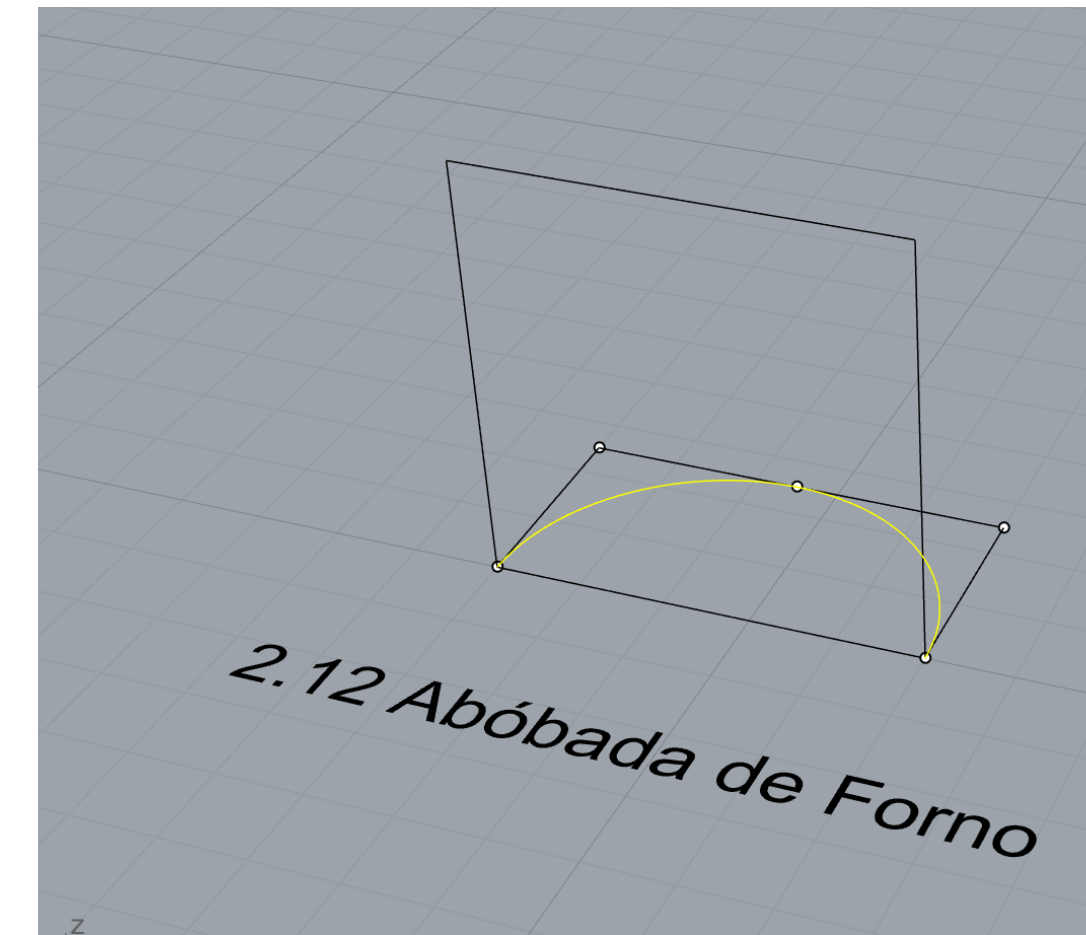




O retângulo da base é reduzido para 5 por 2,5. Constrói-se uma circunferência com centro no ponto médio da maior aresta do retângulo, eliminando-se a metade que fica fora dele.

Depois, cria-se um quadrado vertical de 5 por 5 para definir a altura do tronco da abóbada. A semicircunferência inferior é copiada para o topo do quadrado, e realiza-se um *loft* para criar a superfície.

Para a parte superior (um quarto de uma esfera), adiciona-se a forma esférica e recortam-se as partes indesejadas.



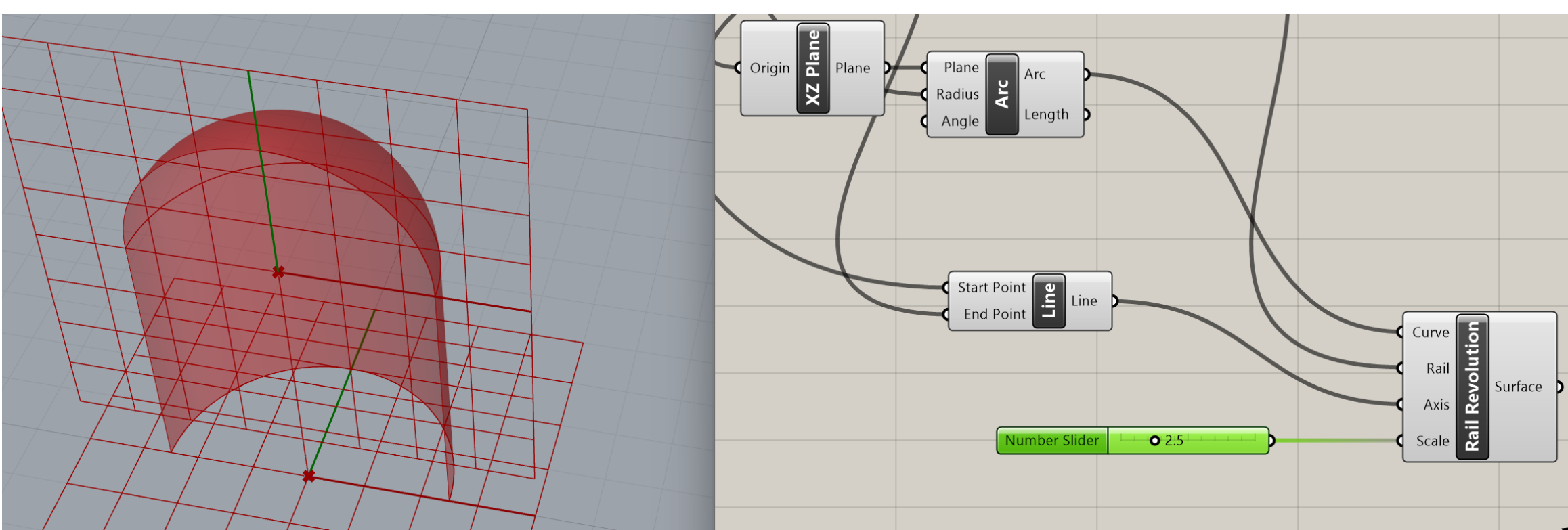
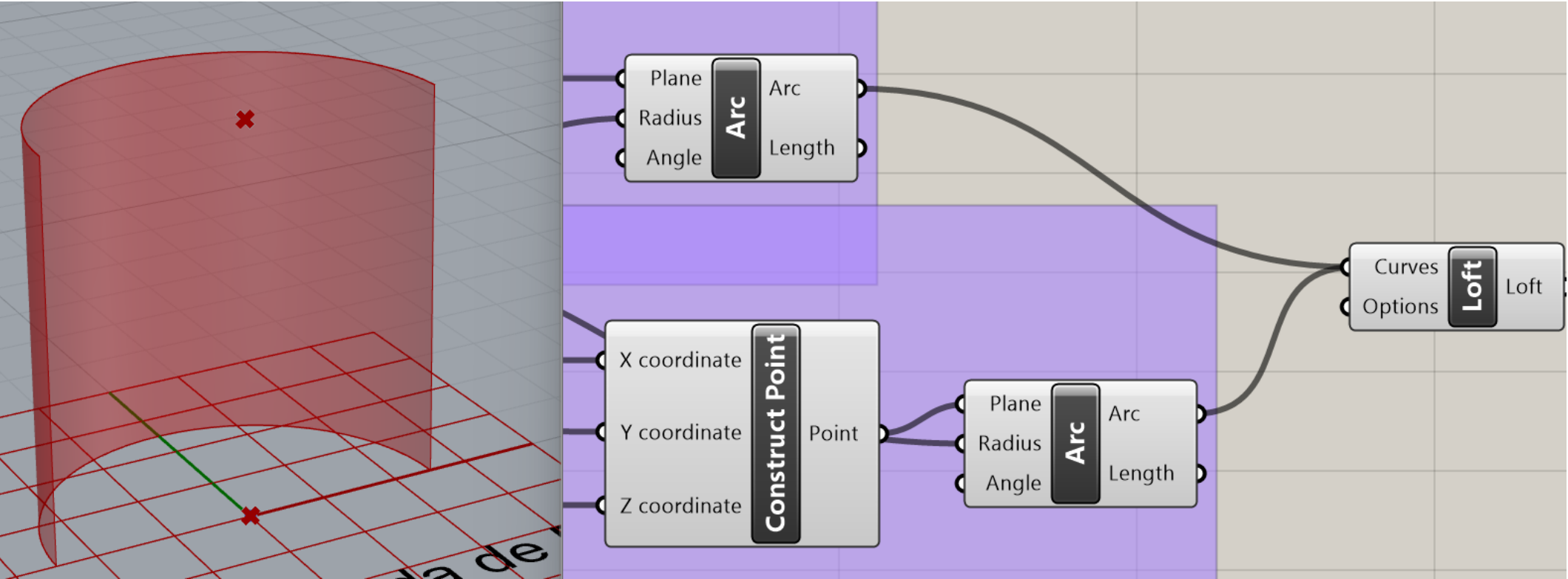
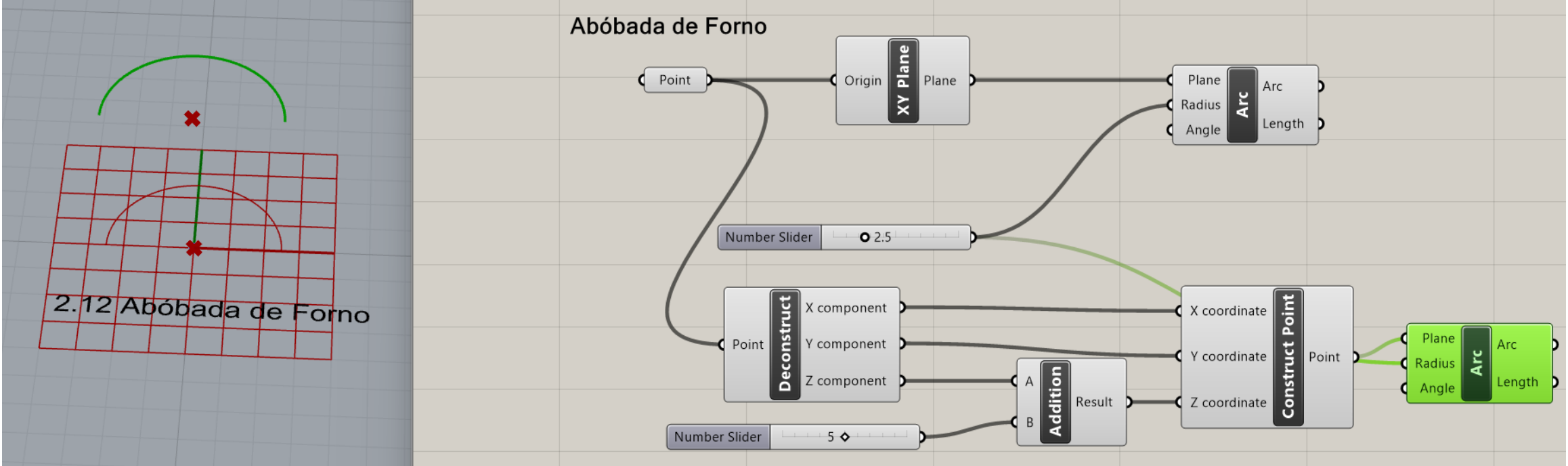
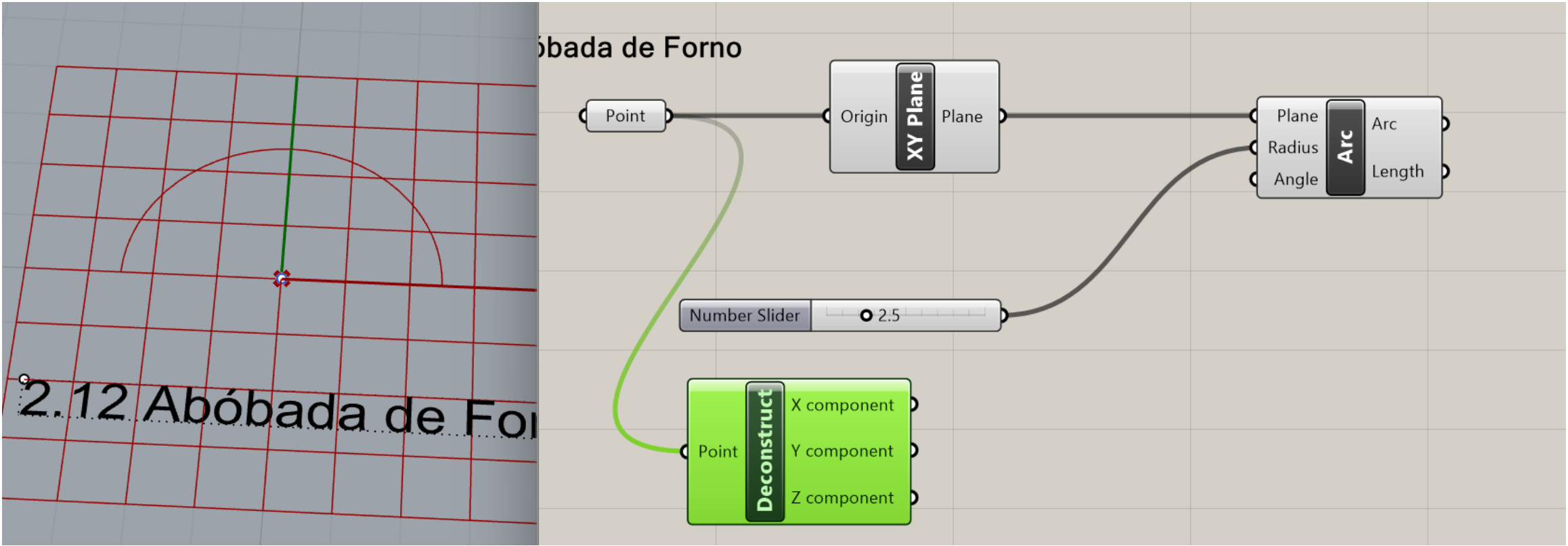
A abóbada no Grasshopper, divide-se o processo em 3 fases:

Arco 1:

O arco inferior liga-se a um plano XY no ponto escolhido. Utiliza um *number slider* com valor de 2,5 para o raio, de forma a ocupar a aresta maior do retângulo.

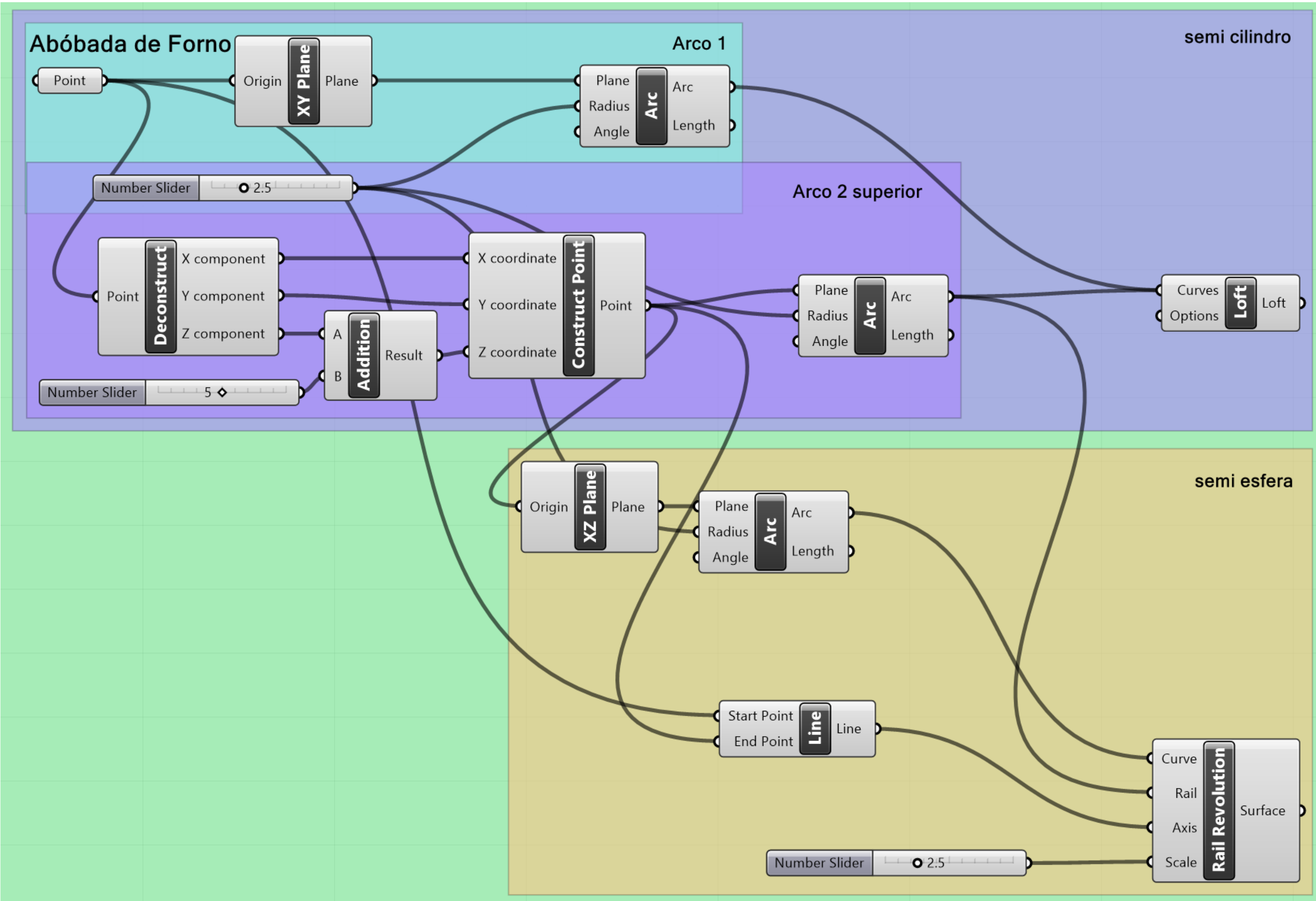
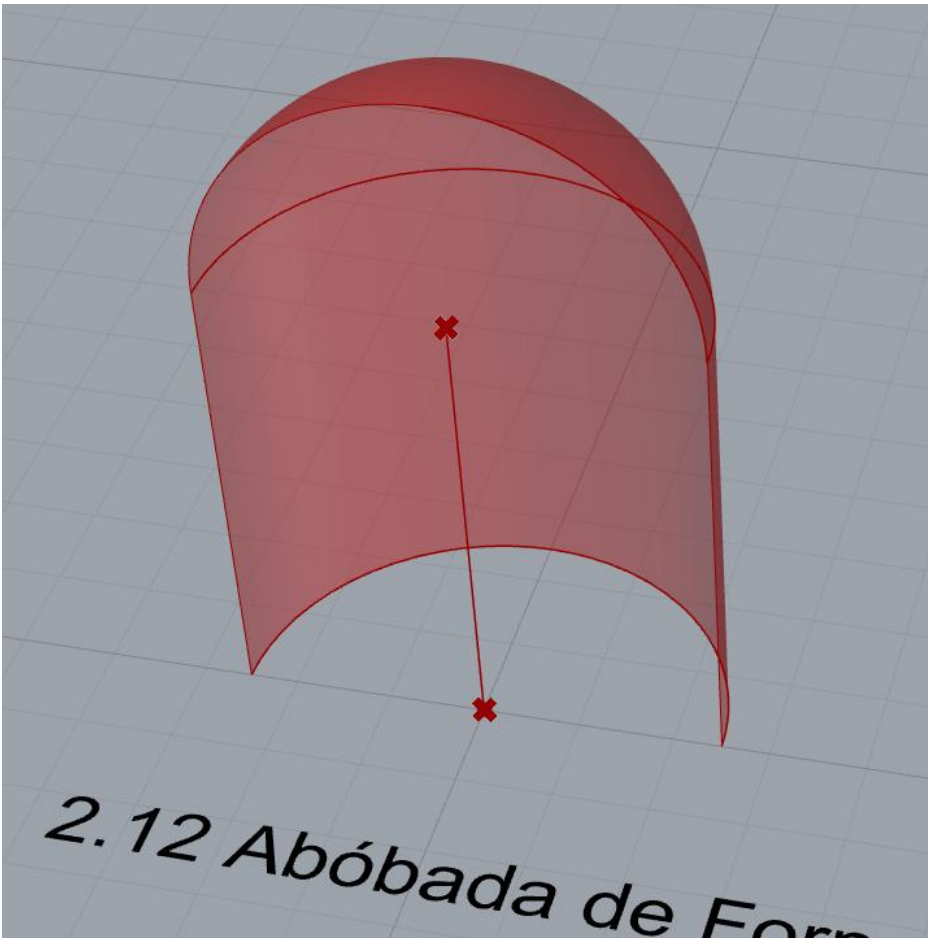
Arco 2:

Reconstrói-se o ponto inicial adicionando 5 unidades de cota ao ponto original, utilizando *Deconstruct Point*, um *number slider* com valor 5 e *Construct Point*. O tronco da abóbada é finalizado com um *Loft* ligado aos dois arcos.



Na parte esférica superior, adiciona-se outro arco vertical a partir de um plano XZ.

A partir deste arco, liga-se um *Rail Revolution* para criar a superfície. Cria-se uma linha entre os dois pontos já definidos para servir de eixo, acrescenta-se um *number slider* (2.5) para controlar o tamanho e, para garantir que apenas metade da rotação é realizada, liga-se o arco horizontal superior como *rail* que a função deve seguir.

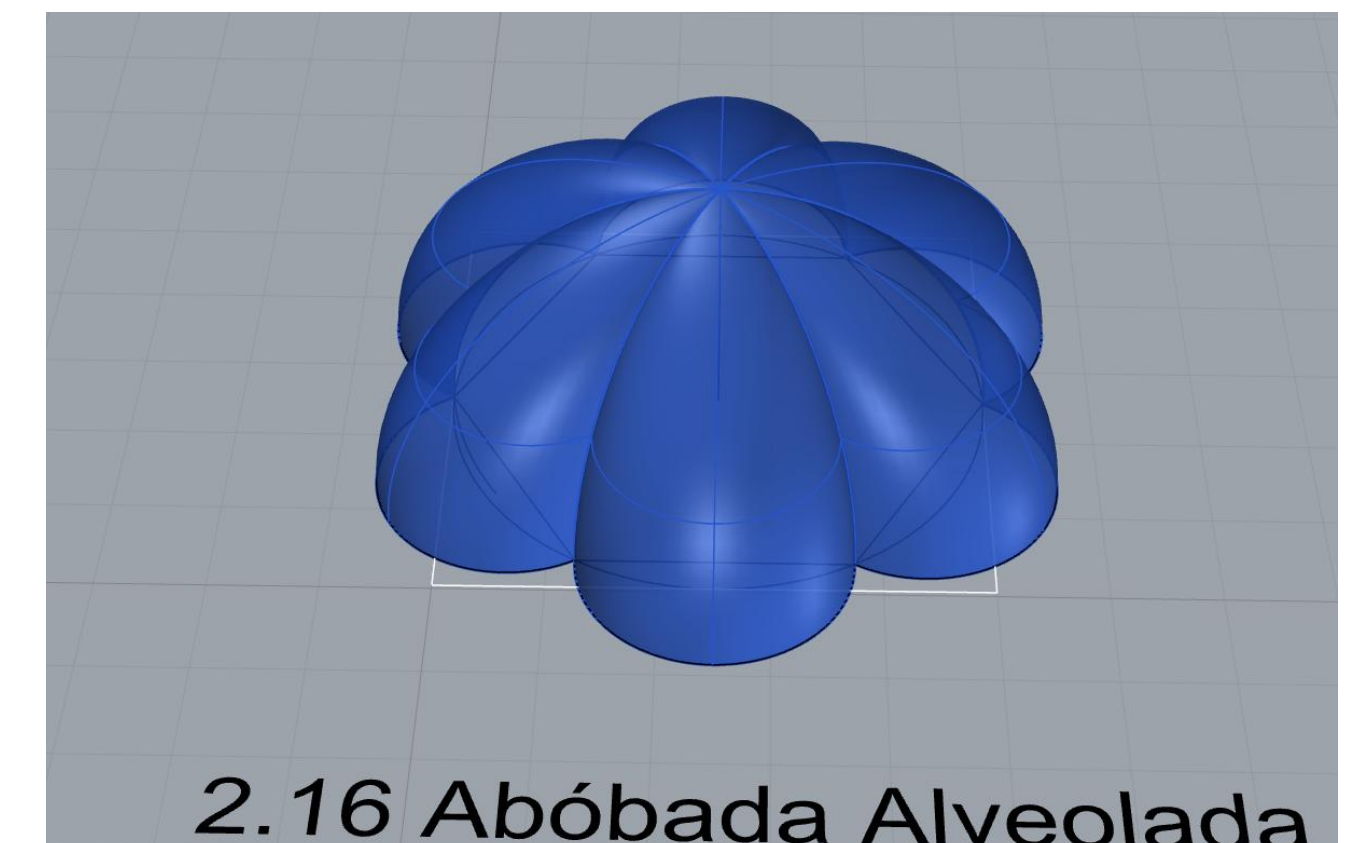
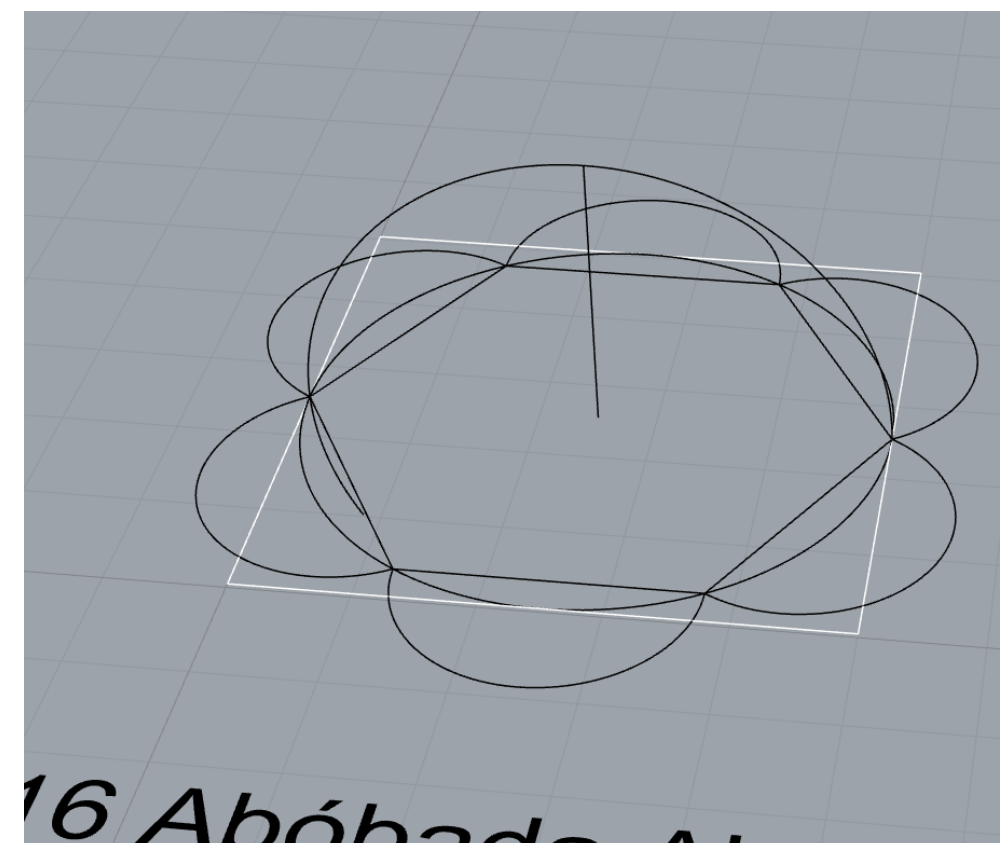
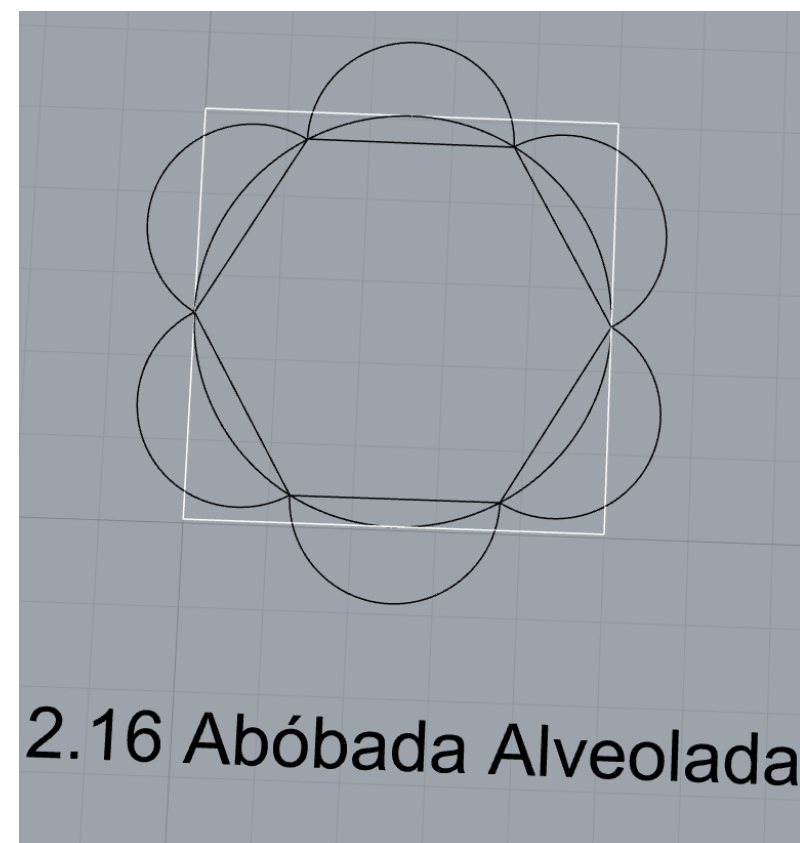
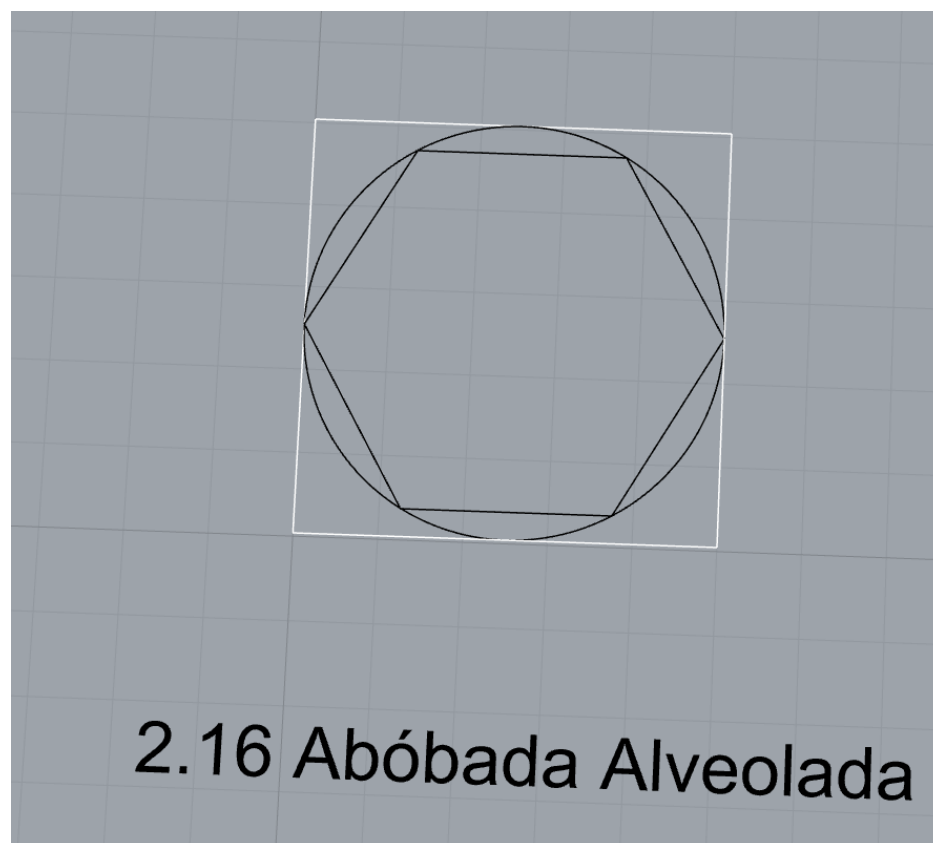


Constroi-se um quadrado de 5 por 5 e uma circunferência inscrita no seu interior. Em seguida, utiliza-se o comando *Polygon* 6 lados para criar um hexágono centrado nessa circunferência.

Depois, desenha-se uma circunferência sobre uma das arestas do hexágono e aplica-se o comando *Trim* para remover a metade interior. Usa-se um *Array Polar* com 6 repetições para distribuir o padrão em torno do centro, e o comando *Join* para unir todas as curvas resultantes numa flor.

Cria-se uma circunferência vertical a partir do diâmetro da circunferência inicial. Traça-se uma linha vertical desde o centro até essa circunferência e utiliza-se o comando *Split* para dividir a linha na interseção com a circunferência.

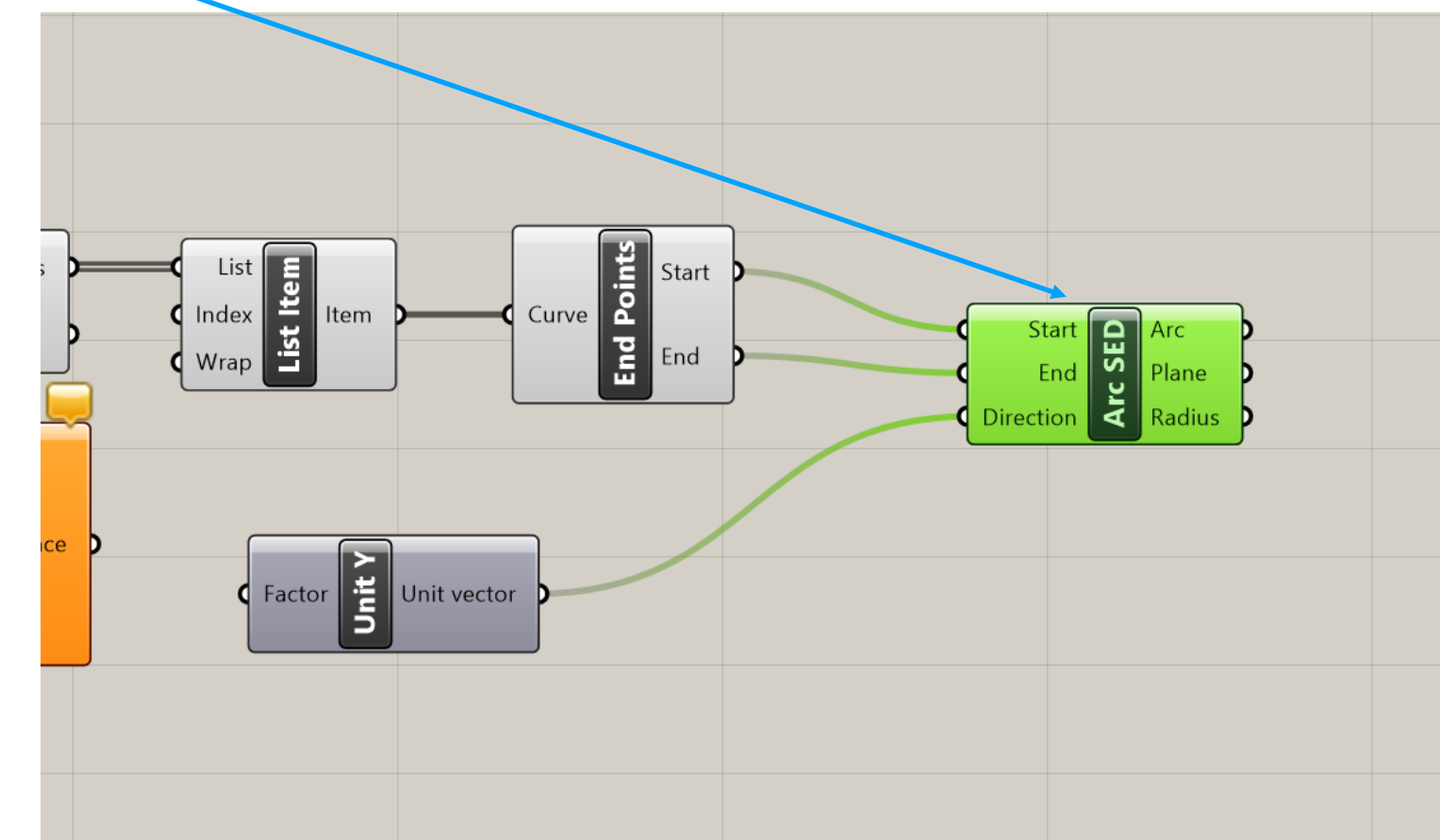
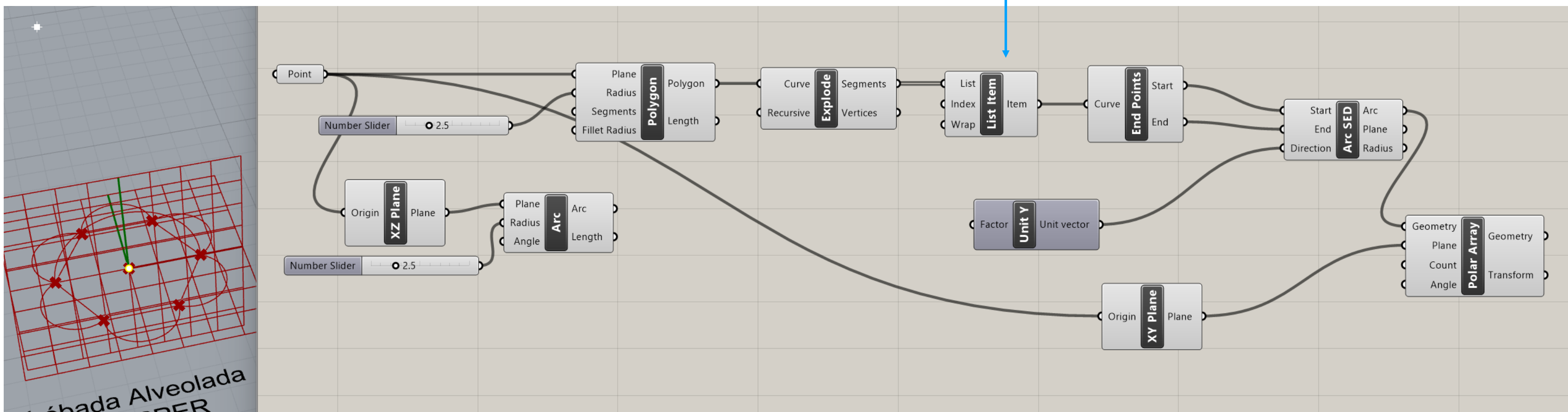
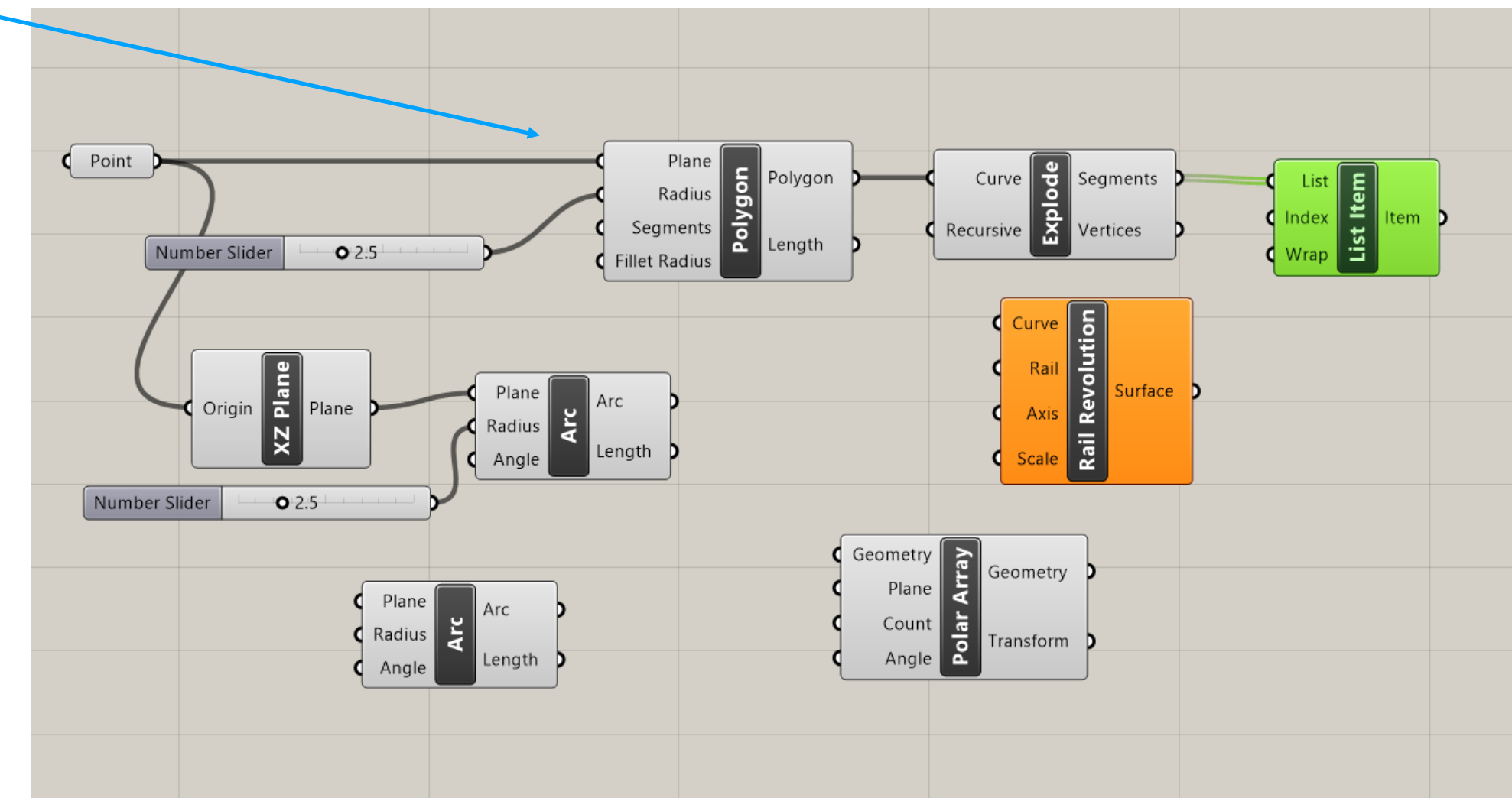
Por fim, o comando *Rail Revolve*: seleciona-se metade da circunferência, utiliza-se a forma flor como rail e a linha vertical como eixo, obtendo a geometria final da abóbada alveolada.



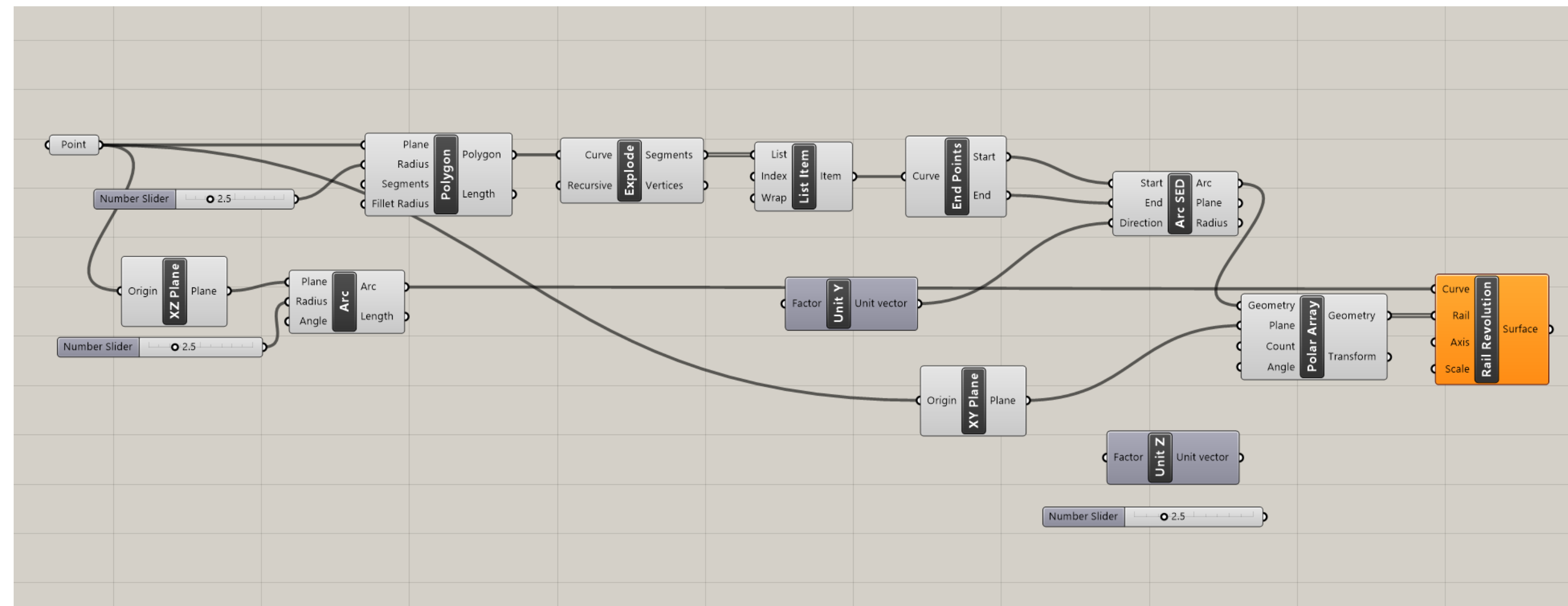
A criação no Grasshopper é idêntica à do model. Cria-se um ponto e liga-se a um *Polygon*, onde se alteram os segmentos para 6 e o raio para 2,5, como já era definido.

De seguida, faz-se *Explode* do hexágono e utiliza-se um *List Item*, (alterar o valor de 0 para 1) para seleccionar uma aresta ortogonal, garantindo que apenas uma aresta fica ativa. Depois, adiciona-se um *End Point* a essa aresta.

A partir desse *End Point*, cria-se um arco utilizando os dois extremos da aresta e uma direção no eixo Y.



Por fim, liga-se a forma da flor a um *Rail Revolution* na entrada *Rail*. Cria-se uma linha vertical a partir do centro para servir de eixo, e o arco vertical é utilizado como *Curve*.



2.16 Abóbada Alveolada

